

**К вопросу определения приведенной скорости витания  
полидисперсных сыпучих материалов**

Петренко С.М.

Белорусский национальный технический университет, г. Минск

Большинство природных или полученных в результате дробления и измельчения сыпучих материалов являются полидисперсными. Частицы полидисперсных материалов различаются по размерам и форме, а для ряда материалов – и по плотности. При расчетах систем пневмотранспорта таких полидисперсных материалов необходимо выбрать некоторый определяющий размер частиц, скорость витания  $\mathcal{G}_{sn}$  которого, называемая приведенной, будет интегральной характеристикой аэродинамических свойств всей полидисперсной смеси частиц.

Гранулометрический состав полидисперсных материалов подчиняется определенным закономерностям и с некоторым приближением может быть описан [1] уравнениями счетного  $dn = n(\delta)d\delta$  или массового  $dp = p(\delta)d\delta$  распределения, где  $dn$  и  $dp$  – соответственно численная или массовая доли частиц узкой фракции с граничными размерами  $\delta$ ,  $\delta + d\delta$ . На основании этих функций распределения строятся зависимости  $p_i = f(\delta_i)$ , где  $p_i$  – весовая доля частиц фракции с характерным размером  $\delta_i$  в общей массе  $M$  частиц, или интегральные характеристики распределения – суммарные выходы по плюсу  $R(\delta)$  или по минусу  $D(\delta)$ , представляющие собой процент (по массе) частиц, размер которых соответственно больше или меньше значения  $\delta$ . За характерный размер  $i$ -той фракции  $\delta_i$  принимают обычно среднее арифметическое граничных размеров фракции.

Скорости витания  $\mathcal{G}_{si}$  узких фракций частиц определяются экспериментально. На основании уравнения распределения можно построить зависимость  $\mathcal{G}_{si} = f(\delta_i)$ . Но выбор определяющего размера частиц  $\delta_o$ , скорость витания которых соответствует приведенной скорости витания  $v_{sn}$  полидисперсной смеси частиц, является

неоднозначным. Приведенную скорость витания определяют либо по характерному размеру фракции с наибольшей скоростью витания, либо по “средневзвешенному” по массовому вкладу фракций в суммарную массу размеру  $d = \sum(p_i \delta_i) / \sum p_i$ , либо по размеру, соответствующему определенному значению суммарного выхода по плюсу (например, для измельченного торфа это размер частиц с суммарным выходом по плюсу 10..20%).

Физически обоснованным методом выбора определяющего размера будет метод, который базируется на так называемом определяющем свойстве [1] физического процесса. Применительно к процессу витания частиц материала таким определяющим свойством будет равенство суммарной силы аэродинамического взаимодействия  $F$  с несущей воздушной средой всех частиц полидисперсной смеси силе  $F_o$  аэродинамического взаимодействия частиц определяющего размера  $\delta_o$ .

Частицы реальных полидисперсных материалов, как правило, имеют неправильную геометрическую форму. Для анализа сформулированного определяющего свойства используем понятие эквивалентного диаметра  $d_e$ , как диаметра сферической частицы, который определяется из условия, что количество эквивалентных сферических частиц в навеске массой  $M$  равно количеству реальных частиц в ней и суммарная масса частиц эквивалентного диаметра равна массе  $M$  реальных частиц. Если плотность полидисперсных частиц не зависит от их размера, то эквивалентная сфера и частица будут иметь одинаковые объемы  $V$  и  $d_e = \sqrt[3]{6V/\pi}$ . Если плотность полидисперсных частиц зависит от их размера, то эквивалентный диаметр должен определяться из эмпирических зависимостей  $d_e = f(\delta)$  для каждого конкретного полидисперсного материала.

Сила аэродинамического взаимодействия одной частицы  $i$ -й фракции, отнесенная к единице массы

$$F_i^1 = \frac{3}{4} \zeta_i \frac{\rho}{d_{zi} \rho_{mi}} g_{si}^2,$$

где  $\zeta_i = f(\text{Re}_i)$  – коэффициент аэродинамического сопротивления частиц  $i$ -й фракции;  $\text{Re}_i = d_{\text{э}i} \mathcal{G}_{si} / \nu$  – коэффициент Рейнольдса для витающей частицы  $i$ -й фракции;  $\nu$  – динамическая вязкость воздуха;  $\rho$  – плотность воздуха;  $d_{\text{э}i}$  – эквивалентный диаметр частиц  $i$ -й фракции;  $\rho_{mi} = f(\delta_i)$  – плотность частиц  $i$ -й фракции.

Исходя из принципа аддитивности, сила аэродинамического взаимодействия всех частиц  $i$ -й фракции

$$F_i = \sum_n F_i^1 = n_i F_i^1,$$

где  $n_i$  – количество частиц эквивалентного диаметра в  $i$ -й фракции,

$$n_i = p_i / m_i ;$$

$m_i$  – масса одной частицы эквивалентного диаметра  $i$ -й фракции,

$$m_i = \rho_{mi} V_i = \rho_{mi} \frac{\pi d_{\text{э}i}^3}{6} ;$$

$V_i$  – объем одной частицы эквивалентного диаметра  $i$ -й фракции.

