

Независимость по вероятности в шкале интервалов

Романчук В.М., Серенков П.С.

Белорусский национальный технический университет

Уточняются основные элементы, предложенного ранее авторами, метода альтернатив. Для моделирования степени субъективной уверенности эксперта предлагается использовать вероятностную модель, в которой вероятность измеряется в шкале интервалов. В данной работе вероятность в шкале интервалов (потенциал) рассматривается применительно к случайным величинам. Формулируются основные определения.

Определение. Пусть X_1 и X_2 - две дискретные, случайные величины с одинаковым законом распределения. Разностью потенциалов называется функция $R(X_1, X_2)$:

$$R(X_1, X_2) = U(X_1) - U(X_2).$$

Теорема. Для того, чтобы функция $R(X_1, X_2)$, определенная на X^2 была разностью потенциалов $R(X_1, X_2) = U(X_1) - U(X_2)$, необходимо и достаточно, чтобы циркуляция (изменение) функции $R(x, y)$ вдоль любого замкнутого пути равнялась нулю.

Например, должны равняться нулю суммы вида: $R(x, y) + R(y, z) + R(z, x) = 0$, $R(x, y) + R(y, x) = 0$.

Определение (потенциала). Пусть X_1 и X_2 - дискретные, одинаково распределенные случайные величины с законом распределения $P(X)$. Потенциалом (вероятности) называется функция U такая, что

$$U(X_1) - U(X_2) = m(P(X_1) - P(X_2)), \quad (1)$$

где $m \neq 0$ - произвольная неизвестная постоянная.

Из равенства (1) следует, что разность потенциалов равна разности вероятностей с точностью до масштабной постоянной.

Теорема. Если $Z = (X, Y)$ - дискретная двумерная случайная с потенциалом $U(X, Y)$, то существуют потенциалы одномерных случайных величин X и Y : $U(X)$, $U(Y)$.

Теорема. Если дискретные величины X, Y независимы, то существуют частные потенциалы $u(x, y)$, $u_1(x)$ $u_2(y)$ такие, что:

$$u(x, y) = u_1(x)u_2(y)$$

или

$$u(x, y) = u_1(x) + u_2(y), \text{ (в пределе).}$$

Данный подход позволяет существенно использовать результаты теории вероятности в теории полезности, методе MAUT, теории нечетких множеств.