Л.Н. Аксенова, И.В. Морозова // Проблемы инженерно-педагогического образования в Республике Беларусь: Матер. III-ей междунар. научно-практ. конф. – 23-24 октября 2008 г., Минск, БНТУ – Минск, 2009. – С. 7–13.

4. Аксенова, Л.Н. Особенности методов обучения, обеспечивающих формирование профессиональной компетентности у будущих специалистов / Л.Н. Аксенова, И.В. Морозова // Народная асвета. – 2009. – № 6. – С. 77–81.

5. Морозова, И.В. Практическое обучение в процессе формирования профессиональной компетентности специалиста: современные требования и методы реализации / И.В. Морозова // Веснік Беларус. дзярж. ун-та. Сер. 4, Філалогія. Журналістыка. Педагогіка. – 2008. – № 3. – С. 73–77.

УДК 514.1-057.874

Олешкевич П.А.

ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ ПРИЕМАМ ПОИСКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ

УО «БГПУ им. М.Танка», г. Минск

Научный руководитель: Лисова М.И.

В статье показана роль задач на воображаемые построения для поиска и обоснования решения задач на эффективные построения в пространстве.

Стереометрические задачи традиционно относятся учащимися к разряду самых сложных в курсе школьной математики. В значительной степени это объясняется тем, что для поиска их решения часто необходимо привлекать все известные сведения из планиметрии, стереометрии, алгебры и начал анализа. Даже хорошее знание теоретического курса математики не гарантирует успеха в решении, т.к. стереометрические задачи не являются алгоритмическими.

В школьной практике встречаются чаще всего два вида задач на построения в пространстве: задачи на воображаемые (условные) построения и задачи на эффективные построения. К задачам на построения относятся и задачи на поверхностях тел. Однако, в школе они практически не встречаются.

Задачи на воображаемые построения могут решаться только в воображении, без использования иллюстраций. Их решение сводится к перечислению такой совокупности геометрических операций, фактическое выполнение которых (в случае, если их можно было бы выполнить) приводит к построению искомого элемента. Задача считается решенной, если удается отыскать рассматриваемую совокупность построений. В школьной стереометрии задачи на воображаемые построения чаще всего представлены теоремами существования.

Под задачами на эффективные построения понимаются задачи на построения на проекционном чертеже. Такие построения осуществляются с учетом аксиом и теорем стереометрии и правил изображений, например, построение сечений многогранников и других тел.

Задачи на проекционном чертеже делятся на позиционные и метрические. Для решения позиционных задач чертеж должен обладать свойствами позиционной полноты. Параллельные проекции любой призмы и любой пирамиды являются полными изображениями. На них разрешима любая позиционная задача, т.е. задача на построение инциденций (общих элементов) точек, прямых, плоскостей и других элементов фигур.

Для решения метрических задач, т.е. задач, связанных с нахождением величин углов и длин отрезков, с построением перпендикулярных прямых и плоскостей и т.п., полный чертеж является недостаточным, так как он не определяет метрических свойств оригинала. Изображение дополняется метрическими условиями, что позволяет установить форму оригинала. Говорят, что изображение является метрически определенным, и на нем может быть решена любая метрическая задача.

Основой для решения задач на построение на проекционном чертеже могут служить задачи на воображаемые построения. Они, по существу, рассматривают определенную задачную ситуацию в общем виде, без фиксации положения фигур и их элементов в пространстве. Переходя к рассмотрению этой же задачной ситуации на определенном проекционном чертеже, мы имеем позиционную или метрическую задачу. Поэтому решение задачи в воображении является доказательством принципиальной возможности выполнить такие построения, а решение на проекционном чертеже – его фактическим построением.

Например, рассмотрим следующую позиционную задачу.

