

**Математическая модель установившегося режима
пневмотранспорта измельченного торфа**

Петренко С.М.

Белорусский национальный технический университет г. Минск

Рассматривается одномерное установившееся ($\partial/\partial t = 0$) движение торфовоздушной аэросмеси, ограниченной стенками пневмотранспортного трубопровода, при котором осредненные по поперечному сечению потока параметры изменяются только в направлении его течения, совпадающей с направлением оси трубопровода x . Используется представление о торфовоздушной аэросмеси как о двухкомпонентной гетерогенной среде, состоящей из сплошной воздушной фазы и распределенной в ней в виде отдельных частиц твердой фазы. Следуя [1- 3], принято допущение о возможности осреднения параметров потока как для несущей среды, так и для твердых частиц в пределах некоторого предельно малого, но конечного объема аэросмеси. Такой подход позволяет условно обеспечить непрерывность функций этих осредненных параметров двухфазного потока и использовать дифференциальные методы их описания. Движение воздушной и твердой фаз рассматривается как взаимопроникающее с силовым взаимодействием на границах раздела фаз.

С учетом принятых допущений получена следующая система уравнений.

Уравнения неразрывности воздушной и твердой фаз:

$$Q_v = (1 - c) \cdot \rho_v \cdot \mathcal{G}_v \cdot S, \quad (1)$$

$$Q_m = (1 - c) \cdot \rho_m \cdot \mathcal{G}_m \cdot S, \quad (2)$$

где Q_v и Q_m – массовые производительности соответственно по воздуху и по измельченному торфу; c – истинная объемная концентрация торфяных частиц в объеме аэросмеси; ρ_v и ρ_m – плотности соответственно воздушной и твердой фаз; S – площадь поперечного сечения трубопровода; \mathcal{G}_v и \mathcal{G}_m – действительные (учетом стеснения поперечного сечения трубопровода частицами материала) скорости воздуха и торфяных частиц.

Уравнения движения воздушной и твердой фаз при установившемся режиме течения [4]:

$$-\frac{dp}{dx} = \rho_g g \sin \alpha + \lambda_g \rho_g \frac{g_g^2}{2D} + \frac{c}{1-c} \rho_m F_{\text{вз}} + \rho_g g_g \frac{dg_g}{dx}, \quad (3)$$

$$-\frac{dp}{dx} = \rho_m g \sin \alpha + \lambda_m \rho_m \frac{g_m^2}{2D} - \rho_m F_{\text{вз}} + \rho_m g_m \frac{dg_m}{dx}, \quad (4)$$

где dp/dx - градиент давления на длине dx трубопровода; g - ускорение свободного падения, α - угол наклона трубопровода к горизонту; λ_g - коэффициент сопротивления воздушной фазы; λ_m - коэффициент сопротивления перемещению торфяных частиц; D - диаметр трубопровода; $F_{\text{вз}}$ - сила аэродинамического взаимодействия несущей среды и торфяных частиц.

При полной стабилизации течения аэросмеси за разгонным участком пневмотранспортного трубопровода ($dg_g/dx = 0$, $dg_m/dx = 0$) уравнения движения воздушной и твердой фаз имеют вид [4]:

$$\frac{\Delta p}{L} = \rho_g \cdot g \cdot \sin \alpha + \lambda_g \cdot \rho_g \frac{g_g^2}{2D} - \frac{c}{1-c} \rho_m \cdot F_{\text{вз}}, \quad (3')$$

$$\frac{\Delta p}{L} = \rho_m \cdot g \cdot \sin \alpha + \lambda_m \cdot \rho_m \cdot \frac{g_m^2}{2D} - \rho_m \cdot F_{\text{вз}}, \quad (4')$$

где $\Delta p/L = -dp/dx$ - удельное падение давления; Δp - перепад давления на длине L участка пневмотранспортного трубопровода с вполне установившимся течением аэросмеси.

Коэффициент сопротивления перемещению воздушной фазы определяется по известным эмпирическим зависимостям

$$\lambda_g = \lambda(\text{Re}, \Delta), \quad (5)$$

где $\text{Re} = g_g D \rho_g$ - критерий Рейнольдса для воздушной фазы; Δ - относительная шероховатость стенок трубопровода.

Коэффициент сопротивления перемещению торфяных частиц λ_m должен определяться экспериментально.

Сила аэродинамического взаимодействия, отнесенная к единице массы

$$F_{\text{вз}} = g \frac{(\mathcal{G}_g - \mathcal{G}_m) \text{Abs}(\mathcal{G}_g - \mathcal{G}_m)}{\mathcal{G}_s}, \quad (6)$$

где \mathcal{G}_s – действительная (с учетом стеснения сечения трубопровода частицами) скорость витания.

Действительная скорость воздуха определяется по известной приведенной (отнесенной ко всему поперечному сечению трубопровода) скорости V :

$$\mathcal{G}_g = V/(1-c) \quad (7)$$

Действительная скорость витания определяется по известной из опытов приведенной скорости витания V_{sn} :

$$\mathcal{G}_s = V_{sn} (1-c)^3 \left(1 - \left(\frac{d_3}{D}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}, \quad (8)$$

где d_3 – эквивалентный диаметр торфяных частиц, определяется из эмпирических зависимостей, полученных в [5]:

$$d_3 = f(d, R, \lambda). \quad (9)$$

Здесь d – осредненный диаметр торфяных частиц; R – степень разложения торфа; λ – степень механической переработки по методу проф. Опейко Ф.А.

