

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАПИЛЛЯРНОЙ УСАДКИ И ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЕ БЕТОНА В РАННЕМ ВОЗРАСТЕ

ЛЕОНОВИЧ С.Н.

Белорусский национальный технический университет

1. Введение. Состояние вопроса

Современные технологии высококачественного бетона (high performance concrete (HPC)) базируются на следующих факторах: низком В/Ц (0,2-0,3), комплексном применении микро- и нанокремнезема и эффективных пластификаторов. При этом формируются композиты с плотной микропористой высокодисперсной структурой цементного С-S-H-геля [1]. Эта структура характеризуется следующими показателями: объем пор не выше 4-6 %; содержание пор с $r \leq 20$ нм до 30 % от общего объема пор. Высокая прочность и долговечность этих бетонов реализуются в мостах, тоннелях, современных дорогах, фундаментных плитах, каркасах высотных зданий. Эти уникальные сооружения характеризуются высоким модулем поверхности конструкций, что способствует влиянию влажностных деформаций бетонов на напряженно-деформированное состояние, образование и развитие трещин [2-5].

Традиционно деформации бетона исследуют с момента его высыхания в раннем возрасте при влажностной усадке на фоне процессов гидратации, сопровождаемых гидратационной усадкой. Влажностные деформации в конструкциях с высоким модулем поверхности являются причиной развития значительных напряжений в начальный и эксплуатационный периоды при увлажнении-высушивании. Существует мнение [2-5], что гидратационная усадка меньше влияет на общую деформацию высококачественного цементного камня ввиду его микропористой плотной структуры.

Под руководством академика Чернышова Е.Н. исследовано развитие влажностных деформаций при двух вариантах реализации процесса: послераспалубочное обезвоживание цементного камня в возрасте 1 суток, когда общая усадка складывается из гидратационной (autogenous shrinkage) и влажностной усадки (drying shrinkage);

обезвоживание «старого» цементного камня (возраст более 1 года), когда усадка определяется влажностной усадкой.

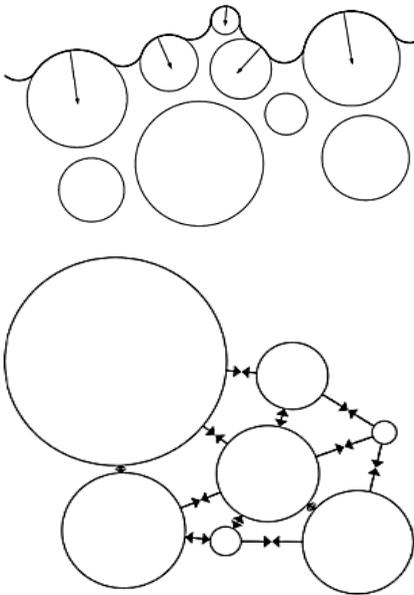
За основу принята научная гипотеза о механизме влажностной усадки цементного камня и бетона, основанная на анализе современных теоретических представлений и моделей усадки [6,7,8,9].

Таблица 1 – Гипотеза о механизме влажностной усадки

Этап	Относительная влажность, %	Феномен	Изменение капиллярного давления, усадочных напряжений и деформаций
1	RH = 80-95	На начальном этапе высыхания вода удаляется из крупных пор, $r = 100$ нм	Капиллярное давление невысоко. Величина усадочных напряжений и деформаций незначительна
2	RH = 40-80	Удаление воды из пор радиусом $20 \text{ нм} < r < 100 \text{ нм}$. Вследствие эффекта упругого восстановления объема твердой фазы при уменьшении всестороннего сжатия возможно расширение системы	Капиллярное давление возрастает. Влажностная усадка увеличивается
3	RH < 40	После удаления капиллярно-связанной воды из порового пространства начинается удаление адсорбционно-связанной воды с поверхности твердой фазы, в итоге уменьшается ее степень сжатия и увеличивается сила упругого расширения	Нарастающее влияние сил поверхностного натяжения. Исчезновение сил капиллярного давления при удалении адсорбированной жидкой фазы. Возрастающая роль усадки от межмолекулярных сил взаимодействия частиц дисперсной системы (сближение)

На разных стадиях удаления воды из материала последовательно или параллельно может проявляться действие капиллярных сил и сил поверхностного натяжения, сил внутренних связей в кристаллогидратах, сил упругого противодействия твердой фазы ее деформированию. Исходя из этого величина влажностной усадки материала, закономерности этого процесса определяются силой связи структуры с водой. На различных этапах обезвоживания баланс сил связи структуры с водой и соответственно, величину усадки определяют следующие критериальные структурные характеристики: площадь поверхности и поверхностная энергия твердой фазы, объемная доля пор и их размеры. Происходящие при изменении состава цементного камня и бетона изменения указанных характеристик влияют на силу связи структуры с водой, величину влажностной усадки на каждом этапе обезвоживания.

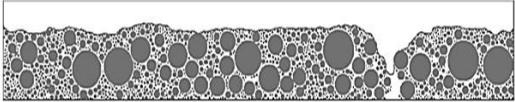
Таблица 2 – Характер воздействий и влияющие факторы на трещинообразование при капиллярной усадке

Воздействия	Физика процессов. Основные зависимости
1	2
<p>Воздействия и влияющие факторы на трещинообразование при капиллярной усадке</p> <p>а) Силы взаимодействия между частицами</p> <p>б) Силы, являющиеся результатом капиллярного давления</p> <p>Гравитационные силы не показаны</p>	 <p>а)</p> <p>б)</p>

Окончание таблицы 2

1	2
Силы взаимодействия	Суперпозиция
<p>Результирующая сила F_{res}</p> <p>— Сила Ван дер Ваальса</p> <p>- - - Электростатическая сила</p> <p>⋯⋯ Отталкивания Борна</p>	
<p>1. Силы Ван дер Ваальса</p> <p>A_H – Постоянная Гамаккера;</p> <p>r – радиус частицы;</p> <p>a – расстояние между частицами</p>	$F_{vdW} \cong A_H \cdot \frac{R}{12 \cdot a^2}$ <p>где $R = \frac{2 \cdot r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}$</p>
<p>2. Электростатические силы: ϵ_0, ϵ_r – вакуумная и относительная диэлектрические постоянные;</p> <p>ζ – зета потенциал; k_B – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура; e – элементарный заряд; z_+, n_+^b – валентность и концентрация эквивалентного симметричного электролита</p>	$F_{el} = -2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \zeta^2 \cdot R \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \frac{e^{a/\delta}}{1 + e^{a/\delta}}$ <p>где $\delta = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot k_B \cdot T}{2 \cdot e^2 \cdot z_+^2 \cdot n_+^b}}$</p>

