УДК 62-771

РАСЧЁТ ПАРАМЕТРОВ ГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ НАМАГНИЧИВАЮЩЕГО ТОКА ТРАНСФОРМАТОРА

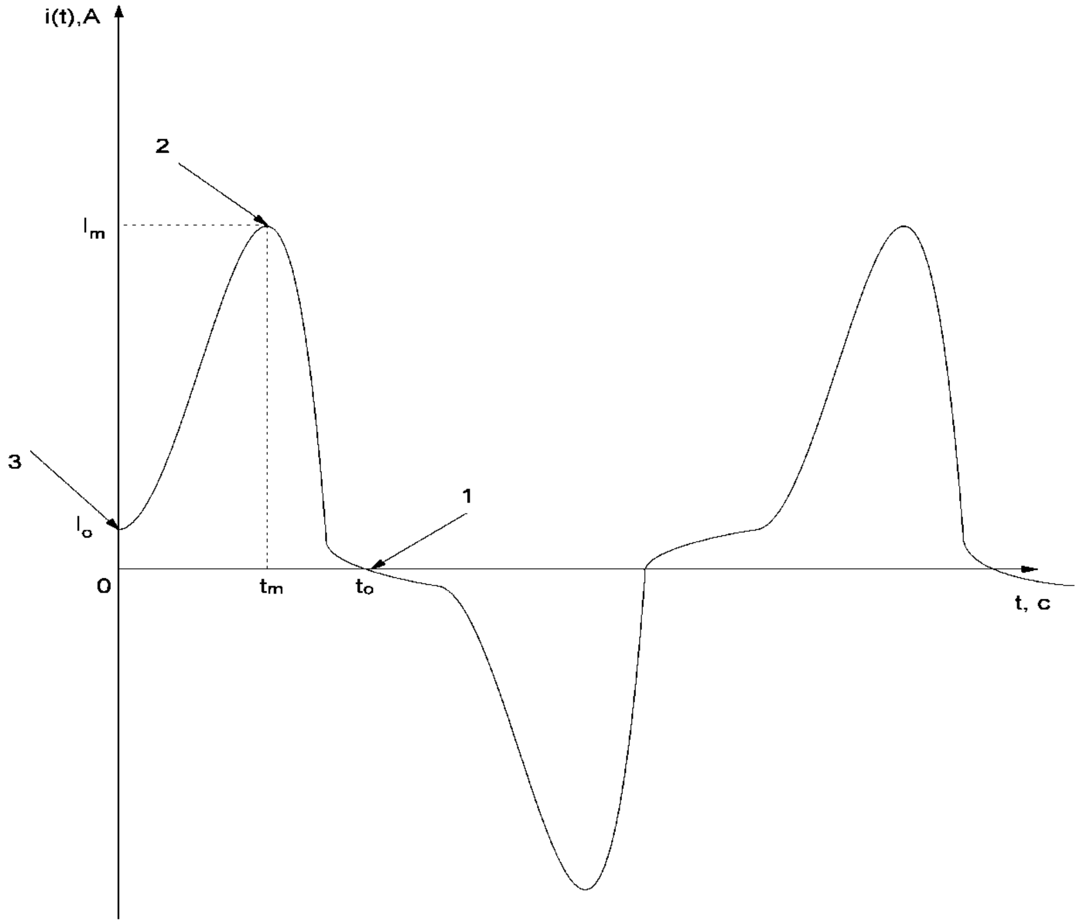
Кравцов И.П.

Научный руководитель – к.т.н., доцент Суходолов Ю. В.

Предложена методика получения значений начальных фаз высших гармонических составляющих тока трансформатора, работающего в холостом ходу.

Наиболее характерным примером искажения нелинейной нагрузкой питающего тока является работа трансформатора в режиме холостого хода.

Кривая тока протекающего через трансформатор будет иметь вид.



Анализ кривой тока показывает, что в ее форме можно выделить несколько характерных точек:

точка 1 - значение кривой тока *r(t)* в момент времени *t* = *t*o.

точка 2 - значение *I*m кривой тока *i(t)* в момент времени *t* = *t*m.

точка 3 - значение *I*o кривой тока *i(t)* в момент времени *t* = 0.

