УДК 517.926

Об устойчивости решений некоторых дискретных систем в банаховом пространстве

Кулага В.М., Яско Ф.Ф.
Полоцкий государственный университет

Изучена устойчивость ограниченных решений дискретных систем в банаховом пространстве с помощью «усеченных» систем. Доказаны теоремы об экспоненциальной устойчивости и неустойчивости относительно части переменных.

Пусть банахово пространство E разлагается в прямую сумму двух подпространств E_1 и E_2. Всякое прямое разложение порождает пару взаимно дополнительных проекционных операторов P_1 и P_2, причем $E_1 = P_1 E,\ E_2 = P_2 E,\ \ P_1 + P_2 = I,\ \ P_1 P_2 = \theta$, и P_1, P_2 – линейные и непрерывные.

Рассмотрим дискретную систему

$$x(n+1) = F(n, x(n)), \quad n \geq 0. \tag{1}$$

Определение. Решение $x(n) = \theta$ системы (1) называется экспоненциально устойчивым в малом относительно $P_1 x(n)$, если можно указать такое $\varepsilon > 0$, что при $\left\| P_1\, x(n_0) \right\| < \varepsilon, \quad n > n_0$ будет выполняться

$$\left\| P_1\, x(n) \right\| \leq B q^{n-n_0} \left\| P_1\, x(n_0) \right\|,$$

где $q < 1, \quad B \geq 1$ не зависят от n_0.

Рассмотрим далее «усеченную» систему, соответствующую (1)

$$P_1\, x(n+1) = P_1\, F(n, P_1\, x(n)) \tag{2}$$

Теорема. Если нулевое решение системы (2) экспоненциально устойчиво и величина $\sup\limits_{n \geq 0} \varphi \quad (x)$ достаточно мала, то нулевое решение системы (1) экспоненциально устойчиво в малом относительно $P_1 x(n)$.

Аналогичная теорема имеет место и для экспоненциальной неустойчивости в малом относительно $P_1 x(n)$.

Подобные задачи рассматривались для дифференциальных уравнений в работах А.С. Озиранера, С.С. Белявского, В.В. Румянцева, А.А. Ющенко и для систем разностных уравнений – в работах В.П. Силакова и Г.С. Юдаева, но только для конечных или счетных систем.