

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 624.539.3

ВЕРБИЦКАЯ
Ольга Леонидовна

**ОПТИМИЗАЦИЯ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ
ПЛАСТИН КУСОЧНО-ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ**

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени кандидата технических наук
по специальности 05.23.17 – Строительная механика

Минск, 2011

Работа выполнена в Белорусском национальном техническом университете на кафедре «Строительная механика»

Научный руководитель

Борисевич Арсений Александрович,
доктор технических наук, профессор,
зав. кафедрой «Строительная механика»
Белорусского национального технического
университета

Официальные оппоненты:

Лазовский Дмитрий Николаевич,
доктор технических наук, профессор,
ректор учреждения образования
«Полоцкий государственный университет»;

Фурунжиев Риза Ибраимович,
кандидат технических наук, профессор,
профессор кафедры «Экономическая
информатика» учреждения образования
«Белорусский государственный аграрный
технический университет»

Оппонирующая организация

Учреждение образования «Брестский
государственный технический
университет»

Защита состоится « 20 » мая 2011 года в « 14⁰⁰ » на заседании Совета по защите диссертаций Д 02.05.09 при Белорусском национальном техническом университете по адресу: 220114, г. Минск, проспект Независимости, 150, к. 15, ауд. 808, e-mail: nprak@bntu.by, тел.(факс) (8-017) 265-96-97.

Отзывы на автореферат присылать по адресу: 220113, г. Минск, проспект Независимости, 65, ученому секретарю Совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского национального технического университета.

Автореферат разослан « 18 » апреля 2011 г.

Ученый секретарь
Совета по защите диссертаций

Рак Н.А.

ВВЕДЕНИЕ

Определяющими факторами для использования любого конструктивного решения являются технико-экономические показатели конструкции. В условиях рыночной экономики инвесторы, вкладывающие деньги в строительство, очень внимательно относятся к проблеме оптимизации строительных конструкций. Снижение расхода бетона и арматуры является актуальной проблемой при проектировании железобетонных плит.

Одним из основных этапов проектирования строительных конструкций является их расчет на заданные нагрузки. При этом подбор размеров элементов конструкций, процент армирования (для железобетонных конструкций), выбор материалов определяется в соответствии с действующими нормами и имеющимся опытом в строительстве. Известные из литературных источников исследования по оптимизации ограничены по своим критериям, конструктивным особенностям и, как правило, не учитывают нелинейность деформирования некоторых строительных материалов. Важной особенностью плит покрытий и перекрытий промышленных и гражданских зданий является их кусочно-постоянное сечение, что связано с наличием ребер и различной толщиной плит в сборно-монолитных покрытиях и перекрытиях. Этому также не уделено должного внимания в исследованиях, опубликованных в печати.

Применение при проектировании полученных нами в диссертационной работе результатов исследований по оптимизации нелинейно деформируемых пластин кусочно-постоянного сечения позволит снизить стоимость плит перекрытий (покрытий) и обеспечит надежность конструкции в процессе ее эксплуатации. К настоящему времени этот вопрос не был полностью исследован и поэтому тема диссертационной работы является актуальной.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами и темами

Результаты диссертационной работы включены:

– в научно-исследовательскую работу по государственной бюджетной теме: “Разработка эффективных методов расчета инженерных и транспортных объектов на различные воздействия в условиях их интенсивной эксплуатации” ГБ 06-212, выполненной на кафедре “Соппротивление материалов и теория упругости” Белорусского национального технического университета (время выполнения: 1 января 2006 г. – 31 декабря 2010 г.);

– в отчет по государственной программе ориентированных фундаментальных исследований “Строительство и архитектура 34” по теме: “Разработка методов расчета и оптимизации нелинейно деформируемых стержневых и кон-

тинуальных систем”, выполненной на кафедре “Строительная механика” Белорусского национального технического университета (время выполнения: 1 января 2006 г. – 31 декабря 2010 г.).

Цель и задачи исследования

Целью исследования является разработка методики оптимизации изгибаемых прямоугольных пластин кусочно-постоянного сечения с учетом нелинейного закона деформирования материала. Для достижения указанной цели решались следующие основные задачи:

- разработка эффективного метода статического расчета нелинейно деформируемых прямоугольных пластин с кусочно-постоянным сечением, позволяющего получать результаты высокой точности и уменьшить затраты времени на их расчет;
- разработка эффективного метода оптимизации изгибаемых нелинейно деформируемых пластин кусочно-постоянного сечения;
- составление алгоритма и программы расчета и оптимизации прямоугольных нелинейно деформируемых пластин кусочно-постоянного сечения;
- разработка рекомендаций для построения расчетных моделей нелинейно деформируемых железобетонных плит в соответствии с учетом требований СНБ 5.03.01-02 “Бетонные и железобетонные конструкции”.

Объектом исследования диссертационной работы является прямоугольная изгибаемая пластина кусочно-постоянного сечения. Предметом исследования являются напряженно-деформированные состояния и оптимизация исследуемого объекта в линейной и нелинейной постановках задач его расчета.

При расчете приняты гипотезы теории тонких плит. Гипотеза прямых нормалей, согласно которой прямолинейный элемент, нормальный к срединной плоскости до деформации пластины остается нормальным к срединной плоскости и после деформации, а его длина не изменяется. Гипотеза о недеформируемости срединного слоя, в соответствии с которой линейные и угловые деформации срединного слоя равны нулю. Гипотеза об отсутствии нормальных напряжений на площадках, параллельных срединному слою.

Прямоугольные пластины как элементы конструкций широко применяются в строительстве в качестве плит перекрытий и покрытий. Их оптимизация существенно снизит стоимость строительных объектов.

Положения, выносимые на защиту

На защиту выносятся:

1. Метод оптимизации нелинейно деформируемых прямоугольных пластин кусочно-постоянного сечения, основанный на сокращении ресурсов проч-

ности и жесткости с последующим градиентным спуском по границе области допустимых решений, обеспечивающий достоверность результатов расчета и уменьшение стоимости плит.

