

**ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ  
СИСТЕМ АВТОМОБИЛЕЙ**

**Минск БГПА 2001**

# **ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ АВТОМОБИЛЕЙ**

**Под редакцией Л.А. Молибошко**

**Допущено Министерством образования Республики Беларусь  
в качестве учебного пособия для студентов специальности  
«Автомобили» высших учебных заведений**

**Минск БГПА 2001**

ББК 39.33я7  
Т 33  
УДК 629.113-52(075.8)

Авторы:

Л.А. Молибошко, В.Г. Иванов, О.С. Руктешель, В.М. Беляев

Рецензенты:

кафедра «Тракторы и автомобили» БАТУ;  
д-р техн. наук Л.Г. Красневский

**Молибошко Л.А.**

Т 33 Теория автоматических систем. Учебное пособие / Л.А. Молибошко,  
В.Г. Иванов, О.С. Руктешель, В.М. Беляев; Под ред. Л.А. Молибошко.-  
Мн.: БГПА, 2001. – 121 с.: ил.

Пособие предназначено для изучения студентами дисциплины "Теория автоматических систем автомобилей" и приобретения ими практических навыков расчета автоматических систем автомобилей. Содержит программу, теоретические основы дисциплины, контрольные задания и методические указания для их выполнения. Предназначено для студентов высших учебных заведений специальности "Автомобили".

**ББК 39.33я7**

УДК 629.113-52(075.8)

© Молибошко Л.А., Иванов В.Г.,  
Руктешель О.С., Беляев В.М.,  
2001.

## Содержание

1. ВВЕДЕНИЕ.....	6
2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	7
2.1. Содержание учебных занятий.....	7
2.2. Контрольное задание .....	10
2.3. Литература.....	11
3. ОСНОВЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ .....	12
3.1. Общие сведения об автоматических системах.....	12
3.2. Пример автоматической системы автомобиля (антиблокировочная система).....	17
3.3. Статические характеристики САР.....	23
3.4. Линеаризация нелинейных уравнений.....	29
3.5. Передаточные функции.....	30
3.6. Частотные характеристики.....	32
3.7. Устойчивость САР.....	35
3.8. Переходные процессы САР.....	40
3.9. Показатели качества САР.....	45
3.10. Динамическая точность САР.....	47
4. АВТОМАТИКА В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ АВТОМОБИЛЯ.....	57
4.1 Автоматизация управления сцеплением.....	57
4.2. Автоматизация переключения передач.....	63
4.3. Автоматическое управление антиблокировочной системой автомобиля.....	71
5. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ.....	81
5.1. Задание № 1. Расчет САР с заданной структурой.....	81

5.2.Задание № 2. САР частоты вращения коленчатого вала двигателя .....	87
5.3. Задание № 3. Сцепление автомобиля с пневмоусилителем.....	93
5.4.Задание № 4. Рулевое управление автомобиля с гидроусилителем .....	99
5.5. Задание № 5. Регулятор давления воздуха в тормозной системе .....	109
5.6.Задание № 6. Гидравлическая антиблокировочная система с двухфазным алгоритмом.....	113
6. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНОГО ЗАДАНИЯ.....	119
7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.....	120

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В соответствии с квалификационной характеристикой специальности Т.04.06.00 – "Автомобили" специалист должен знать основы теории автоматического управления и проектирования автоматических систем автомобиля. Автоматизация управления автомобилем в настоящее время приобретает все большую актуальность. Она позволяет увеличить производительность автомобиля, уменьшить расход топлива, улучшить условия работы и увеличить безопасность движения.

В результате изучения дисциплины будущий специалист должен: научиться проектировать автоматические системы автомобилей; уметь делать статические и динамические расчеты с целью нахождения и оптимизации их характеристик; знать перспективы развития автоматических систем регулирования и управления, в том числе с использованием электронной и микропроцессорной техники.

Для изучения дисциплины "Теория автоматических систем автомобилей" студент должен освоить следующие общетехнические и специальные дисциплины: высшую математику, теоретическую механику, гидравлику, гидравлические машины и гидропривод, материаловедение, электротехнику и электронику, физику, вычислительную технику и программирование, компьютерные модели автомобилей, проектирование автомобиля.

Знания, полученные при изучении дисциплины, используются студентом при выполнении курсовых и расчетно-графических работ и проектов, в том числе при выполнении дипломного проекта.

## **2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **2.1. Содержание учебных занятий**

#### **2.1.1. Введение**

Цели и задачи дисциплины. Роль автоматизации в управлении автомобилем. Задачи конструктора в области улучшения работы водителей, повышения экономичности, производительности, технического уровня автомобиля. Автоматизация систем управления и экология. Техника безопасности при эксплуатации автоматических систем.

#### **2.1.2. Общие сведения об автоматических системах**

Принципы действия автоматических систем. Регулирование по разомкнутому и замкнутому циклам. Основные и дополнительные обратные связи. Управляющие и возмущающие воздействия. Классификация автоматических систем: системы прямого и непрямого действия, статические и астатические системы, прерывного и непрерывного действия. Представление автоматической системы в виде функциональной схемы. Примеры автомобильных автоматических систем.

#### **2.1.3. Статический расчет автоматических систем**

Постановка задачи и методы исследования. Подготовка исходного материала. Статическая характеристика элемента, коэффициент передачи. Статические характеристики систем с различными видами соединения элементов. Расчет статической характеристики системы по статическим характеристикам ее элементов.

#### **2.1.4. Методы описания динамических свойств автоматических систем**

Понятие о линейных и нелинейных системах. Линейные и нелинейные уравнения движения. Линеаризация нелинейных уравнений.

Преобразование Лапласа. Передаточные функции элемента и системы. Свойства передаточных функций. Частотные характеристики элемента и системы. Методы нахождения частотных характеристик. Связь между передаточной функцией и частотными характеристиками. Частотные характеристики типовых звеньев автоматических систем.

#### 2.1.5. Устойчивость автоматических систем

Общие сведения об устойчивости систем. Принцип устойчивости по Ляпунову. Методы расчета устойчивости автоматических систем. Алгебраические и частотные критерии устойчивости.

#### 2.1.6. Анализ качества автоматических систем

Основные показатели качества. Переходные функции и методы ее нахождения. Косвенные методы оценки качества. Метод корней характеристического уравнения. Интегральные и частотные методы. Использование ЭВМ при анализе качества автоматической системы. Динамическая точность САР.

#### 2.1.7. Динамика систем автоматического регулирования

Постановка задачи. Системы первого порядка: уравнения движения, передаточные и переходные функции, частотные характеристики. Системы второго порядка: математическое описание, анализ системы. Системы третьего порядка: математическое описание, динамические и частотные характеристики, влияние параметров системы на устойчивость и показатели качества. Решение задач динамики на ЭВМ.

#### 2.1.8. Элементы автоматических систем

Чувствительные элементы и датчики: общие сведения, классификация и оценочные параметры. Датчики перемещения, скорости,

давления, тензометрические датчики. Усилительные и исполнительные элементы: общие сведения. Гидравлические, пневматические, электрические, электронные, магнитные усилители. Распределительная и регулирующая аппаратура.

#### 2.1.9. Автоматизация двигателей внутреннего сгорания

Задачи автоматизации двигателей. Автоматика систем питания, зажигания, охлаждения. Регуляторы скорости вращения ДВС: общие сведения, функциональные схемы, математическое описание. Построение регуляторной характеристики двигателя. Анализ совместной работы ДВС и регулятора.

#### 2.1.10. Автоматизация управления сцеплением

Задачи автоматизации сцепления. Математическая модель с пневматическим (гидравлическим) усилителем. Автоматические сцепления, конструкции, выбор закона регулирования момента трения, расчет параметров.

#### 2.1.11. Автоматика коробок передач

Задачи автоматизации. Выбор закона переключения передач. Функциональные схемы систем управления. Конструкция элементов системы автоматического переключения передач. Автоматическая блокировка гидротрансформатора.

#### 2.1.12. Автоматизация блокировки дифференциала

Назначение автоматизации. Конструкции и характеристики автоматических дифференциалов.

### 2.1.13. Автоматизация рулевого управления

Рулевое управление как следящая система. Функциональные и гидравлические схемы. Элементы системы и их характеристики. Механическая и гидравлическая обратные связи. Автоматическая разгрузка насоса. Математическая модель рулевого управления с гидроусилителем. Оценка устойчивости и показателей качества.

### 2.1.14 . Автоматизация тормозного управления

Задачи регулирования тормозных моментов на колесах. Конструкции регуляторов тормозных сил и их расчет. Автоматическое управление активной безопасностью автомобиля. Антиблокировочные тормозные системы: датчики, модуляторы, исполнительные механизмы. Алгоритмы функционирования антиблокировочных систем.

## **2.2. Контрольное задание**

Контрольное задание (расчетно-графическая, контрольная или курсовая работа) предназначено для закрепления теоретических знаний, приобретенных студентами при изучении дисциплины на лекциях, практических, лабораторных и самостоятельных занятиях.

Студент должен рассчитать реальную систему автоматического управления или регулирования, которая используется на автомобиле. Расчет выполняется в линейной и нелинейной областях. В последнем случае используется ЭВМ и программы, разработанные на кафедре “Автомобили”. Расчет на ЭВМ возможен лишь после выполнения линейных расчетов, в результате которых будут получены некоторые константы – пароли для программы. Контрольное задание включает следующие пункты:

- описание работы рассчитываемой автоматической системы;

- функциональную схему с комментарием;
- вывод уравнений движения и их линеаризацию;
- преобразование уравнений движения по Лапласу;
- нахождение передаточных функций элементов и системы в целом;
- составление структурной схемы САР и ее преобразование;
- расчет устойчивости САР;
- решение уравнений движения и построение переходного процесса;
- нахождение показателей качества;
- построение частотных характеристик САР;
- решение задачи на ЭВМ и анализ влияния параметров системы на ее поведение;
- анализ полученных результатов.

Примечание: содержание контрольного задания может корректироваться преподавателем в зависимости от типа задания и формы обучения (очная, заочная) студента.

### 2.3. Литература

1. Автоматика и автоматизация производственных процессов. /Под редакцией Н.Ф.Метлюка. - Мн. :Вышэйшая школа, 1985. – 302 с.
2. Автомобили: конструкция, конструирование и расчет. Системы управления и ходовая часть. /Под редакцией А.И.Гришкевича. – Мн.: Вышэйшая школа, 1987. – 200 с.
3. Метлюк Н.Ф., Молибошко Л.А., Карпов А.В. Основы автоматизации автомобилей и тракторов. - Мн.: БПИ, 1974. – 111 с.
4. Вавуло В.А., Карпов А.В., Красневский Л.Г. Системы управления гидромеханических передач. – Мн.: БПИ, 1984. – 50 с.
5. Петров В.А.. Автоматические системы транспортных машин. – М.: Машиностроение, 1974. – 336 с.
6. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование. – М.: Машиностроение, 1973. – 606 с.

### 3. ОСНОВЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

#### 3.1. Общие сведения об автоматических системах

Во второй половине 20-го века сформировалась наука о целенаправленном управлении - кибернетика. В зависимости от области применения различают техническую, биологическую, медицинскую кибернетику и т.д. Общей чертой процессов управления, которыми занимаются эти науки, является их информационный характер.

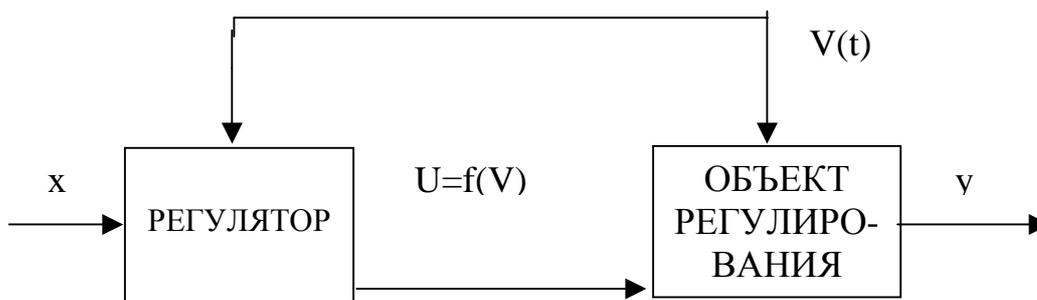
На основе технической кибернетики базируется теория автоматического управления, частью которой является теория автоматических систем автомобилей, разрабатывающая общие принципы и методы построения автомобильных автоматических систем, способных функционировать определенное время без непосредственного участия человека.

В каждом производственном процессе имеются одна или несколько величин, определяющих эффективность этого процесса. Процесс поддержания этих величин на заданном уровне называется регулированием. Если он осуществляется без непосредственного участия человека - автоматическим регулированием. Параметр процесса, который должен поддерживаться на заданном уровне, называют регулируемой величиной, а сам объект, параметры которого регулируются - объектом регулирования.

Установившийся режим работы объекта нарушается внешними воздействиями  $V(t)$ , называемыми возмущениями. Какова бы ни была природа этих возмущений, их вредное воздействие на процесс должно быть компенсировано соответствующим управляющим воздействием

$U(t)$  регулятора. В этом состоит задача регулирования. Она может быть решена двумя путями.

Первый путь состоит в том, что измеряется каждое возмущение в отдельности, которое компенсируется соответствующим изменением управляющего воздействия. Такой способ регулирования возможен при малом числе возмущений, которые должны быть надёжно измерены. Кроме того, должна быть установлена функциональная зависимость между изменением каждого возмущения и изменением управляющего воздействия. Такое регулирование называют регулированием по возмущению или по разомкнутому циклу, рис. 1.



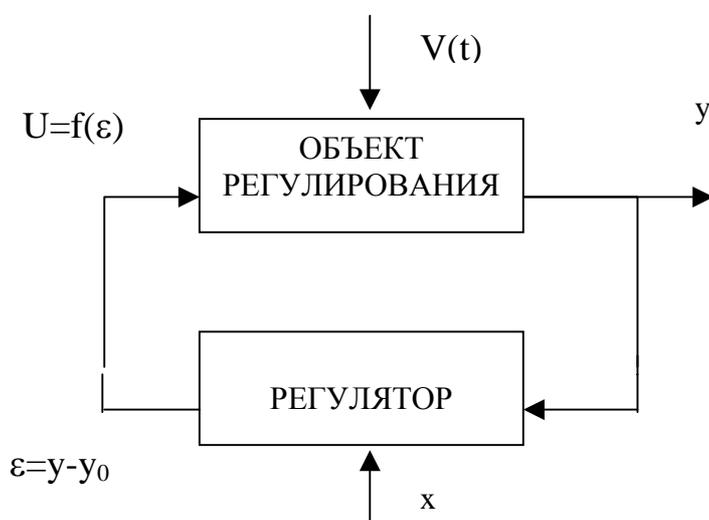
**Рис. 1. Функциональная схема системы регулирования по возмущению**

Для изменения режима работы системы автоматического регулирования (САР) к элементам регулятора прикладывается воздействие  $x$  - настройка.

Более широкие возможности представляет второй путь. Он состоит в том, что всё время (или достаточно часто) измеряется ошибка регулирования  $\varepsilon$ , то есть, разница между фактическим  $y$  и заданным  $y_0$  значением регулируемой величины, и регулирующее воздействие прикладывается до тех пор, пока регулируемая величина не вернётся достаточно близко к заданному значению вне зависимости от того, чем бы-

ла вызвана ошибка. Такое регулирование называют регулированием по отклонению или регулированием по замкнутому циклу, рис. 2.

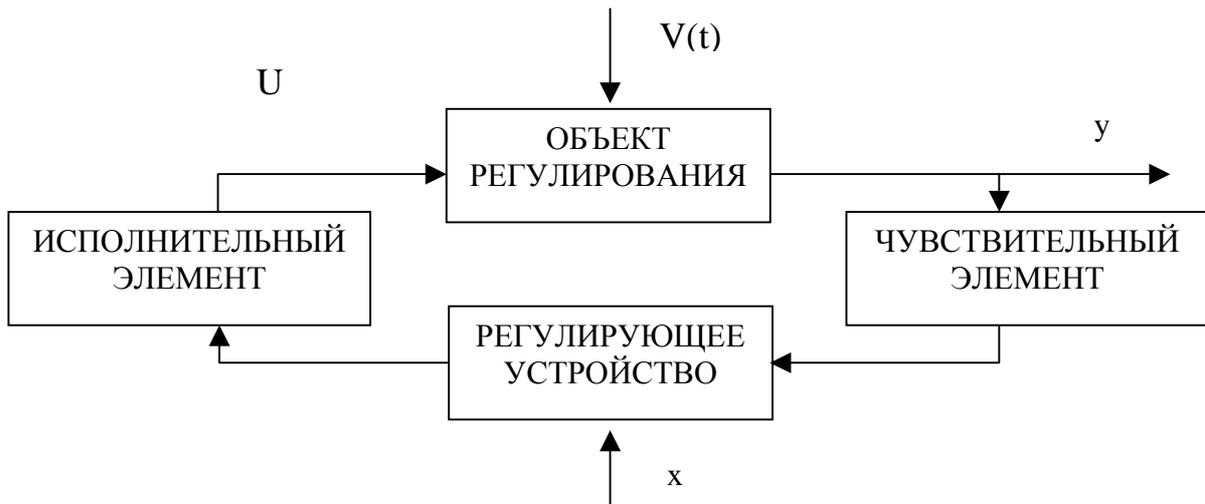
При положительной ошибке, то есть когда регулируемая величина больше заданной, нужно уменьшить регулирующее воздействие. При отрицательной ошибке требуется положительное изменение регулирующего воздействия. Более подробно функциональная схема САР по отклонению показана на рис. 3.



**Рис. 2. Функциональная схема системы регулирования по отклонению**

Стрелками показано направление воздействия одного элемента САР на другой. Регулируемая величина воздействует на чувствительный элемент, выходная величина которого воспринимается регулирующим устройством, которое, в свою очередь, воздействует на исполнительный элемент в зависимости от знака и от величины ошибки  $\varepsilon$ . В результате изменяется управляющее воздействие  $U$ , которое изменяет регулируемую величину  $y$ .

САР по отклонению обладают двумя особенностями.



**Рис. 3. Подробная функциональная схема САР по отклонению**

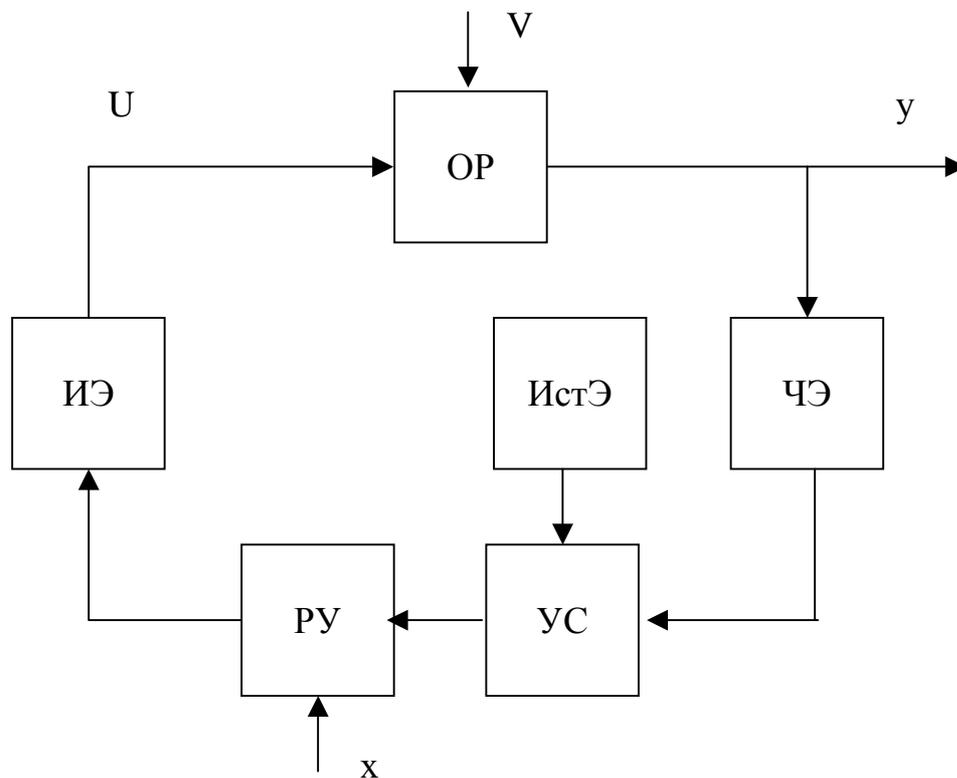
Во-первых, воздействие от одного элемента к другому передаётся только в одну сторону. Значит, каждый элемент имеет вход, куда поступает входное воздействие, и выход, где формируется выходная величина. Такие элементы называют элементами направленного действия.

Во-вторых, все элементы образуют замкнутую цепь, в которой сигнал, появившийся на выходе любого элемента, пройдя через всю систему, попадает на вход этого же элемента, несмотря на то, что непосредственно выходной сигнал на входной не влияет.

Передача воздействия со входа объекта регулирования на его выход называется прямой связью, а передача с выхода на вход - обратной связью. Таким образом, регулятор включён в обратную связь объекта регулирования.

Так как положительному изменению выходной величины регулятора должно соответствовать отрицательное изменение выходной величины, то регулятор должен изменять знак воздействия. Такая обратная связь с изменением знака воздействия называется отрицательной обратной связью.

Если чувствительный элемент регулятора развивает достаточную силу для перемещения исполнительного элемента с требуемой скоростью без использования дополнительного источника энергии, то такие системы называют САР прямого действия. Область таких САР, несмотря на их простоту, ограничивается объектами, не требующими большой мощности для осуществления процесса регулирования. Во всех остальных случаях используют САР непрямого действия с применением различных усилителей (гидравлических, пневматических, электрических и т.д.). В таких САР чувствительный элемент используется лишь как командное устройство для управления усилителем, рис. 4.



**Рис. 4. Функциональная схема САР непрямого действия**

*ОР - объект регулирования; ИЭ - исполнительный элемент; ЧЭ - чувствительный элемент; РУ - регулирующее устройство; УС - усилитель; ИстЭ – источник энергии*

Если режим работы объекта нарушен из-за изменения нагрузки, которая в дальнейшем сохраняет постоянное значение, то регулятор может вернуть регулируемую величину к прежнему значению независимо от величины возмущения  $V$ , либо может установить новое значение регулируемой величины, мало отличающееся от прежнего, но зависящее от возмущения  $V$ . В первом случае САР называется астатической, а во втором - статической по отношению к этому возмущению. Равновесие астатической САР возможно только при единственном значении регулируемой величины  $u$ , равном заданному, а исполнительный элемент может занимать различные положения при одном и том же значении  $u$ . Равновесие статической САР возможно при различных значениях регулируемой величины  $u$ , а каждому значению  $u$  соответствует единственное и вполне определённое положение исполнительного элемента.

На практике, как правило, используются статические САР с малой статической ошибкой регулирования. Такие САР более устойчивы в работе и высокое качество процесса регулирования обеспечивается с помощью более простых стабилизирующих устройств.

В зависимости от характера регулирующего воздействия  $U$  на объект регулирования системы разделяются на САР непрерывного и прерывного действия. В первом случае регулятор вырабатывает непрерывное регулирующее воздействие на объект регулирования, во втором - прерывное в виде различного рода импульсов. Поэтому прерывные САР ещё называют импульсными или дискретными.

### **3.2. Пример автоматической системы автомобиля (антиблокировочная система)**

Если рассматривать антиблокировочную систему автомобиля (АБС) как САР, то за объект регулирования следует принять колесо. В

этом случае его работа может быть описана уравнением баланса моментов относительно центра вращения:

$$M_{\tau} - M_j = M_{\varphi} \text{ или}$$

$$K_t \cdot F_y - J \cdot \dot{\omega} = G \cdot r_d \cdot \varphi,$$

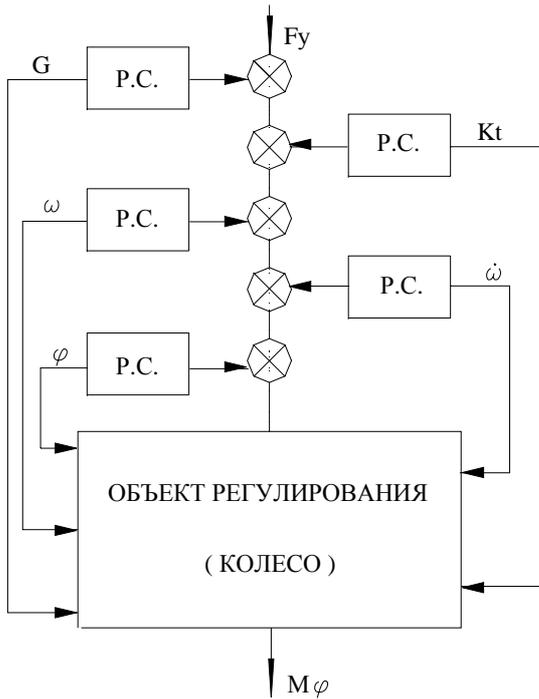
где  $M_{\tau} = K_t \cdot F_y$  - тормозной момент, развиваемый тормозным механизмом ( $F_y$  - усилие управления тормозным механизмом,  $K_t$  - передаточный коэффициент) ;  $M_j = J \cdot d\omega/dt$  - инерционный момент на колесе ( $J$  - момент инерции колеса,  $d\omega/dt$  - замедление колеса);  $M_{\varphi} = G \cdot r_d \cdot \varphi$  - тормозной момент от сил в контакте колеса с дорогой ( $G$  - вес автомобиля, приходящийся на колесо,  $r_d$  - динамический радиус колеса,  $\varphi$  - коэффициент сцепления колеса с дорогой).

Момент  $M_{\varphi}$  является показателем качества регулирования АБС, усилие  $F_y$  - управляющим воздействием, параметры  $K_t$ ,  $\varphi$ ,  $\omega$ ,  $d\omega/dt$ ,  $G$  - возмущениями (поскольку при торможении могут изменяться).

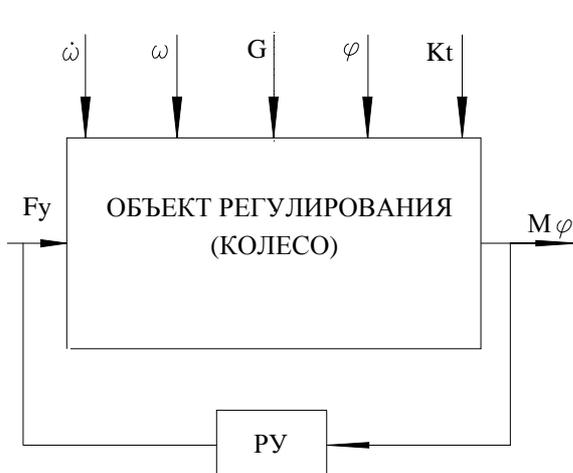
Назначение АБС можно сформулировать следующим образом: находить оптимальное по эффективности значение управляющего воздействия  $F_y$  и поддерживать оптимальный режим торможения при непрерывном действии внешних возмущений.