Таблица 3 – Моделирование усадки

Этапы моделирования / Схема расчета. Иллюстрации	
<p>1. Высыхание суспензии</p> <ul style="list-style-type: none"> •Испарение воды •Формирование менисков между поверхностями частиц •Рост капиллярного давления •Движение частиц под действием различных сил •Локализация деформаций •Формирование трещин 	
<p>2. Моделирование F_i – сумма сил, действующих на частицу i, включая силы внутреннего взаимодействия, капиллярные и амортизационные силы F_d, без гравитационных сил (сил тяжести) g – ускорение свободного падения</p>	<p style="text-align: center;">Схема расчета</p> $F = m\ddot{u}, \quad \ddot{u} = \frac{F}{m} = \frac{F_1}{m} + g,$ $F_d = -\alpha m\dot{u}$  $\Delta t = 2\beta \cdot \sqrt{\frac{m_{\min}}{k_{\max}}}; \quad 0 \leq \beta \leq 1$ <p style="text-align: center;">k – контактная жесткость</p>

2. Модель капиллярного давления

В работах [10-13] представлена модель капиллярного давления и представлены экспериментальные данные его роста после расплубливания.

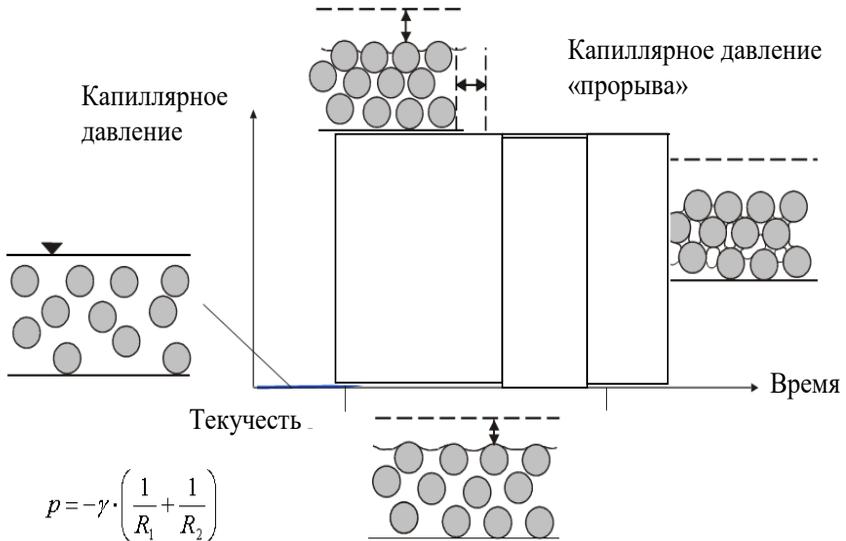


Рис. 1. Модель капиллярного давления

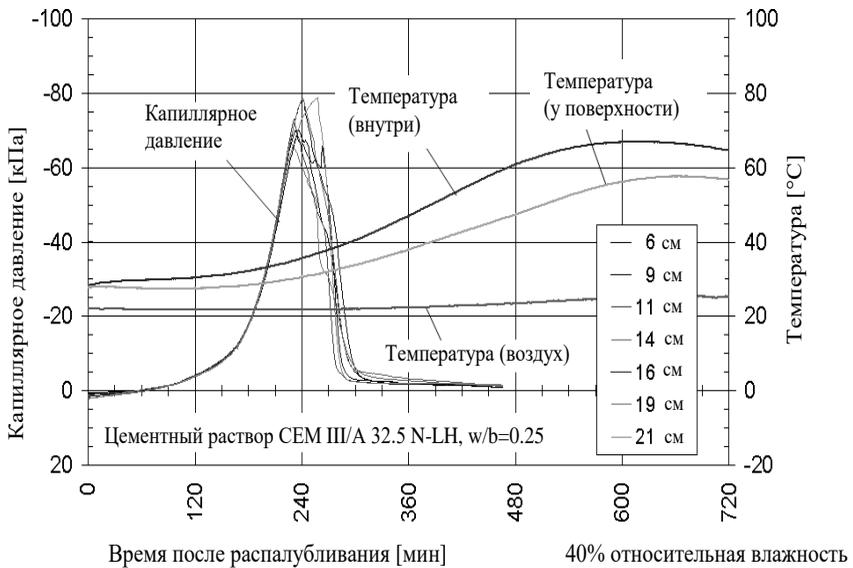


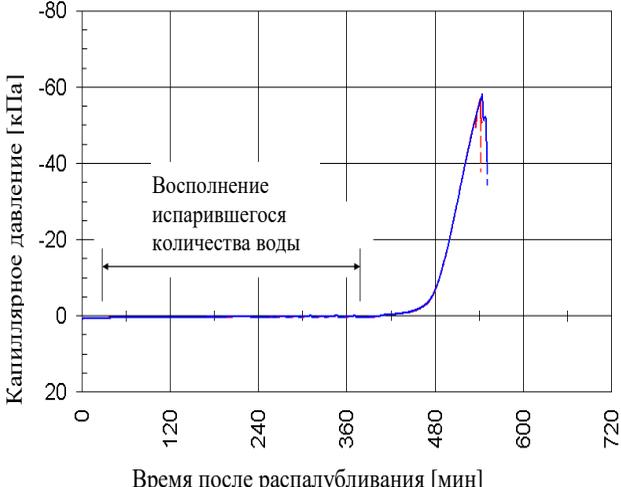
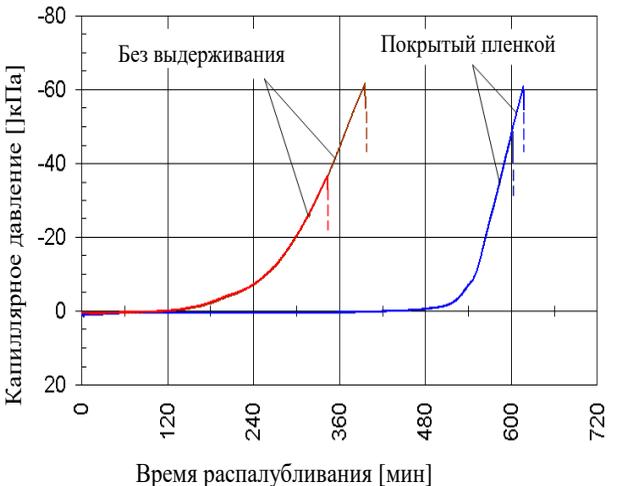
Рис. 2. Рост капиллярного давления (экспериментальные данные) [10-13]

Проанализированы факторы, влияющие на капиллярное давление. Главное, получены экспериментальные данные по изменению капиллярного давления, объема испарившейся воды и объема об- разца бетона, используемые как исходные для расчета.