2. Алгоритм и программа оптимизации прямоугольных нелинейно деформируемых пластин кусочно-постоянного сечения, которые гарантируют быструю сходимость итерационного процесса.
3. Математическая модель и алгоритм нелинейного расчета прямоугольных пластин кусочно-постоянного сечения с учетом зависимости жесткости пластины от нагрузки.
4. Конечно-элементная модель железобетонных плит, позволяющая учитывать положения и требования СНБ 5.03.01–02 “Бетонные и железобетонные конструкции”.
5. Предложение по использованию в задачах оптимизации непрерывной функции, описывающей жесткость железобетонной плиты в зависимости от изгибающего момента с учетом основных концепций СНБ 5.03.01-02 “Бетонные и железобетонные конструкции”. Разработаны алгоритм и программа для расчета и оптимизации прямоугольных железобетонных плит.

Личный вклад соискателя

Все основные результаты исследований получены автором самостоятельно. Общая концепция и направление исследований разработаны совместно с научным руководителем.

Апробация результатов диссертации

Основные положения и результаты работы были доложены, обсуждены и опубликованы в трудах следующих конференций и семинаров: международная научно-техническая конференция “Наука – образованию, производству, экономике” (Минск 2003), республиканская научно-методическая конференция “Современные проблемы обеспечения качества инженерного образования” (Минск 2003), X научно-методический межвузовский семинар “Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь” (Гомель 2003), международная научно-техническая конференция “Геотехника Беларуси: наука и практика” (Минск 2003), VIII республиканская научная конференция студентов и аспирантов “НИРС–2003” (Минск 2003), 2-я международная научно-техническая конференция “Наука – образованию, производству, экономике” (Минск 2004), 3-я международная научно-техническая конференция “Наука – образованию, производству, экономике” (Минск 2005), 4-я международная научно-техническая конференция “Наука – образованию,

производству, экономике” (Минск 2006), 5-я международная научно-техническая конференция “Наука – образованию, производству, экономике” (Минск 2007), 6-я международная научно-техническая конференция “Наука – образованию, производству, экономике” (Минск 2008), международная научно-техническая конференция “Инновационные технологии в строительстве автомобильных дорог, мостов и подготовка инженерных кадров в Республике Беларусь” (Минск 2008), 7-я международная научно-техническая конференция “Наука – образованию, производству, экономике”, два доклада (Минск 2009), 8-я международная научно-техническая конференция “Наука – образованию, производству, экономике” (Минск 2010), XVII международный научно-методический семинар “Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров” (Гродно 2010).

Опубликованность результатов диссертации

Основные положения диссертации и результаты, выносимые на рассмотрение, опубликованы в 11 печатных работах, в том числе в 3 статьях научных журналов по перечню ВАК Республики Беларусь общим объемом 1,16 авторского листа, 4 статьях сборников научных работ, 4 тезисах докладов конференций.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, общей характеристики работы, пяти глав, заключения, библиографического списка и приложений. Объем диссертации 145 страниц, в том числе 94 страницы машинописного текста; количество иллюстраций – 41 на 16 страницах, таблиц – 17 на 4 страницах, приложений – 3 на 18 страницах, наименований в списке использованных источников – 155 на 13 страницах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Первая глава посвящена анализу результатов исследований по вопросам расчета и оптимизации пластин.

Среди различных численных методов в механике сплошной среды наиболее востребованным в настоящее время является метод конечных элементов (МКЭ).

Благодаря работам Л.А. Розина, А.В. Александрова, Б.Я. Лашенникова, Н.Н. Шапошникова, А.Ф. Смирнова, В.А. Постнова и И.Я. Хархурима, А.С. Городецкого, В.И. Заворского, А.И. Лантух-Лященко, А.О. Рассказова, И.И. Соколовской, Н.А. Шульги и ряда других авторов этот метод получил развитие и

широкое распространение во всем мире, как инструмент для расчета строительных конструкций, в том числе таких элементов как плит. Многие научные исследования посвящены повышению эффективности МКЭ.

Одной из первых работ по проектированию пластин минимального веса является работа В. Прагера, опубликованная в 1955 г.

За последние десятилетия опубликовано много монографий по оптимальному проектированию конструкций, из которых отметим следующие. Общая теория оптимальных процессов рассматривается в монографиях Н.В. Баничука, А.Г. Бутковского, Ж.Л. Лионса, К.Е. Лурье, Л.С. Понтрягина, В.Г. Болтянского, Е.Ф. Мищенко и Р.В. Гамкрелидзе, А.А. Борисевича и др.

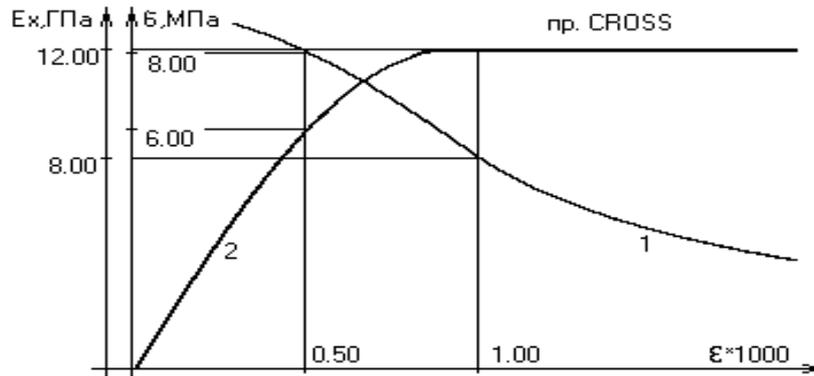
Повышение требований к качеству проектов, использование новых строительных материалов и технологий требует решения вопросов обеспечения точности расчетов и получение экономически выгодных конструкций. Следует отметить, что развитие теории оптимизации ведется по двум направлениям: применение численных методов математического программирования и классическое вариационное исчисление. На современном этапе основным является первое направление, особенно для многомерных задач. В качестве критериев принимаются: энергия упругой деформации; минимум работы внешних сил; минимум среднеквадратичного отклонения интенсивности напряжения; оптимальное распределение модулей упругости материала и др. Во многих работах оптимального проектирования критерием оптимизации является экономический: стоимость материала, масса пластины. Главным недостатком большинства предлагаемых методов оптимизации пластин является их идеализация, неучет физической нелинейности материала, отсутствие учета нормативных положений. Совершенно не рассмотрены вопросы оптимизации пластин кусочно-постоянного сечения. Это затрудняет использование существующих методов оптимизации в проектировании реальных строительных объектов.