Для замыкания системы необходимы уравнения сохранения энергии и теплообмена между воздухом и торфяными частицами, а также уравнение состояния воздушной фазы.

Падение давления вдоль пневмотранспортного трубопровода в направлении движения аэросмеси сопровождается расширением воздуха и снижением его температуры. С другой стороны, диссипативные потери, равные работе сил давления по преодолению сопротивления перемещению аэросмеси, выделяются в потоке в виде теплоты. Если начальные температуры воздуха и твердых частиц равны температуре стенок трубопровода и окружающей среды,

определяющим является теплообмен между ними. За счет теплообмена между транспортируемыми частицами, прежде всего мелкими, и воздухом снижение температуры последнего в процессе расширения существенно ограничивается [3].

При наличии в аэросмеси большого количества мелких частиц с развитой поверхностью теплообмена процесс расширения воздушной фазы политропный, $T \cdot \rho_g^{n-1} = const$, с показателем политропы

$$n = \frac{c_p + \mu \cdot c_m \cdot (v_g/v_m)}{c_v + \mu \cdot c_m \cdot (v_g/v_m)},$$

где $\mu = Q_m/Q_g$ – расходная массовая концентрация; c_p и c_v – теплоемкости воздуха соответственно при постоянном давлении и постоянном объеме.

Дисперсность измельченного торфа достаточно велика. По данным [6], у низинного фрезерного торфа высокой степени разложения содержание мелких (менее 1 мм) и пылевидных (менее 0,25 мм) фракций достигает 50%, у верхового – 23%.

При реализуемых в практике пневмотранспорта измельченного торфа расходных массовых концентрациях до 40 кг/кг показатель политропы $n \approx 1$. Тогда можно принять допущение о близком к изотермическому процессе движения торфовоздушной аэросмеси с $T = const$, которое позволяет исключить из математической модели уравнения энергии и теплообмена. Уравнение состояния воздуха при этом имеет вид

$$\frac{p_o}{\rho_o} = \frac{p}{\rho_g}, \quad (10)$$

где ρ_o – плотность воздуха в сечении трубопровода с давлением p_o .

Система уравнений (1 – 10), несмотря на ряд допущений, соответствует физическому смыслу процесса пневмотранспорта измельченного торфа как гетерогенной двухфазной среды при установившемся режиме течения аэросмеси. В отличие от эмпирических зависимостей полученное математическое описание течения торфовоздушной аэросмеси учитывает влияние всех режимных параметров пневмотранспорта.

Система уравнений (1) – (10) устанавливает взаимосвязь между двенадцатью переменными: $Q_в, Q_м, \vartheta_в, \vartheta_м, \vartheta_с, c, \lambda_в, \lambda_м, F_{вз}, p, \rho_в$ и $d_э$. Для замыкания системы уравнений необходимо задать два любые неизвестные параметры, например, $Q_в$ и c и т.д.

Если опытным путем определен перепад давлений $\Delta p/L$ на участке пневмотранспортного трубопровода с вполне установившимся режимом течения торфовоздушной аэросмеси, то по достаточно просто регистрируемым расходным режимным параметрам (массовые производительности по воздуху $Q_в$ и транспортируемому торфу $Q_м$, приведенная скорость витания $V_{сн}$, давления соответственно в начале p_n и в конце участка p_k) можно численно определить из полученной системы уравнений трудно регистрируемые в опытах действительные режимные параметры процесса пневмотранспорта - истинную объемную концентрацию торфяных частиц в аэросмеси, действительные скорость витания, скорости воздушной и твердой фаз, силу аэродинамического взаимодействия фаз и их влияние на величину коэффициента сопротивления перемещению торфяных частиц $\lambda_м$.

Литература

1. Рахматулин, Х.А. Основы гидродинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред/ Х.А. Рахматулин //ПММ. – 1956. – 20, №2. –С. 184 -195.
2. Соу, С. Гидродинамика многофазных систем/ С. Соу. – М.: Мир, 1971. -536 с.
3. Горбис, З.Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков /З.Р. Горбис. – М.: Энергия, 1970. – 424 с.
4. Петренко, С.М. Уравнения движения двухфазной среды в пневмотранспортном трубопроводе / С.М.Петренко //Проблемы технологии и механизации разработки месторождений полезных ископаемых: сб. науч. тр. Междунар. научно – техн. конф., Минск, 20 -23 февраля 2009 г. / Часть 1. –Минск, 2009. –С. 106 – 109.
5. Кислов, Н.В. Аэродинамика измельченного торфа /Н.В. Кислов/под. ред. И.И. Лиштвана. – Минск: Наука и техника, 1987. -175 с.
6. Антонов, В.Я. Технология полевой сушки торфа/ В.Я. Антонов, Л.М. Малков, Н.И. Гамаюнов. – 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Недра, 1981. – 239 с.