Таблица 4 – Факторы, влияющие на капиллярное давление

Влияющие факторы	Зависимость капиллярного давления
1	2
<p>1. Вид цемента. Зола-унос 20°C, 45% относительная влажность</p>	<p>График зависимости капиллярного давления от времени для трех образцов бетона: CEM I 42,5 R (красная линия), CEM I 32,5 R (синяя линия) и с золой-уносом (зеленая линия). Ось X: Время после распалубливания [мин] (0-960). Ось Y: Капиллярное давление [мБар] и [кПа] (-800 до 0). Красная и синяя линии имеют пики при ~180 и ~240 мин соответственно. Зеленая линия имеет пик при ~840 мин.</p>
<p>2. Условия выдерживания после распалубливания</p> <p>а) Потеря влаги с поверхности</p>	<p>График зависимости потерь воды от времени для образцов с золой-уносом. Ось X: Время после распалубливания [мин] (0-1200). Ось Y: Потери воды [кг/м²] (0,0-3,0). Синяя линия показывает линейный рост потерь с небольшими скачками. Скачки при ~240, ~360 и ~480 мин отмечены как «Поверхностное смачивание (увлажнение)».</p>

Окончание таблицы 4

1	2
<p>б) Капиллярное давление во времени в бетонном образце при постоянном пополнении количества испарившейся воды</p>	 <p>Капиллярное давление [кПа]</p> <p>Восполнение испарившегося количества воды</p> <p>Время после распалубования [мин]</p>
<p>в) Капиллярное давление во времени в образце бетона при нормально-влажностном твердении и без него</p>	 <p>Капиллярное давление [кПа]</p> <p>Без выдерживания</p> <p>Покрытый пленкой</p> <p>Время распалубования [мин]</p>

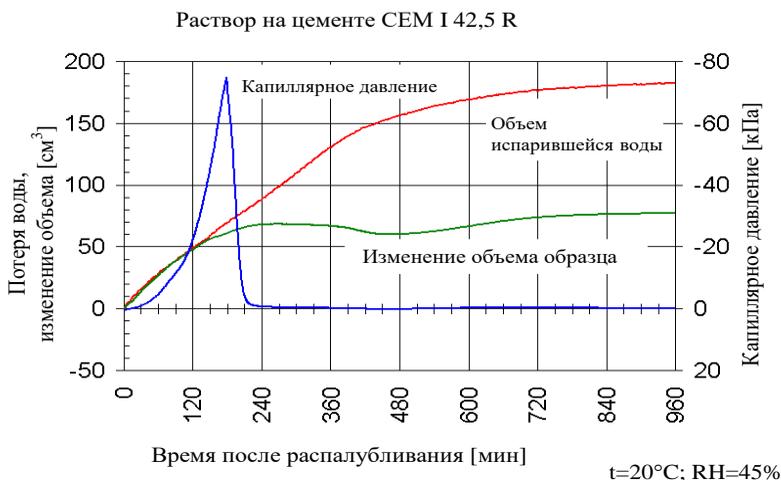


Рис. 3. Рост капиллярного давления и усадка

3. Общие положения расчета

В качестве теоретической основы метода приняты физические представления о механизме приращения объема пустотности (трещин) в модели бетона, представленной как двухуровневая структура: матрица твердеющего цементного камня с включениями и пустоты различной формы (трещины) как результат воздействий, изменяющих напряженно-деформированное состояние в точке и объеме.

Основным расчетным критерием метода является обобщенный суммарный параметр трещиностойкости $K_c = \sqrt{(K_{IC}^2 + K_{IIc}^2)}$ [или $K_c(\tau)$], вычисляемый на основании модельных схем развития, объединения, локализации системы трещин, их классификации по видам и относительному количеству в объеме при начальной концентрации, возрастающей до критической, что обусловлено физическими процессами изменения температуры, состояния воды и физико-химическими процессами накопления веществ новообразований.

При теоретическом обосновании метода расчета усадочной трещиностойкости бетона с использованием подходов механики разрушения по обобщенному критерию приняты следующие допущения:

1. Бетон рассматривается как упругая квазиоднородная двухкомпонентная среда, состоящая из: а) конструктивной части: матрицы – цементного камня со структурными элементами щебня, песка; б) деструктивной части: пустот: капилляров-трещин и пор (полостей с начальными трещинами в стенках). Исходные физико-механические свойства бетона (конструктивные) оцениваются прочностными и деформативными характеристиками R_b, R_{bt}, E_b и параметрами механики разрушения K_i, G_i, J_i .

2. Пустоты в матрице и контактных зонах представлены соподчиненной пятиуровневой системой по форме и размерам, кратным диаметру, под воздействиями по достижении критических размеров переходящие из уровня в следующий уровень по схеме: стабилизация размеров – делокализация накопления – критическая концентрация в единичном объеме – переход на следующий уровень.

3. Процесс формирования и движения трещин рассматривается как результат несилловых воздействий на основе принципов теории трещин из условия, что в вершине каждой трещины своего уровня в каноническом объеме бетона возникают поля деформаций и напряжений, создающие схемы нормального отрыва и сдвига. Возникающее состояние оценивается соответствующими затратами энергии разрушения G_{ij} и коэффициентами интенсивности напряжений $K_{ij} = \sqrt{G_{ij} E_{ij}}$.

4. В качестве обобщенной константы свойства трещиностойкости бетона во времени, его сопротивления образованию, накоплению в объемах микротрещин и формированию магистральных трещин критических величин принят параметр $K_{cij}(\tau)$ как алгебраическая сумма критических значений K_{ij} во всей системе всех уровней трещин-пустот, заполняющих канонический объем до критической концентрации.

5. Внешние температурные, влажностные длительные воздействия создают поля напряжений в вершинах пустот – трещин, оценка которых учитывается параметром D с применением положений теории старения бетона:

$$K_{ic}(\tau) = K_{ic}(\tau_0) D. \quad (1)$$

6. Процессы разрушения бетона трещинами рассматриваются как обобщенное напряженно-деформированное состояние в некото-

ром каноническом объеме, обладающем физическими особенностями, присущими композиту с прочностными и деформативными свойствами R_b, R_{bt}, v . Особенности физических процессов страгивания микро- и макротрещин в исследуемом объеме достоверны и обоснованы экспериментальными данными по определению l_{crc}, G_i, J_i, K_I и K_{II} на образцах-кубах (призмах) размером сечения 100x100 мм с оптимальным диаметром крупных включений не более 15 мм.