На рис. 5 показана функциональная схема антиблокировочной системы, выполненной в виде САР, управляемой по возмущению.

Рис. 6 иллюстрирует построение антиблокировочной тормозной системы автомобиля, которая использует обратную связь по показателю качества  $M_{\varphi}$ . Рассмотрим способы реализации антиблокировочной системы в виде САР прерывного (дискретного) и непрерывного действия.

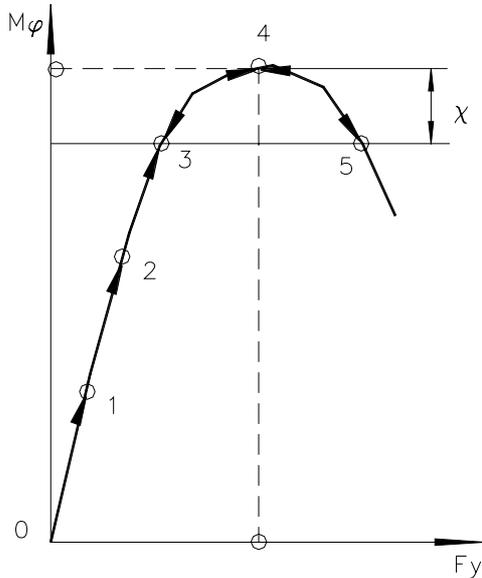
**Рис. 5. АБС разомкнутого типа***Р.С. - разомкнутая связь*

Дискретные АБС работают по следующему принципу, рис. 7. Из некоторой начальной точки 1 системой совершается шаг влево или вправо. При улучшении показателя качества поиск осуществляется в этом же направлении, иначе происходит реверс. Так как обычно шаг поиска имеет конечную величину, то система в любом случае пройдет оптимальное значение показателя качества 4 и вокруг него установятся автоколебания, обусловленные параметрами системы ( точки 3 и 5 ).

**Рис. 6.****АБС замкнутого типа***РУ – регулирующее устройство*

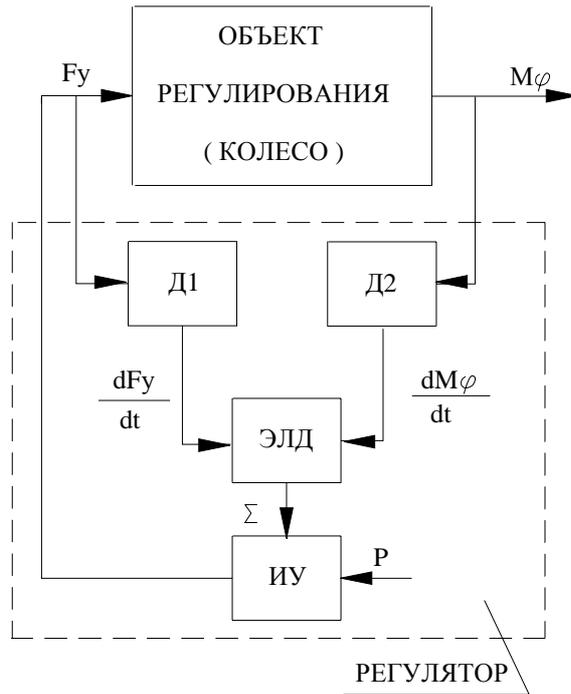
**Рис. 7. Поиск оптимума дискретной АБС**

*$\chi$  - порог срабатывания*



Алгоритм работы АБС непрерывного типа идентичен действиям опытного водителя при торможении в условиях малого коэффициента сцепления шин с опорной поверхностью. Водитель в такой ситуации, руководствуясь своими субъективными соображениями, оценивает достигаемую тормозную эффективность и, воздействуя на органы управления, попеременно увеличивает и уменьшает давление в тормозной системе транспортного средства.

В системах автоматического регулирования используются различные алгоритмы непрерывного действия. Наиболее простой по возможности аппаратной реализации является непрерывная автоколебательная система. На рис. 8 представлена схема антиблокировочной тормозной системы, реализующей данную структуру. Одной из особенностей данного алгоритма является использование градиентного метода для поиска оптимума.

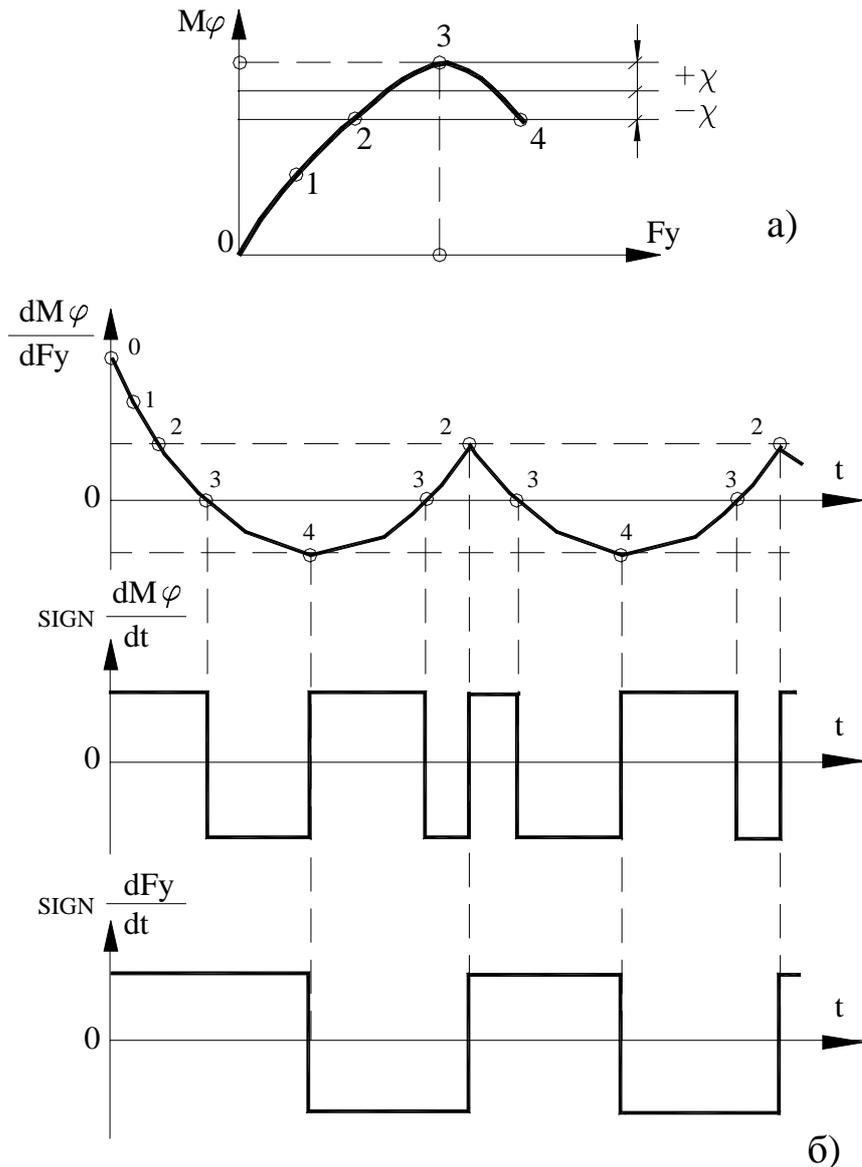


**Рис. 8. Непрерывная АБС**

*Д1, Д2 - дифференцирующие устройства; ЭЛД - элемент логического действия; ИУ - исполнительное устройство;  $p$  - давление в тормозной системе*

В данной системе регулирующее воздействие формируется с помощью отношения  $(dM_\varphi/dt)/(dF_y/dt)$ . Это соотношение анализируется логическим элементом ЭЛД, который, в свою очередь, обрабатывает сигналы производных показателя качества и управляющего воздействия по времени, вырабатываемых дифференцирующими устройствами Д1 и Д2. На выходе логического элемента образуется сигнал о направлении действия исполнительного устройства ИУ.

Работа такой системы иллюстрируется рис. 9.



**Рис. 9. Работа непрерывной АБС**

*а) схема поиска оптимума; б) временные диаграммы*

Значение  $dM_\varphi/dF_y$ , постоянно уменьшаясь, в точке экстремума 3 принимает значение 0. Наличие области нечувствительности приводит к тому, что переключение происходит с запаздыванием в точке 4, где изменяются функции и  $\text{sign}(dM_\varphi/dt)$ , и  $\text{sign}(dF_y/dt)$ . В точке 2 произойдет следующее срабатывание исполнительного устройства и при отсутствии дрейфа экстремума в системе установятся автоколебания.

### 3.3. Статические характеристики САР

Под статической характеристикой понимают зависимость установившихся значений выходной координаты  $y$  от установившихся значений входной координаты  $x$ . Таким образом, статическую характеристику звена или системы можно получить из дифференциального уравнения, приравняв нулю все производные. Например, статические характеристики звеньев (см. работу № 1) соответственно равны

$$y_1 = \frac{D}{C} x_1; \quad y_2 = \frac{C}{F} x_2^2; \quad y_3 = \sqrt{\frac{D}{A}} x_3 \quad . \quad (1)$$

Статическая характеристика системы зависит от вида соединений входящих в нее звеньев. Задача состоит в замене всех звеньев одним эквивалентным звеном. Различают три основных вида соединений звеньев: параллельное, последовательное и соединение с обратной связью.

При параллельном соединении (рис. 10а) все звенья имеют общий вход:

$$x = x_1 = x_2 = \dots = x_n, \quad (2)$$

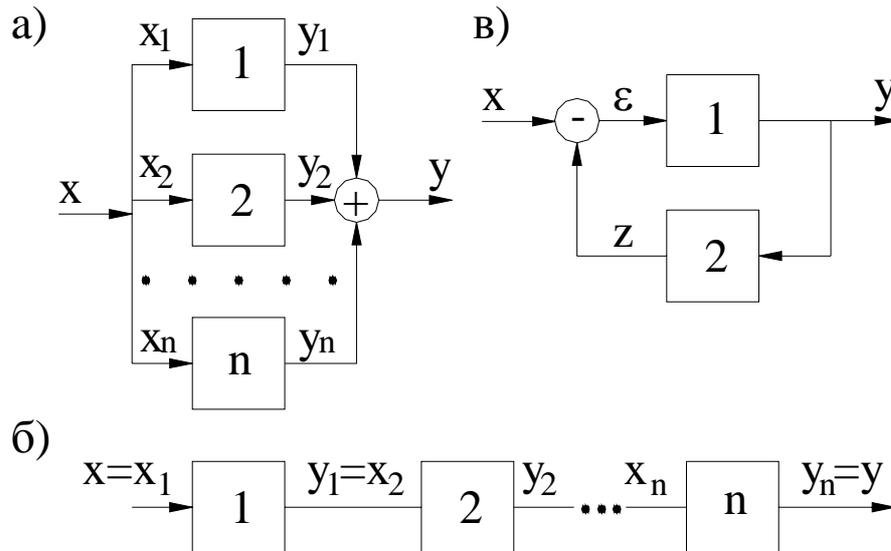
а их выходные координаты суммируются:

$$y = y_1 + y_2 + \dots + y_n. \quad (3)$$

Таким образом, если  $y_1 = f(x_1)$ ;  $y_2 = f_2(x_2)$ ; ...;  $y_n = f_n(x_n)$ , то

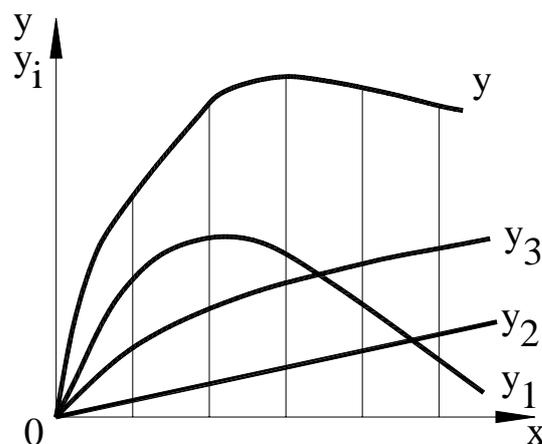
$$y = \sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n f_i(x). \quad (4)$$

Графический способ нахождения статической характеристики для трех параллельно соединенных звеньев показан на рис. 11 а.



**Рис. 10. Виды соединения звеньев**

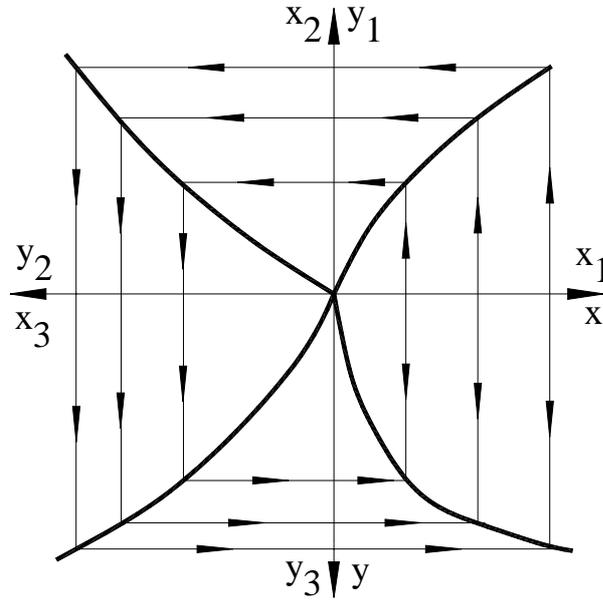
а) параллельное; б) последовательное; в) с обратной связью



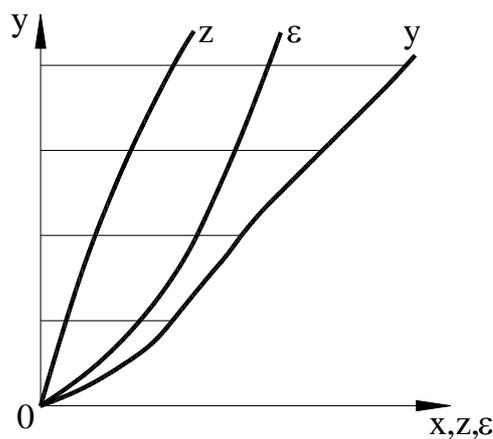
**Рис. 11а. Нахождение статической характеристики системы с параллельным соединением звеньев**

Если все звенья линейные, то есть  $y_1 = k_1 x_1$ ;  $y_2 = k_2 x_2, \dots$ ,  $y_n = k_n x_n$ , то статическая характеристика соединения также линейна:

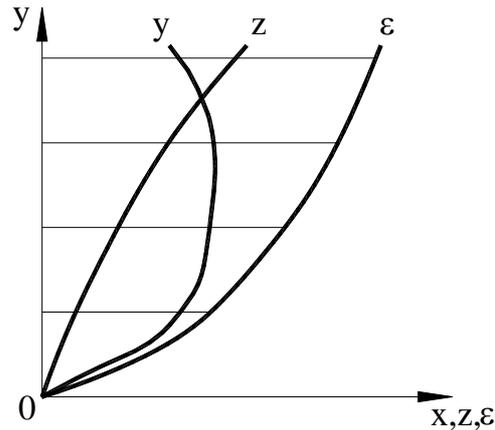
$$y = k \cdot x = \sum_{i=1}^n k_i \cdot x. \quad (5)$$



**Рис. 11 б. Нахождение статической характеристики системы с последовательным соединением звеньев**



**Рис. 11 в. Нахождение статической характеристики системы с отрицательной обратной связью**



**Рис. 11 г. Нахождение статической характеристики системы с отрицательной обратной связью**

У такого соединения коэффициент передачи  $k$  равен сумме коэффициентов передач отдельных звеньев.

При последовательном соединении (рис. 10 б) выходная координата предыдущего звена является входной в последующее звено:  $y_i = x_{i+1}$ .

Графический способ нахождения статической характеристики последовательного соединения на примере трех звеньев показан на рис. 11 б.

Для  $n$  линейных последовательно соединенных звеньев коэффициент передачи равен произведению коэффициентов передач отдельных звеньев:

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_n = \prod_{i=1}^n k_i . \quad (6)$$

При соединении с обратной связью (рис. 10 в) выходная координата  $y$  звена 1 подается на вход через звено 2, образующее обратную связь. Условие замкнутости системы  $\varepsilon = x \pm z$ , где "+" соответствует положительной, а "-" – отрицательной обратной связи.

Если статические характеристики звеньев 1 и 2 соответственно равны

$$y = f(\varepsilon) \quad \text{и} \quad z = \varphi(y),$$

то статическая характеристика системы равна

$$y = f(\varepsilon) = f(x \pm z) = f[x \pm \varphi(y)]. \quad (7)$$

Ее нахождение удобнее вести в обратном порядке, задаваясь  $y$  и находя  $x$ . Для этого введем обратную статическую характеристику звена 1:  $\varepsilon = \Psi(y)$ .

Тогда

$$x = \varepsilon \pm z = \psi(y) \pm \varphi(y). \quad (8)$$

Здесь знак " + " соответствует отрицательной, а знак " - " – положительной обратной связи.

Отсюда вытекает графический способ построения статической характеристики системы с обратной связью, рис. 11 в, г.

Для линейных звеньев  $y = k_1\varepsilon$ ;  $z = k_2y$  имеем  $y = k_1(x \pm k_2y)$ .

Отсюда

$$y = kx = \frac{k_1}{1 \pm k_1k_2} y, \quad (9)$$

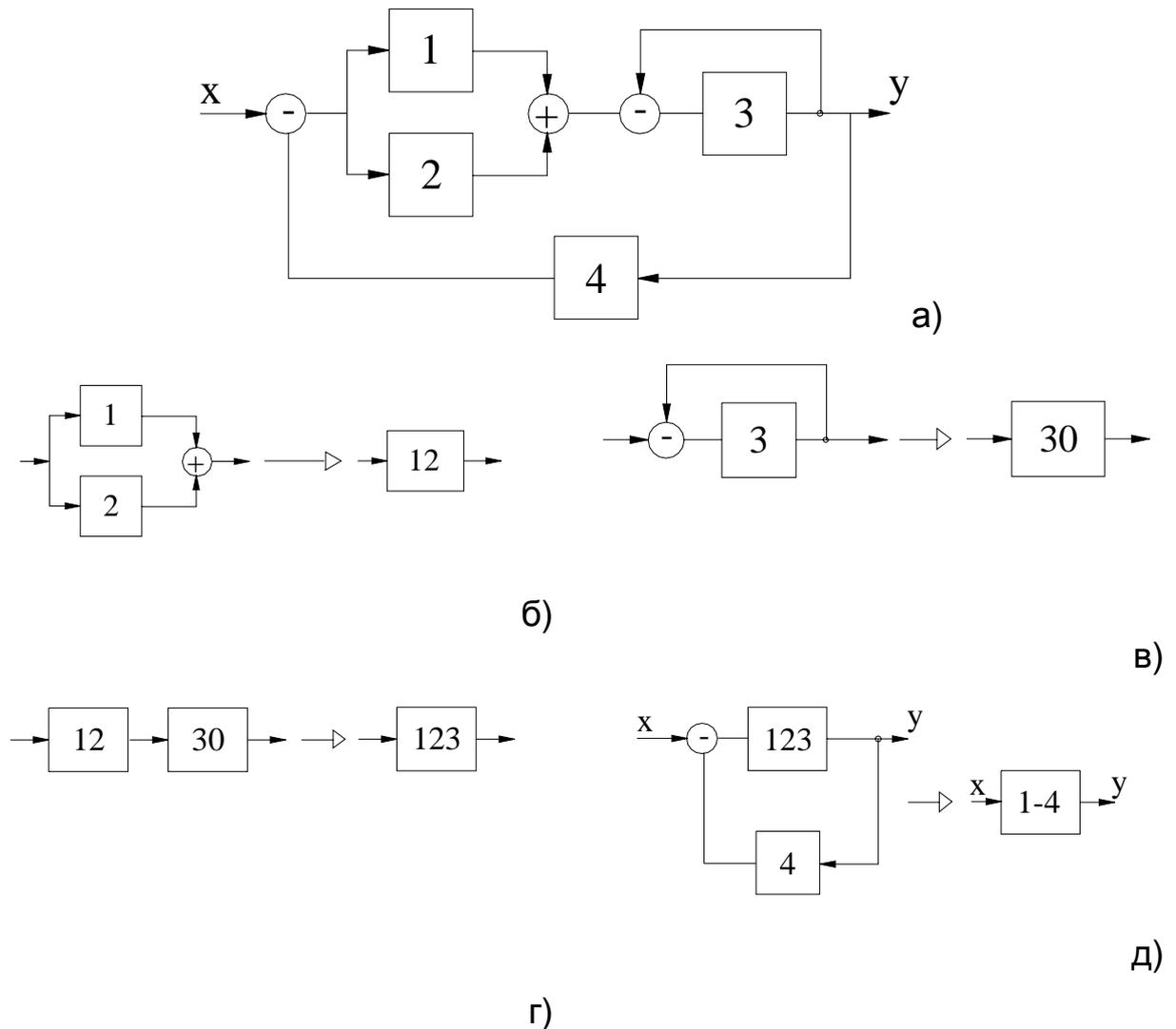
где коэффициент передачи системы

$$k = \frac{k_1}{1 \pm k_1k_2}. \quad (10)$$

Для нахождения статической характеристики САР, содержащей несколько видов соединений звеньев, она последовательно разби-

вается на рассмотренные выше виды соединений, каждое из которых заменяется одним эквивалентным звеном, как это показано на рис. 12.

Сначала параллельно соединенные звенья 1 и 2 и звено 3 с единичной обратной связью заменяется соответственно на эквивалентные звенья 12 и 30 (рис. 3 б,в). Затем эти последовательно соединенные звенья заменяются одним звеном 123 (рис. 3 г). В результате получается САР с обратной связью, которая заменяется одним звеном 1-4 (рис. 3 д).



**Рис. 12. Преобразование САР**

Если все звенья системы (рис. 12 а) линейны, то в результате преобразований получим общий коэффициент передачи системы

$$k = \frac{k_1 + k_2}{1 + 1/k_3 + (k_1 + k_2)k_4}. \quad (11)$$

### 3.4. Линеаризация нелинейных уравнений

Линеаризация представляет собой замену нелинейных уравнений линейными для небольших отклонений координат от установившихся значений, определенных статическим расчетом.

Линеаризацию уравнений обычно выполняют с помощью ряда Тейлора, который позволяет разложить нелинейную функцию нескольких переменных по степеням их малых приращений, взятых в окрестности установившегося режима. Например, для переменных  $x, y, z$

$$\begin{aligned} F(x, y, z) &= F(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y, z_0 + \Delta z) = \\ &= F(x_0, y_0, z_0) + \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)_0 \Delta x + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)_0 \Delta y + \left( \frac{\partial F}{\partial z} \right)_0 \Delta z + R. \end{aligned} \quad (12)$$

Частные производные  $\left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)_0, \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)_0, \left( \frac{\partial F}{\partial z} \right)_0$  вычисляются в точке с координатами  $x_0, y_0, z_0$  и являются постоянными.

При линеаризации остаточным членом  $R$  пренебрегают ввиду его малости, т.е. полагают

$$F(x, y, z) \approx F(x_0, y_0, z_0) + \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)_0 \Delta x + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)_0 \Delta y + \left( \frac{\partial F}{\partial z} \right)_0 \Delta z. \quad (13)$$

Тогда приращение функции  $F(x,y,z)$

$$\Delta F(x,y,z) = F(x,y,z) - F(x_0,y_0,z_0) \quad (14)$$

или

$$\Delta F(x,y,z) = \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)_0 \Delta x + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)_0 \Delta y + \left( \frac{\partial F}{\partial z} \right)_0 \Delta z. \quad (15)$$

При линеаризации уравнение первого порядка  $\dot{y} = F(x, y)$  заменяется линейным

$$\Delta \dot{y} = \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)_0 \Delta x + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)_0 \Delta y. \quad (16)$$

Для уравнения второго порядка  $\ddot{y} = F(x, y, \dot{y})$

$$\Delta \ddot{y} = \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)_0 \Delta x + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)_0 \Delta y + \left( \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} \right)_0 \Delta \dot{y}. \quad (17)$$

### 3.5. Передаточные функции

Передаточной функцией (в форме преобразований Лапласа) называют отношение изображения выходной координаты к изображению входной координаты при нулевых начальных условиях:

$$W(s) = \frac{y(s)}{x(s)}. \quad (18)$$

Таким образом, для получения передаточной функции линейное или линеаризованное уравнение сначала записывают в преобразо-

ваниях Лапласа при нулевых начальных условиях.

Например, дифференциальное уравнение

$$a_0\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2y = b_0\dot{x} + b_1x \quad (19)$$

в преобразованиях Лапласа имеет вид

$$(a_0s^2 + a_1s + a_2)y(s) = (b_0s + b_1)x(s). \quad (20)$$

Тогда

$$W(s) = \frac{b_0s + b_1}{a_0s^2 + a_1s + a_2}. \quad (21)$$

Передаточная функция параллельно соединенных звеньев (рис. 10а) равна сумме передаточных функций этих звеньев:

$$W(s) = W_1(s) + W_2(s) + \dots + W_n(s) = \sum_{i=1}^n W_i(s). \quad (22)$$

Передаточная функция к последовательно соединенных звеньев (рис. 10 б) равна произведению передаточных функций этих звеньев:

$$W(s) = W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot \dots \cdot W_n(s) = \prod_{i=1}^n W_i(s). \quad (23)$$

Передаточная функция системы с отрицательной обратной связью представляет собой дробь, числитель которой равен передаточной функции звеньев, расположенных между входной и выходной координатами, а знаменатель – увеличенной на 1 передаточной функ-

ции звеньев, образующих замкнутую цепь.

Для простейшей системы с отрицательной обратной связью (рис. 10 в)

$$W(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s) \cdot W_2(s)} . \quad (24)$$

Нахождение передаточной функции САР, содержащей различные виды соединений звеньев, аналогично рассмотренному выше нахождению статической характеристики. Например, для САР, показанной на рис. 12 а, имеем:

$$W_{12}(s) = W_1(s) + W_2(s) ; \quad W_{30}(s) = \frac{W_3(s)}{1 + W_3(s)} ;$$

$$W_{123}(s) = W_{12}(s) \cdot W_{30}(s) = \frac{[W_1(s) + W_2(s)]W_3(s)}{1 + W_3(s)} ;$$

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{W_{123}(s)}{1 + W_{123}(s) \cdot W_4(s)} = \\ &= \frac{W_1(s) + W_2(s)}{1 + 1/W_3(s) + [W_1(s) + W_2(s)] \cdot W_4(s)} . \end{aligned} \quad (25)$$

### 3.6. Частотные характеристики

Частотные характеристики представляют собой установившуюся реакцию системы на гармоническое входное воздействие типа  $x = a \cdot \sin(\omega t)$ . В этом случае для линейной системы установившаяся выходная координата будет равна  $y = b \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $\omega$  - круговая частота, рад/с;  $\varphi$  - сдвиг по фазе, вызванный запаздыванием прохождения сигнала.