Во **второй главе** сформулирована задача статического расчета и разработана конечно-элементная модель прямоугольной пластины с учетом нелинейного закона деформирования материала. Зависимость “напряжение-деформация” принята гиперболической, а при наличии площадки текучести – параболической более высокого порядка. Для аппроксимации опытной диаграммы деформирования материала выбран полином пятой степени

$$\sigma = p_1 \varepsilon + p_2 \varepsilon^3 + p_3 \varepsilon^5 \quad (1)$$

На рисунке 1 приведены графики зависимостей напряжения и секущего модуля упругости от деформации материала, полученные по аппроксимирующему полиному. При этом были использованы следующие числовые значения: $\varepsilon_{(1)} = 0,5 \cdot 10^{-3}$; $\sigma_{(1)} = 6,0$ МПа; $\varepsilon_{(2)} = 1,0 \cdot 10^{-3}$; $\sigma_{(2)} = 8,0$ МПа; $\varepsilon_{(3)} = 2,0 \cdot 10^{-3}$; $\sigma_{(3)} = 9,0$ МПа. Вторая точка расположена в начале площадки текучести, поэтому принято условие

$$\sigma = \sigma_y, \text{ при } \varepsilon \geq \varepsilon_2. \quad (2)$$



1 – график секущего модуля; 2 – диаграмма деформирования

Рисунок 1 – Аппроксимация диаграммы нелинейно деформируемого материала

Получена зависимость изменения упругих характеристик ортотропного материала, вызванное нелинейностью деформирования пластины, при повороте координатных осей в следующем виде:

$$E_{\eta} = \sqrt{\frac{E_1^2 E_2^2}{E_1^2 \sin^2 \alpha + E_2^2 \cos^2 \alpha}}, \quad (3)$$

где E_1 и E_2 – модули упругости по направлениям осей упругой симметрии.

Определена приведенная жесткость пластины на изгиб с учетом нелинейного распределения нормальных напряжений по высоте ее сечения. Установлена зависимость жесткостей нелинейно деформируемой пластины от нагрузки.

Для прямоугольного конечного элемента, материал которого является физически-нелинейным, построена матрица жесткости. Проведен анализ структуры матрицы жесткости отдельного конечного элемента. Приведены расчетные уравнения для формирования объединенной матрицы жесткости конечно-элементной модели пластины. Разработана процедура объединения матриц жесткости в строчном уплотненном формате. Записаны принятые в исследованиях условия закрепления пластины для случаев ее свободного края, шарнирного опирания и защемления по контуру. Приведены формулы для вычисления напряжений в сечении пластины.

Разработан алгоритм расчета нелинейно деформируемой изгибаемой прямоугольной пластины, который реализован в компьютерной программе и включает в себя следующие основные этапы:

1. Ввод исходных данных.
2. Определение жесткостей конечных элементов, считая пластину линейно деформируемой.
3. Формирование матрицы жесткости каждого конечного элемента.

4. Формирование объединенной матрицы жесткости конечно-элементной модели и вектора узловых сил, соответствующего части расчетной нагрузки $F = \omega F_u$.
5. Решение системы разрешающих уравнений $K^* \vec{q}^* = \vec{F}^*$ методом Гаусса – определение вектора неизвестных узловых перемещений.
6. Вычисление кривизны χ , деформации ε и модулей упругости E_1, E_2 для каждого конечного элемента.
7. Определение коэффициентов жесткостей каждого конечного элемента, используя послойное суммирование:

$$D_1 = \sum_{k=1}^{n/2} 2k-1 \frac{\Delta h^3 E_{1k}}{2(1-\nu_{12}\nu_{21})}; \quad D_2 = \sum_{k=1}^{n/2} 2k-1 \frac{\Delta h^3 E_{2k}}{2(1-\nu_{12}\nu_{21})}; \quad D_3 = \sum_{k=1}^{n/2} 2k-1 \frac{\Delta h^3 G_k}{2(1-\nu_{12}\nu_{21})},$$

где D_1, D_2, D_3 – коэффициенты жесткостей пластины; n – количество слоев по высоте пластины; Δh – толщина слоя пластины.

8. Корректировка коэффициентов жесткостей каждого конечного элемента экстраполяцией по заданной гиперболической зависимости $D(F)$, при нагрузке равной расчетной $F = F_u$.
9. Выполнение п.3 – п.6 при расчетной нагрузке $F = F_u$.
10. Вычисление изгибающих и крутящих моментов в каждом конечном элементе:

$$M_x = D_1 \chi_x + \nu_{21} D_1 \chi_y; \quad M_y = \nu_{12} D_2 \chi_x + D_2 \chi_y; \quad M_{xy} = D_3 \chi_{xy}.$$

11. Вычисление напряжений в каждом конечном элементе:

$$\sigma_x = -\frac{zE_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \chi_x + \nu_{21} \chi_y; \quad \sigma_y = -\frac{zE_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \nu_{12} \chi_x + \chi_y; \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = -2zG \chi_{xy}.$$

12. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока отличие максимальных моментов в предыдущей и последующей итерациях не будет меньше заданной допускаемой величины.

Третья глава посвящена оценке точности численного решения для линейно и нелинейно деформируемой пластины. Результаты аналогичных исследований для сравнения в опубликованной литературе отсутствуют.

Представление о точности полученного решения, а также о величине отклонения от точного решения можно установить одним из способов: сравнением численного решения с решением в рядах; сравнением численного решения с решением, найденным экстраполяцией результатов, полученных на сетках с различным числом конечных элементов.

В настоящей работе в большей мере используется второй способ, поскольку не для всех поставленных задач возможно найти аналогичную задачу, имеющую аналитическое решение.

Проведен анализ результатов численного решения для прямоугольных изгибаемых пластин и дана оценка точности решения. Выполнено сравнение результатов расчета, полученных методом конечных элементов, с результатами,

полученными решением в рядах. Установлено, что отличие в прогибах, изгибающих моментах не превышает 1,06 %.

Выполнены расчеты пластины при различной сгущенности конечно-элементной сетки. Установлено, что при сгущении конечно-элементной сетки максимальный прогиб пластины увеличивается, экспоненциально стремясь к пределу, который равен максимальному прогибу, полученному при расчете в рядах. Аналогичная закономерность наблюдается и для изгибающих моментов.

Для подтверждения корректности разработанного нами алгоритма выполнен расчет прямоугольной плиты с отверстием, подкрепленным ребрами жесткости. Решение получено по авторской программе *CROSS* и по программе *SCAD*. Сравнение результатов показало, что отличие прогибов и изгибающих моментов незначительно и не превышает 1,8 %.