Деформативные и прочностные свойства в единичном объеме бетона любого состава обеспечиваются системой активных и реактивных сил в структуре:

$$\sum N_{act} - \sum N_{react} = R_i. \quad (2)$$

С изменением внешних условий, температуры, влажности, давления в дефектах структуры Π, K, T , заполненных жидкостью, паром, льдом возникают усилия, изменяются размеры и количество дефектов, количество и свойство структурных связей, что влияет на уровень исходных свойств R_i, E_j и уровни их измеряемых пределов.

4. Теоретические обоснования и аналитические решения напряженного состояния и трещиностойкости бетона на основе обобщенного критерия

Пусть некоторый элементарный объем цементного камня включает в себя некоторое количество пустот – капилляров, содержащих в зависимости от внешних условий определенное количество свободной воды. Тогда модель капилляра (концентратора напряжений, инициирующего появление микротрещин), к стенкам которого приложены некоторые усилия, вызванные содержащейся в его объеме водой, можно представить в виде: (l_c – длина капилляра; величина b_c зависит от влажности собственно цементного камня; a_c – диаметр пустоты – капилляра).

Параметрами модели в характерных точках t, W, P диаграммы состояния будут следующие характеристики:

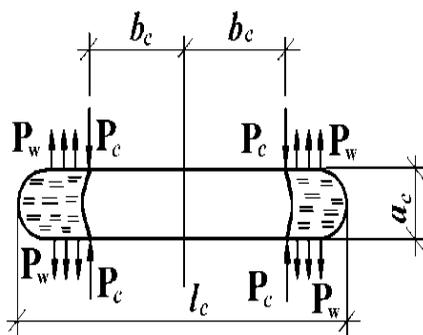


Рис. 4. Модель капилляра, заполненного водой

l_c и a_c – начальные размеры пустоты – капилляра; W – влажность и t — температура цементного камня.

Состояние 1. Условие: $t = \text{const}$, $W \neq \text{const}$, $P \neq \text{const}$.

Капиллярные силы определим по формуле

$$P_c = \pi \sigma a_c \cos \theta, \quad (3)$$

где σ – поверхностное натяжение жидкости; θ – угол смачивания или краевой угол на границе «жидкость – стенка капилляра».

Исходя из анализа величины σ , которая при критической температуре обращается в ноль, можно записать:

$$\sigma = \sigma_0 (1 - t/t_k), \quad (4)$$

где $t_k = 370^\circ$ (для воды), $\sigma_0 = 0,076$ Н/м ($t = 0^\circ\text{C}$).

Тогда сила, приложенная к берегу капилляра, определится из

$$P_c = \sigma_0 \pi a_c \cos \theta (1 - t/370). \quad (5)$$

Точки приложения сил P_c зависят от W . Учитывая приращение количества воды в капилляре за счет изменения влажности,

$$b_c = l_c / 2 (1 - W/100). \quad (6)$$

При действии на верхнем и нижнем берегах трещины в точках, удаленных от центра трещины на расстояние b , равных нормальных сосредоточенных сил P (но противоположных по направлению), коэффициент интенсивности напряжений (КИН) при нормальном отрыве K_I определяется по формуле Ирвина [17]

$$K_I = 2P \sqrt{l} / \sqrt{\pi(l^2 - b^2)}. \quad (7)$$

В принятых обозначениях формула для плоского напряженного состояния имеет вид

$$K_I = 2P_C \sqrt{l_c/2} / \sqrt{\pi(\sqrt{l_c^2/4 - b_c^2})}, \quad (8)$$

а коэффициент интенсивности напряжений от действия капиллярных сил

$$K_I = 2P_C \sqrt{l_c/2} / \sqrt{\pi(\sqrt{l_c^2/4 - b_c^2})} \cdot g_c. \quad (9)$$

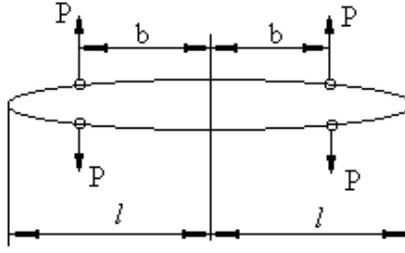


Рис. 5. Действие на берегах трещины нескольких нормальных сосредоточенных сил

Принимая во внимание (3.6) и (3.7), имеем

$$\begin{aligned} K_I &= 2\pi a_c \cos\theta \cdot \sigma_0 (1-t/t_k) \sqrt{l_c/2} / g_c \sqrt{\pi(l_c^2/4 - b_c^2)} = \\ &= 4\sqrt{\pi}/\sqrt{2} \cdot a_c \cos\theta \cdot \sigma_0 (1-t/t_k) / g_c \sqrt{l_c} [1 - (1-W/100)^2]. \end{aligned} \quad (10)$$

Таким образом, коэффициент интенсивности напряжений при нормальном отрыве от капиллярных сил определяется геометрическими размерами капилляра a_c , l_c , его заполнением влагой W и углом смачивания θ , поверхностным натяжением при 0°C σ_0 и температурой, расстоянием между капиллярами g_c .

Если развитие капилляра в длину не происходит, то величина изменения ширины (радиуса) капилляра определяется

$$\begin{aligned} a_c^p &= (2\pi/g_c E_{\text{цк}}) \times \\ &\times P_c / n \left\{ \left[l_c/2 - \sqrt{(l_c/2)^2 - b_c^2} \right] / \left[l_c/2 + \sqrt{(l_c/2)^2 - b_c^2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

где g_c — расстояние между двумя соседними капиллярами, являющееся функцией пористости ($В/Ц$); $E_{\text{цк}}$ — модуль упругости цементного камня.

С изменением a_c при неизменном значении W смещаются и точки приложения сил P_c : первоначально P_{c1} , затем P_{c2} .