ла через систему.

Существует 5 видов частотных характеристик: комплексная (КЧХ), амплитудная (АЧХ), фазовая (ФЧХ), вещественная (ВЧХ) и мнимая (МЧХ). Наиболее общей является КЧХ. Остальные частотные характеристики определяются из КЧХ.

Комплексная частотная характеристика  $W(j\omega)$  находится по соответствующей передаточной функции  $W(s)$  заменой комплексной переменной  $s$  на  $j\omega$ , где  $j = \sqrt{-1}$ . Она состоит из вещественной и мнимой составляющих (ВЧХ и МЧХ):

$$W(j\omega) = \operatorname{Re}W + j \cdot \operatorname{Im}W. \quad (26)$$

Отсюда АЧХ и ФЧХ соответственно равны

$$A(\omega) = \sqrt{(\operatorname{Re} W)^2 + (\operatorname{Im} W)^2} \quad (27)$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{Im} W}{\operatorname{Re} W}\right). \quad (28)$$

Вещественная и мнимая частотные характеристики являются проекциями АЧХ на вещественную и мнимую оси координат:

$$\operatorname{Re}W = A(\omega) \cdot \cos\varphi(\omega); \quad (29)$$

$$\operatorname{Im}W = A(\omega) \cdot \sin\varphi(\omega). \quad (30)$$

Частотные характеристики являются функциями частоты  $\omega$  и строятся на графиках при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$ .

Начальное значение радиуса-вектора  $A(\omega)$  КЧХ при  $\omega=0$  рав-

но коэффициенту передачи и расположено на вещественной положительной оси. При изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$  радиус-вектор  $A(\omega)$  поворачивается по часовой стрелке, проходя  $n$  квадрантов комплексной плоскости, где  $n$  – порядок звена.

В качестве примера рассмотрим звено третьего порядка, описываемое уравнением

$$a_0\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2y + a_3y = bx. \quad (31)$$

Соответствующая передаточная функция

$$W(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{b}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3}. \quad (32)$$

После замены  $s$  на  $j\omega$  получаем КЧХ:

$$W(j\omega) = \frac{b}{a_0(j\omega)^3 + a_1(j\omega)^2 + a_2(j\omega) + a_3} = \frac{b}{C + j\omega D}, \quad (33)$$

где  $C = a_3 - a_1\omega^2$ ;  $D = a_2 - a_0\omega^2$ .

Для разделения на ВЧХ и МЧХ умножим числитель и знаменатель на выражение, комплексно сопряженное знаменателю, то есть на  $C - j\omega D$ :

$$W(j\omega) = b \frac{C - j\omega D}{C^2 + \omega^2 D^2} = \text{Re } W + j \text{Im } W, \quad (34)$$

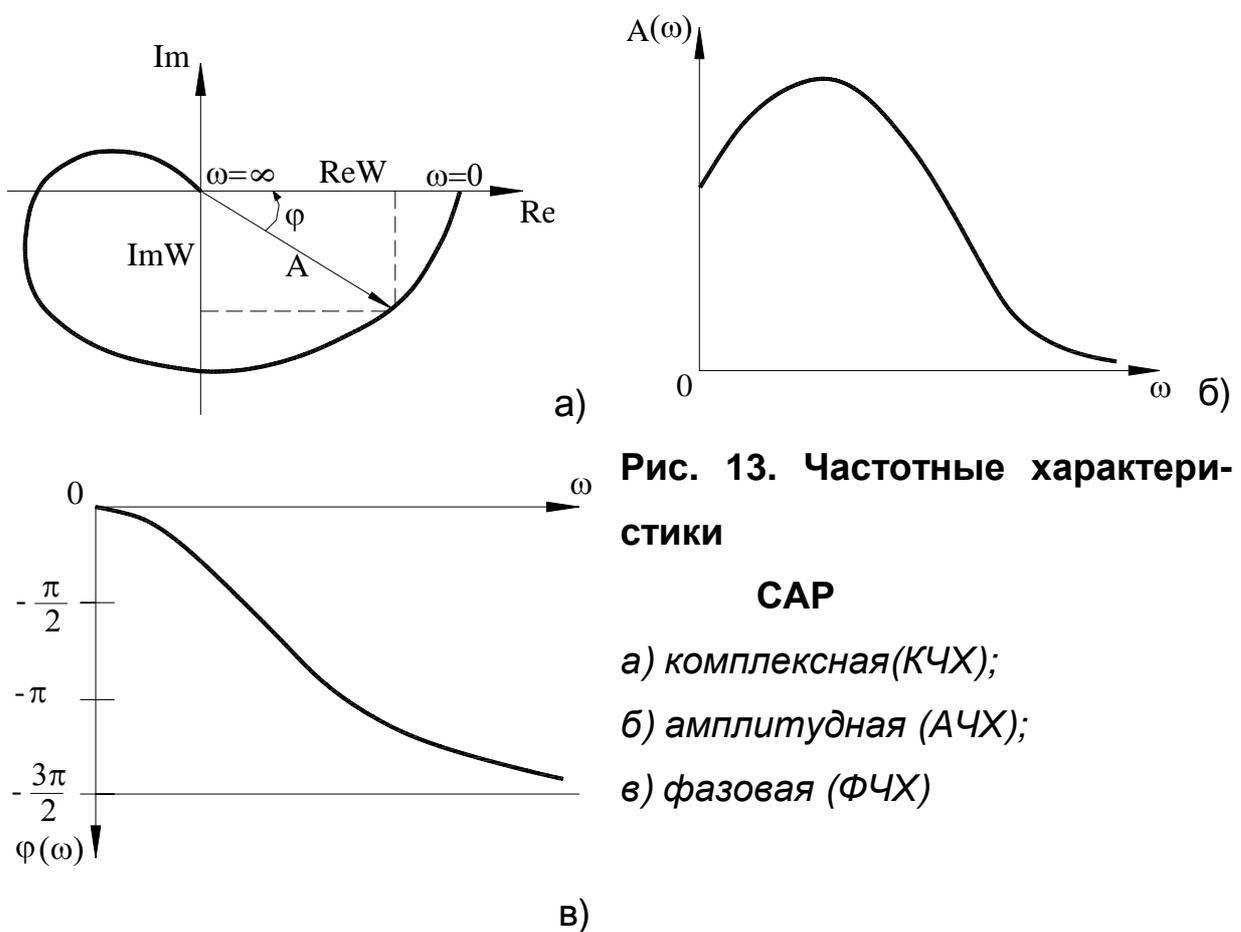
где

$$\text{Re } W = \frac{b \cdot C}{C^2 + \omega^2 D^2}; \quad \text{Im } W = -\frac{b\omega D}{C^2 + \omega^2 D^2}. \quad (35)$$

Отсюда

$$A(\omega) = \frac{b}{\sqrt{C^2 + \omega^2 D^2}}; \quad \varphi(\omega) = -\arctg\left(\frac{\omega D}{C}\right). \quad (36)$$

Графики КЧХ, АЧХ и ФЧХ показаны на рис. 13.



**Рис. 13. Частотные характеристики**

### **САР**

- а) комплексная (КЧХ);
- б) амплитудная (АЧХ);
- в) фазовая (ФЧХ)

### **3.7. Устойчивость САР**

Под устойчивостью понимают способность системы поддерживать заданный режим работы с определенной точностью и восстанавливать его при изменении внешнего возмущения.

Регулируемая величина зависит как от свойств САР, так и от внешнего возмущения:

$$y(t) = y_c(t) + y_v(t), \quad (37)$$

где  $y_c(t)$  - свободная (переходная) составляющая, определяемая начальными условиями и свойствами САР;  $y_v(t)$  – вынужденная составляющая, определяемая внешним возмущением и свойствами САР.

Для того, чтобы САР была устойчивой, свободная составляющая с течением времени должна стремиться к нулю:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_c(t) = 0. \quad (38)$$

Таким образом, устойчивость является свойством, не зависящим от внешнего возмущения.

Система регулирования в общем случае описывается уравнениями движения, которые могут быть сведены к одному уравнению  $n$ -го порядка. Для свободной составляющей:

$$a_0 y_c^{(n)} + a_1 y_c^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y}_c + a_n y_c = 0, \quad (39)$$

где  $a_0, a_1, \dots, a_n$  – коэффициенты, определяемые параметрами САР.

Решение этого уравнения имеет вид:

$$y_c(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{s_i t}, \quad (40)$$

где  $A_i$  – постоянные интегрирования, определяемые параметрами САР и начальными условиями;  $s_i$  – корни характеристического уравнения:

$$a_0s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n = 0. \quad (41)$$

Отсюда следует, что для устойчивой системы все слагаемые  $y_c(t)$  с течением времени должны стремиться к нулю. Это возможно в том случае, если вещественные корни характеристического уравнения будут отрицательными  $s_i = -\alpha_i$ , а комплексно сопряженные – иметь отрицательную вещественную часть:  $s_{i,i+1} = -\alpha_i \pm j\omega_i$ .

Таким образом, для определения устойчивости САР достаточно убедиться в отрицательности вещественных частей корней характеристического уравнения (считая чисто вещественные корни комплексными с нулевыми мнимыми частями:  $\omega_i = 0$ ).

Признаки, по которым можно в этом убедиться без нахождения значений корней, называют критериями устойчивости. Различают алгебраические и частотные критерии устойчивости. Ниже рассмотрен алгебраический критерий Гурвица и частотный критерий Михайлова.

Предварительно сформулируем необходимое условие устойчивости: для устойчивой системы все коэффициенты характеристического уравнения должны иметь один знак (быть положительными).

Алгебраические критерии устойчивости позволяют оценить устойчивость САР по результатам алгебраических действий над коэффициентами характеристического уравнения.

Критерий устойчивости Гурвица: при положительных коэффициентах характеристического уравнения САР будет устойчивой, если главный определитель и все его диагональные миноры будут больше нуля. Главный определитель составляется следующим образом. По главной диагонали выписываются коэффициенты в возрастающем порядке, начиная с  $a_1$  до  $a_n$ . От каждого коэффициента главной диагонали вверх записываются коэффициенты в возрастающем, а вниз – в убывающем порядке. Оставшиеся пустыми места в определителе заполня-

ются нулями.

Для характеристического уравнения  $n$ -го порядка главный определитель имеет следующий вид:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_n & \dots \end{vmatrix} > 0. \quad (42)$$

Его диагональные миноры:

$$\Delta_1 = |a_1| > 0; \quad (43)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0; \quad (44)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0 \text{ и т. д.} \quad (45)$$

Для САР 1-го и 2-го порядков необходимое условие устойчивости является достаточным. Такие системы при положительных коэффициентах всегда являются устойчивыми. САР 3-го порядка является устойчивой при соблюдении неравенства:  $a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$ . Ее можно оценить запасом устойчивости:

$$K_y = \frac{a_1 a_2}{a_0 a_3} > 1. \quad (46)$$

Частотные критерии устойчивости основаны на рассмотрении частотных характеристик САР.

Частотный критерий Михайлова дает возможность судить об устойчивости САР по виду кривой (годографу Михайлова), описываемой концом характеристического вектора  $R(j\omega)$ , полученного в результате замены в характеристическом уравнении  $R(s)$  оператора  $s$  на  $j\omega$ :

$$R(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n; \quad (47)$$

$$R(j\omega) = a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1} (j\omega) + a_n \quad (48)$$

Разделив  $R(j\omega)$  на вещественную и мнимую составляющие, получим

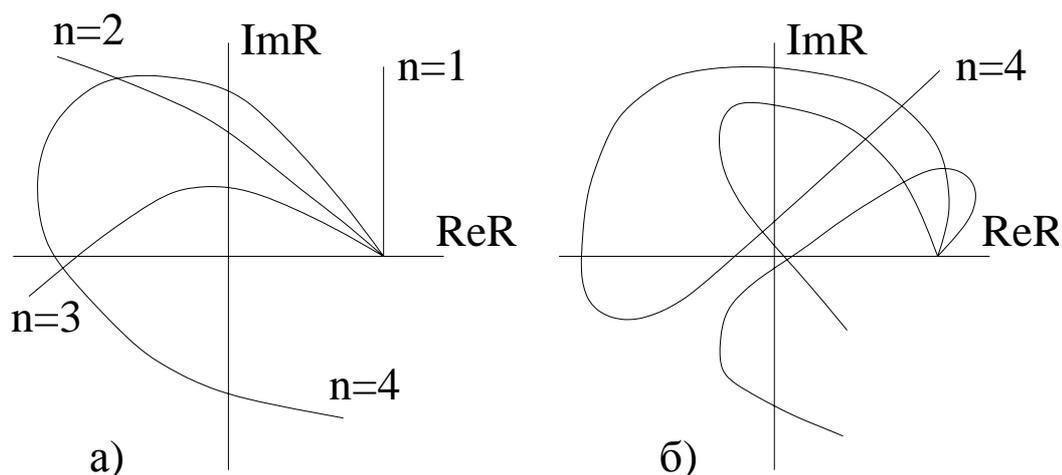
$$R(j\omega) = \operatorname{Re}R + j \operatorname{Im}R, \quad (49)$$

где

$$\operatorname{Re}R = a_n - a_{n-2}\omega^2 + a_{n-4}\omega^4 - \dots \quad (50 \text{ а})$$

$$\operatorname{Im}R = \omega (a_{n-1} - a_{n-3}\omega^2 + \dots). \quad (50 \text{ б})$$

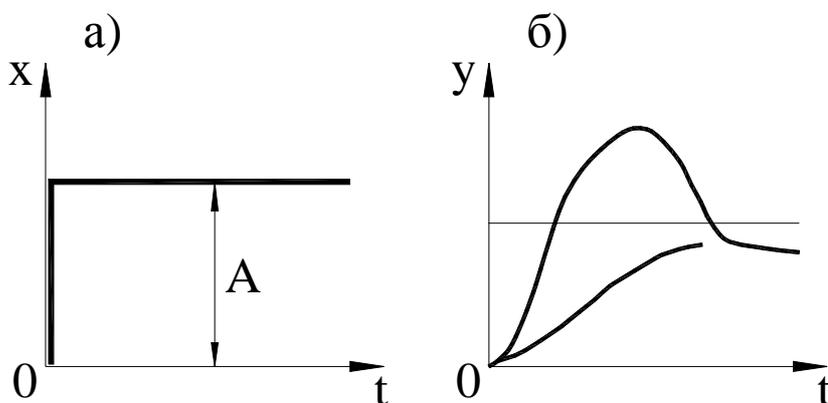
На рис. 14 показаны годографы Михайлова для устойчивых и неустойчивых САР. Критерий Михайлова формулируется следующим образом: САР устойчива, если характеристический вектор  $R(j\omega)$  при изменении  $\omega$  от 0 до  $+\infty$  проходит в положительном направлении (против часовой стрелки) последовательно  $n$  квадрантов комплексной плоскости, начиная движение от положительной вещественной оси, и нигде не обращается в нуль.



**Рис. 14. Примеры годографов Михайлова для устойчивых (а) и неустойчивых (б) систем**

### 3.8. Переходные процессы САР

Переходные процессы представляют собой изменение во времени выходной координаты (регулируемой величины) при некотором изменении входной координаты. Наиболее часто ищут реакцию системы на ступенчатое воздействие вида  $x=A \cdot 1(t)$ . Такую характеристику называют переходной функцией или просто переходным процессом, рис. 15.



**Рис. 15. Переходные процессы в САР**  
 а) воздействие; б) реакция САР

Для линейных систем переходная функция достаточно просто находится по передаточной функции САР:

$$W(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = c \frac{(s - r_1)(s - r_2) \dots (s - r_m)}{(s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n)}, \quad (51)$$

где  $r$  и  $s_i$  – полюсы системы (корни числителя и знаменателя).

Примем в качестве входной координаты ступенчатое воздействие  $x = 1(t)$ . Его изображение равно  $x(s) = 1/s$ . Тогда изображение выходной координаты при нулевых начальных условиях

$$y(s) = x(s) \cdot W(s) = \frac{1}{s} \cdot W(s) = \frac{G(s)}{sR(s)}. \quad (52)$$

На основании формулы разложения Хевисайда

$$y(t) = \frac{G(0)}{R(0)} + \sum_{i=1}^{n-2m} \frac{G(s_i) e^{s_i t}}{s_i R'(s_i)} + 2 \sum_{k=1}^m A_k e^{\alpha_k t} \cos(\omega_k t + \varphi_k). \quad (53)$$

Здесь индекс  $i$  относится к вещественным, а  $k$  – к комплексно сопряженным корням  $s_k = \alpha_k \pm j\omega_k$ . Первое слагаемое  $\frac{G(0)}{R(0)}$  равно коэффициенту передачи системы. Остальные слагаемые определяют переходные (свободные) составляющие процесса: вещественные корни – апериодические, а комплексно сопряженные – колебательные.

Производная от характеристического полинома  $R'(s_i)$  равна

$$R'(s_i) = \prod_{j=1, j \neq i}^n (s_i - s_j), \quad j \neq i. \quad (54)$$

Например, для САР 4-го порядка с корнями  $s_1, s_2, s_3$  и  $s_4$

$$\begin{aligned} R'(s_1) &= (s_1 - s_2)(s_1 - s_3)(s_1 - s_4); \\ R'(s_2) &= (s_2 - s_1)(s_2 - s_3)(s_2 - s_4); \dots \end{aligned} \quad (55)$$

Амплитуды  $A_k$  и  $\varphi_k$  колебательных составляющих находятся из выражения

$$\frac{G(s_k)}{s_k R'(s_k)} = \beta_k + j\gamma_k = A_k e^{j\varphi_k}. \quad (56)$$

Отсюда

$$A_k = \sqrt{\beta_k^2 + \gamma_k^2}; \quad \varphi_k = \arctg\left(\frac{\gamma_k}{\beta_k}\right). \quad (57)$$

Ниже в качестве примера для САР 1-го, 2-го и 3-го порядков приведены передаточные функции  $W(s)$  и соответствующие им переходные процессы  $y(t)$  при единичном входном воздействии  $x=1(t)$ .

### САР 1-ГО ПОРЯДКА.

$$W(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{b}{a_0 s + a_1}; \quad (58)$$

$$y(t) = \frac{b}{a_1} (1 - e^{s_1 t}), \quad \text{где } s_1 = -\frac{a_1}{a_0}. \quad (59)$$

САР 2-ГО ПОРЯДКА.

$$W(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{b}{a_0s^2 + a_1s + a_2}. \quad (60)$$

Если корни характеристического уравнения

$$a_0s^2 + a_1s + a_2 = 0$$

вещественные:  $s_1 = -\frac{1}{T_1}$ ;  $s_2 = -\frac{1}{T_2}$ , то

$$y(t) = \frac{b}{a_2} \left\{ 1 + s_1s_2 \left[ \frac{e^{s_1t}}{s_1(s_1 - s_2)} + \frac{e^{s_2t}}{s_2(s_2 - s_1)} \right] \right\}. \quad (61)$$

Для комплексно сопряженных корней  $s_{1,2} = \alpha \pm j\omega$

$$y(t) = \frac{b}{a_2} \left[ 1 - e^{\alpha t} \sqrt{1 + \tau^2} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \right], \quad (62)$$

где  $\varphi = \arctg(\tau)$ ;  $\tau = \alpha / \omega$ .

САР 3-ГО ПОРЯДКА.

$$W(s) = \frac{b}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3}. \quad (63)$$

Характеристическое уравнение  $a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3 = 0$  может иметь все три вещественных корня или один вещественный, а два других – комплексно сопряженных корня.

Для вещественных корней  $s_1 = -1/T_1$ ;  $s_2 = -1/T_2$ ;  $s_3 = -1/T_3$ .

$$y(t) = \frac{b}{a_3} \left\{ 1 - s_1 s_2 s_3 \left[ \frac{e^{s_1 t}}{s_1 (s_1 - s_2)(s_1 - s_3)} + \frac{e^{s_2 t}}{s_2 (s_2 - s_1)(s_2 - s_3)} + \frac{e^{s_3 t}}{s_3 (s_3 - s_1)(s_3 - s_2)} \right] \right\} \quad (64)$$

или

$$y(t) = \frac{b}{a_3} \left[ 1 - \frac{T_1^2 e^{-\frac{1}{T_1} t}}{(T_1 - T_2)(T_1 - T_3)} + \frac{T_2^2 e^{-\frac{1}{T_2} t}}{(T_1 - T_2)(T_2 - T_3)} - \frac{T_3^2 e^{-\frac{1}{T_3} t}}{(T_1 - T_3)(T_2 - T_3)} \right]. \quad (65)$$

Если же один корень, например,  $s_1$ , вещественный, а два другие комплексно сопряженные  $s_{2,3} = \alpha \pm j\omega$ , то

$$y(t) = \frac{b}{a_3} \left\{ 1 - \frac{\alpha^2 + \omega^2}{s_{123}} e^{s_1 t} - \left[ \frac{s_1 (s_1 - 2\alpha)}{s_{123}} \cos(\omega t) - \frac{s_1 (\omega^2 - \alpha^2 + s_1 \alpha)}{\omega \cdot s_{123}} \cdot \sin(\omega t) \right] e^{\alpha t} \right\}, \quad (66)$$

где  $s_{123} = (s_1 - \alpha)^2 + \omega^2$ .

Для расчета переходного процесса, как следует из приведенных выше формул, нужно найти корни характеристического уравнения. Для САР 1-го и 2-го порядка это не представляет никаких трудностей.

Корни характеристического уравнения САР 3-го порядка целесообразно находить, начиная с вещественного корня, с помощью од-

ной из итерационных формул, например,

$$S_1^{(i+1)} = S_1^{(i)} - \frac{R[S_1^{(i)}]}{R'[S_1^{(i)}]}, \quad (67)$$

где

$$R'[S_1^{(i)}] = 3 a_0 s_1^{(i)2} + 2 a_1 s_1^{(i)} + a_2. \quad (68)$$

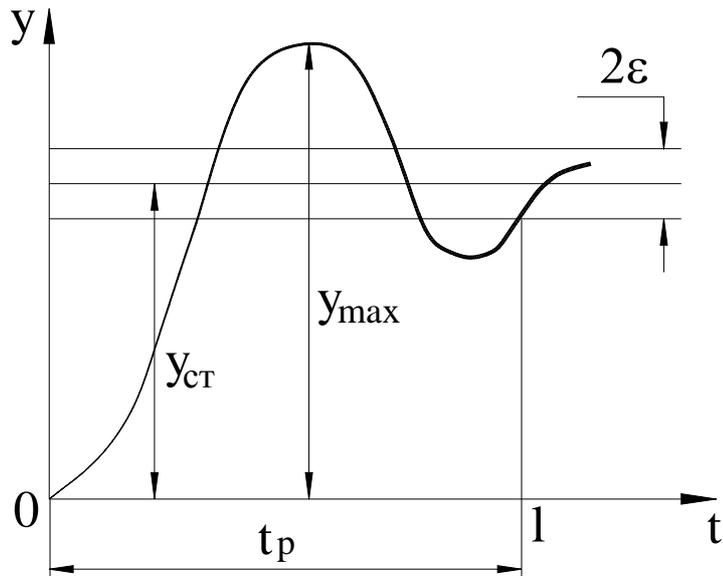
Верхний индекс в круглых скобках означает номер итерации. Остальные два корня находятся из решения квадратного уравнения

$$s^2 + \left( \frac{a_1}{a_0} + s_1 \right) s - \frac{a_3}{a_0 s_1} = 0. \quad (69)$$

### 3.9. Показатели качества САР

Для оценки качества работы САР вводят специальные показатели. Основными являются время регулирования и перерегулирование. Их находят косвенными методами или по переходной функции системы.

Время регулирования  $t_p$  характеризует продолжительность переходного процесса. Это время, за которое регулируемая величина достигает нового равновесного режима с заданной точностью  $\varepsilon$ . Для статических систем обычно принимают  $\varepsilon=5\%$ , рис. 16.



**Рис. 16. Показатели качества работы САР**

Перерегулирование – это наибольшее отклонение регулируемой величины от установившегося значения в процессе регулирования, рис. 16.

$$\sigma = \frac{y_{\max} - y_{\text{ст}}}{y_{\text{ст}}} 100\% \quad (70)$$

Приближенно эти показатели можно найти без построения переходного процесса, например, по корням характеристического уравнения, наиболее близко расположенным к мнимой оси:

$$t_p \approx \frac{1}{\alpha_1} \left( \ln \left( \frac{2A_1}{\varepsilon} \right) \right); \quad (71)$$

$$\sigma \approx \frac{2A_1}{\sqrt{1 + \tau_1^2}} e^{-\pi\tau_1}, \quad \tau_1 = \frac{\alpha_1}{\omega_1}. \quad (72)$$

Если к мнимой оси наиболее близко расположен вещественный корень  $s_1 = -\alpha_1$ , то переходный процесс протекает практически без

перерегулирования и при  $\varepsilon=0.05$  время регулирования  $t_p \approx \frac{3}{\alpha_1}$ .

### 3.10. Динамическая точность САР

Во многих случаях характер возмущающего воздействия на систему нельзя описать детерминированной функцией, так как это воздействие может принимать с течением времени различные случайные значения. В таких случаях расчёт динамических характеристик САР базируется на методах статистической динамики.

Функция, значение которой является случайной величиной при каждом данном значении независимой переменной, называется случайной. Она может рассматриваться как бесконечная совокупность случайных величин и зависеть от одной или нескольких независимо изменяющихся переменных. Случайные функции, для которых независимой переменной является время, называют стохастическими.

Функция, получаемая в результате каждого отдельного опыта, является конкретной реализацией случайной функции, представляющей собой совокупность всех реализаций. Случайная функция  $x(t)$  при данном  $t=t_i$  есть случайная величина  $x(t_i)$  и часто называется сечением функции.

При рассмотрении случайных процессов выделяют такие, статистические характеристики которых не изменяются во времени. Эти процессы и соответствующие им случайные функции называются стационарными. Процессы и соответствующие им функции, не обладающие свойством инвариантности (неизменности) статистических характеристик при временных сдвигах, называют нестационарными. Исследование систем, случайные процессы в которых стационарны, значительно проще исследования нестационарных систем. С другой стороны, про-

цессы во многих САР могут приближённо рассматриваться как стационарные.

Свойство эквивалентности среднего по времени среднему по множеству носит название эргодичности. Для эргодического стационарного процесса все усреднённые характеристики одинаковы для всех реализаций, и эти реализации могут быть заменены одной реализацией, достаточно продолжительной по времени. Для определения характеристик стационарной эргодической случайной функции можно ограничиться одним опытом вместо множества опытов, необходимых для определения характеристик неэргодического процесса. Не всякая стационарная функция является эргодической. Простейшим примером является функция, все реализации которой постоянны по времени, но различны по уровню.

Ниже рассмотрены характеристики случайных процессов в предположении, что они обладают свойствами стационарности и эргодичности.

