УДК 517.929.7

Моделирование температурных полей двухслойного полого цилиндра

Сороговец И.Б.
Полоцкий государственный университет

Пусть R_1 и R_3 радиусы внутренней и внешней поверхностей двухслойного полого цилиндра, R_2 – радиус поверхности соприкосновения слоев. Рассматривается одномерное нестационарное температурное поле двухслойного полого цилиндра с различными теплофизическими характеристиками слоев. Математическая модель задачи определения температуры такого тела представляет собой систему из двух уравнений теплопроводности, условий сопряжения, начального и граничных условий. Температура *i*-го слоя $i=1,2$ при однородных граничных условиях, полученная методом разделения переменных, имеет вид

$$T_{i,n}(r_i,t)=e^{-\nu_n^2 t}\left(A_i J_0\left(\frac{\nu_n r_i}{\sqrt{a_i}}\right)+B_i Y_0\left(\frac{\nu_n r_i}{\sqrt{a_i}}\right)\right)(r_i\in[R_i,R_{i+1}])\,. \qquad (1)$$

В (1) $J_0(x)$ и $Y_0(x)$ – функции Бесселя первого и второго рода нулевого порядка. Коэффициенты A_i, B_i удовлетворяют определенной системе четырех линейных уравнений с коэффициентами, зависящими от решаемой краевой задачи, a_i – коэффициент температуропроводности *i*–го слоя, ν_n – корни характеристического уравнения, представляющего собой равенство нулю определителя указанной выше системы уравнений.

Комбинируя граничные условия можно получить 9 различных начально краевых задач. В каждом конкретном случае корни характеристического уравнения ν_n можно найти на ЭВМ (например, в среде Mathcad) и функции (1) можно считать построенными. Введем функции $V_n(r)$, «склеенные» из $A_i J_0\left(\frac{\nu_n r_i}{\sqrt{a_i}}\right)+B_i Y_0\left(\frac{\nu_n r_i}{\sqrt{a_i}}\right)$ при $r=r_i$. Показано, что $V_n(r)$ являются собственными функциями линейного интегрального оператора Фредгольма 2-го рода с вещественным симметричным ядром. Этим доказана ортогональность системы $V_n(r)$ и разложимость по этой системе дважды непрерывно дифференцируемых функций, удовлетворяющих граничным условиям рассматриваемых задач.