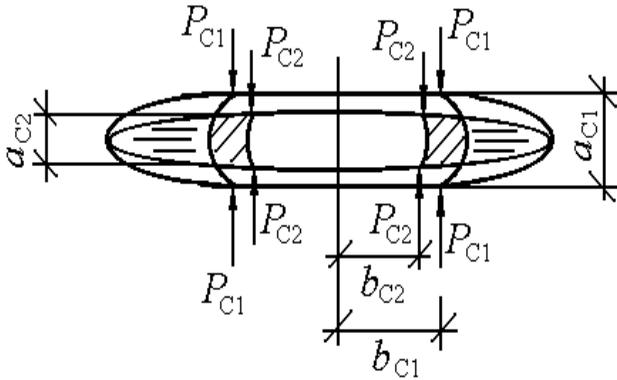


Рис. 6. Изменение точек приложения капиллярных сил при уменьшении диаметра капилляра

Учитывая, что объем воды в капилляре $V = (\pi a_{c1}^2/4)(l_c - 2b_{c1})$ остается неизменным, получим

$$b_{c2} = (2a_{c1}^2 \cdot b_{c1} + a_{c2}^2 \cdot l_c - a_{c1}^2 \cdot l_c) / 2a_{c2}^2, \quad (12)$$

где $a_{c2} = a_{c1} - a_c^P$.

Если же влажность цементного камня изменяется в процессе усадки, тогда

$$\begin{aligned} b_{c2} &= [l_c (2a_{c1}^2 (1 - W/100) / 2 + a_{c2}^2 - a_{c1}^2)] / 2a_{c2}^2 \mp (l_c/2)(1 - \Delta W/100) = \\ &= l_c/2 \left[\left(1 - (a_{c1}/a_{c2})^2 \cdot (W/100) \pm (1 - \Delta W/100)\right) \right], \end{aligned} \quad (13)$$

где ΔW – изменение влажности: знак «-» при увеличении W , знак «+» при уменьшении.

Тогда интенсивность напряжений в вершине капилляра

$$K_I = 2\pi a_{c2} \cos\theta \cdot \sigma_0 (1 - t/t_k) \sqrt{l_c/2} / g_c \sqrt{\pi \left(\sqrt{l_c^2/4 - b_{c2}^2} \right)}. \quad (14)$$

Деформация усадки, если принять во внимание, что капилляры (микротрещины) равномерно распределены по объему бетона, определяется из

$$\varepsilon_{sh} = P_c G_{Ic} / (l_c K_{Ic}^2 a_c), \quad (15)$$

где G_{Ic} — энергия разрушения цементного камня.

В направлении, параллельном действию сил P_c , к капилляру приложены главные сдвигающие напряжения, вызывающие в вершинах капилляра деформации поперечного сдвига, описываемые коэффициентом интенсивности напряжений K_{II} , величина которого

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi l_c}, \quad (16)$$

где τ – главные касательные напряжения. Их определим, принимая во внимание, что капилляры равномерно распределены по площади бетона. С учетом (15) и (16)

$$K_{II} = P_c \sqrt{\pi l_c} / (g_c a_c). \quad (17)$$

В момент $K_{II} = K_{II}^{I\kappa}$ рост микротрещины в длину будет определяться механизмом поперечного сдвига.

Состояние 2. Условия: $W = \text{const}$; $t \neq \text{const}$; $P \neq \text{const}$.

Рассмотрим цементный камень на макроуровне. Он состоит из негидратированного зерна и гидратированной массы, которая в свою очередь состоит из пустот – пор (капилляров) и кристаллической системы (микроуровень).

В гидратированной массе будут наблюдаться микродефекты двух типов: I — капилляры; II — трещины нормального отрыва, образовавшиеся из-за разности модулей упругости и коэффициентов линейного расширения негидратированного зерна и гидратированной массы. Тогда общая сопротивляемость цементного камня развитию температурных трещин в терминах коэффициентов интенсивности напряжений определяются из

$$K_{I,t}^{I\kappa} = K_{I,t}^I + K_{I,t}^{II}; \quad (18)$$

$$K_{II,t}^{I\kappa} = K_{II,t}^I + K_{II,t}^{II}, \quad (19)$$

где $K_{I,t}^I$ и $K_{II,t}^I$ – коэффициенты интенсивности напряжений в вершине капилляров, вызванные внутрикапиллярным давлением воды; $K_{I,t}^{II}$ и $K_{II,t}^{II}$ – то же в вершинах трещин типа II.

Тогда в момент развития микротрещин и объединения их в магистральные макротрещины

$$K_{Ic,t}^{III} = K_{Ic,t}^I + K_{Ic,t}^{II} ; \quad (20)$$

$$K_{IIc,t}^{III} = K_{IIc,t}^I + K_{IIc,t}^{II} . \quad (21)$$

Рассмотрим капиллярные микродефекты в температурном диапазоне: 1 (вода).

Диапазон 1 (вода). На капилляр действует система сил. Силы P_c определяются капиллярным давлением; P_w – расширением воды при повышении температуры; P_{cs} – расширением кристаллической системы; τ – касательными напряжениями, возникающими от действия сил в капиллярах, ориентированных параллельно силам P .

Таким образом,

$$K_{I,t}^{1,1} = K_{I,t}^{1,1,C} - K_{I,t}^{1,1,W} + K_{I,t}^{1,1,CS} \quad (22)$$

или в момент локального разрушения

$$K_{I,C,t}^{1,1} = K_{I,C,t}^{1,1,C} - K_{I,C,t}^{1,1,W} + K_{I,C,t}^{1,1,CS} . \quad (23)$$

Тогда

$$K_{I,t}^{1,1,C} = (4\sqrt{\pi}/\sqrt{2})a_c \cos\theta \cdot \sigma_0 (1-t/t_k) / g_c \sqrt{l_c [1-(1-W/100)^2]} . \quad (24)$$

Величина P_w определится из

$$P_w = \alpha_{t,w} \Delta t E_w , \quad (25)$$

а величина $\alpha_{t,w}$ на основании анализа опытных данных:

$$\alpha_{t,w} = 0,000067 + 0,0000076 t . \quad (26)$$

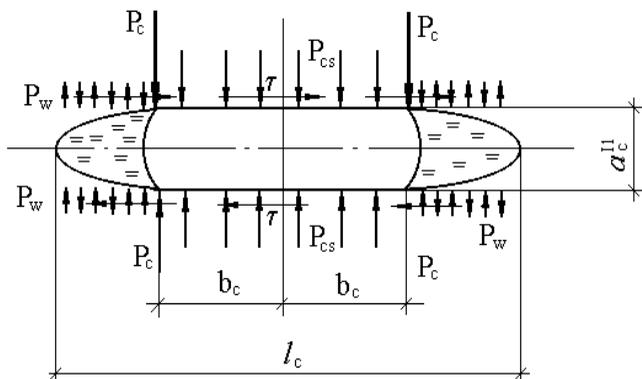


Рис. 7. Система сил, действующих на заполненный водой капилляр

При действии постоянной нормальной нагрузки интенсивностью σ на симметричных концевых участках трещины, примыкающих к вершинам трещины в соответствии с решением Дж. Си [18], КИН при нормальном отрыве определяется по формуле