Основными статистическими характеристиками случайной функции являются: плотность распределения, математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение или дисперсия, корреляционная функция, спектральная плотность.

Плотность распределения определяет вероятность того, что значения ординат в произвольный момент времени находятся в определённом интервале:

$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \cdot \frac{t_1 + t_2 + \dots + t_n}{\Delta x}. \quad (73)$$

Математическое ожидание (среднее значение) случайной функции

$$\bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x dt \quad \text{или} \quad \bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx. \quad (74)$$

Для дискретной случайной функции

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad \text{или} \quad \bar{x} = \sum_{i=1}^N x_i p(x_i). \quad (75)$$

Разность  $x - \bar{x}$  называется центрированной случайной функцией. Её математическое ожидание равно нулю.

Дисперсия и среднее квадратическое отклонение характеризуют разброс значений  $x(t)$  случайной функции относительно математического ожидания. Дисперсия непрерывного и дискретного процессов соответственно равна:

для центрированной функции

$$D_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt; \quad D_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2; \quad (76)$$

для нецентрированной функции

$$D_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x - \bar{x})^2 dt; \quad D_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2. \quad (77)$$

Среднее квадратическое отклонение  $\sigma_x = \sqrt{D_x}$ .

Плотность вероятности, математическое ожидание и дисперсия не характеризуют протекание случайного процесса во времени. Для оценки временной структуры центрированной случайной функции ис-

пользуют корреляционную функцию, которая определяет взаимосвязь случайных значений функции во времени:

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt, \quad (78)$$

где  $x(t+\tau)$  - значение случайной функции  $x(t)$  при смещённом на  $\tau$  значении аргумента (времени).

Для дискретной функции

$$R_x(n) = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} x_i x_{i+n}. \quad (79)$$

Пусть, например, имеется ряд дискретных значений функции  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . Тогда

$$\begin{aligned} R_x(0) &= \frac{1}{N} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2) = D_x; \\ R_x(1) &= \frac{1}{N-1} (x_1 x_2 + x_2 x_3 + \dots + x_{N-1} x_N); \\ R_x(2) &= \frac{1}{N-2} (x_1 x_3 + x_2 x_4 + \dots + x_{N-2} x_N); \\ R_x(n) &= \frac{1}{N-n} (x_1 x_{n+1} + x_2 x_{n+2} + \dots + x_{N-n} x_N). \end{aligned} \quad (80)$$

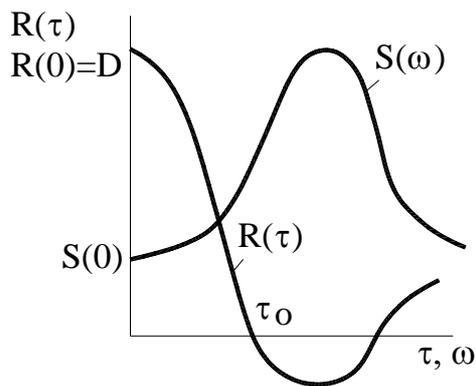
Из формул (78)-(79) видно, что при нулевом сдвиге ( $\tau = 0$  или  $n=0$ ) значение  $R_x$  будет максимальным и равным дисперсии  $D_x$ , рис. 17. С увеличением сдвига  $\tau$  значения  $R_x(\tau)$  уменьшаются. При некотором значении  $\tau = \tau_0$ , называемом временем корреляции, кривая  $R_x(\tau)$  пересекает ось абсцисс. При  $\tau > \tau_0$  значения функции  $x(t)$  являются практически

независимыми друг от друга случайными величинами. Конечное значение  $R_x(\infty) = \bar{x}^2$ . Для центрированной  $x(t)$   $R_x(\infty)=0$ .

Часто удобнее пользоваться нормированной безразмерной корреляционной функцией  $\rho_x(\tau) = R_x(\tau) / R_x(0)$ .

Корреляционные функции являются неслучайными и их можно аппроксимировать функциональной зависимостью

$$\rho_x(\tau) = \sum_{i=1}^n a_i e^{-\alpha_i |\tau|} \cos(\beta_i \tau). \quad (81)$$



**Рис. 17. Корреляционная функция и спектральная плотность случайного процесса**

В большинстве случаев достаточно ограничиться одним слагаемым

$$\rho_x(\tau) = e^{-\alpha |\tau|} \cos(\beta \tau). \quad (82)$$

Для суммы двух случайных функций  $x(t)=y(t)+z(t)$

$$R_x(\tau) = R_y(\tau) + R_z(\tau) + R_{yz}(\tau) + R_{zy}(\tau), \quad (83)$$

где  $R_{yz}(\tau)$  и  $R_{zy}(\tau)$  - взаимные корреляционные функции:

$$R_{yz}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y(t)z(t + \tau)dt;$$

$$R_{zy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int z(t)y(t - \tau)dt.$$
(84)

Если  $y(t)$  и  $z(t)$  некоррелированы (независимы), то  $R_{yz}(\tau)=0$  и  $R_{zy}(\tau)=0$ .

Спектральная плотность пропорциональна квадратам амплитуд колебаний и характеризует энергию колебаний на различных частотах, рис. 17.

Для получения спектральной плотности достаточно взять интеграл Фурье от корреляционной функции (78):

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau.$$
(85)

Этот интеграл называют прямым функциональным преобразованием Фурье. Обратное преобразование даёт следующее выражение:

$$R_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega)e^{j\omega\tau} d\omega.$$
(86)

Выражения (85)-(86) после определённых преобразований можно записать в более удобном для практических расчётов виде:

$$S_x(\omega) = 2 \int_0^{\infty} R_x(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau;$$
(87)

$$R_x(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_x(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega.$$
(88)

Для  $R_x(\tau) = R_x(0)e^{-\alpha|\tau|} \cos(\beta\tau)$  имеем

$$S_x(\omega) = R_x(0) \frac{2\alpha(\alpha^2 + \beta^2 + \omega^2)}{\omega^4 + 2(\alpha^2 - \beta^2)\omega^2 + (\alpha^2 + \beta^2)^2}. \quad (89)$$

При  $\tau = 0$  из формулы (88) получаем

$$R_x(0) = D_x = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_x(\omega) d\omega. \quad (90)$$

Таким образом, дисперсия амплитуд стационарной случайной функции пропорциональна площади, ограниченной кривой  $S_x(\omega)$  и осями координат.

Для суммы двух случайных процессов  $x(t)=y(t)+z(t)$

$$S_x(\omega) = S_y(\omega) + S_z(\omega) + S_{yz}(\omega) + S_{zy}(\omega), \quad (91)$$

где  $S_{yz}(\omega)$  и  $S_{zy}(\omega)$  - взаимные спектральные плотности  $y(t)$  и  $z(t)$ . Напри-

мер,  $S_{yz}(\omega) = 2 \int_0^{\infty} R_{yz}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau$ .

Для независимых процессов  $S_{yz}(\omega)=0$ ,  $S_{zy}(\omega)=0$ .

Спектральная плотность производной случайной функции

$$S_x(\omega) = \omega^2 S_x(\omega). \quad (92)$$

В более общем случае

$$S_{x^{(n)}}(\omega) = \omega^{2n} S_x(\omega). \quad (93)$$

Случайный процесс  $x$ , в котором отсутствует взаимосвязь между предыдущими и последующими значениями  $x$ , называется абсолютно случайным процессом или белым шумом. В этом случае время корреляции  $\tau_0=0$ ,  $R_x(\tau)$  представляет собой  $\delta$ -функцию, а  $S_x$  является постоянной величиной, не зависящей от  $\omega$ . В чистом виде белый шум нереализуем, так как требует бесконечно большой мощности. Однако многие физические процессы близки к нему (в определённом интервале частот).

При действии на САР случайных возмущений точность её работы не может быть полно охарактеризована при помощи обычных показателей качества. В этом случае речь может идти об определении не мгновенных, а лишь некоторых её средних значений. Таким средним значением обычно является дисперсия ошибки

$$D_\varepsilon = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \varepsilon^2(t) dt, \quad (94)$$

определяющая динамическую точность следящей системы при наличии стационарных случайных воздействий.

При известной спектральной плотности воздействия

$$D_\varepsilon = R_\varepsilon(0) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty S_\varepsilon(\omega) d\omega, \quad (95)$$

где  $S_\varepsilon(\omega)$  - спектральная плотность ошибки, которую нужно найти.

Пусть линейная САР находится под действием двух стацио-

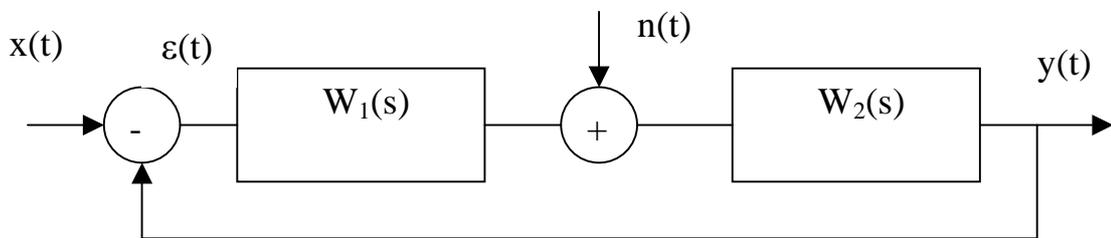
нарных случайных возмущений: управляющего  $x(t)$  и помех  $n(t)$ , приложенных к различным точкам, рис. 18. Из теории случайных функций известно, что

$$S_y(\omega) = W_x^2(j\omega)S_x(\omega) + W_n^2(j\omega)S_n(\omega) + W_x(j\omega)W_n(-j\omega)S_{xn}(\omega) + W_x(-j\omega)W_n(j\omega)S_{nx}(\omega), \quad (96)$$

где  $W_x^2(j\omega)$  и  $W_n^2(j\omega)$  - квадраты модулей АЧХ системы, связывающей входные воздействия  $x(t)$  и  $n(t)$  с выходной величиной  $y(t)$ :

$$W_x(j\omega) = \frac{W_1(j\omega)W_2(j\omega)}{1 + W_1(j\omega)W_2(j\omega)}; \quad (97)$$

$$W_n(j\omega) = \frac{W_2(j\omega)}{1 + W_1(j\omega)W_2(j\omega)}.$$



**Рис. 18. Структурная схема для определения динамической точности системы**

Если  $x(t)$  и  $n(t)$  некоррелированы, то

$$S_y(\omega) = W_x^2(j\omega)S_x(\omega) + W_n^2(j\omega)S_n(\omega). \quad (98)$$

Для нахождения  $S_\varepsilon(\omega)$  определяется передаточная функция ошибки  $W_\varepsilon(s)$ . Так как  $\varepsilon(s) = x(s) - y(s)$ , а  $y(s) = W_x(s)x(s)$ , то  $\varepsilon(s) = x(s) - W_x(s)x(s) = (1 - W_x(s))x(s)$ .

Отсюда  $W_\varepsilon(s) = \varepsilon(s)/x(s) = 1 - W_x(s)$  и, соответственно,  $W_\varepsilon(s) = 1 - W_x(j\omega) = 1/(1 + W_1(j\omega)W_2(j\omega))$ .

Спектральная плотность ошибки  $S_\varepsilon(\omega)$  на основании формулы (96):

$$S_\varepsilon(\omega) = W_\varepsilon^2(j\omega)S_x(\omega) + W_n^2(j\omega)S_n(\omega) + W_\varepsilon(j\omega)W_n(-j\omega)S_{xn}(\omega) + W_\varepsilon(-j\omega)W_n(j\omega)S_{nx}(\omega), \quad (99)$$

При некоррелированных  $x(t)$  и  $n(t)$

$$S_\varepsilon(\omega) = W_\varepsilon^2(j\omega)S_x(\omega) + W_n^2(j\omega)S_n(\omega). \quad (100)$$

Если эти возмущения приложены в одной точке, то

$$S_\varepsilon(\omega) = W_\varepsilon^2(j\omega)S_x(\omega) + W_x^2(j\omega)S_n(\omega) \quad (101)$$

и дисперсия ошибки

$$D_\varepsilon = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty (W_\varepsilon^2(j\omega)S_x(\omega) + W_x^2(j\omega)S_n(\omega)) d\omega. \quad (102)$$

Оптимальными условиями работы системы являются такие, при которых дисперсия ошибки минимальна.

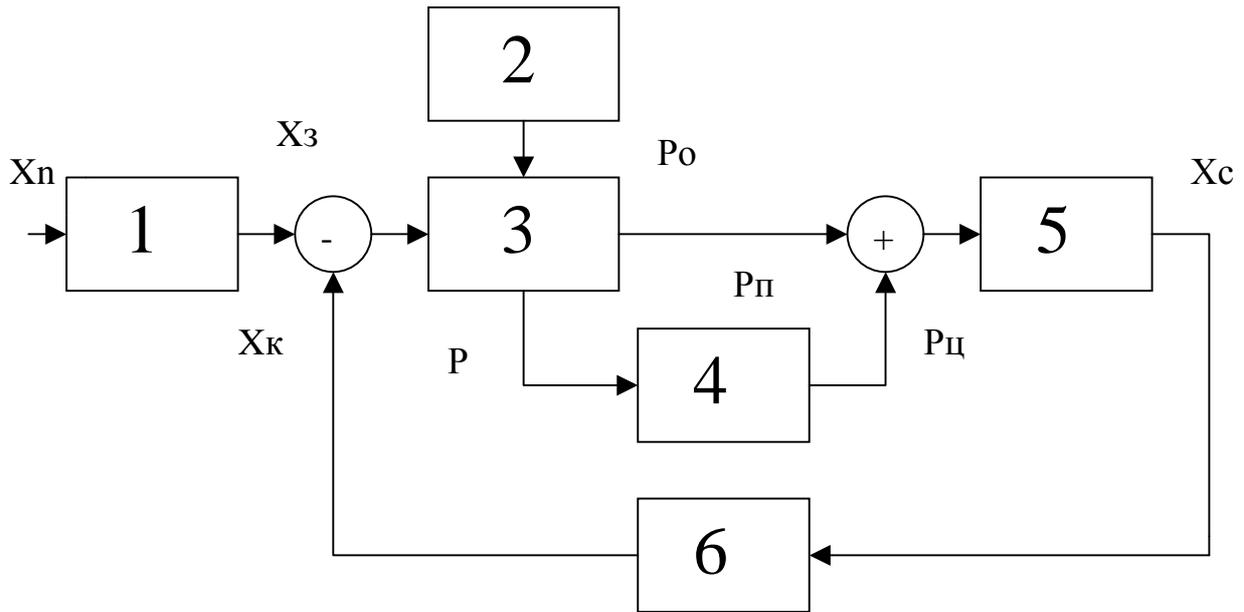
## 4. АВТОМАТИКА В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ АВТОМОБИЛЯ

### 4.1. Автоматизация управления сцеплением

Автоматизация управления сцеплением производится с целью облегчения и упрощения процесса трогания автомобиля с места и переключения передач. При этом сцепление выполняют частично или полностью автоматическим.

В первом случае в обычный привод устанавливают различного рода усилители для снижения усилия на педали сцепления. Функциональная схема такого привода показана на рис. 19. При нажатии на педаль сцепления с помощью системы рычагов и тяг 1 смещается золотник следящего механизма 3 относительно корпуса и в цилиндр усилителя 4 от источника питания 2 поступает сжатый воздух или жидкость. Одновременно через систему рычагов и тяг 6, образующих отрицательную обратную связь, смещается корпус, и следящий механизм устанавливается в нейтральное положение. Если водитель прекращает перемещение педали, усилие со стороны цилиндра помогает удерживать нажимной диск сцепления в требуемом положении. При отпуске педали цилиндр через следящий механизм соединяется со сливной магистралью (с атмосферой), давление в нём падает, и под действием пружин нажимной диск 5 возвращается в исходное положение, соответствующее включённому сцеплению.

Во втором случае само сцепление или привод выполняют полностью автоматическим. При этом отпадает необходимость в педали сцепления и, следовательно, в традиционном приводе. Рабочие характеристики сцепления должны обеспечивать нормальную эксплуатацию автомобиля, т.е. возможность трогания с места с различной интенсивностью, осуществлять переключение передач без рывков и т.д.

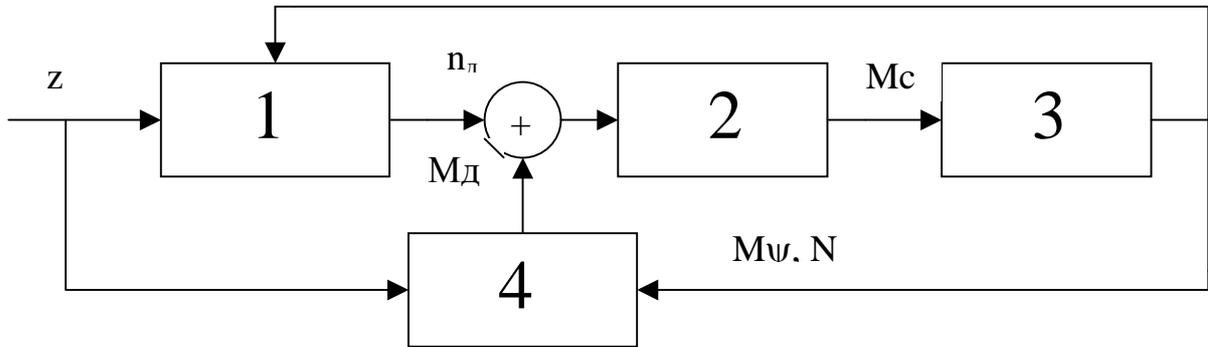


**Рис. 19. Функциональная схема привода сцепления с усилителем**  
*Перемещения:  $X_n$  - педали,  $X_з$  - золотника,  $X_к$  - корпуса следящего механизма,  $X_с$  - нажимного диска сцепления*  
 *$p$  - давление в цилиндре усилителя;  $p_0$  - питающее давление*  
 *$P_p$  - усилие на нажимном диске со стороны водителя;  $P_ц$  - усилие на нажимном диске со стороны усилителя*

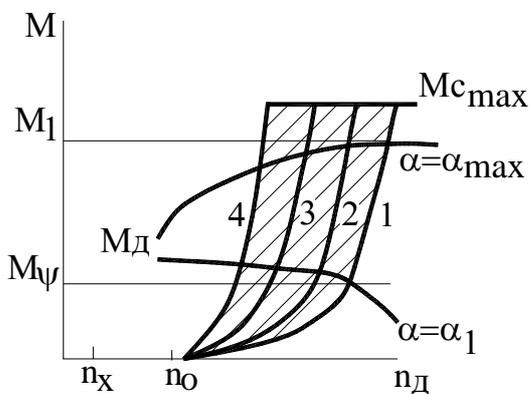
Функциональная схема автомобиля с автоматическим приводом показана на рис. 20. Система управления 4 включена в обратную связь сцепления 2 и регулирует момент трения  $M_c$  в зависимости от частоты вращения  $n_d$  двигателя 1, угла открытия дроссельной заслонки  $\alpha$  (положения педали подачи топлива  $z$ ), номера передачи  $N$  коробки передач 3 автомобиля и момента сопротивления движению  $M_\psi$ .

Характер изменения момента  $M_c$  показан на рис. 21. При холстом ходе ( $n_d = n_x$ ) момент  $M_c = 0$  и сцепление выключено. Оно начинает включаться при  $n_d = n_0$ . Трогание автомобиля происходит, если  $M_c = M_\psi$  (кривая 1) при угле открытия дроссельной заслонки  $\alpha = \alpha_1$ . Максимальный момент, передаваемый сцеплением при трогании, соответствует пере-

сечению  $M_c$  с внешней характеристикой двигателя ( $\alpha=\alpha_{\max}$ ) и равен  $M_1$ . Для обеспечения возможности интенсивного разгона эту точку пересечения смещают ближе к  $M_{d_{\max}}$ .



**Рис. 20. Функциональная схема автомобиля с автоматическим сцеплением**



**Рис. 21. Изменение момента трения  $M_c$  автоматического сцепления**

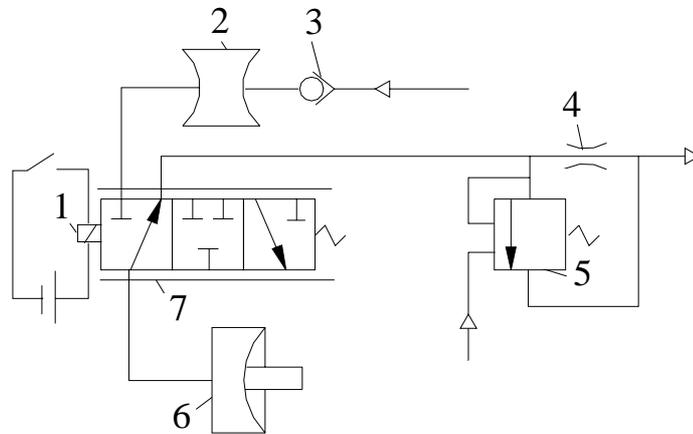
При движении автомобиля с невысокой скоростью на высших передачах возможны случаи, когда  $M_d > M_c$ , что приводит к пробуксовке сцепления. Для устранения этого недостатка желательно с увеличением номера передачи иметь более крутые характеристики  $M_c=f(n_d)$  (кривые 2-4 на рис. 21). Эти характеристики должны корректироваться в зависи-

мости от  $M_{\psi}$  и требуемой интенсивности разгона автомобиля, с увеличением которых момент  $M_c$  должен увеличиваться.

В автоматических центробежных сцеплениях прижатие трущихся поверхностей осуществляется за счёт центробежной силы, возникающей от специально установленных грузов. Момент трения зависит от частоты вращения коленчатого вала двигателя, и характер этой зависимости обеспечивает высокую плавность трогания машины с места. Устанавливаемая система управления предназначается только для корректировки характеристики сцепления при переключении передач (более быстрое включение и выключение). Центробежные сцепления не обеспечивают соединения двигателя с трансмиссией при неработающем двигателе. Для устранения этого недостатка могут устанавливаться два сцепления: центробежное для обеспечения трогания с места и обычное фрикционное (меньшее по размеру) для переключения передач. Последнее устанавливается на муфте свободного хода и имеет систему автоматического управления.

На рис. 22 приведён пример такой системы. Основу системы составляет клапан 7, управляемый электромагнитом 1. Контакты К находятся на рычаге переключения передач и замыкаются при его перемещении. В результате шток клапана 7 смещается и вакуум-ресивер 2, соединённый с коллектором двигателя через обратный клапан 3, сообщается с камерой 6, с помощью которой выключается сцепление. При отпуске рычага переключения передач контакты К размыкаются, камера сообщается с атмосферой и под воздействием нажимных пружин сцепление включается. Темп включения сцепления зависит от времени заполнения камеры воздухом, который поступает через жиклёр 4 и дополнительный клапан 5, степень открытия которого определяется разрежением в диффузоре карбюратора. При полностью открытой дрос-

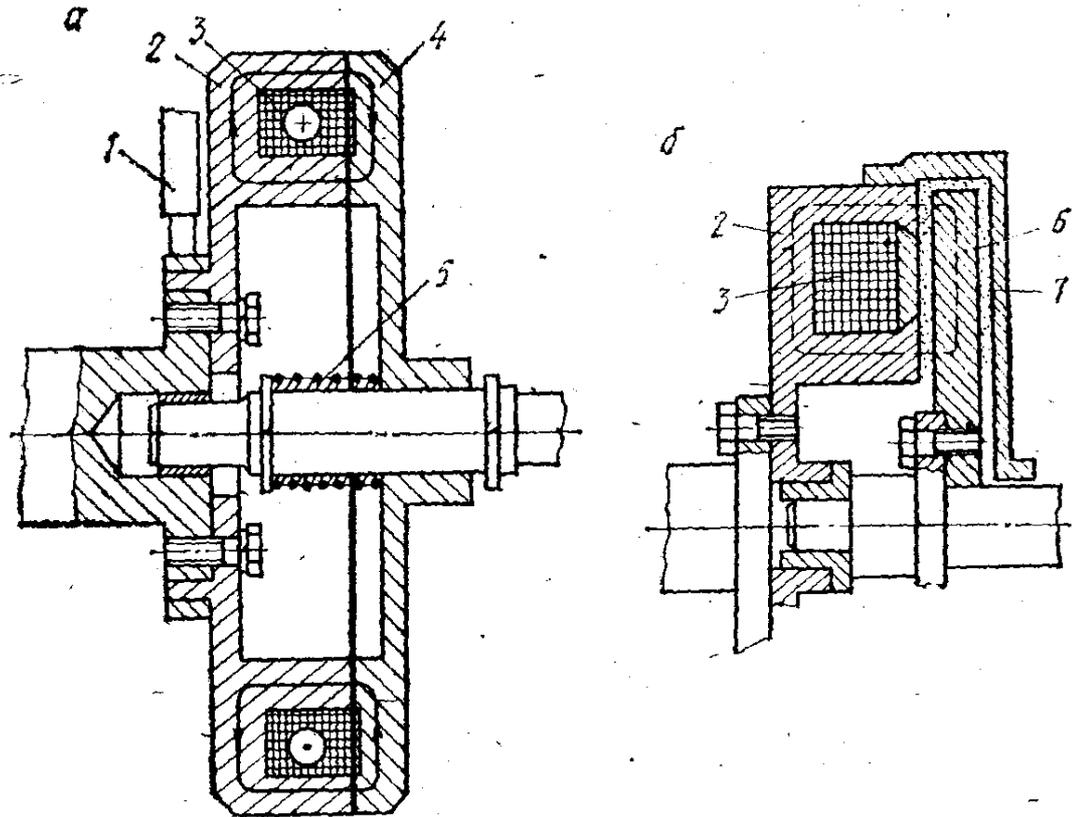
сельной заслонке темп включения сцепления составляет  $0,1 \dots 0,15$  с, а при полностью закрытой -  $2 \dots 3$  с.



**Рис. 22. Схема системы автоматического управления сцеплением**

Представляют интерес автоматические электромагнитные сцепления. Они выполняются двух типов: без ферронаполнителя и с ним.

Сцепление первого типа в простейшем случае (рис. 23 а) состоит из сердечника 2 электромагнита, являющегося одновременно и маховиком; якоря 4, соединённого с первичным валом коробки передач; обмотки возбуждения 3, к которой подводится ток через скользящий контакт 1. При подаче тока в обмотку возникает магнитная сила, притягивающая якорь к сердечнику. Возникающая при этом сила трения в зоне контакта обеспечивает передачу крутящего момента. После прекращения подачи тока в обмотку пружиной 5 отводится якорь от сердечника и сцепление выключается. Данный тип сцепления имеет простую конструкцию и легко поддаётся автоматизации.