Анализ результатов расчета нелинейно деформируемой плиты кусочно-постоянного сечения, полученных с помощью авторской программы *CROSS* показал, что процесс расчета устойчив и быстро сходится. Установлено, что учет нелинейности деформирования материала пластины оказывает влияние на величину прогибов и изгибающих моментов. Так, в нелинейно деформируемой пластине максимальные прогибы больше, чем в линейно деформируемой, а изгибающие моменты меньше (рисунок 2).

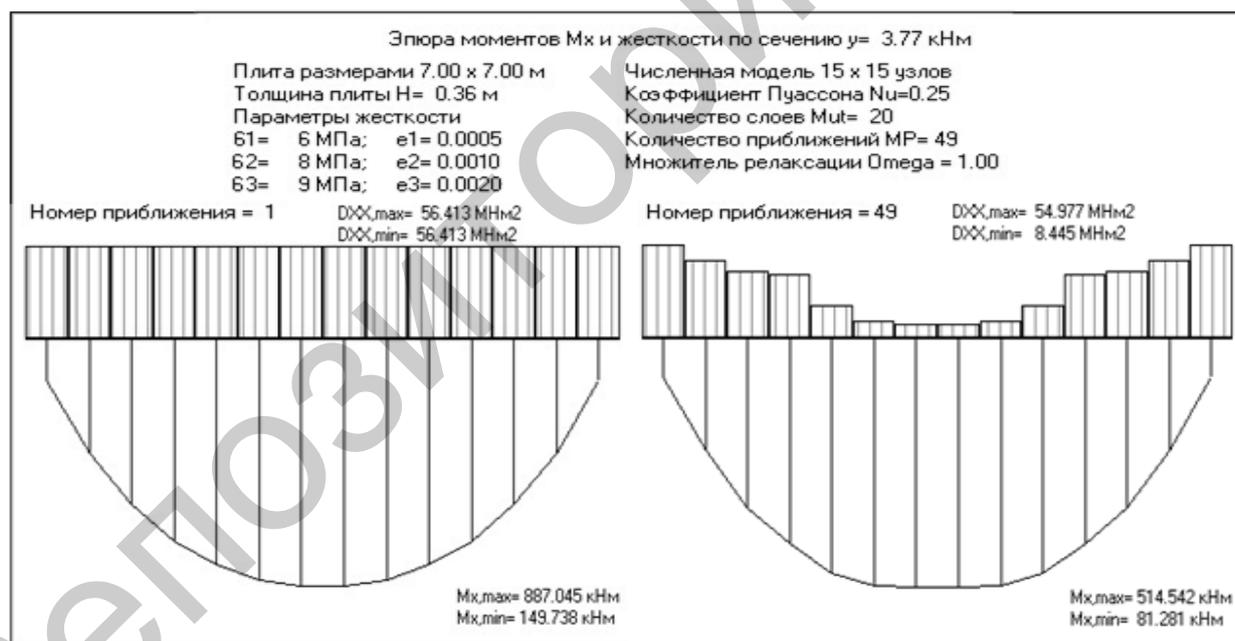


Рисунок 2 – Эпюры изгибающих моментов M_x (ниже линии отсчета) и распределения жесткости пластины (выше линии отсчета) после выполнения 1-го приближения (линейный расчет, слева) и 49-го приближения (нелинейный расчет, справа)

Приведены результаты исследования влияния физической нелинейности пластин на прогибы и характер распределения внутренних сил в них. Увеличение нагрузки на нелинейно деформируемую пластину для принятой зависимости “напряжение-деформация” приводит к значительному росту прогибов по

прогрессирующему закону и к увеличению максимального изгибающего момента по затухающему закону, имеющему конечный предел.

Четвертая глава содержит постановку задачи, описание предложенного нами в диссертационной работе метода оптимизации прямоугольных нелинейно деформируемых пластин кусочно-постоянного сечения. Приводится описание основных концепций метода, теория расчета, алгоритм расчета и примеры.

Постановка задачи: рассмотрена прямоугольная нелинейно деформируемая пластина, разделенная в плане на n прямоугольных частей, каждая из которой отличается только своей толщиной, но изначально одинаковые по упругим свойствам. Параметрами оптимизации являются толщины частей пластины $\{x_i\}$. Считая, что стоимость пластины связана с ее объемом линейной зависимостью через константу (коэффициент стоимости) в дальнейшем, чтобы не загромождать выкладки, в качестве целевой функции принят объем пластинки $V \vec{X}$. На параметрах оптимизации построено многомерное пространство R^n , в пределах которого определяется минимум целевой функции

$$V \vec{X} \rightarrow \min, \quad \vec{X} \in R^n, \quad (4)$$

где $\vec{X} = x_1, x_2, \dots, x_n^T$ – вектор (точка) n – мерного пространства R^n .

Параметры оптимизации ограничены конструктивно:

$$x_{adm} \leq x_i \leq x_{max}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

Кроме того, поставлены ограничения, выражающие условие прочности и условия жесткости:

$$R - \sigma_{max} \geq 0, \quad w_{adm} - w_{max} \geq 0. \quad (6)$$

Рассматривается задача оптимизации с неявно заданной формой ограничений.

Для определения минимума целевой функции $V \vec{X}$, если точка поиска $\{x_i\}$ расположена далеко от границы области допустимых решений, следует двигаться по направлению ее антиградиента. Что же касается шага поиска, то для однозначного его определения информации о переменных проектирования и переменных состояния только в текущей точке поиска недостаточно. В данном случае следует использовать соответствующую информацию предыдущих приближений или в дополнительных точках. Это и было использовано нами при разработке и реализации метода сокращения ресурсов по ограничениям, смысл которого заключался в том, что перед тем как совершить очередной шаг поиска оценивается удаленность границы. Шаг устанавливается с некоторым запасом, учитывающим нелинейность зависимостей, заложенных в условиях ограничений.

Удачный или неудачный выбор шага поиска оптимального решения при значительном удалении точки поиска от границы определяет лишь эффективность метода, но он всегда обеспечивает прогресс поиска. Если точка поиска достигла границы, то для продолжения поиска оптимального решения следует осуществлять движение вдоль границы. В этом случае нами предлагается вести поиск оптимального решения методом градиентного спуска с проецированием на границу области допускаемых решений.