Известно, что любая периодическая кривая может быть представлена рядом Фурье в тригонометрической форме:

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_{nm} \, sin(\omega t + \Psi_n) \qquad (1)$$

где *Inm* - амплитуды гармонических составляющих;

Ψ_n - начальные фазы гармонических составляющих;

n - номер гармонических составляющих;

ω - угловая частота.

В точке 1 значение кривой тока *i(t)* в момент времени *t* = *t*o равно нулю:

$$i(t_0) = \sum_{n=1}^{\infty} I_{nm} \sin(n\omega t_0 + \Psi_n) = 0 \qquad (2)$$

В точке 2 кривая тока *i(t)* имеет максимум в момент времени t = t_m. Следовательно, первая производная функции, описывающей кривую тока, в момент времени t =t_m равна нулю:

$$\frac{di(t_m)}{dt} = 0; \sum_{n=1}^{\infty} nI_{nm} \cos(n\omega t_m + \Psi_n) = 0$$

Так как t_m = T/4 = $\pi/2\omega$, то

$$\sum_{n=1}^{\infty} nI_{nm} \cos(n\omega t_m + \Psi_n) = 0; \sum_{n=1}^{\infty} nI_{nm} \cos\left(n\frac{\pi}{2} + \Psi_n\right) = 0 \qquad (3)$$

Точка 3 является точкой перегиба. Следовательно, вторая производная функции, описывающей кривую тока, в момент времени t = 0 равна нулю:

$$\frac{di^2(t_m)}{dt} = 0; \ -(n\omega)^2 \sum_{n=1}^{\infty} I_{nm} \sin(n\omega t + \Psi_n) = 0$$

Или

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 I_{nm} \sin\Psi_n = 0 \qquad (4)$$

Выражения (2) - (4) представляют собой систему уравнений, связывающих временные параметры кривой тока с параметрами гармонических составляющих.

Преобразуем уравнение (2):

$$I_{m1} \sin(\omega t_0 + \Psi_1) + \sum_{n=1}^{\infty} I_{nm} \sin(n\omega t_0 + \Psi_n) = 0$$

$$1 + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{I_{nm} \sin(n\omega t_0 + \Psi_n)}{I_{m1} \sin(\omega t_0 + \Psi_1)} = 0 \qquad (5)$$

Аналогично преобразуем уравнения (3) и (4). Таким образом, преобразованная система тригонометрических уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} 1 + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{I_{nm} \sin(n\omega t_0 + \Psi_n)}{I_{m1} \sin(\omega t_0 + \Psi_1)} = 0; \\ 1 + \sum_{n=3}^{\infty} n \frac{I_{nm} \cos\left(n\frac{\pi}{2} + \Psi_n\right)}{I_{m1} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \Psi_1\right)} = 0; \\ 1 + \sum_{n=3}^{\infty} n^2 \frac{I_{nm} \sin(\Psi_n)}{I_{m1} \sin(\Psi_1)} = 0; \end{cases} \qquad (6)$$

Преобразуем второе уравнение системы (6):

Тогда система (6) принимает вид:

$$\begin{cases} 1+\sum_{n=3}^{\infty}\frac{I_{nm}sin(n\omega t_0+\Psi_n)}{I_{m1}sin(\omega t_0+\Psi_1)}=0; \\ 1+\sum_{n=3}^{\infty}n\frac{I_{nm}sin\left((n-1)\frac{\pi}{2}+\Psi_n\right)}{I_{m1}sin(\Psi_1)}=0; \\ 1+\sum_{n=3}^{\infty}n^2\frac{I_{nm}sin(\Psi_n)}{I_{m1}sin(\Psi_1)}=0; \end{cases} \qquad (7)$$

Выражения (2) - (6) представляют собой систему уравнений, связывающих временный параметры кривой тока с параметрами гармонических составляющих:

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty}I_{nm}sin(n\omega t_0+\Psi_n)=0 \\ \sum_{n=1}^{\infty}I_{nm}\,sin(n\omega t_m+\Psi_n)=I_m \\ \sum_{n=1}^{\infty}nI_{nm}cos\left(n\frac{\pi}{2}+\Psi_n\right)=0 \end{cases} \quad (8) \qquad \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty}I_{nm}sin\Psi_n=I_0 \\ \sum_{n=1}^{\infty}n^2I_{nm}sin\Psi_n=0 \end{cases} \quad (9)$$