**Рис. 23. Схемы электромагнитных сцеплений:**

*а - без ферронаполнителя; б - с ферронаполнителем*

Основными элементами сцепления с ферронаполнителем, рис. 23 б, является сердечник 2, обмотка возбуждения 3, ведомый диск 6 и кожух 7. Пространство между ними заполнено ферронаполнителем (магнитным порошком). Его вязкость увеличивается с ростом напряжённости магнитного поля, возникающего при прохождении тока через обмотку. При определённой напряжённости ферронаполнитель превращается почти в твёрдое тело, что и обеспечивает передачу крутящего момента. Выключение сцепления достигается отключением обмотки от источника питания. Выполненные конструкции электромагнитных сцеплений и систем автоматического управления ими можно встретить на некоторых моделях легковых автомобилей, в частности, у отдельных вариантов автомобилей ЗАЗ.

## 4.2. Автоматизация переключения передач

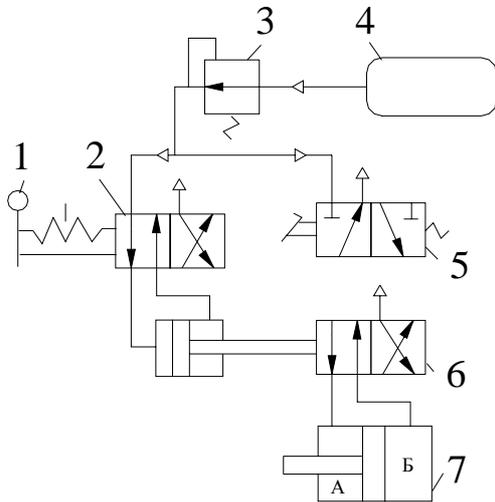
Управление коробкой передач - одна из наиболее квалифицированных операций по управлению автомобилем. Водитель должен в зависимости от режима работы двигателя и автомобиля, дорожных условий выбрать ту или иную передачу. Поскольку время на переключение передачи ограничено, для облегчения и упрощения управлением коробкой передач применяют преселекторный, командный и автоматический методы переключения.

При преселекторном управлении процесс переключения разделяется на два этапа: на первом - осуществляется предварительный выбор передачи без самого переключения, движение продолжается на ранее выбранной передаче; на втором - включается в соответствующий момент ранее выбранная передача с помощью нажатия на педаль сцепления до упора или мгновенного отпускания педали подачи топлива.

Преселекторным является управление передним дополнительным редуктором коробки передач, представленное на рис. 24.

Для переключения редуктора воздух из ресивера 4 через редукционный клапан 3 подаётся в полость А (низшая ступень) или Б (высшая передача) силового цилиндра 7, что определяется положением золотника воздухораспределителя 6. Воздухораспределитель управляется краном 2, шток которого связан тросиком с переключателем, установленным на рычаге 1 переключения коробки передач. Сжатый воздух к силовому цилиндру подводится через клапан включения 5 при нажатии на педаль сцепления. При отпускании педали шток клапана под действием пружины смещается влево, воздухораспределитель отсоединяется от напорной магистрали и соединяется с атмосферой. Таким образом, переключение редуктора требует двух управляющих воздействий: пред-

варительного, перемещающего золотник воздухораспределителя в требуемое положение, и исполнительного, при котором воздух из напорной магистрали поступает в силовой цилиндр.



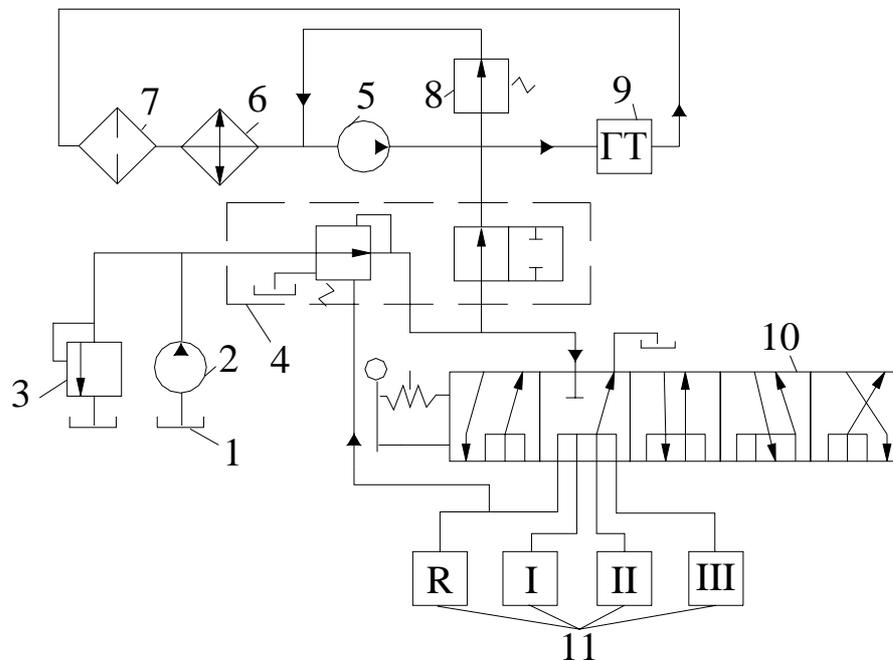
**Рис. 24. Схема преселекторного управления дополнительным редуктором коробки передач**

В коробках передач с командным управлением для включения передачи достаточно подать соответствующий командный импульс (установить рычаг селектора в требуемое положение или нажать соответствующую кнопку). В качестве примера на рис. 25 показана схема такой системы.

Система состоит из двух основных гидравлических магистралей: главной, служащей для подачи масла в бустеры фрикционов 11, и вспомогательной, обеспечивающей нормальную работу гидротрансформатора 9.

В главную магистраль входят: маслоприёмник 1, главный насос 2, предохранительный 3 и редукционный 4 клапаны, золотники переключения передач 10 и фрикционы 11. Клапан 4 поддерживает давление масла на передачах прямого хода в пределах 1,0...1,1 МПа. На передаче заднего хода для увеличения момента трения фрикциона давление масла повышают до 1,3...1,5 МПа за счёт подвода масла из нагнетательной магистрали к торцу золотника клапана 4. Клапан 3 отрегулиро-

ван на давление 1,9...2,2 МПа, он предохраняет систему от повреждения при заклинивании золотника редукционного клапана. Вспомогательная магистраль состоит из насоса 5, радиатора 6, фильтра 7, гидротрансформатора 9 и клапана гидротрансформатора 8. При давлении масла 0,6...0,7 МПа главная магистраль соединяется с вспомогательной через редукционный клапан 4, который поддерживает давление в пределах 0,45...0,5 МПа. Часть масла из вспомогательной системы через клапан (на схеме не показан) подаётся к деталям согласующего редуктора и коробки передач для их смазывания.

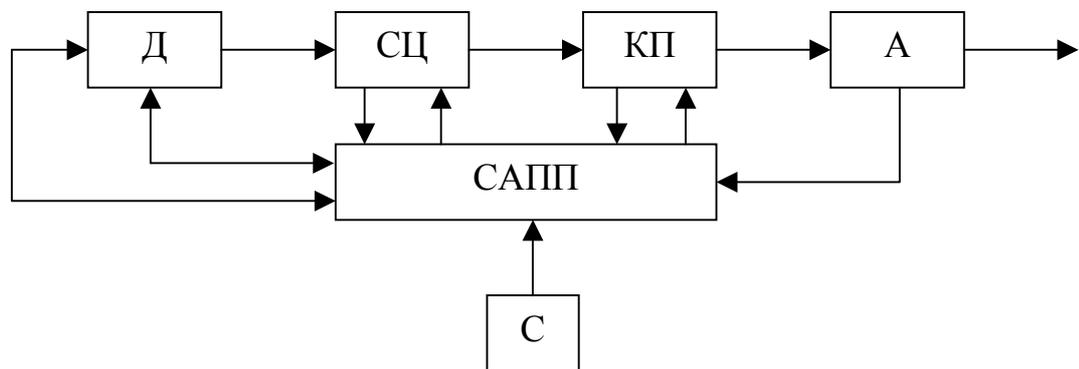


**Рис. 25. Схема командного управления коробки передач**

При автоматическом управлении выбор передачи осуществляется без вмешательства водителя. Однако водитель при желании может включать некоторые или все передачи независимо от работы системы автоматического переключения передач (САПП).

Работа САПП зависит от двух параметров - режима движения автомобиля (регулирование по скорости) и режима работы двигателя

(регулирование по нагрузке). Функциональная схема автомобиля с САПП показана на рис. 26. Входами в САПП являются параметры регулирования, характеризующие режимы работы двигателя (угол открытия дроссельной заслонки или положение рейки топливного насоса, положение педали подачи топлива, разрежение во впускном коллекторе), сцепления, коробки передач, автомобиля (скорость, ускорение, момент сопротивления).



**Рис. 26. Функциональная схема автомобиля с САПП**

*Д - двигатель; СЦ - сцепление; КП - коробка передач; А - автомобиль;  
С - селектор*

САПП независимо от конструктивного исполнения состоит из измерительного блока, в котором собирается информация о параметрах управления; логического управляющего блока, с помощью которого вырабатываются управляющие сигналы; исполнительного блока, непосредственно управляющего работой двигателя, сцепления, коробки передач. Эти элементы могут быть механическими, гидравлическими, пневматическими, электрическими, электронными, мехатронными.

Широкое распространение получили электронные системы управления (ЭСУ) на базе микропроцессорной техники. Они характеризуются высокой надежностью, точностью работы, приспособленностью к условиям эксплуатации, компактностью, возможностью упрощения ме-

ханических и гидравлических элементов, входящих в САПП. Применение электроники позволяет совершенствовать структуру САПП для лучшего приближения к теоретически оптимальным законам переключения передач. Появляется возможность использовать новые параметры управления, не применяемые в других типах САПП. Можно реализовать несколько программ управления для разных критериев оптимальности ЭСУ дают возможность автоматизировать процесс переключения обычных механических ступенчатых коробок передач. При этом использование синхронизаторов в коробке передач может оказаться необязательным.

Кроме функции переключения передач микропроцессорная САПП выполняет ряд других функций: обеспечивает защиту системы от неправильных действий водителя и остановку автомобиля при появлении в ней неисправностей, а также информирует водителя о состоянии системы и режимах её работы.

В соответствии с этим микропроцессорная САПП (гидромеханической передачи) должна включать следующие элементы:

- блок управления (БУ) с функциями защиты;
- блок индикации (БИ);
- пульт управления (ПУ);
- датчики скорости насосного, турбинного валов гидротрансформатора и выходного вала ГМП;
- датчики положения: стояночного тормоза и положения платформы;
- датчики включения: рабочей тормозной системы, тормоза-замедлителя;
- датчик температуры ГМП;
- электромагниты управления: передачами, блокировкой гидротрансформатора, тормозом-замедлителем, отсечкой топлива двигателя;
- информационную панель;

- соединительные провода.

Пример краткой характеристики микропроцессорной САПП для автомобиля с подъёмной платформой.

1) Номинальное напряжение питания - 27 В.

2) Система управления должна обеспечивать автоматическое и командное (ручное) управление ГМП.

3) Перевод пульта управления при трогании автомобиля в положение "Автомат" приводит к принудительному включению первой передачи. Отпускание педали подачи топлива при движении автомобиля автоматически приводит к включению "Нейтрали". При последующем нажатии на педаль включается та передача, которая соответствует текущему нагрузочному и скоростному режиму работы автомобиля.

Пороги переключения передач вверх и вниз определяются передаточным отношением гидротрансформатора, скоростью и ускорением автомобиля.

4) Блокировка и разблокировка гидротрансформатора осуществляется автоматически в зависимости от его передаточного отношения.

5) Система управления выполняет ряд защитных функций с соответствующим отображением на информационной панели:

- при включённом стояночном тормозе действует запрет на включение передач до начала движения автомобиля, а во время движения - запрещается переключение передач до полной остановки автомобиля;

- при поднятой платформе действует запрет на переключение передач выше второй до возврата платформы в исходное положение (если имеется подъёмная платформа);

- на непрогретой ГМП запрещается автоматическое переключение передач и допускается движение только на первой передаче и передачах заднего хода;

- запрещается включение первой передачи и передач заднего хода при частоте вращения выходного вала ГМП выше 85 об/мин.

6) Блок индикации отображает информацию о режиме работы САПП (автоматический или командный), номере включённой передачи, блокировке гидротрансформатора, включении тормоза-замедлителя, подъёме платформы, температуре ГМП, неправильных действиях водителя.

При разработке САПП в первую очередь решаются задачи выбора оптимального закона переключения передач: определение требуемых моментов переключения с одной передачи на другую и выявление характера изменения во времени моментов трения включаемых и выключаемых фрикционов (сцеплений) в зависимости от дорожных условий и режима движения машины. Поскольку машина обычно эксплуатируется в различных условиях, желательно было бы иметь оптимальный закон переключения передач для каждого режима движения. На практике он выбирается на основании экономического критерия, учитывающего ряд факторов, в первую очередь - себестоимость перевозок.

Для получения высоких тягово-скоростных и топливно-экономических качеств машины методики рекомендуют при отыскании закона переключения передач соблюдать два требования: САПП должна позволять использовать всю область тяговой характеристики машины и при максимальном перемещении педали подачи топлива включать ту передачу, на которой тяговая сила наибольшая; при частичном перемещении педали должна включаться та передача, на которой мгновенный расход топлива  $Q_T$  минимален.

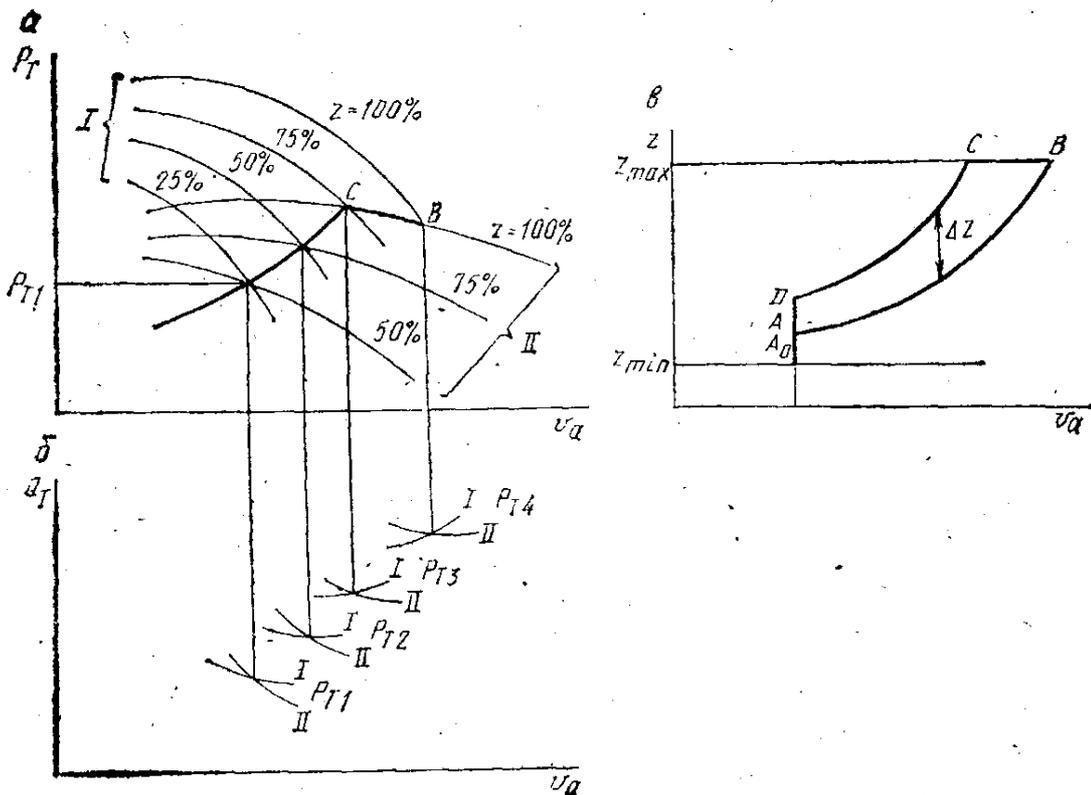


Рис. 27. Определение закона переключения передач

Закон переключения передач находится по тяговой характеристике  $P_T(v_a)$  и экономической  $Q_T(v_a)$  характеристикам автомобиля (рис. 27 а, б), построенным для смежных передач и различных положений элемента подачи топлива, характеризуемым его перемещением  $z$ . Экономическая характеристика строится под тяговой, и точки пересечения  $Q_T(v_a)$  для различных значений тяговой силы проектируются до пересечения с соответствующей тяговой характеристикой. Плавная линия, соединяющая эти точки, образует характеристику переключения передач. По этой характеристике находится оптимальный закон переключения передач (рис. 27 в), связывающий скорость движения автомобиля с перемещением элемента подачи топлива. Нижняя ветвь  $A_0AB$  соответствует переключению с низшей передачи на высшую, а верхняя  $A_0DCB$  - с высшей

на низшую. Из рис. 27 следует, что для того, чтобы сила тяги оставалась постоянной при переключении передач, САПП должна перемещать элемент подачи топлива на  $\Delta z$ . Точка В соответствует полному перемещению элемента подачи топлива на переключаемых передачах, линия ВС - максимальному перемещению элемента подачи топлива на высшей смежной передаче.

При расчёте САПП должны моделироваться действия водителя с учётом реальной дорожной обстановки, характеристик дорожной поверхности и параметров движения машины. Приведём фрагмент схемы таких расчётов.

- 1) Начало подпрограммы.
- 2) Определение номера участка дороги, по которой будет двигаться автомобиль.
- 3) Вычисление силы сопротивления движению  $R_{\psi}$  и определение допустимой скорости  $v_{\max}$  при движении по данному участку дороги.
- 4) Проверка наличия процесса переключения передач. Если включена нейтраль, осуществляется переход к пункту 12.
- 5) Определение частоты вращения коленчатого вала двигателя  $n_d$ .
- 6) Проверка скорости движения автомобиля  $v_a$ . Если она не превышает  $v_{\max}$ , осуществляется переход к пункту 14.
- 7) Проверка  $v_a$ . Если  $v_a > v_{\max}$ , осуществляется переход к пункту 9.
- 8) Определение суммарного тормозного момента, торможение автомобиля тормозами и двигателем; установка педали подачи топлива в нулевое положение  $z=0$ . Передача управления пункту 11.
- 9) Уменьшение  $v_a$  за счёт изменения  $z$ . Определение  $z$ , при котором автомобиль может двигаться со скоростью  $v_{\max}$ .

- 10) Определение силы тяги  $P_t$ .
- 11) Определение ускорения автомобиля  $a$  и передача управления пункту 23.
- 12) Приравнивание  $M_d$  и  $P_t$  нулю (движение автомобиля с включённой нейтралью в коробке передач).
- 13) Определение  $n_d$  и  $a$  при нейтральном положении коробки передач. Передача управления пункту 23.
- 14) Определение  $M_d$  и  $P_t$  (разгон автомобиля).
- 15) Проверка скорости движения автомобиля. Если она выходит за нижний допустимый предел, управление передаётся пункту 20.
- 16) Проверка  $P_t$ . Если  $P_t < P_{\psi}$ , управление передаётся пункту 20.
- 17) Проверка знака  $P_{\psi}$ . При  $P_{\psi} < 0$  переход к пункту 18, иначе - к 19.
- 18) Определение  $P_{\psi} = |P_{\psi}|$ , если  $P_{\psi} < 0$ . Переход к пункту 8.
- 19) Определение  $z$  при  $P_t = P_{\psi}$  (равномерное движение).
- 20) Определение  $a$ .
- 21) Проверка  $v_a$  и  $a$ . Если  $v_a \leq v_{\max}$  или  $a < 0$ , управление передаётся пункту 23.
- 22) Если  $v_a > v_{\max}$  и  $a > 0$ , прекращается разгон ( $z=0$ ,  $M_d=0$ ,  $P_t=0$ ,  $a=0$ ).
- 23) Вычисление параметров движения автомобиля (скорости, расхода топлива).
- 24) Возвращение в головную программу.

### **4.3. Автоматическое управление антиблокировочной системой автомобиля**

Тормозная система современного автомобиля, наряду с решением традиционных задач (уменьшение скорости, вплоть до его полной остановки, либо удержание автомобиля на месте), используется системами активной безопасности (САБ) для обеспечения устойчивости и управляемости путем регулирования параметров сцепления колеса с дорогой, активно взаимодействуя при этом с другими компонентами автомобиля как в тормозном, так и в тяговом режиме.

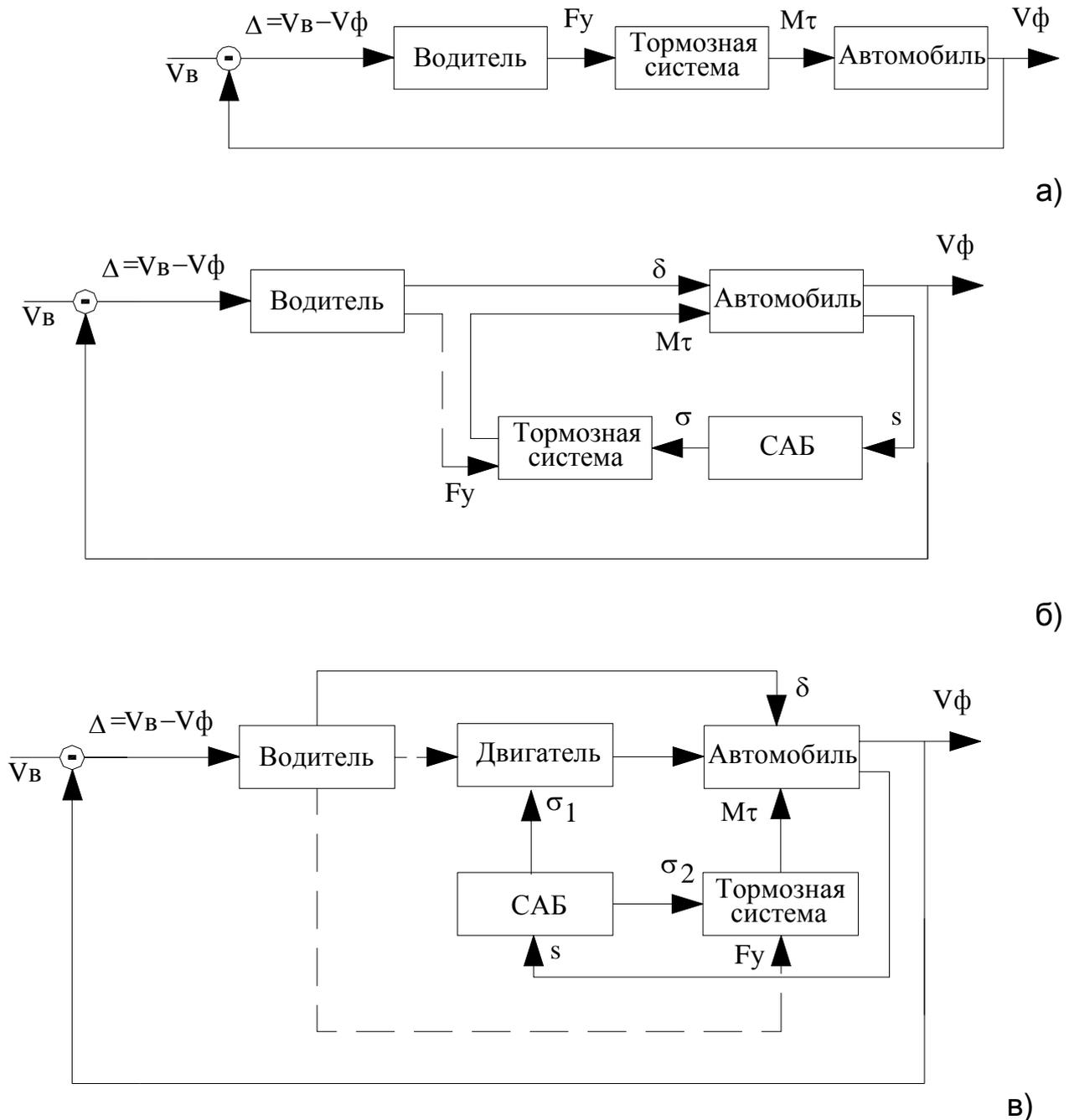
Таким образом, роль тормозного привода автомобиля качественно меняется - он может выступать и самостоятельной системой управления, и "подсистемой", объектом управления системы более высокого порядка, рис. 28.

Рассмотрим это на примере антиблокировочной-противобуксовочной системы (АБС/ПБС), предназначенной для оснащения автомобилей и автобусов с целью обеспечения нормативных требований по эффективности торможения, устойчивости, управляемости и ограничения максимальной скорости движения, а также улучшения динамики разгона на дорогах с низким и переменным коэффициентом сцепления, рис. 29.

Основными элементами АБС/ПБС являются: датчики угловой скорости колеса, модуляторы тормозного давления, элементы управления режимами работы двигателя и процессорный модуль управления (ПМУ).

ПМУ постоянно анализирует поступающую с колесных датчиков информацию, производит необходимые расчеты и выдает команды на исполнительные элементы.

При осуществлении водителем экстренного торможения система АБС/ПБС переходит в режим антиблокировочного регулирования в случае обнаружения превышения граничного замедления (и/или проскальзывания) колеса автомобиля.



**Рис. 28. Варианты использования тормозной системы:**

а) стандартная; б) в составе САБ тормозного режима; в) в составе САБ тормозного и тягового режимов

Скорости:  $v_B$  - задаваемая водителем;  $v_\phi$  - фактическая;  $\Delta$  - отклонение скорости;  $F_y$  - усилие управления тормозным приводом;  $M_\tau$  - тормозной момент;  $\delta$  - воздействие на рулевое управление;  $s$  - параметр регулирования САБ;  $\sigma$  - управляющий сигнал

После этого момента регулирование основных параметров процесса торможения (скорости и скольжения колес) производится только системой, что позволяет достичь высокой управляемости и эффективности торможения. При этом водитель может корректировать траекторию автомобиля и прекращать процесс торможения. В случае трогания с места и разгона на скользкой дороге система АБС/ПБС переходит в режим противобуксовочного регулирования при обнаружении превышения как порога пробуксовывания, так и порога по разности скоростей. В зависимости от этого, система производит автоматическое управление двумя способами - путем подачи через дифференциальный клапан и регулирования давления модуляторами АБС в тормозных камерах (цилиндрах) ведущих колес (т.е. используя торможение) для перераспределения через межколесный дифференциал вращающего момента и регулированием оборотов (мощности) двигателя, ограничивая скольжение ведущих колес.

Для АБС-регулирования колёс одного моста используются различные принципы регулирования.