Разработан эффективный алгоритм оптимизации прямоугольных нелинейно деформируемых пластин кусочно-постоянного сечения, который включает в себя следующие основные этапы:

1. Назначение стартовой точки поиска оптимального решения.
2. Построение базовых точек в окрестности текущей точки поиска.
3. Статический расчет нелинейно деформируемой пластины и определение значений функций V , σ , w в стартовой и базовых точках.
4. Функции, описывающие w , σ , V , в малой окрестности текущей точки могут быть представлены гиперплоскостями в пространстве R^n и записаны в виде линейных зависимостей от параметров оптимизации x_i . Для определения неизвестных w_i , s_i , v_i составляются системы уравнений.

Решение систем уравнений, составленных по координатам базовых точек и по значениям функций, описывающих ограничения w , σ , V :

$$w_j = w_0 + \sum_{i=1}^n w_i x_{i j}, ; \quad \sigma_j = s_0 + \sum_{i=1}^n s_i x_{i j}, ; \quad V_j = v_0 + \sum_{i=1}^n v_i x_{i j},$$

где i – номер параметра оптимизации, j – номер базовой точки.

5. Определение параметров точки поиска по ресурсам прочности, жесткости и из конструктивных соображений:

$$x_k^z = \min \begin{cases} x_k^0 - \omega (x_k^0 - x_{kadm}) ; \\ x_k^0 - \omega \left(\frac{w_{adm} - w_0}{w_s - w_0} \right) (x_k^0 - x_k^s) ; \\ x_k^0 - \omega \left(\frac{R - \sigma_0}{\sigma_s - \sigma_0} \right) (x_k^0 - x_k^s) , \end{cases}$$

где x_k^z – прогнозируемый параметр оптимизации;

x_k^0 , x_k^s – параметры оптимизации в центральной и базовой точке;

ω – множитель релаксации $0 < \omega \leq 1$;

x_{kadm} – минимально допустимая толщина;

w_{adm} – допустимый прогиб пластины;

w_0 , w_s – прогиб пластины в центральной и базовой точке;

R – расчетное сопротивление материала;

σ_0, σ_s – максимальное напряжение в пластине, соответствующее центральной и базовой точке;

s, k – номер базовой точки, номер параметра оптимизации.

6. Определение шага для перехода к очередному приближению и размещение точки поиска в новое положение

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_k^z - x_k^0{}^2}.$$

7. Если ограничения по прочности, жесткости и конструктивные выполняются, то управление передается в п. 2, если нет – п.8.
8. Статический расчет нелинейно деформируемой пластины и определение значений функций σ, w в текущей точке и в базовых точках, удаленных от текущей точки на шаг равный Δs .
9. Решение систем уравнений, описывающих границы области допустимых решений как гиперплоскости в n -мерном пространстве в малой окрестности текущей точки:

$$\varepsilon_j = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_{i(j)}, \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

10. Определение положения следующей точки поиска оптимального решения по антиградиенту целевой функции.
11. Определение положения нормалей к гиперплоскостям ограничений.
12. Определение проекций планируемой точки поиска оптимального решения на гиперплоскости и вычисление значения целевой функции в этих точках.
13. Движение по границе области допустимых решений (п.10-12) до тех пор, пока не будет найден минимум целевой функции (оптимальное решение).
14. Найденное решение дает в общем случае локальный минимум. Для уточнения решения следует, как показала практика расчетов, выполнить поиск оптимального решения для случая 3 – 4 стартовых точек.

На основе алгоритма составлена программа и выполнены расчеты для линейно и нелинейно деформируемых пластин. Анализ результатов оптимизации показал, что разработанный алгоритм и программа обеспечивают быструю сходимость решения для случая задачи с большим числом параметров оптимизации.

В диссертации рассмотрены примеры расчета и оптимизации пластин. Изложим один из них: пластина разделена на три части, крайние из которых имеют толщину x_1 , а средняя – x_2 , и загружена одной сосредоточенной силой $F = 1000$ кН, приложенной в центре пластины. Были приняты следующие исходные данные:

– изменение модуля упругости материала выражается зависимостью:

$$E = \frac{A}{2\sqrt{\left(\frac{A}{2E_0}\right)^2 + A\varepsilon}},$$

где A – коэффициент, равный:

$$A = \frac{4E_0^2 E_1^2 \varepsilon_1}{E_0^2 - E_1^2};$$

- начальный модуль упругости материала пластины $E_0 = 20$ ГПа;
- модуль упругости материала пластины при относительной деформации $\varepsilon_1 = 4 \times 10^{-3}$ принят равным $E_1 = 5$ ГПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0,18$;
- размеры пластины в плане $L \times B = 6 \times 6$ м;
- допускаемый прогиб $w_{adm} = 2,20$ см;
- расчетное сопротивление $R = 7,0$ МПа;
- координаты стартовой точки $x_1 = 40$ см и $x_2 = 40$ см.

Результаты оптимизации: толщина крайних частей пластины $x_1 = 17$ см, толщина средней части пластины $x_2 = 33$ см, объем пластины составил $V = 8,0$ м³, максимальный прогиб и максимальное нормальное напряжение появляются в центре пластины и, соответственно, равны $w_{max} = 2,20$ см и $\sigma = 6,83$ МПа.

Трасса поиска оптимального решения для нелинейно деформируемой пластины показана на рисунке 3.

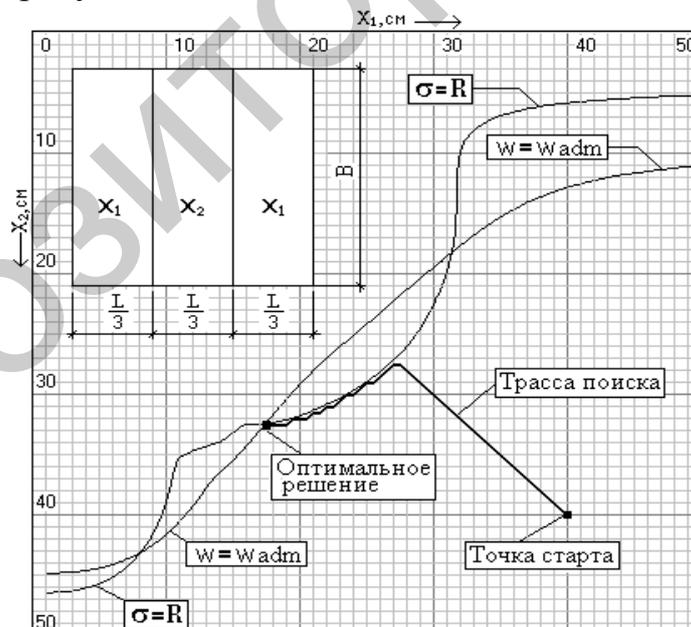


Рисунок 3 – Результаты сканирования и трасса поиска оптимального решения для нелинейно деформируемой шарнирно опертой по контуру квадратной пластины кусочно-постоянного сечения

Для сравнения выполнен расчет и получены результаты оптимизации линейно-деформируемой пластины при модуле упругости материала $E = 20$ ГПа.