Тогда

$$n_i = \frac{6 p_i}{\rho_{mi} \pi d_{\text{э}i}^3},$$

а сила аэродинамического взаимодействия всех частиц  $i$ -й фракции

$$F_i = \frac{6 p_i}{\rho_{mi} \pi d_{\text{э}i}^3} \zeta_i \mathcal{G}_{si}^2 \frac{3 \rho}{4 d_{\text{э}i} \rho_{mi}} = 4,5 \zeta_i \mathcal{G}_{si}^2 \frac{p_i \rho}{\pi d_{\text{э}i}^4 \rho_{mi}^2}.$$

Суммарная сила аэродинамического взаимодействия всех частиц полидисперсной смеси  $F = \sum_i F_i$ , где  $F_i$  – сила аэродинамического

взаимодействия частиц  $i$ -й фракции;  $i$  – количество фракций в смеси.

Вынося постоянные за знак суммы, суммарная сила аэродинамического взаимодействия всех фракций полидисперсной смеси

$$F = 4,5 \frac{\rho}{\pi} \sum_i p_i \frac{\zeta_i \mathcal{G}_{si}^2}{d_{3i}^4 \rho_{mi}^2}. \quad (1)$$

Общая масса заменяющих реальную полидисперсную смесь частиц с эквивалентным диаметром  $d_o$ , который соответствует определяющему размеру  $\delta_o$ , по условию  $M = \sum_i p_i$ , а их количество  $N$  равно количеству реальных частиц в смеси  $N = \sum_i n_i$ .

Масса одной частицы с эквивалентным диаметром  $d_o$

$$m = \frac{\sum_i p_i}{N} = \rho_{mo} \frac{\pi \cdot d_o^3}{6}$$

Тогда

$$N = \frac{6 \sum_i p_i}{\rho_{mo} \cdot \pi \cdot d_o^3},$$

где  $m$  и  $\rho_{mo}$  – соответственно масса и плотность частиц с эквивалентным диаметром  $d_o$ .

Суммарная сила аэродинамического взаимодействия с несущей воздушной средой частиц с эквивалентным диаметром  $d_o$  равна  $F_o = N \cdot F_o^1$ , или

$$F_o = 4,5 \frac{\rho}{\pi} \frac{\zeta_o \mathcal{G}_{sn}^2}{d_o^4 \rho_{mo}^2} \sum_i p_i, \quad (2)$$

где  $F_o^1$  – сила аэродинамического взаимодействия одной частицы с эквивалентным диаметром  $d_o$ ;  $\zeta_o$  и  $\mathcal{G}_{sn}$  – соответственно коэффициент аэродинамического сопротивления и приведенная скорость витания таких частиц.

Приравняв (1) и (2), получим

$$\sum_i \frac{p_i \zeta_i \mathcal{G}_{si}^2}{d_{3i}^4 \rho_{mi}^2} = \frac{\zeta_o \mathcal{G}_{sn}^2}{d_o^4 \rho_{mo}^2} \sum_i p_i.$$

Если представить  $p_i$  в долях единицы ( $\sum_i p_i = 1$ ), то

$$\sum_i \frac{p_i \zeta_i \mathcal{G}_{si}^2}{d_{\varepsilon i}^4 \rho_{mi}^2} = \frac{\zeta_o \mathcal{G}_{sn}^2}{d_o^4 \rho_{mo}^2}. \quad (3)$$

Алгоритм численного определения  $d_o$  и соответствующей ему приведенной скорости витания  $\mathcal{G}_{sn}$  полидисперсной смеси частиц следующий.

Значения  $p_i$ , соответствующие эквивалентным диаметрам  $d_{\varepsilon i} = f(\delta_i)$ , известны из гранулометрической характеристики материала. Параметры  $\rho_{mi}$ ,  $\zeta_i$ ,  $\mathcal{G}_{si}$  определяются по эмпирическим зависимостям как функции  $d_{\varepsilon i}$ .

Левая часть выражения (3) для конкретной гранулометрической характеристики полидисперсного материала является константой.

При некотором малом начальном значении  $\delta_o$  вычисляется из эмпирической зависимости  $d_{\varepsilon} = f(\delta)$  значение эквивалентного диаметра  $d_o$ , затем по таким же эмпирическим зависимостям, как и для  $d_{\varepsilon i}$ , определяются параметры  $\rho_{mo}$ ,  $\zeta_o$  и  $\mathcal{G}_{sn}$  как функции  $d_o$ . Вычисленное значение правой части выражения (3) и сравнивается со значением левой. Если разность между левой и правой частями выражения (3) превышает по абсолютной величине заданную погрешность вычислений, то значение  $\delta_o$  наращивается с принятым шагом и цикл вычислений повторяется. Вычисления выполняются до тех пор, пока не будет достигнуто равенство между левой и правой частями выражения (3) с обеспечением заданной погрешности. Последнее значение  $\delta_o$  является определяющим размером частиц, скорость витания которых есть приведенная скорость витания  $\mathcal{G}_{sn}$  полидисперсной смеси в целом.

Литература

1. Андреев, С.Е. Закономерности измельчения и исчисления характеристик гранулометрического состава/ С.Е. Андреев, В.В. Товаров, В.А. Перов. – М.: Metallurgizdat, 1959. – 437 с.