УДК 621.3

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ MATHCAD

Петрукович Д.А., Мячин А.В.

Научный руководитель – ст. пр. Гапанюк С.Г.

В рамках данной работы были рассмотрены три метода решения нелинейных уравнений: Ньютона, секущих и деления отрезка пополам. Для каждого из методов была составлена программа в среде Mathcad, в результате работы, которой определялся корень уравнения и количество итераций необходимое для его определения с заданной точностью.

Исходя из теоретических основ каждого из методов и их программной реализации, можно сделать вывод, что методы используют различные по сложности расчетов математические подходы, что в свою очередь влияет на скорость расчета. Однако при расчетах с помощью программы Mathcad, а также с учетом того что рассмотренные уравнения достаточно просты различия в скорости расчета оказываются незаметны. Но при отсутствии программных средств или при решении уравнений высокой сложности выбор метода решения уравнения может иметь определяющее значение

Реализация указанных методов в Mathcad выглядит следующим образом.

Метод Ньютона:

$$mn\_step(f,x) = x - \frac{f(x)}{\frac{d}{dx}f(x)}$$

$$mn(f,x0,\varepsilon) = \left| \begin{array}{l} xold \leftarrow x0 \\ k \rightarrow 1 \\ xnew \leftarrow mn\_step(f,xold) \\ while\,|xnew - xold| > \varepsilon \\ \quad \left| \begin{array}{l} xold \leftarrow xnew \\ xnew \leftarrow mn\_step(f,xold) \\ k \leftarrow k+1 \end{array} \right. \\ res \leftarrow \begin{pmatrix} xnew \\ k-1 \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

Метод секущих:

$$x = \left| \begin{array}{l} x_2 \leftarrow a0 \\ x_1 \leftarrow b0 \\ k \leftarrow 1 \\ while\,|x_2 - x_1| > \varepsilon \\ \quad \left| \begin{array}{l} x_0 \leftarrow x_1 \\ x_1 \leftarrow x_2 \\ x_2 \leftarrow x_1 - \left[\dfrac{(x_0 - x_1)\cdot f(x_1)}{f(x_0) - f(x_1)} \right] \\ k \leftarrow k+1 \end{array} \right. \\ res \leftarrow \begin{pmatrix} x_2 \\ k-1 \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

Метод деления отрезка пополам:

$$x = \begin{vmatrix} a \leftarrow a \\ b \leftarrow b \\ k \leftarrow 1 \\ while\, |b-a| > \varepsilon \\ \quad \begin{vmatrix} k \leftarrow k+1 \\ c \leftarrow \dfrac{a+b}{2} \\ a \leftarrow c \ \text{ if } \ f(a)\cdot f(c) > 0 \\ b \leftarrow c \ \text{ otherwise} \end{vmatrix} \\ res \leftarrow \begin{pmatrix} \dfrac{a+b}{2} \\ k-1 \end{pmatrix} \end{vmatrix}$$

Для сравнения методов были взяты уравнения различных типов: полиномы, уравнения содержащие тригонометрические функции и логарифмы. Так же следует отметить, что расчеты производились при задании различной точности.

Результаты расчета сведены в таблицу 1.

Таблица 1 – Среднее число итераций для различных методов.

Точность расчета / Название метода	10^{-2}	10^{-10}
Метод Ньютона	3	4
Метод секущих	5	11
Метод деления отрезка пополам	8	35

Результаты расчета позволяют сделать следующий вывод, что в случаях, когда требуется высокая точность расчетов целесообразным представляется применение более сложных методов расчета, так разница в количестве итерационных шагов может различаться на несколько десятков. А при относительно не высокой точности расчета различие в скорости сходимости методов может быть компенсировано простотой расчета.