Объем пластины составил $V = 8,6 \text{ м}^3$, максимальный прогиб – $w_{\max} = 1,19 \text{ см}$, среднее максимальное напряжение – $\sigma = 6,97 \text{ МПа}$.

Как следует из приведенных результатов расчета, учет нелинейности деформирования материала приводит к уменьшению объема пластины на 8 %. Жесткость линейно деформируемой пластины оказывается больше, чем нелинейно деформируемой. Кроме того, пластины в обоих решениях заметно отличаются своей толщиной. Для линейно деформируемой пластины получена оптимальная толщина $x_1 = 15 \text{ см}$, $x_2 = 41,5 \text{ см}$, а для нелинейно деформируемой – $x_1 = 17 \text{ см}$, $x_2 = 33 \text{ см}$.

В пятой главе выполнен анализ изгибаемых железобетонных плит по прочности, жесткости и ширине раскрытия трещин в соответствии с требованиями СНБ 5.03.01-02 “Бетонные и железобетонные конструкции” на основании главы 2.

Жесткость плиты, согласно СНБ 5.03.01-02 “Бетонные и железобетонные конструкции”, при изгибающих моментах, меньших M_{cr} не изменяется (как у линейно деформируемых тел), а при моментах больших, чем M_{cr} , изменяется по гиперболическому закону

$$B = \begin{cases} \frac{E_{c,eff} I_{II}}{1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_{sd}} \right)^2 \left(1 - \frac{I_{II}}{I_I} \right)}, & \text{при } M_{sd} > M_{cr}; \\ E_{c,eff} I_I, & \text{при } M_{sd} \leq M_{cr}. \end{cases} \quad (6)$$

При условии $M_{sd} = M_{cr}$ наблюдается скачок, что усложняет получение точного решения задачи в нелинейной постановке. Поэтому нами предлагается представить функцию аппроксимации жесткости железобетонного элемента при $M_{sd} \leq M_{cr}$ в виде

$$B_0 + \frac{3 B_{cr} - B_0 - M_{cr} C}{M_{cr}^2} M^2 + \frac{M_{cr} C - 2 B_{cr} - B_0}{M_{cr}^3} M^3, \quad (7)$$

где B_0 – жесткость при нулевом изгибающем моменте;

B_{cr} – жесткость при моменте равном моменту образования трещин;

M_{cr} – изгибающий момент, соответствующий образованию трещин;

C – производная функции жесткости при $M = M_{cr}$;

M – расчетный изгибающий момент в сечении плиты от нагрузки, обозначаемый в СНБ как M_{sd} .

Принятая функция аппроксимации обеспечивают непрерывность закона изменения жесткости и устойчивость численного решения для задачи оптимизации нелинейно деформируемой железобетонной плиты.

Разработан алгоритм оптимизации железобетонных плит кусочно-постоянного сечения методом сокращения ресурсов с проецированием точки поиска на границу области допустимых решений. Решены примеры оптимизации прямоугольных железобетонных плит и получены трассы поиска оптимального решения.

О распределении изгибающих моментов можно судить по карте изолиний (рисунок 4), построенной с помощью авторской программы *STURM*, для одного из примеров расчета и оптимизации прямоугольной железобетонной плиты, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой.

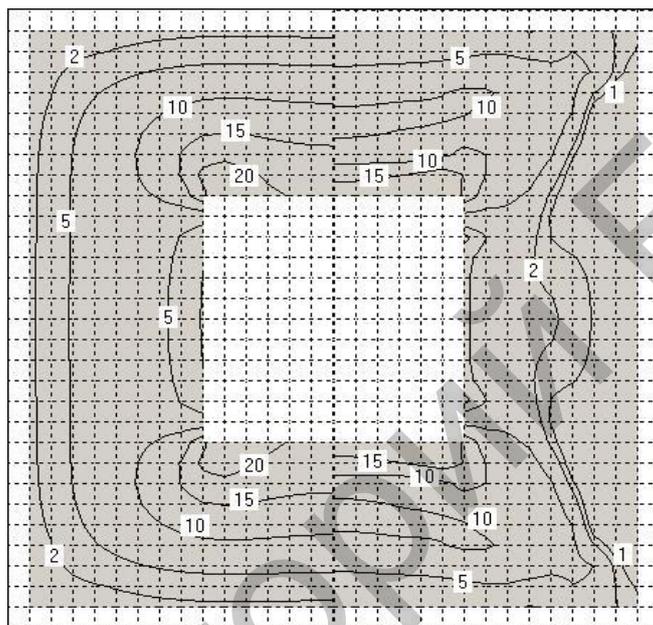


Рисунок 4 – Карта изолиний изгибающих моментов M_x (кНм/м) для линейно (слева) и нелинейно (справа) деформируемой оптимальной железобетонной плиты

Проведены исследования результатов оптимизации железобетонной плиты. По результатам анализа установлено, что с увеличением количества итераций прогибы плиты увеличиваются по затухающему закону и стремятся к некоторому конечному пределу, а максимальные изгибающие моменты практически остаются неизменным.

В приложения включены подробные выводы некоторых теоретических положений диссертации, а также документы внедрения результатов научных исследований в практику проектирования и в учебный процесс.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

Обеспечение надежности и высокого качества строительства при экономии расходов строительных материалов и энергоносителей было и остается акту-

альной проблемой экономики Республики Беларусь. При решении этой проблемы решающее значение имеют совершенствование методов проектирования с использованием оптимизации конструкций и внедрение последних научных достижений в практику проектирования. Обзор литературных источников показал, что главными недостатками большинства предлагаемых методов оптимизации пластин является идеализация их расчетных моделей и отсутствие учета нормативных положений, что осложняет применение их в реальном проектировании. Совершенно не рассмотрены вопросы оптимизации пластин кусочно-постоянного сечения. В связи с этим в диссертации были решены задачи по разработке эффективной конечно-элементной модели расчета с учетом физической нелинейности материала и эффективного метода оптимизации нелинейно-деформируемой пластины кусочно-постоянного сечения.