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} [1 - (2/\pi) \arcsin(a/l)]. \quad (27)$$

Тогда КИН от температурного расширения воды, замкнутой капиллярными силами в вершинах капилляра

$$K_{I,t}^{1,1,W} = \alpha_{t,w} \Delta T E_w \sqrt{\pi l_c / 2} [1 - (2/\pi) \arcsin(2b_c / l_c)]. \quad (28)$$

Величина P_{cs} определится из

$$P_{cs} = \alpha_{t,cs} \Delta T E_{cs}. \quad (29)$$

При действии на берегах трещины постоянной нормальной (σ) и сдвигающей (τ) нагрузки КИН при нормальном отрыве и поперечном сдвиге определяется по формулам Г.П.Черепанова [19] и В.В.Панасюка [20]:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l}; \quad (30)$$

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi l}. \quad (31)$$

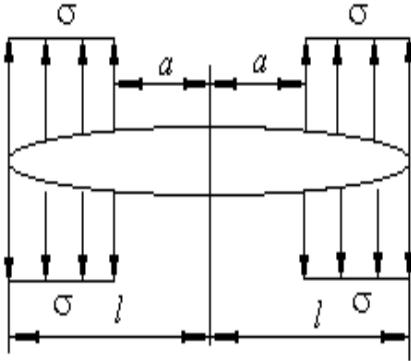


Рис. 8. Действие постоянных нормальных усилий на симметричных концевых участках трещин

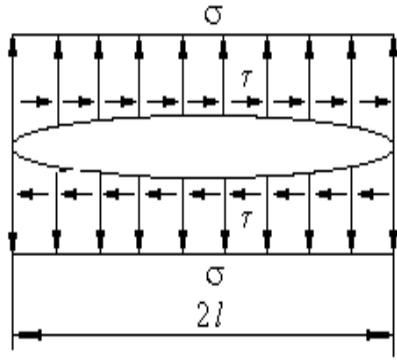


Рис. 9. Действие постоянной нагрузки на берегах трещины

Тогда КИН от температурного расширения кристаллической системы вычисляется из выражения

$$K_{I,t}^{1,1,cs} = \alpha_{t,cs} \Delta T E_{cs} \sqrt{\pi l_c / 2}. \quad (32)$$

Если $K_{IC,t}^{1,1,C} + K_{IC,t}^{1,1,cs} > K_{IC,t}^{1,1,W}$, то величина $a_c^{1,1}$ уменьшается, и наоборот. Ширину раскрытия (радиус) капилляра определим из

$$a_c^{1,1} = a_c^b + a_c^{cs} - a_c^c, \quad (33)$$

где все входящие в (33) параметры определяются по формуле (11).

Величина $K_{II,t}^{1,1}$ определяется по

$$K_{II,t}^{1,1} = \left[\sigma_0 \pi a_c c j s \theta (1 - t/t_k) + \alpha_{t,cs} \Delta T E_{cs} l_c g_c - \right] \sqrt{\pi l_c} / \sqrt{2} g_c^2. \quad (34)$$

В зависимости от ориентации замкнутых трещин или капилляров они могут быть заполнены жидкостью несимметрично, тогда интенсивность напряжений в вершинах дефекта будет неодинакова. На такой капилляр действует система сил. При этом

$$K_{I,t}^{1,1} + K_{I,t}^{1,1,C,m} - K_{I,t}^{1,1,W,m} + K_{I,t}^{1,1,cs}, \quad (35)$$

где $K_{I,t}^{1,1,C,m} = (K_{I,t}^{1,1,C,A} + K_{I,t}^{1,1,C,B})/2$; $K_{I,t}^{1,1,C,A}$ – коэффициент интенсивности напряжений в точке A от действия сил P_c ; $K_{I,t}^{1,1,C,B}$ – то же, в точке B ; $K_{I,t}^{1,1,W,m} = (K_{I,t}^{1,1,W,A} + K_{I,t}^{1,1,W,B})/2$; $K_{I,t}^{1,1,W,A}$ – КИН в точке A от действия сил P_w ; $K_{I,t}^{1,1,W,B}$ – то же в точке B .

Когда на верхнем и нижнем берегах трещины в точке, удаленной от центра трещины на расстояние b , приложены сосредоточенные нормальные, противоположные по направлению силы, КИН в соответствии с решениями В.В. Панасюка, М.П. Саврука, А.П. Дацышин, Дж. Си, Г. Либовица, П. Париса, Дж. Ирвина, Г.П. Черепанова [21,22,23,19,17,18,24] определяются из выражения

$$K_I^{\pm} - iK_{II}^{\pm} = (1/\sqrt{\pi l}) \left[(P - iQ) \sqrt{(l \pm b)/(l \mp b)} \pm Ml / \left((l \mp b) \sqrt{l^2 - b^2} \right) \right], \quad (36)$$

здесь и в дальнейшем величины K_I^{\pm} и K_{II}^{\pm} с нижним знаком относятся к левой вершине трещины ($x = -l$), а с верхним – к правой ($x = l$).

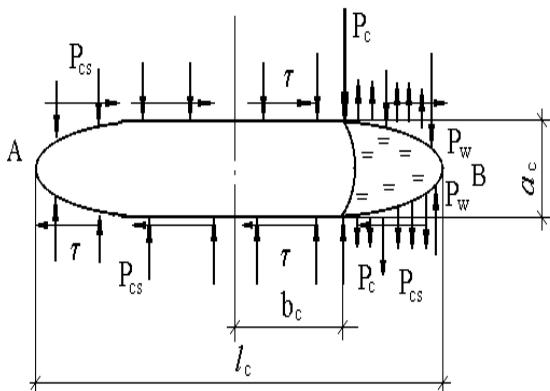


Рис. 10. Система сил, действующих на несимметрично заполненный водой капилляр

Тогда коэффициент интенсивных напряжений от капиллярных сил в точках A и B соответственно

$$K_{I,t}^{1,1,C,A} = P_c \sqrt{(l_c/2 - b_c)/(l_c/2 + b_c)} / \sqrt{\pi l_c/2}, \quad (37)$$

$$K_{I,t}^{1,1,C,B} = P_c \sqrt{(l_c/2 + b_c)/(l_c/2 - b_c)} / \sqrt{\pi l_c/2}, \quad (38)$$

$$K_{I,t}^{I,1,C,m} = (K_{I,t}^{I,1,C,A} + K_{I,t}^{I,1,C,B})/2 = P_c \sqrt{2}/\sqrt{\pi(l_c^2 - 4b^2)}. \quad (39)$$