Сложим второе и третье уравнение системы (7) почленно и приравняем первое уравнение системы (7) и выражение (10):

$$1+\sum_{n=3}^{\infty}\frac{I_{nm}sin(n\omega t_0+\Psi_n)}{I_{m1}sin(\omega t_0+\Psi_1)}-1+\sum_{n=3}^{\infty}n\frac{I_{nm}(sin\left((n-1)\frac{\pi}{2}+\Psi_n\right)+\sin(\Psi_n))}{2I_{m1}sin(\Psi_1)}=0 \quad (10)$$

Учитывая последнее равенство, можно записать:

$$n\frac{sin\left((n-1)\frac{\pi}{2}+\Psi_n\right)+n\sin(\Psi_n)}{2sin(\Psi_1)}=\frac{sin(n\omega t_0+\Psi_n)}{sin(\omega t_0+\Psi_1)} \qquad (11)$$

Проведем преобразования:

$$sin\left((n-1)\frac{\pi}{2}+\Psi_n\right)=sin\left((n-1)\frac{\pi}{2}\right)cos\Psi_n+cos\left((n-1)\frac{\pi}{2}\right)sin\Psi_n \qquad (12)$$

Аналогично для : $\sin(n\omega t_0+\Psi_n)$ и $\sin(\omega t_0+\Psi_1)$.

Таким образом выражение (9) примет вид:

$$n\frac{n\sin(\Psi_n)+sin\left((n-1)\frac{\pi}{2}\right)cos\Psi_n+cos\left((n-1)\frac{\pi}{2}\right)sin\Psi_n}{2sin(\Psi_1)}=\frac{\sin(n\omega t_0)\cos\Psi_n+\cos(n\omega t_0)\sin\Psi_n}{\sin(\omega t_0)\cos\Psi_n+\cos(\omega t_0)\sin\Psi_n}$$

Разделим обе части на $\cos\Psi_n$, а затем на $\cos\Psi_1$:

$$n\frac{\left(n+cos\left((n-1)\frac{\pi}{2}\right)\right)tg\Psi_n}{2tg(\Psi_1)}+n\frac{sin\left((n-1)\frac{\pi}{2}\right)}{2tg(\Psi_1)}$$
$$=\frac{\sin(n\omega t_0)}{\sin(\omega t_0)+\cos(\omega t_0)tg\Psi_1}+\frac{\cos(n\omega t_0)tg\Psi_n}{\sin(\omega t_0)+\cos(\omega t_0)tg\Psi_1}$$

Выразим $tg\Psi_n$:

$$tg\Psi_n=\frac{2tg(\Psi_1)\sin(n\omega t_0)-n\sin\left((n-1)\frac{\pi}{2}\right)(\sin(\omega t_0)+\cos(\omega t_0)tg\Psi_1)}{n\left(n+\cos\left((n-1)\frac{\pi}{2}\right)\right)(\sin(\omega t_0)+\cos(\omega t_0)tg\Psi_1)-2tg(\Psi_1)\cos(n\omega t_0)}$$

Представим тангенсы в правой части выражением $tg\Psi_n=\frac{\sin(\Psi_n)}{\cos(\Psi_n)}$:

$$tg\Psi_n=\frac{2\sin(n\omega t_0)\sin(\Psi_1)-n\sin\left((n-1)\frac{\pi}{2}\right)(\sin(\omega t_0+\Psi_1)}{n\left(n+\cos\left((n-1)\frac{\pi}{2}\right)\right)\sin(\omega t_0+\Psi_1)-2\cos(n\omega t_0)\sin(\Psi_1)}$$

Получили выражение для вычисления значений начальных фаз высших гармоник тока трансформатора, работающего в холостом ходу.

Амплитуды гармоник определяются выражениями (8) - (9), первую гармонику можно определить с достаточно большой точностью, а остальные можно получить, решив ряд Фурье составленный для функции. Обычно достаточно рассчитать 11гармоник для получения требуемой точности.