Для учета нелинейности материалов приняты зависимости “напряжение-деформация”, описываемые гиперболической функцией и полиномом пятой степени как наиболее близкие к реальным [7]. Показана природа ортотропии в нелинейно-упругих изгибаемых пластинах, а также описана зависимость изменения упругих характеристик ортотропного материала в условиях плоского напряженного состояния при повороте осей координат. Приведены основные уравнения для изгибаемой ортотропной нелинейно-деформируемой пластины [4].

Основные научные результаты диссертации сводятся к следующему:

1. Разработана методика расчета и оптимизации прямоугольных пластин кусочно-постоянного сечения, включающая:

– метод оптимизации нелинейно деформируемых прямоугольных пластин кусочно-постоянного сечения;

– алгоритм и программу оптимизации прямоугольной линейно и нелинейно деформируемых пластин кусочно-постоянного сечения, обеспечивающие быструю сходимость итерационного процесса [1, 5]. Учет нелинейности деформирования материала при расчете пластины оказывает существенное влияние на ее толщину и, следовательно, объем [7]. При значительном удалении точки поиска оптимального решения от границы наиболее эффективным является метод сокращения ресурсов прочности и жесткости [9]. Проблема направления поиска и шага вблизи границ решается методом градиентного спуска с проецированием точки поиска на границу области допустимых решений [1, 8, 11]. Показано, что каждый из выше указанных методов эффективен в определенных условиях;

– алгоритм и программу статического расчета нелинейно деформируемых пластин. Установлена зависимость жесткости нелинейно деформируемой пластины от нагрузки [4]. Определена приведенная жесткость пластины на изгиб с учетом нелинейного распределения нормальных напряжений по высоте ее сечения. Анализ результатов численного эксперимента показал, что процесс расчета устойчив и быстро сходится;

– алгоритм определения узловых перемещений с учетом процедуры объединения матриц жесткостей конечных элементов в строчном уплотненном формате [1].

2. Выполнено сравнение результатов, полученных расчетом по методу конечных элементов, с результатами, полученными решением в рядах. При сгущении конечно-элементной сетки максимальный прогиб пластины увеличивается, экспоненциально стремясь к пределу, который равен максимальному прогибу, полученному при расчете в рядах. Аналогичная закономерность наблюдается и для изгибающих моментов [4, 5].

3. С учетом положений СНБ 5.03.01–02 “Бетонные и железобетонные конструкции” разработан алгоритм и программа для расчета и оптимизации прямоугольной железобетонной плиты [2]. Проведен анализ зависимости ширины раскрытия трещин от величины изгибающего момента.

Предложена непрерывная на всем интервале изменения изгибающего момента функция для аппроксимации жесткости плиты от изгибающего момента [3], отвечающая основным концепциям СНБ 5.03.01–02 “Бетонные и железобетонные конструкции”. Для статического расчета нелинейно деформируемой плиты использован метод простой итерации с релаксацией приближений. Для повышения точности решения определяется оптимальный множитель релаксации.

4. Решены примеры оптимизации прямоугольных железобетонных плит методом сокращения ресурсов с проецированием точки поиска на границу области допустимых решений [2, 3, 6, 10]. Получены траектории поиска оптимального решения.

Рекомендации по практическому применению

Результаты проведенных исследований, разработанные метод, алгоритм и компьютерные программы по оптимизации нелинейно деформируемых пластин кусочно-постоянного сечения могут быть использованы при проектировании плит покрытий и перекрытий промышленных и гражданских зданий и сооружений.

Перспективой дальнейшего развития данного научного исследования может быть изучение особенностей нелинейного деформирования пластин на деформируемом основании и применение разработанной методики для их оптимизационных расчетов.

Результаты научных исследований и компьютерные программы использовались в учебном процессе при изучении курса “Соппротивление материалов и теория упругости” и внедрены в практику проектирования.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

Статьи в научных журналах в соответствии с перечнем ВАК Республики Беларусь

1. Вербицкая, О.Л. Алгоритм оптимизации прямоугольных пластинок методом градиентного спуска с навигацией направления поиска вблизи границ / О.Л. Вербицкая // Вестник Белорус. нац. техн. ун-та. – 2004. – № 2. – С. 15–20.
2. Вербицкая, О.Л. Оптимизация железобетонной ребристой плиты с коррекцией направления поиска методом проекций на границу / О.Л. Вербицкая // Автомобильные дороги и мосты. – 2009. – № 1. – С. 65–70.
3. Вербицкая, О.Л. Численное моделирование железобетонных плит с учетом положений строительных норм Республики Беларусь / О.Л. Вербицкая // Строительная наука и техника. – 2009. – № 5 (26). – С. 31–34.

Статьи в сборниках научных трудов

4. Вербицкая, О.Л. Исследование напряженно-деформированного состояния нелинейно-деформируемой шарнирно-опертой по контуру прямоугольной пластины / О.Л. Вербицкая // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров РБ: междунар. сб. науч. тр. / Бел. гос. ун-т транс. ; под ред. И.А. Кудрявцева. – Гомель, 2005. – С. 50–53.
5. Борисевич, А.А. Алгоритм и программа расчета нелинейно-деформируемой шарнирно-опертой по контуру прямоугольной пластины / А.А. Борисевич, О.Л. Вербицкая // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров РБ : междунар. сб. науч. тр. / Бел. гос. ун-т трансп. ; под ред. И.А. Кудрявцева. – Гомель, 2005. – С. 27–30.
6. Вербицкая, О.Л. Оптимизация нелинейно деформируемой ребристой плиты с учетом строительных норм Республики Беларусь / О.Л. Вербицкая // Инновационные технологии в строительстве автомобильных дорог, мостов и подготовке инженерных кадров в РБ : материалы междунар. науч.-техн. конф., Минск, 7–9 декабря 2008 г. / Белорус. нац. техн. ун-т ; редкол. : И.Н. Леонович [и др.] . – Минск, 2008. – С. 143–148.
7. Вербицкая, О.Л. Результаты оптимизации нелинейно деформируемой прямоугольной пластины / О.Л. Вербицкая // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров РБ: XVII междунар. науч.-мет. семинар / Грод. гос. ун-т им. Я. Купалы ; редкол.: Т.М. Пецольд (отв. ред. Е.А. Ровба) [и др.] . – Гродно, 2010. – С. 35–38.

