

Ревтович В.Н., Чернявская С.В.

Белорусский национальный технический университет

В курсе школьной математики задачам на экстремум уделяется недостаточное внимание и, встречаясь на экзамене с оптимизационной задачей, абитуриенты не знают, как к ней подступиться. Однако для решения экстремальных задач в элементарной математике имеется целый набор приемов решения. Например, метод перебора при заданных ограничениях, применение теорем о средних, нахождение множества значений функции и другие.

Задача. Железная дорога за простой вагонов под разгрузкой в первый день берет 300 у.е., а в каждый последующий день на 200 у.е. больше, чем в предыдущий. Бригада грузчиков должна разгрузить вагоны за 10 дней. Если она разгрузит вагоны раньше срока, то получит премию 1600 у.е. за каждый сэкономленный день.

Указать срок разгрузки, при котором будут минимальны затраты предприятия по оплате простоя вагонов и выплате премии.

Решение. Решим задачу методом нахождения множества значений функции. Пусть n - количество дней разгрузки. Тогда затраты на простой вагонов есть сумма n членов арифметической прогрессии, у которой $a_1 = 400$, $d = 300$, то есть $S_n = \frac{2 \cdot 400 + 300(n-1)}{2} \cdot n$, а затраты на премию грузчикам составят $2350(10-n)$.

Составим функцию затрат предприятия

$$f(n) = S_n + 2350(10-n) = 150n^2 - 2100n + 23500.$$

Наименьшее значение квадратичная функция примет в точке

$$n_0 = \frac{2100}{2 \cdot 150} = 7.$$

Ответ: 7 дней.

Рассмотренный пример является лишь небольшой частью огромного класса задач на оптимизацию, где демонстрируется взаимодействие методов элементарной математики.