Когда на берегах трещины на участке $b \leq x \leq c$ приложены постоянные нормальные (σ) и сдвигающие (τ) усилия, то, используя решение Дж. Си и П. Париса [24], КИН равняются

$$K_I^\pm - iK_{II}^\pm = \left(\sigma - i\tau \sqrt{l/\pi} \left[\arcsin(c/l) - \arcsin(b/l) \mp \frac{1}{\mp \sqrt{1-(c/l)^2} \pm \sqrt{1-(b/l)^2}} \right] \right). \quad (40)$$

Откуда КИН от действия сил P_w в точках A и B капилляра будут

$$K_{I,t}^{I,1,W,A} = \alpha_{t,w} \Delta t E_w \sqrt{l_c/2\pi} \left[\pi/2 - \arcsin(2b_c/l_c) - \sqrt{1-(2b_c/l_c)^2} \right], \quad (41)$$

$$K_{I,t}^{I,1,W,B} = \alpha_{t,w} \Delta t E_w \sqrt{l_c/2\pi} \left[\pi/2 - \arcsin(2b_c/l_c) + \sqrt{1-(2b_c/l_c)^2} \right], \quad (42)$$

$$K_{I,t}^{I,1,W,m} = \alpha_{t,w} \Delta t E_w \sqrt{l_c/2\pi} \left[\pi/2 - \arcsin(2b_c/l_c) \right]. \quad (43)$$

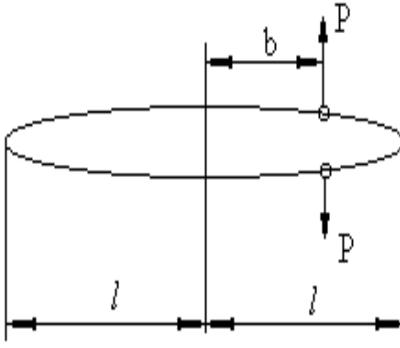


Рис. 11. Действие на берегах трещины сосредоточенных сил

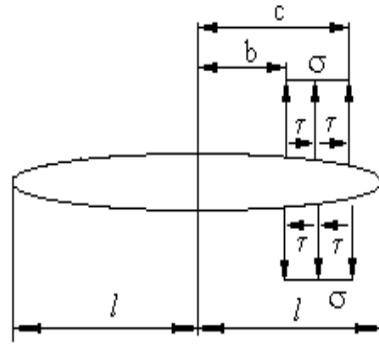


Рис. 12. Действие постоянной нагрузки на внутреннем участке верхнего и нижнего берегов трещины

Интенсивность напряжений в каждой из вершин несимметрично заполненного водой капилляра может быть определена из

$$K_{I,t}^{I,1,A} = K_{I,t}^{I,1,C,A} - K_{I,t}^{I,1,W,A} + l/2 K_{I,t}^{I,1,cs}, \quad (44)$$

$$K_{I,t}^{I,1,B} = K_{I,t}^{I,1,C,B} - K_{I,t}^{I,1,W,B} + l/2 K_{I,t}^{I,1,cs}. \quad (45)$$

Рассмотрим краевые трещины или незамкнутые капилляры (индекс II), выходящие на поверхность (грань) образца. В первом температурном диапазоне на трещину (пору) действует система сил, при этом

$$K_{I,t}^{II,1} = K_{I,t}^{II,1,C} - K_{I,t}^{II,1,W} + K_{I,t}^{II,1,cs}. \quad (46)$$

Пусть к противоположным берегам трещины на расстоянии b от края полуплоскости приложены равные по величине, но обратные по направлению нормальные и касательные сосредоточенные силы. Тогда из решения, полученного В.В. Панасюком, М.П. Савруком, А.П. Дацышин [21,22,23] с помощью специальной аппроксимации сингулярного интегрального уравнения следует

$$K_I - iK_{II} = 2(P - iQ)\sqrt{c/2\pi l} / \sqrt{1 - (b/l)^c}, \quad (47)$$

где $c = 2\pi^2 / (\pi^2 - 4)$.

Тогда интенсивность напряжений в вершине краевого дефекта от действия капиллярных сил

$$K_{I,t}^{II,1,C} = 2P_c \sqrt{c/2\pi l_c} / \sqrt{1 - (b_c/l_c)^c} = \sqrt{2c} P_c / \sqrt{\pi l_c} [1 - (b_c/l_c)^c]. \quad (48)$$

Когда на берегах трещины задана кусочно-постоянная нагрузка, а край полуплоскости свободен от напряжений, использовалось численное решение интегральных уравнений, на основе которого методом интерполяции Р. Хартгранфт и Дж. Си построили аналитическое выражение для КИН [25,18]

$$K_I - iK_{II} = 2(P - i\tau)\sqrt{\pi l}(2/\pi)\arccos(b/l)[1 + f(b/l)]. \quad (49)$$

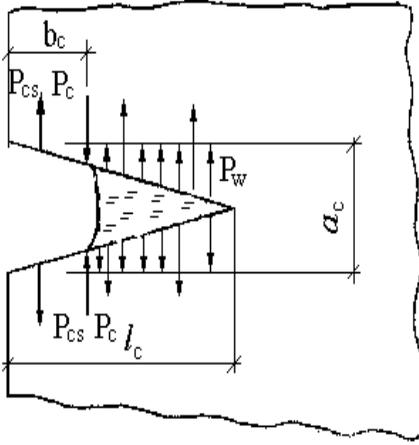


Рис. 13. Система сил, действующих на незамкнутый капилляр в первом температурном диапазоне

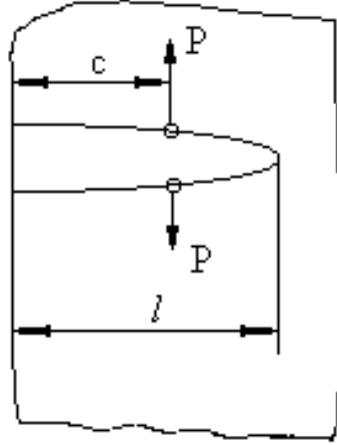


Рис. 14. Полу плоскость с краевой трещиной при действии в произвольных точках ее берегов сосредоточенных сил

Значения функции $f(b/l)$ приведены Дж. Си [18] и могут быть аппроксимированы выражением $f(b/l) = 0,1215(1 - b/l)$.