Тезисы докладов конференций

8. Вербицкая, О.Л. Оптимизация прямоугольной пластинки методом градиентного спуска с навигацией направления поиска вблизи границ / О.Л. Вербицкая // Наука — образованию, производству, экономике : рефераты докладов международной научно-технической конференции, Минск, 4–7 фев. 2003 г. : в 3 т. / Белорус. нац. техн. ун-т ; редкол. : Б.М. Хрусталеv [и др.] . – Минск, 2003. – Т. 2. – С. 10.
9. Вербицкая, О.Л. Оптимизация нелинейно деформируемой пластины с выбором шага по ресурсам ограничений / О.Л. Вербицкая // НИРС-2003: тезисы докладов VIII республиканской науч.-техн. конф. студентов и аспирантов, Минск, 9–10 дек. 2003 г. : в 7 ч. / Белорус. нац. техн. ун-т ; редкол. : Б.М. Хрусталеv [и др.] . – Минск, 2003. – Ч. 4. – С. 64.
10. Вербицкая, О.Л. Оптимизация нелинейно деформируемой плиты кусочно-постоянного сечения, ослабленной отверстием / О.Л. Вербицкая // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 6 междунар. науч.-техн. конф., Минск, май 2008 г. : в 3 т. / Белорус. нац. техн. ун-т ; редкол. : Б.М. Хрусталеv [и др.] . – Минск, 2008. – Т. 2. – С. 42.
11. Вербицкая, О.Л. Результаты оптимизации прямоугольной плиты на упругом основании, подкрепленной двумя ребрами жесткости / О.Л. Вербицкая // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 7 междунар. науч.-техн. конф., Минск, май 2009 г. : в 3 т. / Белорус. нац. техн. ун-т; редкол. : Б.М. Хрусталеv [и др.] . – Минск, 2009. – Т. 2. – С. 70.

РЭЗІЮМЭ

Вярбіцкая Вольга Леанідаўна

Аптымізацыя фізічна-нелінейных прамавугольных пласцін кавалкава-пастаяннага сячэння

Ключавыя словы: прамавугольная пласціна, аптымізацыя, трываласць, жорсткасць, нелінейная дыяграма дэфармавання, разліковая мадэль.

Аб'ект даследавання: прамавугольная нелінейна дэфармаваная выгінаемая пласціна кавалкава-пастаяннага сячэння.

Мэтай працы з'яўляецца распрацоўка метадыкі аптымізацыі нелінейна дэфармаванай пласціны кавалкава-пастаяннага сячэння.

Для дасягнення пастаўленай мэты распрацаваны эфектыўны метады аптымізацыі выгінаемых нелінейна дэфармаваных пласцін кавалкава-пастаяннага сячэння, складзены алгарытмы разліку, а таксама прапанаваны рэкамендацыі для пабудовы разліковых мадэляў нелінейна дэфармаваных жалезабетонных пліт у адпаведнасці з улікам патрабаванняў БНБ 5.03.01-02 “Бетонныя і жалезабетонныя канструкцыі”.

Выкананы разлікі і атрыманы вынікі для лінейна і нелінейна дэфармаваных пласцін. Аналіз вынікаў аптымізацыі паказаў, што распрацаваныя алгарытмы і праграма забяспечваюць хуткую збежнасць і адназначнасць рашэння для выпадку задачы з вялікім лікам параметраў аптымізацыі.

Распрацаваныя метады і алгарытмы па аптымізацыі нелінейна дэфармаваных пласцін кавалкава-пастаяннага сячэння могуць быць выкарыстаны пры праектаванні пліт пакрыццяў і перакрыццяў прамысловых і грамадзянскіх будынкаў і збудаванняў.

РЕЗЮМЕ

Вербицкая Ольга Леонидовна

Оптимизация физически нелинейных прямоугольных пластин кусочно-постоянного сечения

Ключевые слова: прямоугольная пластина, оптимизация, прочность, жесткость, нелинейная диаграмма деформирования, расчетная модель.

Объект исследования: прямоугольная нелинейно деформируемая изгибаемая пластина кусочно-постоянного сечения.

Целью работы является разработка методики оптимизации нелинейно деформируемой пластины кусочно-постоянного сечения.

Для достижения поставленной цели разработан эффективный метод оптимизации изгибаемых нелинейно деформируемых пластин кусочно-постоянного сечения, составлен алгоритм расчета, а также предложены рекомендации для построения численных моделей нелинейно деформируемых железобетонных плит в соответствии с учетом требований СНБ 5.03.01-02 “Бетонные и железобетонные конструкции”.

Выполнены расчеты и получены результаты для линейно и нелинейно деформируемых пластин. Анализ результатов оптимизации показал, что разработанные алгоритм и программа обеспечивают быструю сходимость и однозначность решения для случая задачи с большим числом параметров оптимизации.

Разработанные метод и алгоритм оптимизации нелинейно деформируемых пластин кусочно-постоянного сечения могут быть использованы при проектировании плит покрытий и перекрытий промышленных и гражданских зданий и сооружений.

SUMMARY

Verbitskaya Olga

Optimization of a physically nonlinear rectangular plates piecewise constant cross-section

Keywords: rectangular plate, optimization, strength, stiffness, nonlinear strain diagram, the calculation model.

Object of study: rectangular nonlinearly deformable plate bends piecewise constant cross-section.

The aim is to develop a method for optimization of nonlinear deformable plates of piecewise constant cross section.

To achieve this goal developed an effective method for optimizing nonlinear deformable curved plates of piecewise constant cross-section, an algorithm of calculation, and proposed recommendations for the construction of numerical models of nonlinearly deformable concrete slabs in accordance with the requirements of SNB 5.03.01-02 "Concrete and reinforced concrete structures".

The calculations and the results for linear and non-deformable plates. Analysis of optimization results showed that the algorithms and programs provide the fast convergence and uniqueness of solutions for the case of a large number of optimization parameters.

Methods and algorithms for optimization of nonlinear deformed plates of piecewise constant cross-section can be used in the design of roof slabs and slabs of industrial and civil buildings.