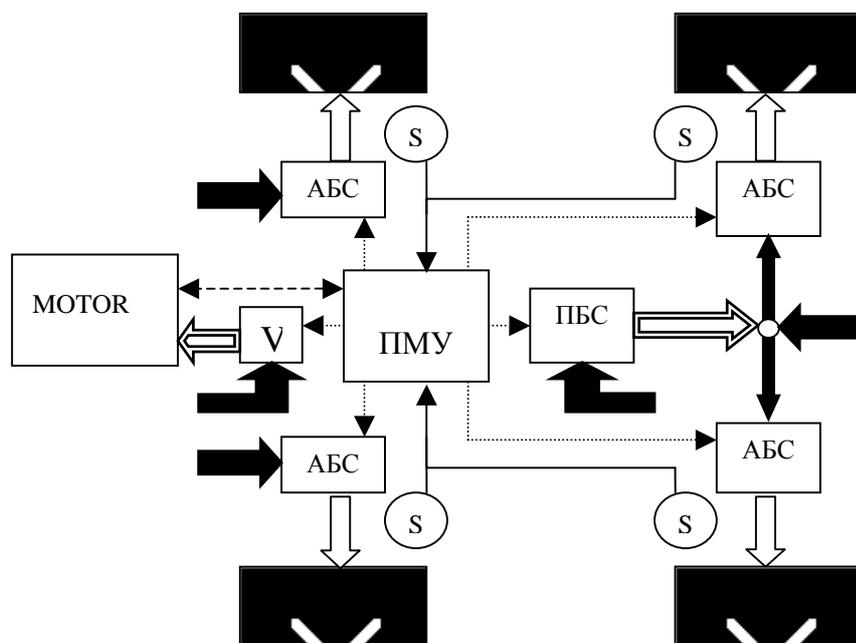
Принцип "SH" (select high) предусматривает управление колёсами одного моста по информации с колеса, находящегося в лучших сцепных условиях. Ввиду недостаточного обеспечения свойств устойчивости и управляемости автомобиля SH-АБС применяются редко.

Для принципа "SL" (select low) определяющим является колесо, находящееся в худших сцепных условиях. SL-АБС обеспечивают, по сравнению SH-АБС, несколько лучшую устойчивость автомобиля, но при этом возможны значительные потери тормозной эффективности.

При принципе "IR" (individuelle Regelung) каждое колесо автомобиля регулируется индивидуально.

Принцип "MIR" (modifizierte individuelle Regelung) применим как к одиночному колесу, так и к автомобилю в целом. Принцип "MIR"

для одиночного колеса предусматривает SL-регулирование в начале торможение с дальнейшим переходом к IR-регулированию. Принцип "MIR" для автомобиля предусматривает SL-регулирование на колёсах заднего моста и IR-регулирование на колёсах переднего моста.

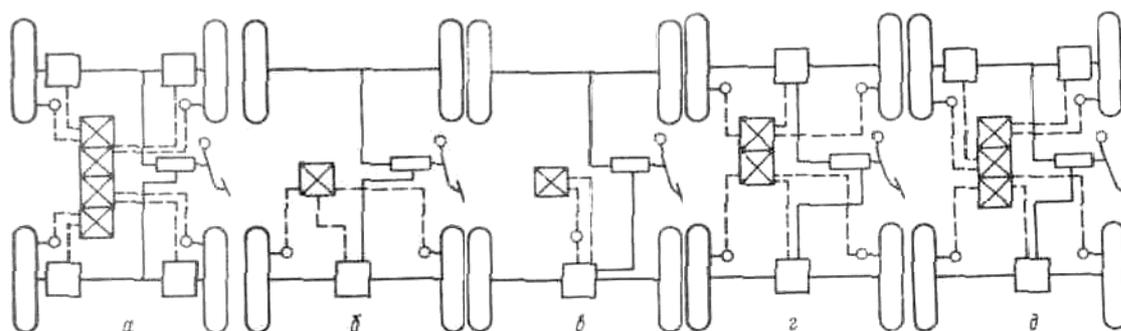


**Рис. 29. Структурная схема АБС/ПБС**

*S – датчик угловой скорости колеса; АБС – модулятор тормозного давления (режимы АБС и ПБС); ПБС - дифференциальный клапан (режим ПБС); V – элементы управления режимами работы двигателя (режимы ПБС и ограничения максимальной скорости); ПМУ – процессорный модуль управления.*

Индивидуальное регулирование является оптимальным с точки зрения обеспечения наилучшей тормозной эффективности (минимального тормозного пути). Для этой цели каждое колесо оснащается датчиком угловой скорости, модулятором давления и имеет отдельный канал управления в электронном блоке (рис. 30 а). Индивидуальное регулирование дает возможность получить оптимальный тормоз-

ной момент на каждом колесе в соответствии с локальными сцепными условиями и, как следствие, минимальный тормозной путь. Однако, если колеса моста будут находиться в неодинаковых сцепных условиях, то тормозные силы на них также будут неодинаковыми. В этом случае возникает разворачивающий момент, приводящий к потере устойчивости. Управляемость автомобиля при этом сохраняется, так как колеса не заблокированы и запас боковой устойчивости остается достаточным. Схема с индивидуальным регулированием наиболее сложная и дорогая.



**Рис. 30. Схемы установки элементов АБС на автомобиле**  
*а-4Д/4К IR/IR; б-2Д/1К -/SL(-/SH); в- 1Д/1К -/SL; г - 4Д/2К SL/SH*  
*(SH/SL); д- 4Д/3К IR/SL (IR/SH)*

□ - модулятор; ○ - датчик; ⊠ - канал блока управления

В целях упрощения схемы АБС предложены различные варианты установки элементов системы.

Одной из простых является схема, показанная на рис. 30 б. Здесь используются два колесных датчика, один (общий для двух колес) модулятор и один канал блока управления.

Еще более простая схема показана на рис. 30 в. В этой схеме применен всего один датчик угловой скорости, размещенный или на ведущей шестерне главной передачи, или на карданном валу, или на

вторичном валу коробки передач. Имеется один общий для задних колес модулятор и блок управления с одним каналом.

По резкому уменьшению угловой скорости карданного вала датчик определяет ситуацию, когда колесо, находящееся в худших сцепных условиях, стремится к блокированию. По сравнению с предыдущей эта схема имеет значительно меньшую чувствительность.

На рис. 30 г приведена распространенная схема, в которой применены датчики угловых скоростей на каждом колесе, два модулятора и два канала управления. В большинстве случаев в такой схеме используется смешанное регулирование (SL - для заднего моста и SH - для переднего моста). По сложности и стоимости эта схема занимает промежуточное положение.

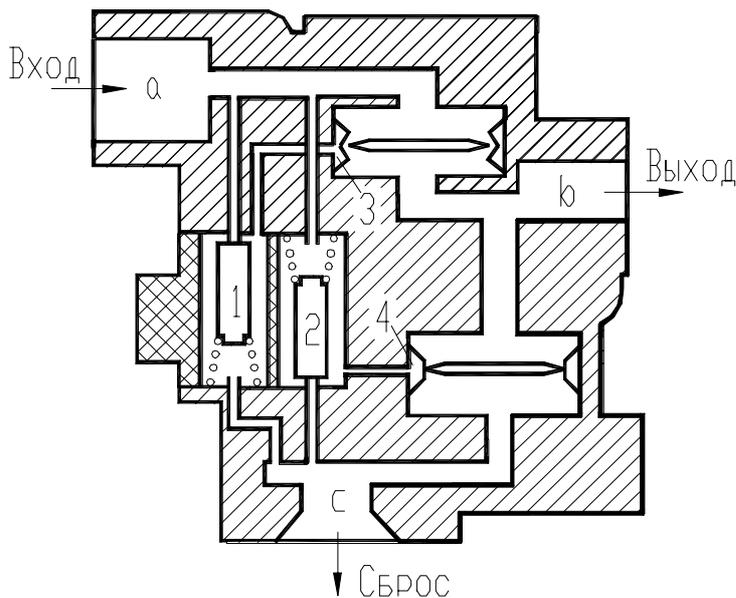
В схеме, изображенной на рис. 30 д, применены четыре датчика угловой скорости у колес, три модулятора и три канала управления. По сравнению с предыдущей эта схема несколько усложнена, хотя дает определенный выигрыш в эффективности и устойчивости.

В пневматической АБС основным аппаратом является электропневматический модулятор (ЭПМ), рис. 31.

Модулятор предназначен для модуляции давления сжатого воздуха, подаваемого в тормозную камеру согласно командам управления. Соединение управляющих полостей 3, 4 с входом или с атмосферой в соответствии с алгоритмом регулирования обеспечивается блоком пилотных клапанов 1 и 2. Их перемещение в каналах с одного седла на противоположное происходит под действием магнитных полей, создаваемых электромагнитными катушками.

Во время фазы повышения давления пилотные клапаны находятся в исходном состоянии, управляющая полость впускного пневмоклапан соединена с атмосферой, а выпускного - с входом модулятора, рис. 32 б). При срабатывании тормозного крана автомобиля сжатый

воздух поступает на вход модулятора и в управляющую полость пневмоклапана выпуска, блокируя его открытие. Одновременно под действием давления сжатого воздуха манжета отходит от седла, преодолевая предварительный натяг, при этом входное давление передаётся через выход модулятора в тормозную камеру.



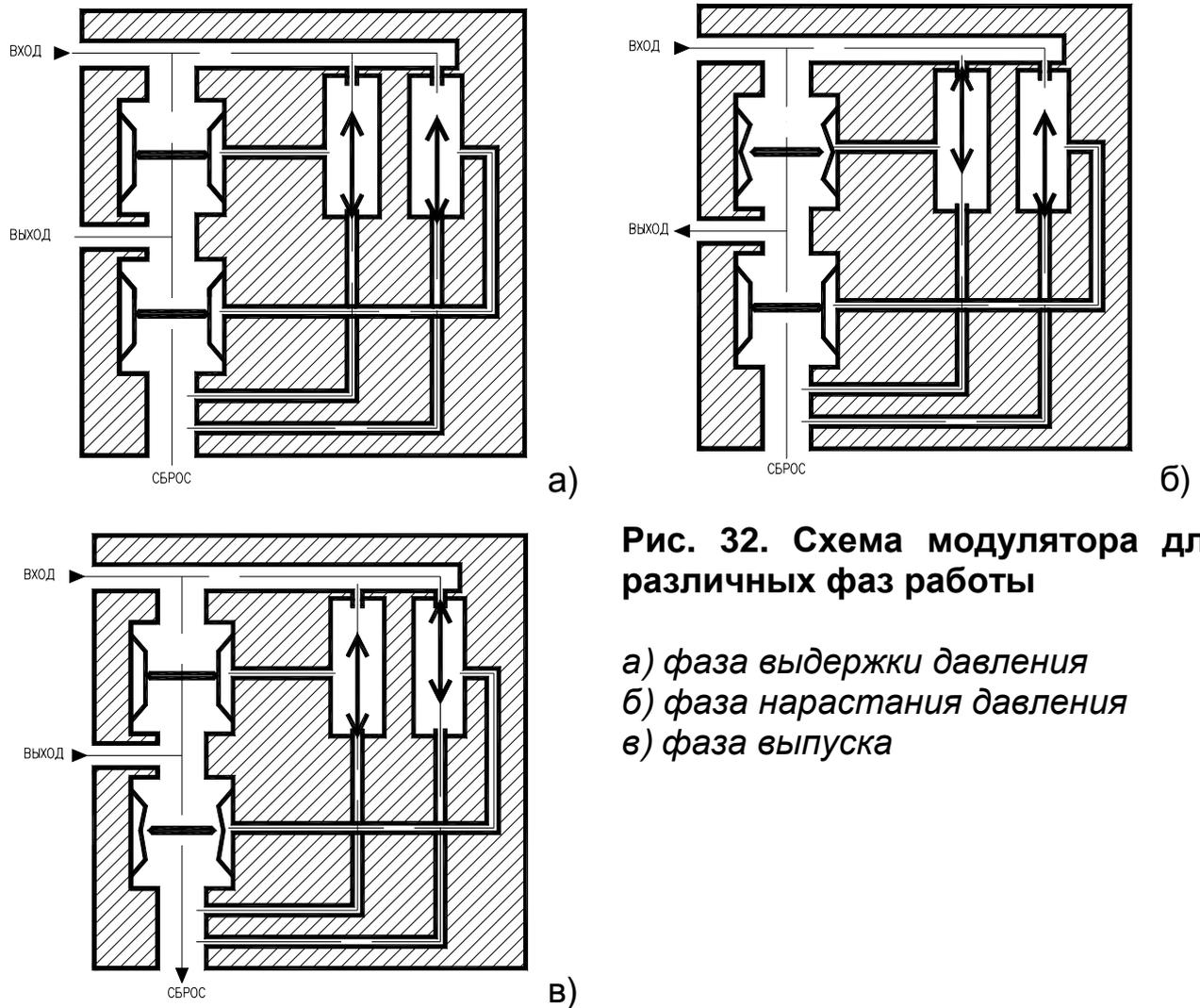
**Рис. 31. Принципиальная схема ЭПМ**

*а - входная камера;  
 б - выходная камера;  
 с - атмосферная камера;  
 1, 2 - камеры пилотных клапанов впускного и выпускного пневмоклапанов;  
 3, 4 - управляющие полости впускного и выпускного пневмоклапанов*

Во время фазы поддержания давления, рис. 32 а), на катушку впускного пневмоклапана подаётся на некоторое расчётное время напряжение бортовой сети автомобиля. Клапан отходит от седла, вход модулятора соединяется с управляющей полостью впускного пневмоклапана и он закрывается. Выпускной пневмоклапан также закрыт, что и обеспечивает поддержание необходимого давления в тормозной камере.

Во время фазы понижения давления, рис. 32 в), на катушку пилотного клапана впускного пневмоклапана подаётся на некоторое расчётное время напряжение бортовой сети. Управляющая полость выпускного пневмоклапана соединяется с окружающей средой, и манжета отхо-

дит от седла, выпуская необходимое количество сжатого воздуха из тормозной камеры в окружающую среду.



**Рис. 32. Схема модулятора для различных фаз работы**

- а) фаза выдержки давления  
б) фаза нарастания давления  
в) фаза выпуска*

При понижении тормозного давления водителем автомобиля во время любой из приведенных фаз модулирования вход модулятора и управляющие полости пневмоклапанов соединяются с атмосферой через тормозной кран, и сжатый воздух из тормозной камеры выходит через тормозной кран и, при определённых условиях, через выпускной пневмоклапан.

## 5. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

### 5.1. ЗАДАНИЕ № 1

#### РАСЧЕТ САР С ЗАДАННОЙ СТРУКТУРОЙ

##### Задание

Рассчитать систему автоматического регулирования, состоящую из трех звеньев, которые описываются следующими дифференциальными уравнениями

$$\text{звено 1} \quad Ay''_1 + By'_1 + Cy_1 = Dx_1; \quad (1)$$

$$\text{звено 2} \quad Ey'_2 + Fy_2 = Cx_2^2; \quad (2)$$

$$\text{звено 3} \quad Ay_3^2 = Bx'_3 + Dx_3. \quad (3)$$

Номер варианта схемы (рис.1) и коэффициентов (таб. 1) определяет руководитель работы.

##### Содержание работы

1. Задание.
2. Построение статической характеристики САР.
3. Линеаризация нелинейных уравнений.
4. Нахождение передаточных функций отдельных звеньев и всей системы.
5. Определение устойчивости САР.
6. Построение частотных характеристик системы: комплексной (КЧХ), амплитудной (АЧХ) и фазовой (ФЧХ).
7. Построение переходного процесса САР.

8. Определение показателей качества.
9. Выводы.
10. Литература.

### Комментарий к содержанию работы

1. Приводится схема, уравнения движения, значения коэффициентов и перечень вопросов, на которые необходимо дать ответ.

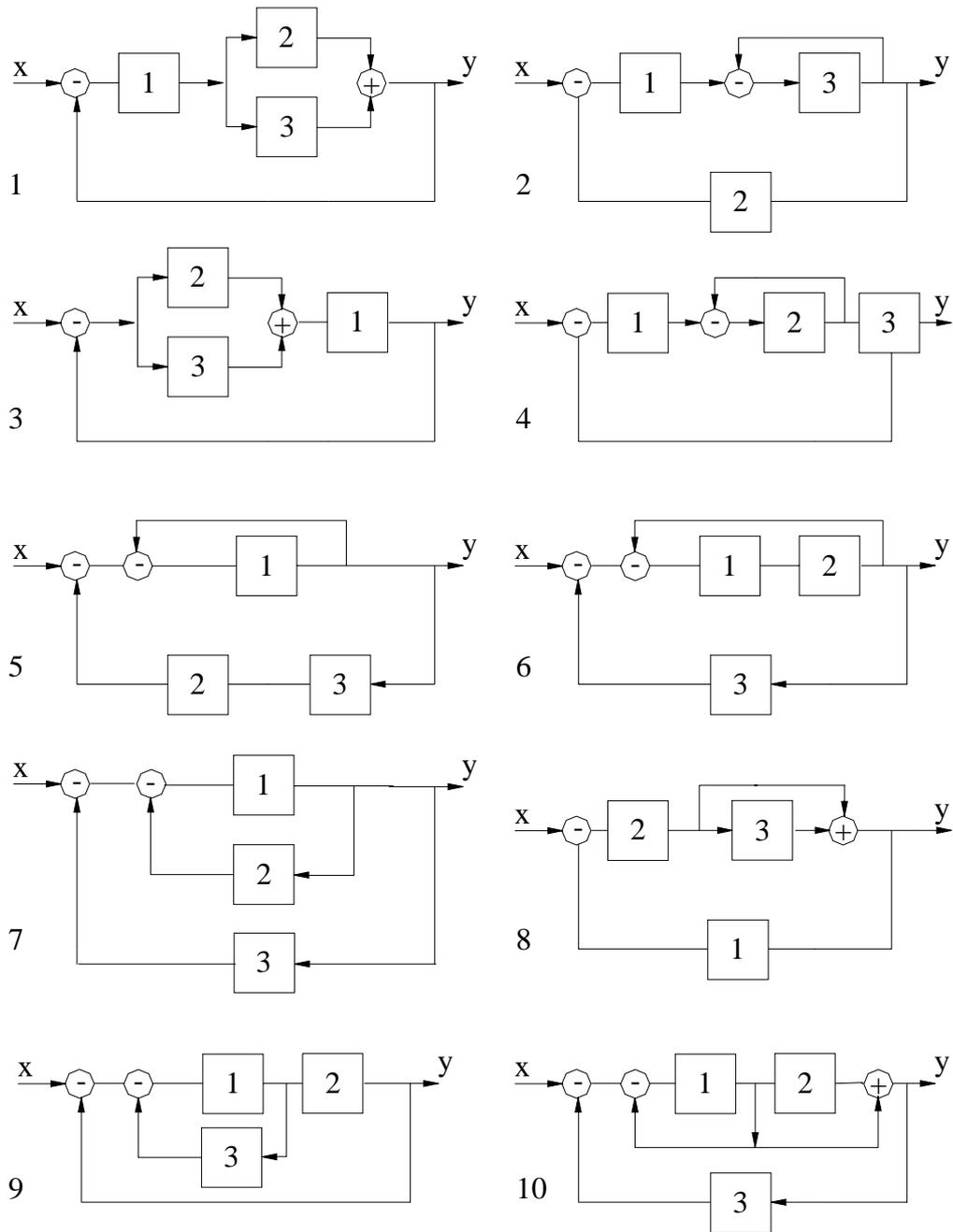
2. Строится статическая характеристика САР для значений входной координаты  $x$  в пределах  $x=(0,5\dots2,0)\cdot x_0$ . Процесс нахождения статической характеристики описать подробно.

3. Линеаризацию нелинейных уравнений выполнить для нахождения статического равновесия, соответствующего входному сигналу  $x = x_0$ . Для этой цели воспользоваться данными п.2.

4. Передаточные функции звеньев найти по линеаризованным в п. 3 уравнениям движения. Передаточную функцию всей системы найти путем последовательного преобразования структурной схемы соединения. Для дальнейших расчетов пренебречь слагаемыми числителя, содержащими оператор  $s$ , и принять ее в виде

$$W(s) = \frac{b}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3} . \quad (4)$$

5. При определении устойчивости САР использовать критерии Гурвица и Михайлова. Найти запас устойчивости  $z$ . Если САР окажется неустойчивой, то изменением коэффициента  $a_1$  добиться запаса устойчивости, равного  $z=1,2$ .



**Рис. 1. Варианты схем к работе №1**

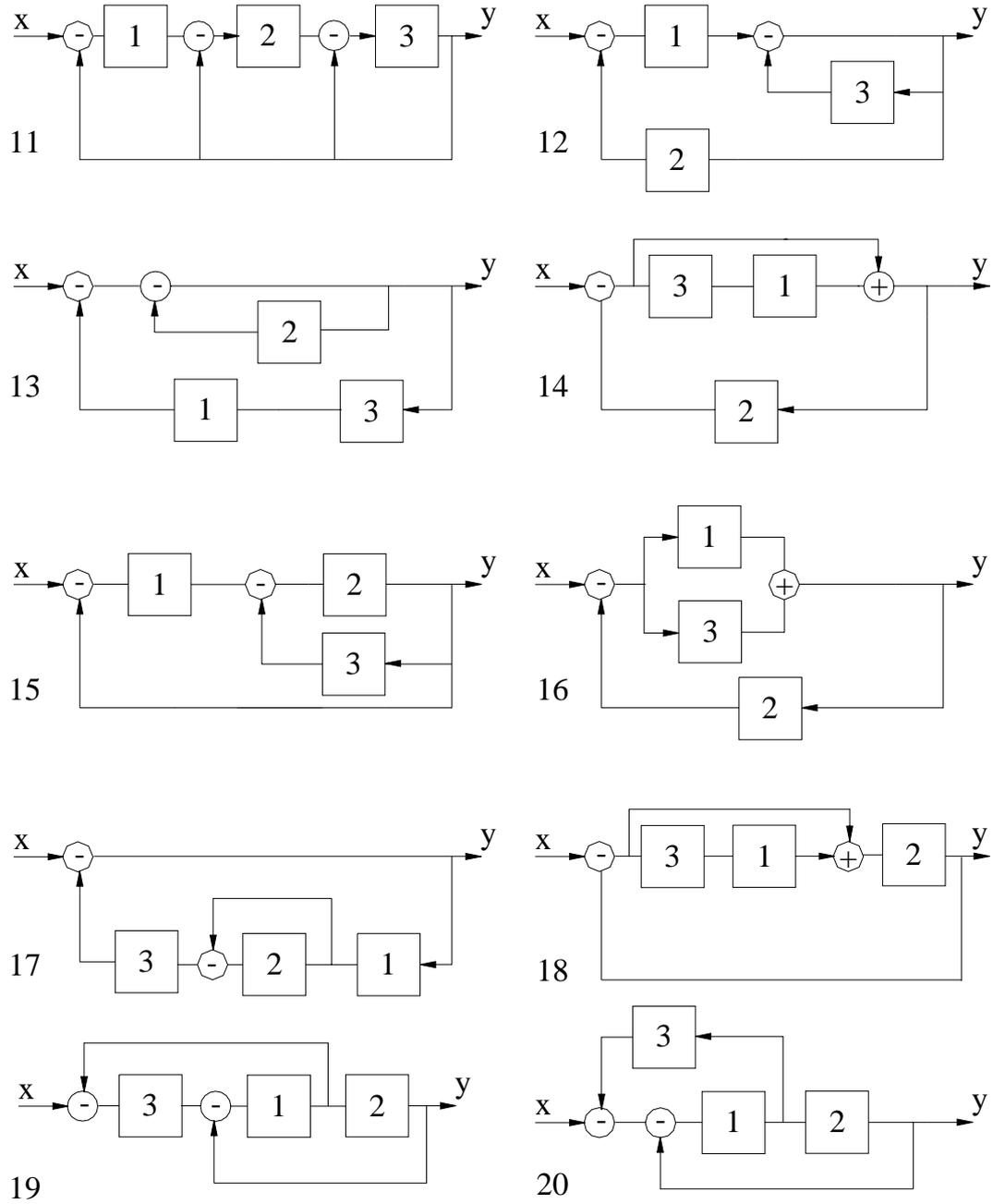


Рис. 1. (продолжение)

Таблица 1

**Варианты коэффициентов к работе №1**

Номер варианта	A	B	C	D	E	F	X <sub>0</sub>
1	1,4	3,2	2,0	3,2	3,0	4,0	0,8
2	3,1	1,7	1,5	1,4	2,4	1,9	1,2
3	2,7	2,4	1,2	1,6	2,9	1,7	0,9
4	3,5	3,5	2,4	1,9	1,3	2,8	1,5
5	0,9	1,7	1,8	2,4	2,1	3,5	1,1
6	1,5	0,8	1,2	1,0	1,9	3,1	0,9
7	1,8	4,2	0,8	1,2	3,5	1,9	0,8
8	2,9	2,5	2,6	1,8	0,8	2,6	1,0
9	1,3	2,2	1,4	1,6	2,4	2,8	1,4
10	2,2	1,4	3,0	3,6	1,2	3,5	0,9
11	2,7	3,8	2,2	2,4	2,8	2,6	1,7
12	1,8	2,4	1,2	1,2	1,5	1,8	1,3
13	2,4	1,7	1,7	1,8	1,7	1,7	1,1
14	0,8	1,9	2,6	2,5	2,0	3,5	0,8
15	1,3	2,1	1,6	2,0	2,2	2,2	1,2
16	2,5	2,9	1,5	1,9	3,6	2,0	1,6
17	1,9	3,1	3,2	2,5	1,3	3,2	1,2
18	1,6	4,7	2,1	1,8	1,9	2,4	0,7
19	2,6	2,0	1,8	2,2	1,6	2,6	1,3
20	3,5	1,8	1,3	2,0	2,9	2,0	1,4

6. Частотные характеристики найти по передаточной функции, указанной в п. 4 и скорректированной в соответствии с п. 5. На КЧХ нанести  $\omega$ , при которых кривая пересекает оси координат. Данные для построения частотных характеристик свести в таблицу.

7. Переходный процесс САР построить для входного сигнала  $x=x_0$ . Для построения переходного процесса необходимо найти корни характеристического уравнения системы. Один из корней найти методом итераций, два других – из решения соответствующего квадратного уравнения. Данные для построения переходного процесса свести в таблицу.

8. Из графика переходного процесса найти время регулирования (при точности регулирования 5%), максимальное перерегулирование и частоту колебаний. Дополнительно время регулирования найти по корням характеристического уравнения.

Сопоставить полученные результаты.