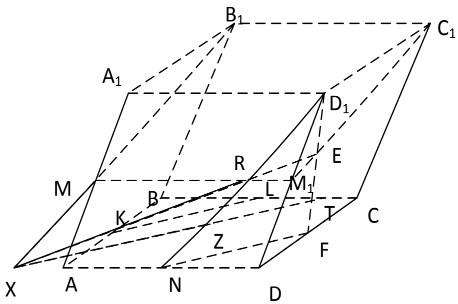

Рисунок 1

Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (рисунок 1). Точки M, N, K, L – середины соответственно ребер AA_1, AD, AB, BC. Построить прямую, пересекающую прямые B_1M и D_1N и параллельную прямой KL.

Как правило, большинство школьников не знает, как искать решение.

Рассмотрим соответствующую задачу на воображаемые построения: построить прямую, пересекающую две данные скрещивающиеся прямые и параллельную третьей прямой.

Здесь представлена та же задачная ситуация в общем виде, т.е. без фиксации положения прямых в пространстве.

Приведем совокупность построений, которая является решением данной задачи на воображаемые построения (анализ, доказательство и исследование опущены). Пусть даны скрещивающиеся прямые a и b и некоторая прямая c. Построим прямую m, пересекающую прямые a и b и параллельную прямой c:

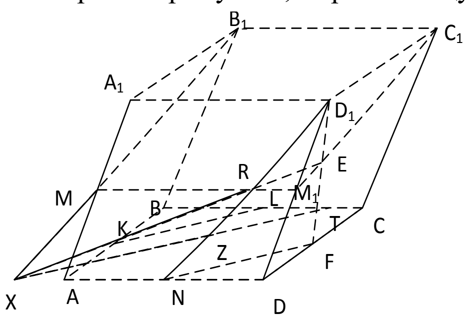

Рисунок 2

1. Выберем произвольную точку A_1 на прямой a и проведем через нее прямую a_1, параллельную прямой c (рисунок 2).

2. Построим плоскость α, заданную пересекающимися прямыми a и a_1.

3. Выберем произвольную точку B_1 на прямой b и проведем через нее прямую b_1, параллельную прямой c.

4. Построим плоскость β, проходящую через пересекающиеся прямые b и b_1.

5. Прямая m пересечения плоскостей α и β и будет искомой прямой.

После решения общей задачи (на воображаемые построения) построение нужной прямой на изображении параллелепипеда становится делом техники:

1. Построим плоскость, проходящую через прямую D_1N и параллельную прямой KL – плоскость D_1NF (плоскость α), где F – середина CD;

2. Найдем точку пересечения прямой B_1M с плоскостью D_1NF (прямой b с плоскостью α). Она существует, так как прямая C_1M_1 (где M_1 – середина ребра DD_1) параллельна B_1M и пересекает плоскость D_1NF:

а) рассмотрим вспомогательную плоскость MB_1C_1, которая проходит через прямые B_1M и C_1M_1 и пересекаться с плоскостью D_1NF;

б) $E = D_1F \cap C_1M_1$, $R = D_1N \cap MM_1$, значит, плоскости MB_1C_1 и D_1NF пересекаются по прямой ER;

в) $X = B_1M \cap ER$, так как прямые B_1M и ER лежат в одной плоскости MB_1C_1 и не параллельные. Таким образом, прямая B_1M пересекает плоскость D_1NF в точке X.

3. Через точку X проведем прямую XZ, параллельно прямой NF, так как точка X принадлежит плоскости D_1NF ($X \in ER$) и прямая NF параллельна прямой KL. $Z = XZ \cap D_1N$, $T = XZ \cap D_1F$.

XZ – искомая прямая.

Для обучения учащихся поиску решения задач на эффективные построения в пространстве, считаем полезным на факультативных занятиях по математике рассмотреть систему базовых задач на воображаемые построения [1, с.10]. Эти задачи помогут учащимся с выбором направления поиска решения, а владение приемами построения сечений многогранников с помощью аксиоматических методов, с использованием параллельности в пространстве, умение решать задачи на построение на плоскости практически гарантирует решение любой задачи на эффективные построения в пространстве.

ЛИТЕРАТУРА

Лисова, М.И., Задачи на построение в курсе стереометрии: учебно-методическое пособие / М.И. Лисова. – Минск, 2003. – 77 с.