УДК 517.4

Равномерная финальная ограниченность по части координат решений уравнений с запаздыванием

Шавель Н.А.
Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений с запаздыванием

$$\dot{x}(t) = f(t,\, x_t,\, y_t), \quad \dot{y}(t) = g(t,\, x_t,\, y_t), \tag{1}$$

где $t \in R_+,\; x_t(\theta) = x(t+\theta), y_t(\theta) = y(t+\theta), \theta \in [-r(t);0],\; r: R_+ \to R_+$ и будем считать, что $r(t) \le r_0$ для любых $t \in R_+$ и некоторого $r_0 > 0$.Решения системы (1) называются равномерно финально ограниченными по x , если существует постоянная $\alpha > 0$, такая, что для любого $\beta > 0$ найдется $T(\beta) > 0$, при котором

$$|x(t_0, \varphi, \psi)| \le \alpha, \forall t \ge t_0 + T(\beta),$$

для всех $t_0 \in R_+$, $(\varphi,\, \psi) \in C\left([-r(t),0], R^{n+m}\right)$, если $\|\varphi\| = \max\limits_{-r(t) \le \theta \le 0} |\varphi(\theta)| < \beta$.

Приведем условие равномерной финальной ограниченности решений по части переменных, предполагающее использование функционалов Ляпунова, подчиненных условиям типа Разумихина.Предположим, что задан непрерывный функционал $V: R_+ \times C\left([-r(t);0], R^{n+m}\right) \to R$. Непрерывные строго возрастающие функции $\omega: R_+ \to R_+$, $\omega(0)=0$, будем называть функциями класса Хана и обозначать $\omega \in K$.

Теорема. *Пусть заданы функции $a, b, \omega \in K$, непрерывная неубывающая функция $\rho: R_+ \to R_+, \rho(s) > s$ для $s > 0$ и постоянная $H > 0$. Тогда, если для любого решения $(x(t), y(t))$ системы (1) выполнены условия*

1) $V(t, x_t, y_t) \ge a\left(|x(t)|\right)$;

2) $\dot{V}(t, x_t, y_t) \le -\omega\left(\|x_t\|\right)$, если $t > t_0 + r_0$,

$\|x_t\| > H, \rho\left(V(t, x_t, y_t)\right) \ge V(t+\theta, x_{t+\theta}, y_{t+\theta})$ для $\theta \in [-r(t), 0]$;

3) $V(t, x_t, y_t) \le b\left(\|x_t\|\right)$;

4) $\dot{V}(t, x_t, y_t) \le M, M > 0$,

то решения системы (1) равномерно финально ограничены по x .