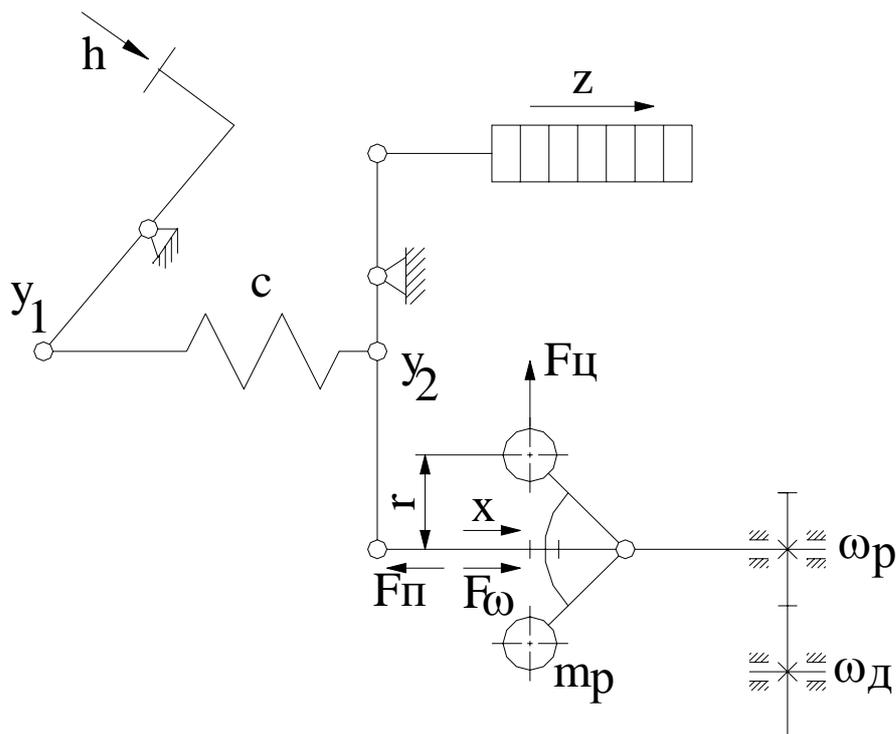
## 5.2. ЗАДАНИЕ № 2

### САР ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ КОЛЕНЧАТОГО ВАЛА ДВИГАТЕЛЯ

#### Задание

Выполнить расчет САР частоты вращения коленчатого вала двигателя.

Расчетная схема, рис. 2, и данные для расчета, таб. 2, приведены ниже.



**Рис. 2. Расчетная схема САР частоты вращения двигателя**

$h$  – перемещение педали;  $z$  – перемещение рейки топливного насоса;  
 $x$  – перемещение муфты регулятора;  $\omega$  – скорость вращения двигателя;  
 $\omega_{р}$  – скорость вращения вала регулятора.

Таблица 2

**Исходные данные для расчета**

ВА- РИ- АНТ	$J_d$	$m_p$	$K_{тр}$	$\Phi_p$	$\Phi_{po}$	$\frac{\partial M_d}{\partial z}$	$\frac{\partial F_{п}}{\partial h}$	$A_o$	$\omega_o$	$U_{\omega}$	$U_z$
	кг·м <sup>2</sup>	кг	$\frac{Н·с}{м}$	$\frac{Н·м·с}{рад}$	Н/м	Н	Н / м	Н·с <sup>2</sup>	$\frac{рад}{с}$	—	—
М	1	1	1	1	10 <sup>4</sup>	10 <sup>4</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>-3</sup>	1	1	1
1	0,8	0,6	38	1,2	4,0	4,5	7,1	3,2	80	1,95	0,97
2	1,2	0,65	25	0,85	4,2	5,0	4,2	3,9	95	2,33	0,88
3	1,6	0,63	40	1,15	3,2	4,9	5,1	6,1	120	1,96	1,00
4	1,4	0,70	31	0,95	3,9	3,8	6,2	5,8	110	1,64	1,09
5	1,0	0,58	33	1,08	4,1	5,2	7,4	3,8	85	1,95	1,25
6	3,2	0,72	45	0,85	4,6	5,6	5,2	6,9	105	2,15	1,33
7	3,0	0,70	26	1,15	3,3	4,6	3,8	4,2	65	2,06	1,18
8	3,4	0,75	37	0,96	4,5	6,3	5,4	4,8	80	1,84	0,96
9	2,9	0,55	28	1,18	3,7	3,8	6,3	5,3	100	2,25	1,15
10	3,1	0,60	32	0,88	2,9	5,4	5,5	3,6	75	2,18	1,24
11	2,4	0,62	40	1,24	4,6	4,9	3,9	4,7	80	1,86	0,97
12	2,6	0,56	28	1,17	3,2	6,2	6,4	5,2	120	1,64	1,41
13	2,0	0,64	36	0,98	4,3	4,7	3,9	7,2	115	2,00	1,00
14	1,9	0,58	34	1,05	2,9	5,2	5,3	4,6	130	2,03	0,89
15	2,8	0,76	27	1,14	2,8	4,9	5,6	6,1	90	1,68	1,18
16	2,1	0,71	35	1,16	3,8	5,3	4,1	5,5	85	1,97	0,92
17	1,8	0,52	29	1,08	4,1	6,0	6,2	4,0	90	1,75	,25
18	2,7	0,64	28	1,06	3,5	4,8	5,8	6,1	75	2,34	0,94
19	1,9	0,65	41	1,12	4,0	5,0	4,2	5,7	110	2,00	1,34
20	1,6	0,56	38	1,18	3,9	5,5	3,9	3,9	85	1,95	0,95

**Внимание!** Исходные данные находятся умножением чисел таблицы на соответствующие масштабные коэффициенты М.

## Уравнения движения системы

### Регулятор

Уравнение движения в соответствии с расчетной схемой имеет вид:

$$m_p \cdot x'' = F_\omega - F_n - k_{тр} \cdot x' , \quad (5)$$

где  $m_p$  - масса движущихся деталей регулятора, приведенная к муфте регулятора;

$k_{тр}$  - диссипативный коэффициент, учитывающий потери энергии в регуляторе.

$F_n = f_n(h, x)$  - восстанавливающая сила, приведенная к муфте. Она зависит от деформации пружины  $\Delta y$  и ее жесткости  $c$ :

$$F_n = c \cdot (y_1 - y_2) \cdot U_1^2 = c_{пр} \cdot (U_2 \cdot h + x) . \quad (6)$$

В линеаризованном виде (в приращениях):

$$\Delta F_n = \left( \frac{\partial F_n}{\partial h} \right)_0 \cdot \Delta h + \left( \frac{\partial F_n}{\partial x} \right)_0 \cdot \Delta x. \quad (7)$$

В этой формуле и ниже индекс "0" соответствует равновесному положению системы.

$F_\omega = f_\omega(\omega_p, x)$  – поддерживающая сила, определяемая центробежной силой.

$$F_\omega = F_y = \frac{dr}{dx} = A \cdot \omega_p^2 , \quad (8)$$

где  $A = m_{pc} \cdot x \frac{dr}{dx}$  - инерционный коэффициент.

В линеаризованном виде:

$$\Delta F_{\omega} = \omega_{p_o}^2 \cdot \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right)_0 \cdot \Delta x + 2 \cdot A_0 \cdot \omega_{p_o} \cdot \Delta \omega_p. \quad (9)$$

После подстановки приращений  $\Delta F_n$  и  $\Delta F_{\omega}$  в уравнение (5) и преобразований получаем линеаризованное уравнение регулятора, записанное в типовом виде:

$$T_p^2 \cdot \Delta x'' + T_b \cdot \Delta x' + \Delta x = k_{\omega} \cdot \Delta \omega_p - k_h \cdot \Delta h, \quad (10)$$

где  $T_p = \sqrt{\frac{m_p}{\Phi_p}}$  - инерционная постоянная времени регулятора;

$T_b = k_{тр} / \Phi_p$  - диссипативная постоянная времени регулятора;

$K_{\omega} = \frac{2 \cdot A_0 \cdot \omega_{p_o}}{\Phi_{p_o}}$  - коэффициент передачи регулятора по скорости;

$K_h = \frac{\partial F_n / \partial h}{\Phi_{p_o}}$  - коэффициент передачи регулятора по перемещению;

$\Phi_p = \left( \frac{\partial F_n}{\partial x} \right)_0 - \omega_{p_o}^2 \cdot \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right)_0$  - фактор статической устойчивости регулятора.

### Двигатель

$$J_d \cdot \omega = M_d(\omega, z) - M_c(\omega), \quad (11)$$

где  $J_d$  – момент инерции двигателя совместно с маховиком и ведущей частью сцепления.

$M_d(\omega, z)$  – момент вращения двигателя. В линеаризованном виде:

$$M_d(\omega, z) = \left( \frac{\partial M_d}{\partial \omega} \right) \cdot \Delta \omega + \left( \frac{\partial M_d}{\partial z} \right)_0 \cdot \Delta z. \quad (12)$$

$M_c(\omega)$  – момент сопротивления движения автомобиля, приведенный к коленчатому валу двигателя.

В линеаризованном виде принят равным:

$$M_c(\omega) = \left( \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right)_0 \cdot \Delta \omega. \quad (13)$$

После подстановки  $M_d$  и  $M_c$  в (11) и преобразований имеем линеаризованное уравнение двигателя в типовом виде:

$$T_d \cdot \Delta \dot{\omega} + \Delta \omega = K_d \cdot \Delta z \quad (14)$$

где  $T_d = \frac{J_d}{\Phi_d}$  - постоянная времени двигателя;

$K_d = \frac{1}{\Phi_d} \cdot \left( \frac{\partial M_d}{\partial z} \right)_0$  - коэффициент передачи двигателя по перемещению

рейки топливного насоса;

$\Phi_d = \left( \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right)_0 - \left( \frac{\partial M_d}{\partial \omega} \right)_0$  - фактор статической устойчивости двигателя.

## Обратная связь

Связь скорости вращения вала регулятора с коленчатым валом двигателя:

$$\omega_p = U_\omega \cdot \omega , \quad (15)$$

где  $U_\omega$  – передаточное отношение регулятора.

Связь между перемещением рейки топливного насоса и муфты регулятора:

$$Z = - U_z \cdot x , \quad (16)$$

где  $U_z$  – передаточное отношение рычажного привода регулятора.

Знак " - " говорит о том, что рейка и муфта перемещаются в противоположных направлениях.

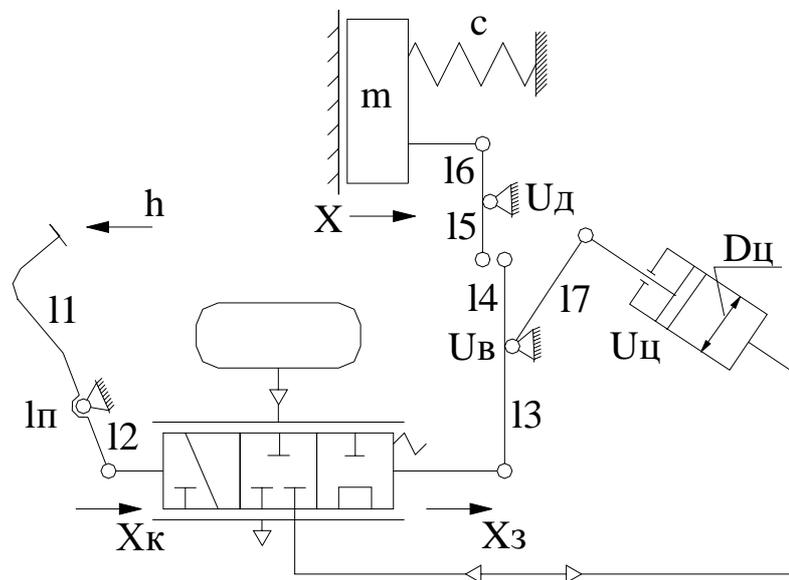
### 5.3. ЗАДАНИЕ № 3

## СЦЕПЛЕНИЕ АВТОМОБИЛЯ С ПНЕВМОУСИЛИТЕЛЕМ

### Задание

Выполнить расчет привода сцепления автомобиля с пневмоусилителем.

Расчетная схема и исходные данные приведены соответственно на рис. 3 и в табл. 3.



**Рис. 3. Расчетная схема привода сцепления с пневмоусилителем**

$h$  - перемещение педали;  $x_k$  - перемещение корпуса следящего клапана;  $x_3$  - перемещение золотника следящего клапана;  $x$  - перемещение нажимного диска;  $U_п$  - передаточное отношение педали;  $U_п = l_1/l_2$ ;  $U_в$  - передаточное отношение вилки,  $U_в = l_3/l_4$ ;  $U_д$  - передаточное отношение отжимных рычагов,  $U_д = l_5/l_6$ ;  $U_ц$  - передаточное отношение усилителя,  $U_ц = l_7/l_4$ .

Таблица 3

**Исходные данные для расчета сцепления с пневмоусилителем**

ВАРИАНТ	m	r	c	T	D <sub>ц</sub>	u <sub>п</sub>	u <sub>в</sub>	U <sub>д</sub>	u <sub>ц</sub>	K <sub>p</sub>
	кг	$\frac{Hc}{M}$	$\frac{H}{M}$	с	M	--	--	--	--	$\frac{M^3}{H}$
M	1	10 <sup>3</sup>	10 <sup>3</sup>	1	10 <sup>-3</sup>	1	1	1	1	10 <sup>6</sup>
1	9,9	2,0	20	0,15	52	3,0	1,8	5,0	1,8	2,0
2	8,2	1,5	15	0,10	45	3,4	2,2	4,6	1,6	1,9
3	6,4	1,1	10	0,12	46	2,6	1,6	4,0	1,4	1,8
4	5,7	1,3	8	0,17	40	2,2	1,7	5,4	1,5	1,6
5	7,5	1,7	9	0,13	45	2,7	2,1	3,5	1,3	1,7
6	9,3	0,9	12	0,15	50	3,0	1,9	3,8	1,7	1,9
7	5,4	0,8	11	0,11	48	2,8	1,8	4,2	1,9	2,1
8	7,3	1,2	15	0,10	52	3,1	1,5	3,7	2,0	2,2
9	6,6	1,0	18	0,16	55	2,9	1,6	4,8	2,1	1,5
10	8,7	1,4	14	0,14	54	2,6	2,2	4,6	1,8	1,8
11	9,4	1,1	15	0,15	52	3,8	2,0	3,8	1,5	2,2
12	8,1	1,5	13	0,12	48	5,0	1,6	4,3	1,9	3,0
13	7,3	0,8	12	0,17	55	4,5	1,8	5,0	2,3	1,7
14	5,4	0,9	14	0,13	45	3,6	2,2	4,0	1,7	2,2
15	6,5	1,2	11	0,14	48	3,9	2,0	3,7	1,4	1,9
16	7,8	1,9	17	0,10	42	3,5	2,2	4,9	1,7	2,5
17	9,7	2,2	13	0,12	52	4,1	1,7	3,4	1,5	3,0
18	8,6	1,8	11	0,16	48	4,5	2,0	4,5	1,8	2,3
19	6,9	1,5	18	0,09	45	3,9	1,6	3,7	1,4	1,8
0	9,3	1,7	12	0,14	50	3,0	1,8	4,8	1,6	2,1

**Внимание!** Исходные данные находятся умножением чисел таблицы на соответствующие масштабные коэффициенты M.

## Уравнения движения системы

### Нажимной диск

Уравнение движения в соответствии с расчетной схемой имеет вид:

$$mx'' + rx' + c(x_0 + x) = u_{\text{ц}} \cdot u_{\partial} F_{\text{ц}}, \quad (17)$$

где  $m$  - масса нажимного диска;  $r$  - диссипативный коэффициент, который учитывает затраты энергии при перемещении диска;  $x_0$  - предварительное натяжение нажимных пружин твердостью  $c$ ;  $F_{\text{ц}}$  - усилие пневматического цилиндра;  $cx_0 = F_{\text{н0}}$  - усилие пружин полностью включенного сцепления.

Для расчета уравнение (17) запишем в виде

$$mx'' + \tau x' + cx = u_{\text{ц}} \cdot u_{\partial} F_{\text{ц}} - F_{\text{н0}} \quad (18)$$

Усилие цилиндра

$$F_{\text{ц}} = (p - p_a) A_{\text{ц}} = \pi D_{\text{ц}}^2 \cdot p_{\text{ц}} / 4, \quad (19)$$

где  $p$  – термодинамическое давление в пневмосистеме,  $p_a$  - атмосферное давление.

### Пневматическая система

Давление  $p$  в пневмосистеме найдем из уравнения

$$p = \frac{RT}{V} \int_0^{\tau} G dt, \quad (20)$$

где  $V$  - объем пневмосистемы;  $G$  - секундный массовый расход воздуха.

Величина  $G$  зависит от характера (наполнение, опорожнение) и режима (надкритического, подкритического) истечения воздуха в пнев-

мосистеме.

При наполнении пневмоцилиндра:

$$G = \mu f p_0 \left( \frac{2}{k+1} \right)^{1/(k-1)} \sqrt{2g \frac{k}{k+1} \cdot \frac{1}{RT}} \cdot \text{sgn}(\Delta x) \quad (21)$$

для надкритического режима  $\frac{p}{p_0} \leq 0,53$ ;

$$G = \mu f p_0 \sqrt{2g \frac{k}{k-1} \cdot \frac{1}{RT}} \sqrt{\left( \frac{p}{p_0} \right)^{2/k} - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{(k+1)/k}} \cdot \text{sgn}(\Delta x) \quad (22)$$

для подкритического режима  $\frac{p}{p_0} > 0,53$ .

При опорожнении пневмоцилиндра

$$G = \mu f p \left( \frac{2}{k+1} \right)^{1/(k-1)} \sqrt{2g \frac{k}{k+1} \cdot \frac{1}{RT}} \cdot \text{sgn}(\Delta x) \quad (23)$$

для надкритического режима  $\frac{p_a}{p} \leq 0,53$ ;

$$G = \mu f \cdot \sqrt{2g \frac{k}{k-1} \cdot \frac{1}{RT}} \sqrt{\left( \frac{p}{p_a} \right)^{2(k-1)/k} - \left( \frac{p}{p_a} \right)^{(k-1)/k}} \cdot \text{sgn}(\Delta x) \quad (24)$$

для подкритического режима  $\frac{p_a}{p} > 0,53$ .

В уравнениях (21) – (24):  $p_0$  - давление воздуха в ресивере;  $k$  - показатель адиабаты;  $\mu$  - коэффициент расхода;  $f$  - площадь выпускного отверстия, зависит от величины относительного перемещения корпуса и золотника следящего клапана.

В курсовой работе привести графики, соответствующие формулам (21) - (24), для наполнения и опорожнения цилиндра. Принять  $k = 1,4$ ;  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ;  $\mu = 0,3$ ;  $p_0 = 0,7 \text{ МПа}$ ;  $p_a = 0,1 \text{ МПа}$ ;  $T = 300\text{К}$ ;  $R = 287 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ;  $f = 10 \text{ мм}^2$ .

По оси абсцисс откладывается отношение  $p/p_0$  для наполнения и  $p_a/p$  для опорожнения цилиндра, по оси ординат - расход  $G$ .

При линейных расчетах (в отклонениях от режима равновесия) уравнение (18) запишем в виде

$$mx'' + gx' + cx = k_{\text{ц}} p_{\text{ц}}, \quad (25)$$

где  $k_{\text{ц}} = A_{\text{ц}} u_{\text{ц}} \cdot u_{\text{д}}$ .

В соответствии с результатами экспериментальных данных примем, что давление цилиндра меняется по экспоненциальному закону. Тогда уравнение движения для пневмосистемы примет вид

$$T p'_{\text{ц}} + p_{\text{ц}} = k_p \Delta x = k_p (x_{\text{к}} - x_{\text{з}}), \quad (26)$$

где  $T$  - постоянная времени цилиндра;  $k_p$  - коэффициент передачи следящего клапана.

### Обратная связь

Обратная связь связывает относительное перемещение золотника  $\Delta x = x_{\text{к}} - x_{\text{з}}$  с перемещениями педали сцепления и нажимного диска.

Так как  $x_k = \frac{1}{u_n} \cdot h$  ;  $x_3 = u_{\partial} u_{\theta} \cdot x$ ,

то

$$\Delta x = x_k - x_3 = \frac{1}{u_n} \cdot h - u_{\partial} u_{\theta} \cdot x \quad (27)$$

Таким образом, для анализа имеем следующие уравнения:

$$m x'' + r x' + c x = k_{\psi} \cdot p_{\psi};$$

$$T p'_{\psi} + p_{\psi} = k_p \cdot \Delta x;$$

$$\Delta x = \frac{1}{u_n} \cdot h - u_{\partial} u_{\theta} \cdot x \cdot$$

#### 5.4. ЗАДАНИЕ № 4

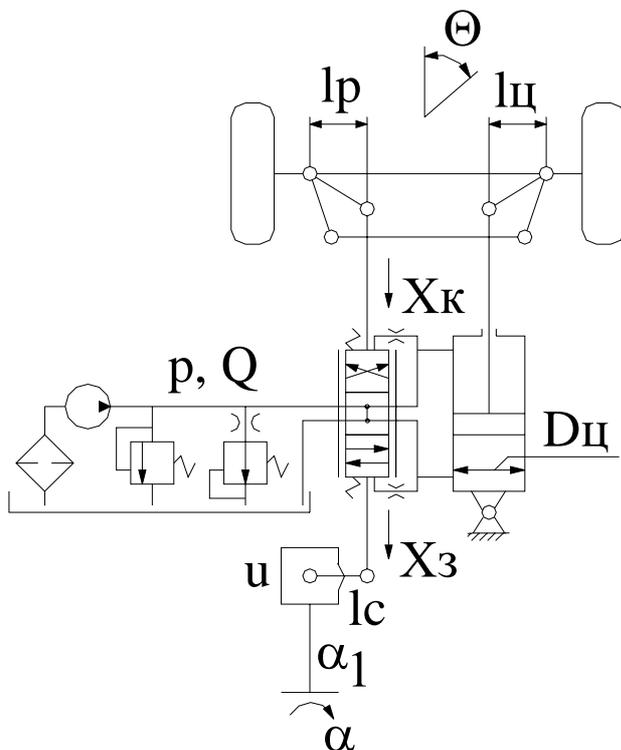
### РУЛЕВОЕ УПРАВЛЕНИЕ АВТОМОБИЛЯ С ГИДРОУСИЛИТЕЛЕМ

#### Задание

Выполнить расчет рулевого управления автомобиля с гидроусилителем. Расчетная схема и исходные данные для расчета приведены ниже, рис. 4 и табл. 4.

#### Уравнения движения.

Чтобы рассчитать рулевое управление, нужно записать уравнения движения для отдельных его элементов, основными из которых являются управляемые колеса, гидравлическая система и обратная связь. Ниже рассмотрены такие уравнения.



**Рис. 4. Расчетная схема рулевого управления с гидроусилителем**

$\alpha$  - угол поворота рулевого колеса;  $\theta$  - угол поворота управляемых колес;  $x_3$  - перемещение золотника распределителя;  $x_k$  - перемещение корпуса распределителя;  $p$  - давление в гидросистеме;  $u$  - передаточное отношение рулевого механизма;  $D_{ц}$  - диаметр силового цилиндра;  $l_{с,р,ц}$  - расчетные длины рычагов

Таблица 4

**Исходные данные для расчета**

ВА- РИ- АНТ	$J_k$	$k_{TP}$	$c_k$	$u$	$D_{ц}$	$A_э$	$e_v$	$K_x$	$k_p$	$l_c$	$l_p$	$l_{ц}$
	кг·см <sup>2</sup>	Н·см с/рад	Н·см/ рад	—	см	см <sup>2</sup>	$\frac{см^5}{Н}$	$\frac{см^2}{Н·с}$	$\frac{см^5}{Н·с}$	см	см	см
М	10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>	10 <sup>5</sup>	1	1	1	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>4</sup>	1	1	1	1
1	3,8	4,2	3,7	17,3	3,8	3,9	2,5	0,38	1,7	19	23	24
2	22,5	33,3	4,1	19,5	4,1	4,1	1,7	0,42	1,1	22	20	18
3	33,6	22,9	6,1	16,8	5,5	5,5	2,2	0,24	2,8	17	19	21
4	44,1	33,8	5,7	19,3	6,1	4,4	2,4	0,26	2,4	18	23	25
5	22,8	44,1	4,2	21,4	5,7	5,7	1,9	0,33	1,6	20	22	24
6	33,6	55,7	3,3	24,5	6,2	3,4	2,9	0,29	2,1	23	25	29
7	44,1	44,3	2,6	22,1	5,3	7,5	2,8	0,41	2,9	21	19	18
8	22,9	33,8	4,5	21,3	4,9	3,8	1,9	0,26	1,9	22	18	22
9	33,5	66,2	3,5	19,4	3,9	4,9	2,5	0,29	2,1	17	21	23
10	33,3	55,7	5,7	16,7	4,3	4,1	1,9	0,35	2,7	19	24	26
11	22,6	22,5	4,4	17,1	4,7	4,4	1,8	0,31	3,6	23	19	18
12	44,4	33,1	3,9	17,7	5,4	3,5	2,6	0,41	3,2	25	25	21
13	22,5	22,6	6,5	19,4	6,0	3,6	3,1	0,44	3,5	18	24	25
14	11,9	33,7	2,9	21,0	6,5	4,4	2,8	0,51	3,7	21	19	24
15	22,8	55,7	2,5	16,9	5,5	5,7	2,1	0,33	3,9	22	23	19
16	11,7	33,9	4,3	18,3	4,5	2,8	2,9	0,41	2,7	20	19	24
17	22,3	55,3	3,6	22,6	6,4	4,7	1,8	0,28	1,9	19	17	26
18	44,2	66,0	5,2	18,8	6,1	3,3	2,6	0,37	2,8	22	24	19
19	11,9	44,6	2,7	19,4	5,4	4,3	3,1	0,39	3,2	24	21	23
20	33,5	44,8	3,8	22,6	4,8	5,0	2,4	0,40	2,5	19	20	25

**Внимание.** Исходные данные находятся умножением чисел таблицы на соответствующие масштабные коэффициенты М.

## Управляемые колеса

В соответствии со вторым законом Ньютона имеем

$$J_k \frac{d^2 \theta}{dt^2} = M_s - M_c, \quad (28)$$

где  $J_k$  - момент инерции колес относительно осей поворота;  $M_s$  - суммарный момент, приложенный к колесам со стороны водителя и гидроусилителя:

$$M_s = M_B + M_{\text{ц}} = (F_n + F_{\text{э}}) \cdot l_p + F_{\text{ц}} l_{\text{ц}} = (F_n + A_{\text{э}} \cdot p) \cdot l_p + A_{\text{ц}} \cdot l_{\text{ц}} \cdot p;$$

$p$  - давление в гидросистеме;  $A_{\text{э}}$  и  $A_{\text{ц}}$  - площади соответственно реактивных элементов распределителя и силового цилиндра;  $l_p$  и  $l_{\text{ц}}$  - длины рычагов, связывающих соответственно распределитель и цилиндр с управляемыми колесами;  $M_c$  - момент сопротивления повороту колес со стороны дороги, принятый равным

$$M_c = k_{\text{тр}} \frac{d\theta}{dt} + c_k \theta, \quad (29)$$

где  $k_{\text{тр}}$  - коэффициент демпфирования, учитывающий трение в системе;  $c_k$  - эквивалентная жесткость колес:  $c_k = c_1 + c_2$ ;  $c_1$  - угловая жесткость шин;  $c_2$  - коэффициент, который учитывает подъем передней части автомобиля при повороте колес из-за поперечного наклона шкворня на угол  $\beta$ :

$$c_2 = \frac{dM_B}{d\theta}. \quad (30)$$

Для малых углов

$$M_B = G_1 r_f \sin\beta \cdot \sin\theta. \quad (31)$$

Отсюда

$$c_2 = \frac{dM_B}{d\theta} = G_1 r_f \sin\beta \cdot \cos\theta, \quad (32)$$

где  $G_1$  - нагрузка на управляемые колеса,  $r_f$  - радиус обкатки колес.