Интенсивность напряжений в вершине краевого дефекта от линейного расширения поровой воды

$$\begin{aligned}
 K_{I,t}^{II,1,W} &= P_w \sqrt{\pi l_c} (2/\pi) \arccos(b_c/l_c) [1 + f(b_c/l_c)] = \\
 &= 2P_w \sqrt{l_c/\pi} \cdot \arccos(b_c/l_c) [1 + 0,1215(1 - b_c/l_c)].
 \end{aligned}
 \tag{50}$$

Коэффициент интенсивности напряжений, вызванных расширением кристаллической системы при увеличении температуры, определяется из выражения

$$\begin{aligned}
 K_{I,t}^{II,1,cs} &= P_{cs} \sqrt{\pi l_c} (2/\pi) \arccos(o) [1 + f(o)] = \\
 &= \alpha_{t,cs} \Delta E_{cs} \sqrt{\pi l_c} (2/\pi) 1,5708 [1 + 0,1215] = \\
 &= 3,523 \alpha_{t,cs} \Delta E_{cs} \sqrt{l_c/\pi}.
 \end{aligned}
 \tag{51}$$

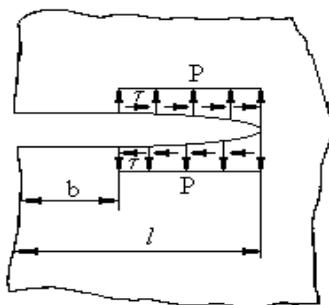


Рис. 15. Действие кусочно-постоянной нагрузки на берегах краевой трещины в полуплоскости

Выводы

1. В качестве теоретической основы метода приняты физические представления о механизме приращения объема трещин в модели усадки бетона.
2. Основным расчетным критерием метода является обобщенный суммарный параметр трещиностойкости K_c .
3. Современные представления о механизме влажностной усадки, экспериментальные данные о величине капиллярного давления (70 кПа через 180 мин. после распалубливания) позволяют выполнить аналитические решения для оценки напряженного состояния и трещиностойкости бетона в раннем возрасте на основе обобщенного критерия в терминах коэффициентов интенсивности напряжений.
4. Разработанный алгоритм расчета трещиностойкости при усадке позволяет учесть влияющие на капиллярное давление факторы: вид цемента, наличие модификаторов и минеральных добавок, условия выдерживания бетона после распалубливания (поверхностное смачивание, восполнение испарившейся воды, нормально-влажностное твердение).

Список литературы

1. Kaprielov S., Sheynfeld A., Kardumian H., Dondukov V. Characteristics of the structure and properties of high-strength concrete, containing multicomponent modifiers including silica fume, fly ash and metakaolin // 16 International Baustofftagung (IBAUSIL). Weimar, Deutschland, September 20-23, 2006. Band 2, pp. 77-84.

2. Славчева, Г.С. Влажностная усадка модифицированного цементного камня в процессе раннего обезвоживания и после старения / Г.С. Славчева, Е.М. Чернышов, Л.В. Ким // Современные технологии и развитие политического образования: Дальневосточный федеральный ун-т, 19-23 сентября 2016. – Владивосток, РФ.
3. Yang Y., Sato R., Kawai K. (2005) Autogenous shrinkage of high-strength concrete containing silica fume under drying at early ages. *Cem Concr Res* 35(3): 449-456.
4. Semion Zhutovsky, Konstantin Kovler. Effect of internal curing on durability-related properties of high performance concrete / *Cement and Concrete Research* 42 (2012). pp. 20-26.
5. Aïtcin P.C. The durability characteristics of high performance concrete: a review. *Cement & Concrete Composites* 25 (2003). pp. 409-420.
6. Ayano T. and Wittman F. (2002) Drying, moisture distribution, and shrinkage of cement-based materials. *Materials and Structures* 35(3): 134-140.
7. CEN EN 197-1, Cement-part 1: composition and specifications and conformity criteria for common cements, European Commission for Standardization (CEN), 2000, pp. 1-33.
8. ГОСТ 24544-81. Бетоны. Методы определения деформаций усадки и ползучести, 1982. 26 с.
9. ASTM C157/C157M-08 Standard Test Method for Length Change of Hardened Hydraulic-Cement Mortar and Concrete. ASTM International, West Conshohocken, PA, 2008, 7 p.
10. Slowik V., Schmidt M., Fritzsche R. (2008) Capillary pressure in fresh cement based materials and identification of the air entry value. *Cement & Concrete Composites* 30(7) : 557-565.
11. Flatt R.J. Interparticle forces and superplasticisers in cement suspensions'. Phd thesis, No. 2040, 8 wiss Federal Institute of Technology (Zurich, 1999).
12. Flatt R.J. Dispersion forces in cement suspensions'. *Cement and Concrete Research* 34 (2004). pp. 399-408.
13. Flatt R.J. Towards a prediction of superplasticized concrete rheology. *Materials and Structures* 37 (2004). pp. 289-300.
14. Schmidt M., Slowik V. (2013a) Capillary pressure-controlled concrete curing in pavement construction. In: *Proceedings of 2013 Airfield and Highway Pavement Conference*. June 9-12, 2013, Los An-

ges, California, USA, American Society of Civil Engineers, 2013, 295-306.

15. Schmidt M., Slowik V. (2013b) Instrumentation for optimizing concrete curing. *Concrete international* 35(8), 60-64.

16. Slowik V., Schmidt M., Kässler D., Eiserbeck M. (2014) Capillary pressure monitoring in plastic concrete for controlling early-age shrinkage cracking. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, Volume 2441/Concrete Materials 2014*.

17. Irwin G.R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing plate// *J. Appl. Mech.* – 1957. – 24, №3. – pp. 361–364.

18. Sih G.C. *Handbook of stress intensity factors.* – Bethlehem: Lehigh University Press. 1973. – Vol 1. – 420 p.

19. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М. : Наука, 1974. – 640 с.

20. Панасюк В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. – Киев: Наукова думка, 1968. – 246 с.

21. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацьшин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. – Киев: Наукова думка, 1976. – 246 с.

22. Саврук М.П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. – Киев: Наукова думка, 1981. – 324 с.

23. Саврук М.П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – Киев: Наукова думка, 1988. – 620 с.

24. Tada H., Paris P.C., Irwin G.R. *The stress analysis of cracks* – Hellrtown: Del Research Corp., 1973. – 385 p.

25. Hartranft R.J., Sih G.C. Alternating method applied to edge and surface crack problems// *Methods of analysis and solutions of crack problems.* – Leyden: Noord hoff intern. Publ., 1973. –pp.179–238. – (Mechanics of fracture; 1).