С учетом сказанного уравнение (28) примет вид

$$J_k \frac{d^2 \theta}{dt^2} + k_{tp} \frac{d\theta}{dt} + c_k \theta = F_{II} l_p + v_s p, \quad (33)$$

где

$$V_s = V_{\text{э}} + V_{\text{ц}} = A_{\text{э}} l_p + A_{\text{ц}} l_{\text{ц}}. \quad (34)$$

Ограничение:  $c_1 \theta \leq M\varphi$ ;  $M\varphi \approx 0,14 \cdot \varphi r_0 G_1$ , где  $\varphi$  - коэффициент сцепления колес с дорогой;  $r_0$  – расчетный радиус колес.

### Гидросистема

Исходя из неразрывности потока жидкости, имеем

$$Q_v = Q, \quad (35)$$

где  $Q_v$  - изменение во времени объема гидросистемы из-за перемещения поршня цилиндра гидроусилителя и в связи с податливостью гидросистемы

$$Q_v = Q_{ц} + Q_e = V_{ц} \frac{d\theta}{dt} + e_v \frac{dp}{dt}, \quad (36)$$

где  $e_v$  - объемная податливость системы,  $\text{см}^5/\text{Н}$ .

Расход жидкости через распределитель  $Q$  зависит от относительного перемещения золотника распределителя  $\Delta x$  и давления жидкости в гидросистеме  $p$ :

$$Q = f(\Delta x, p). \quad (37)$$

При линейных расчетах принимают

$$Q = k_x \cdot \Delta x - k_p \cdot p, \quad (38)$$

где  $k_k$  и  $k_p$  – коэффициенты передачи распределителя по относительно-му перемещению золотника и по давлению.

После подстановок в уравнение (35) значений  $Q_v$  и  $Q$  получается уравнение движения для гидросистемы:

$$e_v \frac{dp}{dt} + k_p \cdot p = k_x \Delta x - v_{ц} \frac{d\theta}{dt}. \quad (39)$$

### Обратная связь

Связывает относительное перемещение золотника  $\Delta x$  с поворотом рулевого колеса и управляемых колес  $\theta$ :

$$\Delta x = x_3 - x_k. \quad (40)$$

В свою очередь

$$x_3 = \frac{l_c}{u} \cdot \alpha_1; \quad x_k = l_p \theta, \quad (41)$$

где  $u$  – передаточное отношение рулевого механизма.

Таким образом

$$\Delta x = \frac{l_c}{u} \cdot \alpha_1 - l_p \theta \quad (42)$$

Угол  $\alpha_1$  находится из равенства моментов на рулевом колесе:

$$M_p' = M_p'' \quad (46)$$

$$M_p' = F_p \cdot R = c_B (\alpha - \alpha_1) \quad (47)$$

$$M_p'' = \frac{F_{\Pi} + F_{\Theta}}{u\eta} l_c \cdot \quad (48)$$

Отсюда

$$c_B (\alpha - \alpha_1) = \frac{F_{\Pi} + F_{\Theta}}{u\eta} l_c \cdot \quad (49)$$

$$\alpha_1 = \alpha - \frac{F_{\Pi} + F_{\Theta}}{u\eta} l_c \cdot \quad (50)$$

С учетом (50) уравнение обратной связи (40) примет вид

$$\Delta x = \frac{l_c}{u} \left( \alpha - \frac{F_{\Pi} + F_{\Theta}}{c_B u \eta} l_c \right) - l_p \theta \quad (51)$$

Для линейных расчетов принято, что  $F_{\Pi} = 0$ . Тогда уравнения (33), (39) и (51) запишутся в виде:

$$J_k \frac{d^2 \theta}{dt^2} + k_{mp} \frac{d\theta}{dt} + c_k \theta = v_s p; \quad (52)$$

$$e_v \frac{dp}{dt} + k_p p = k_x \Delta x - v_{\Pi} \frac{d\theta}{dt}; \quad (53)$$

$$\Delta x = \frac{l_c}{u} \left( \alpha - \frac{A_3 l_c}{c_B u \eta} p \right) - l_p \theta. \quad (54)$$

### Содержание работ № 2, 3 и 4

1. Задание.
2. Описание работы конкретной САР (по согласованию с преподавателем) .
3. Функциональная схема заданной САР и ее описание.
4. Уравнение движения системы.
5. Структурная схема САР.
6. Передаточная функция системы.
7. Определение устойчивости системы.
8. Нахождение и построение частотных характеристик системы: комплексной (КЧХ), амплитудной (АЧХ) и фазовой (ФЧХ).
9. Нахождение и построение переходной функции системы.
10. Определение показателей качества.
11. Выводы.
12. Литература.

### Комментарий к содержанию работ № 2, 3 и 4

#### 1. Задание.

Приводится расчетная схема, данные для расчета, перечисляются вопросы, на которые нужно дать ответы.

#### 2. Описание работы конкретной САР

При выполнении второго пункта нужно нарисовать конструктивную схему САР и описать ее работу.

### 3. Функциональная схема

Функциональная схема рисуется в виде связанных между собой прямоугольников, каждый из которых соответствует конкретному элементу описанного в пункте 2 регулятора.

### 4. Уравнения движения

Уравнения движения САР описаны выше.

### 5. Структурная схема

Структурная схема - это уравнения движения, представленные в графическом виде. Внешне она похожа на функциональную схему. Внутри прямоугольников записывают по уравнениям движения передаточные функции соответствующих элементов.

### 6. Передаточная функция системы

Передаточную функцию системы найти двумя способами.

6.1. Сначала уравнения движения записать в преобразованиях Лапласа и решить их относительно отношения выходной координаты  $y(s)$ , к входной  $x(s)$ :

$$W(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{b}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}. \quad (55)$$

где  $s$  - комплексная переменная;  $b, a_0, a_1, a_2, a_3$  - коэффициенты передаточной функции.

6.2. После этого найти передаточную функцию системы методом последовательного преобразования структурной схемы. Сравнить полученные результаты.

## 7. Определение устойчивости системы.

7.1. Для определения устойчивости системы использовать сначала критерий Гурвица. При ответе на этот вопрос определить также запас устойчивости  $z$ .

7.2. Определить устойчивость системы с помощью критерия Михайлова, для чего необходимо построить соответствующий годограф.

7.3. Найти, при каком коэффициенте демпфирования  $k_{\text{тр}}$  система будет находиться на границе устойчивости.

## 8. Частотные характеристики системы.

Частотные характеристики находятся по передаточной функции заменой оператора  $s$  на  $j\omega$ , где  $j = \sqrt{-1}$ ,  $\omega$  - частота, рад/с.

При построении КЧХ ось абсцисс соответствует  $\text{Re } W(\omega)$ , а ординат -  $\text{Im } W(\omega)$ . При построении остальных частотных характеристик ось абсцисс соответствует частоте  $\omega$ .

## 9. Переходная функция системы.

Переходная функция системы представляет собой изменение во времени выходной координаты  $y(t)$  при ступенчатом изменении входной координаты  $x$ .

Для расчета переходной функции сначала нужно найти корни характеристического уравнения системы ( $s_1, s_2$  и  $s_3$ ):

$$R(s) = a_0 \cdot s^3 + a_1 \cdot s^2 + a_2 \cdot s + a_3 = 0. \quad (56)$$

Один корень (например  $s_1$ ) всегда вещественный, остальные ( $s_2, s_3$ ) – вещественные или комплексные сопряженные.

9.1. Вещественный корень  $s_1$  найти методом итераций . Остальные два корня найти из решения соответствующего квадратного уравнения.

9.2. Проверить правильность найденных корней с помощью формул Виетта.

9.3. Построить график переходного процесса.

9.4. Найти минимальное значение коэффициента демпфирования  $k_{тр}$ , при котором переходный процесс будет апериодическим.

## 10. Определение показателей качества.

Основными показателями качества являются время регулирования  $t_p$  и максимальное перерегулирование  $\sigma_{max}$ . При их расчете принять точность регулирования  $\varepsilon=5\%$ . Эти показатели найти из графика переходной функции.

Дополнительно время регулирования  $t_p$  найти по корням характеристического уравнения и сопоставить полученные результаты.

## 11. Выводы.

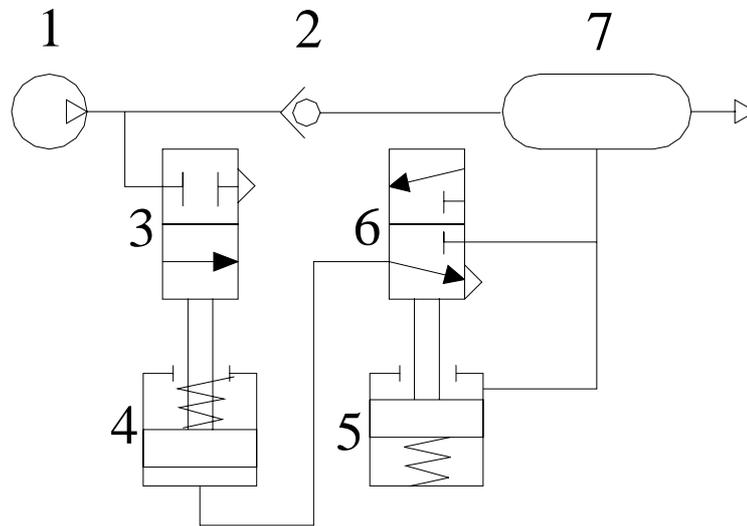
В выводах нужно отметить основные результаты расчета системы.

## 12. Литература.

Дается список литературы, которой пользовался студент при выполнении контрольного задания.

## 5.5. ЗАДАНИЕ № 5

### РЕГУЛЯТОР ДАВЛЕНИЯ ВОЗДУХА В ТОРМОЗНОЙ СИСТЕМЕ



**Рис. 5. Принципиальная схема регулятора**

*Исполнительная часть: 1 - компрессор; 2 - обратный клапан*

*Регулятор: 3 - разгрузочный клапан; 4 - поршень разгрузочного устройства; 5 - поршень релейного регулятора; 6 - релейный клапан*

*Объект регулирования: 7 - ресивер*

#### Объект регулирования

Работа объекта регулирования описывается мгновенным массовым расходом воздуха:

$$\frac{dm_p}{dt} = \frac{dm_k}{dt} - \frac{dp}{dt} \cdot \frac{V_p}{g_{kp}^2}, \quad (57)$$

где  $dm_k/dt$  - производительность компрессора;  $p$  - давление в ресивере;

$V_p$  - объём ресивера;  $\vartheta_{кр}$  - критическая скорость течения воздуха, равная

$$\vartheta_{кр} = \sqrt{kRT}. \quad (58)$$

В уравнении (58)  $k=1.4$  - показатель адиабаты;  $R$  - газовая постоянная;  $T$  - термодинамическая температура воздуха.

Мгновенный массовый  $dm/dt$  и объёмный  $Q$  расходы воздуха могут быть связаны как

$$\frac{dm}{dt} = Q \frac{pR}{T}, \quad (59)$$

отсюда уравнение (57) принимает вид:

$$\frac{dp}{dt} = p \frac{k(Q_k - Q_p)}{V_p}, \quad (60)$$

где  $Q_k$  - объёмная производительность компрессора;  $Q_p$  - мгновенный объёмный расход воздуха из ресивера, который подчиняется экспоненциальному закону:

$$Q_p = Q_p^{\max} (1 - e^{-t/\tau}), \quad (61)$$

где  $Q_p^{\max}$  - максимальный объёмный расход воздуха из ресивера;  $\tau$  - постоянная времени объекта регулирования.

### Регулятор и исполнительная часть

Для релейного регулирования справедливы следующие уравнения, отражающие работу компрессора.

При  $dp/dt > 0$ :

$$Q_k = Q_k^0 + \Delta Q_k \cos(\omega(t-t_n) + \varphi) \quad \text{при } p < p_{\max} \quad (62)$$

$$Q_k = 0 \quad \text{при } p \geq p_{\max} . \quad (63)$$

При  $dp/dt < 0$ :

$$Q_k = Q_k^0 + \Delta Q_k \cos(\omega(t-t_n) + \varphi) \quad \text{при } p \leq p_{\min} \quad (64)$$

$$Q_k = 0 \quad \text{при } p > p_{\min} \quad (65)$$

В уравнениях (62) и (64)  $Q_k^0$  - средняя производительность компрессора;  $\Delta Q_k$  - максимальное отклонение производительности компрессора от значения  $Q_k^0$ ;  $\omega$  - частота;  $\varphi$  - фазовый сдвиг;  $t_n$  - время падения давления от  $p_{\max}$  до  $p_{\min}$  (при отключенном компрессоре).

### Задание

1) Привести схему системы регулирования давления (СРД) в ресивере пневматической тормозной системы для реального автомобиля и описать её работу.

2) Описать методику, по которой составляются уравнения движения элементов СРД.

3) Вывести дифференциальное уравнение движения СРД. Решить полученное уравнение методами численного интегрирования в соответствии с релейным законом переключения, уравнения (62)-(65).

4) Для заданных значений  $Q_p^{\max}$  в соответствии с полученными дифференциальными уравнениями рассчитать изменение  $p(t)$  для

полного цикла регулирования - между двумя состояниями системы, при которых  $p=p_{\max}$ . Результаты привести в численной и графической форме.

5) Оценить и проанализировать результаты.

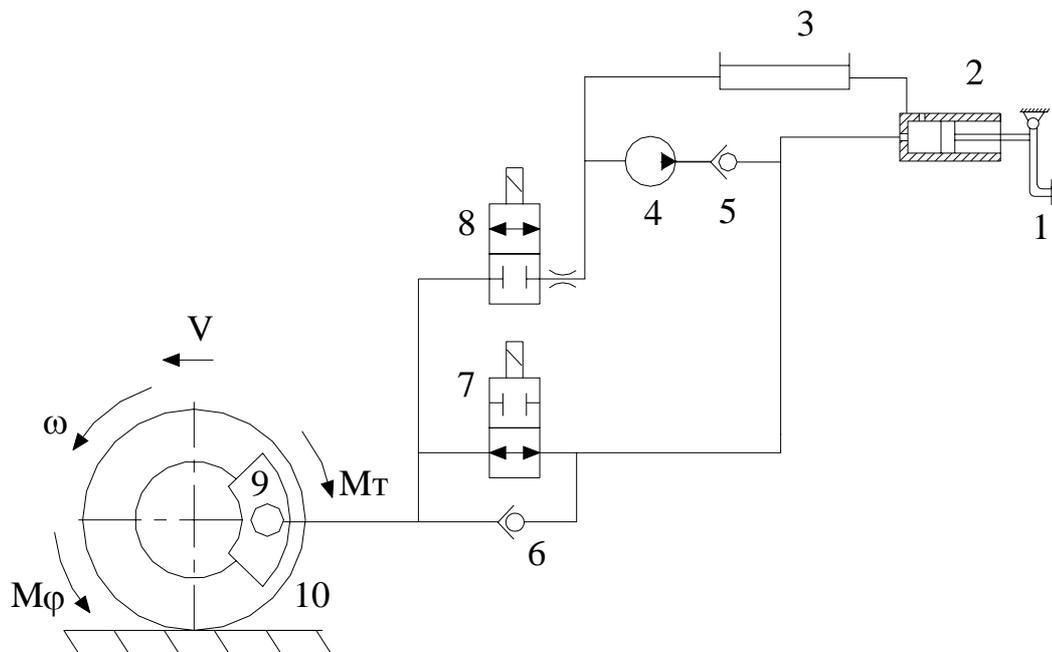
**Таблица 5**

**Исходные данные**

Вариант	$Q_k^0$ , м <sup>3</sup> /с	$Q_p^{\max}$ , м <sup>3</sup> /с	$\Delta Q_k$ , м <sup>3</sup> /с	$V_p$ , м <sup>3</sup>	$\tau$ , с	$\omega$ , с <sup>-1</sup>	$\varphi$ , рад
1	0,0025	0,006	0,0015	0,1	0,25	0,5	0
2	0,00245	0,00575	0,0014	0,08	0,5	0,35	$\pi$
3	0,0024	0,0055	0,00145	0,06	0,25	0,75	0
4	0,00255	0,0056	0,00155	0,08	0,35	1	$\pi$
5	0,00235	0,0057	0,0015	0,06	0,45	0,65	0
6	0,00245	0,006	0,0016	0,06	0,4	0,6	$\pi$
7	0,00265	0,00575	0,0014	0,08	0,3	0,75	0
8	0,0025	0,0055	0,00145	0,06	0,35	0,4	$\pi$
9	0,00235	0,0056	0,00155	0,1	0,5	0,85	0
10	0,00242	0,0057	0,0015	0,06	0,45	0,9	$\pi$
11	0,0026	0,0057	0,0016	0,08	0,25	0,95	0
12	0,00253	0,0058	0,0014	0,06	0,25	0,55	$\pi$
13	0,00257	0,006	0,0015	0,1	0,5	0,45	0
14	0,00236	0,00575	0,00145	0,06	0,35	0,4	$\pi$
15	0,00246	0,0055	0,00155	0,08	0,35	0,5	0
16	0,00236	0,0056	0,0015	0,06	0,45	0,6	$\pi$
17	0,00235	0,0057	0,0016	0,1	0,4	0,7	0
18	0,0025	0,006	0,0014	0,08	0,4	0,85	$\pi$
19	0,00252	0,0058	0,0014	0,06	0,25	0,75	0
20	0,0026	0,006	0,0016	0,1	0,5	0,5	$\pi$

## 5.6. ЗАДАНИЕ № 6

### ГИДРАВЛИЧЕСКАЯ АНТИБЛОКИРОВОЧНАЯ СИСТЕМА С ДВУХФАЗНЫМ АЛГОРИТМОМ



**Рис. 6. Принципиальная схема АБС**

*Исполнительная часть: 1 - педаль тормоза; 2 - главный тормозной цилиндр; 3 - слив; 4 - насос; 5 - обратный клапан насоса*

*Регулятор (модулятор): 6 - обратный клапан модулятора; 7 - впускной клапан модулятора; 8 - выпускной клапан модулятора*

*Объект регулирования: 9 - тормозной механизм; 10 - колесо*

*$v$  - линейная скорость автомобиля;  $\omega$  - угловая скорость колеса;  $M_t$  - тормозной момент, развиваемый тормозным механизмом;  $M_\phi$  - тормозной момент по сцеплению колеса с дорогой (момент от окружной силы в контакте колеса с дорогой)*

### Допущения

При расчётах приняты следующие допущения:

- рассматривается экстренное торможение автомобиля, поэтому считается, что имеет место идеальное распределение тормозных сил по мостам автомобиля;
- в качестве объекта регулирования взято одиночное колесо автомобиля;
- силы сопротивления воздуха не учтены;
- коэффициент сцепления под всеми колёсами автомобиля одинаков;
- колебания подвески не учитываются.

### Объект регулирования

Уравнение движения колеса как объекта регулирования:

$$M_{\tau} - M_{\varphi} = J \cdot \frac{d\omega}{dt}, \quad (66)$$

где  $J$  - момент инерции колеса относительно оси вращения.

Тормозной момент, развиваемый тормозным механизмом, принят изменяющимся по линейному закону:

$$M_{\tau} = M_{\tau}^0 + \text{sign}(\sigma_s) k_m \cdot t \quad \text{при } M_{\tau} < M_{\tau}^{\max} \quad (67)$$

$$M_{\tau} = M_{\tau}^{\max} \quad \text{при } M_{\tau} \geq M_{\tau}^{\max}, \quad (68)$$

где  $M_{\tau}^0$  - тормозной момент в начале цикла регулирования;  $k_m$  - коэффициент пропорциональности;  $\sigma_s$  - релейная функция.

Тормозной момент  $M_{\varphi}$  равен

$$M_{\varphi} = G \cdot \varphi \cdot r_d, \quad (69)$$

где  $G$  - вес автомобиля, приходящийся на колесо;

$\varphi$  - коэффициент окружной силы;

$r_d$  - динамический радиус колеса.

Вес  $G$  для колеса переднего моста:

$$G = m \cdot g \left( 1 - \psi + \frac{dv}{dt} \chi \right), \quad (70)$$

$$G = m \cdot g \left( \psi - \frac{dv}{dt} \chi \right), \quad (71)$$

где  $m$  - масса автомобиля;  $g$  - ускорение земного тяготения;  $\psi$  - относительная нагрузка на задний мост;  $\chi$  - относительная высота центра тяжести автомобиля;  $v$  – скорость автомобиля.

Основной регулировочной характеристикой колеса как объекта регулирования АБС является зависимость коэффициента окружной силы колеса (коэффициента сцепления)  $\varphi$  от коэффициента относительного проскальзывания колеса  $s$ :

$$\varphi = C_1 \left( 1 - e^{-C_2 \cdot s} \right) - C_3 \cdot s. \quad (72)$$

В уравнении (72)  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  - некоторые коэффициенты, а  $s$  определяется как

$$s = 1 - \frac{\omega \cdot r_d}{v}. \quad (73)$$

В уравнениях (72) и (73) необходимо учитывать, что на фазе растормаживания знак перед  $\varphi$  меняется на противоположный.

Поскольку рассматривается режим экстренного торможения, можно ввести дополнительное уравнение связи:

$$\frac{dv}{dt} = -g \cdot \varphi. \quad (74)$$

Сигналы на растормаживание и затормаживание АБС получает при достижении некоторых порогов срабатывания по коэффициенту относительного проскальзывания. В результате имеем на фазе торможения

$$\sigma_s = 1 \text{ при } s < s_1, \quad (75)$$

$$\sigma_s = -1 \text{ при } s \geq s_1. \quad (76)$$

На фазе растормаживания

$$\sigma_s = -1 \text{ при } s > s_2, \quad (77)$$

$$\sigma_s = 1 \text{ при } s \leq s_2. \quad (78)$$

Таблица 6

**Исходные данные**

Вариант	1	2	3	4	5	6	7
$v_0$ , м/с	25	20	22	15	18	19	24
$r_d$ , м	0,302	0,302	0,308	0,308	0,314	0,308	0,321
$J$ , кг·м <sup>2</sup>	0,816	0,869	0,893	0,963	1,042	1,042	1,173
$k_m$ , Нм/с	15000	20000	17500	18000	17500	17500	16000
$M_\tau^{\max}$ , Нм	2000	2750	2500	2550	2600	2500	2100
$M$ , кг	1350	2500	1500	1800	1775	1600	1900
$\psi$	0,5	0,46	0,51	0,47	0,53	0,48	0,49
$\chi$	0,215	0,21	0,205	0,212	0,22	0,21	0,205
$C_1$	0,4	0,2	0,25	0,45	0,15	0,45	0,18
$C_2$	25	15	16	20	19	20	21
$C_3$	0,1	0,05	0,05	0,125	0,035	0,125	0,035
$s_1$	0,35	0,4	0,5	0,33	0,49	0,33	0,35
$s_2$	0,11	0,15	0,21	0,13	0,18	0,13	0,11

**Задание**

1) Привести функциональную и конструктивную схемы гидравлической антиблокировочной системы для реального автомобиля и описать её работу.

2) Построить график зависимости коэффициента сцепления колеса с дорогой от коэффициента относительного проскальзывания.

3) Привести уравнения (66)-(74) к системе дифференциальных уравнений для  $dv/dt$  и  $d\omega/dt$  и решить её с помощью численных методов (например, Рунге-Кутта).

4) Для заданной начальной скорости торможения  $v_0 = \omega_0 r_d$  рас-

считать как минимум два цикла регулирования АБС для переднего и заднего колёс и построить для них графики  $v(t)$  и  $\omega \cdot r_d(t)$ .

5) Оценить и проанализировать результаты.

6) Дать рекомендации по выбору порогов срабатывания АБС с целью увеличения степени использования коэффициента сцепления.

## 6. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНОГО ЗАДАНИЯ

1. Работа выполняется на стандартных листах письменной бумаги с соблюдением стандартов. Как пример использовать техническую литературу последних лет издания.

2. Текст должен быть написан (напечатан) без поправок и сокращений.

3. Рисунки выполнять с помощью чертежных приспособлений.

4. Работа должна иметь:

- титульный лист (с обратным адресом, телефоном, шифром – для студентов заочной формы обучения);

- содержание;

- задание со схемой, исходными данными и вопросами;

- ответы на вопросы;

- выводы;

- список используемой литературы.

5. Листы контрольного задания пронумеровать.

6. Содержание поместить в начале работы, выводы и список – в конце.

7. Рисунки и таблицы должны иметь номера и подписи, на графиках нанести масштабную сетку.

8. В выводах сформулировать в кратком виде основные результаты выполненной работы.

9. При вычислениях сначала записывать в общем виде формулу, затем подставить численные значения переменных и записать ответ.

10. Данные для построения графиков свести в таблицы.

## 7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое и какой бывает обратная связь?
2. Что собой представляет функциональная схема?
3. Чем отличаются нелинейное уравнение от линейного?
4. Что такое коэффициент передачи?
5. Что такое статическая характеристика системы?
6. Что такое передаточная функция?
7. Как получить передаточную функцию из дифференциального уравнения системы?
8. Что понимается под устойчивостью системы?
9. Что такое, и какими бывают критерии устойчивости?
10. Как определить устойчивость системы по корням его характеристического уравнения?
11. Как перейти от передаточной функции к частотным характеристикам системы?
12. Что такое переходная функция системы?
13. Какими показателями качества оценивается система?
14. Как оценивается динамическая точность САР?
15. Как влияет коэффициент передачи обратной связи на устойчивость и показатели качества САР?
16. Чему равен инерционный коэффициент регулятора двигателя?
17. Какие информационные параметры используются в системах автоматического переключения коробок передач?
18. Чем обеспечиваются кинематическая и силовая обратные связи в рулевом управлении с гидроусилителем?
19. Из каких элементов состоит АБС?
20. Какие имеются алгоритмы функционирования АБС?

Учебное издание

**МОЛИБОШКО** Леонид Александрович  
**ИВАНОВ** Валентин Георгиевич  
**РУКТЕШЕЛЬ** Олег Степанович  
**БЕЛЯЕВ** Владимир Михайлович

**ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ  
СИСТЕМ АВТОМОБИЛЕЙ**

Учебное пособие

---

Подписано в печать 2001 г.

Формат 60 x 84 1/16. Бумага типографская №

Печать офсетная.

Усл. печ. л. 7,1. Уч.-изд. л. 5,4. Тираж 200. Заказ

---

Белорусская государственная политехническая академия

Лицензия ЛВ № 155 от 30.01.1998 .

220027, Минск, проспект Ф. Скорины, 65

Белорусская медицинская академия последипломного образования

Лицензия ЛВ № 113 от 19.12.1997 .

220027, Минск, ул. П. Бровки, 3