В. Т. Федин

Принятие решений при проектировании развития электроэпергетических систем

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

Кафедра «Электрические системы»

В.Т. Федин

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Учебно-методическое пособие
по дисциплине «Основы проектирования энергосистем»

Минск
УП «Технопринт»
2000

УДК 621.311.001.63(075.8)
~~ББК 31.27-02Я73~~
Ф 32

Федин В.Т.
Ф 32 Принятие решений при проектировании развития электроэнергетических систем: Учеб. метод. пособие по дисциплине «Основы проектирования энергосистем». – Мн.: УП «Технопринт», 2000. – 105 с.

ISBN 985-6373-76-X

В работе изложены теоретические основы принятия решений при оптимизации развития электроэнергетических систем в условиях неопределенности исходной информации и многокритериальности. Приведены примеры решения практических задач проектирования развития энергосистем и задачи для самостоятельной работы. Описано примерное задание на курсовое проектирование, даны методические рекомендации по выполнению курсового проекта.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов очного и заочного отделений специальности Т.01.01 – «Электроэнергетика», а также специальности Т.01.03 – «Автоматизация и управление энергетическими процессами». Может быть использовано студентами специальности Э.03.01 – «Экономика управления предприятием» (специализация Э.03.01.01 – «Экономика управления в энергетике»), слушателями центров повышения квалификации инженеров-электриков, а также инженерами, чья деятельность связана с принятием решений и проектированием в области электроэнергетических систем.

Рецензент М.И. Фурсанов

УДК 621.311.001.63(075.8)
ББК 31.27-02Я73

ISBN 985-6373-76-X

Предисловие

Проектирование, сооружение объектов и эксплуатация электроэнергетических систем связаны с большими материальными затратами. Поэтому важно, чтобы эти затраты были использованы с наибольшей эффективностью и обеспечивали необходимую надежность электроснабжения потребителей. При этом следует учесть, что правильность решений по развитию энергосистем, принимаемых в какой-то момент, проявляется через достаточно длительное время, когда возможные ошибки исправить не возможно или очень трудно. С другой стороны, при выработке решения обычно присутствует неопределенность (недостаточная достоверность) исходной информации. Кроме того, обычно в качестве показателя эффективности решений выступает не один, а несколько критериев, то есть приходится решать многокритериальную (многоцелевую) задачу. Все это вызывает дополнительные трудности при принятии решений по развитию электроэнергетических систем.

Несмотря на то что общая математическая теория решения задач в условиях неопределенности и многокритериальности достаточно подробно описана в литературе [1, 2, 5, 15 – 20], в практике принятия решений в энергосистемах, к сожалению, она используется явно недостаточно. Даже в периодической научной литературе число примеров решения таких энергетических задач весьма ограничено.

Данное учебно-методическое пособие направлено на то, чтобы привить студентам навыки практической работы с методами принятия решений в условиях неопределенности и многокритериальности при решении задач по развитию электрических систем и сетей.

Пособие состоит из трех разделов. В первом разделе описаны теоретические основы системного подхода при оптимизации развития энергосистем, а также методы принятия решений в условиях неопределенности и многокритериальности.

Второй раздел посвящен решению конкретных задач электрических систем, которые автору удалось выявить в научной литературе или разработать самому. Все задачи методически приведены к единой основе, изложенной в первом разделе. Кроме того, в разделе также даны разработанные автором задачи для самостоятельной работы с многочисленными вариантами исходных данных.

В третьем разделе дано описание примерного задания на курсовое проектирование, приведены методические указания и рекомендации к выполнению проекта, касающиеся выбора стратегии развития энергосистем, расчета экономических показателей и показателей надежности, принятия решений в условиях неопределенности и многокритериальности. Выполнение курсового проекта, естественно, базируется на знаниях, полученных при изучении других дисциплин, и соответствующих методах расчета различных параметров (сечения проводов линий, потерь электроэнергии и др.). Поэтому в данном пособии такой материал, необходимый для выполнения курсового проекта, не описан, а в необходимых местах сделаны ссылки на соответствующие источники, которыми следует пользоваться при проектировании.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов специальности Т.01.01 – «Электроэнергетика», изучающих дисциплину «Основы проектирования энергосистем». Оно будет также полезно студентам специальностей Т.01.03 – «Автоматизация и управление энергетическими процессами» и Э.03.01 – «Экономика управления предприятием» (специализация Э.03.01.01 – «Экономика управления в энергетике»).

Автор надеется, что пособие может быть востребовано на курсах повышения квалификации и переподготовки инженеров-электроэнергетиков, а также инженерами в практической деятельности, связанной с проектированием и принятием решений в области электроэнергетических систем в условиях неопределенности и многокритериальности.

1. СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1.1. Понятие об экономико-математических моделях развития электроэнергетических систем

Допустим, требуется принять какое-то решение, его эффективность характеризуется некоторым критерием оптимальности F, который обычно задается в виде функции.

На численное значение критерия оптимальности F влияет ряд показателей:

контролируемые факторы (искомые параметры объекта), выбор которых находится в распоряжении лица, принимающего решение (каждый конкретный выбор значений контролируемых факторов представляет собой стратегию лица, принимающего решение);

неконтролируемые факторы (параметры объекта, представляющие собой исходные данные в задаче оптимизации), на которые лицо, принимающее решение, влиять не может; при динамических объектах в состав этих факторов может входить время.

Неконтролируемые факторы в зависимости от вида информации о них можно разделить на три группы:

а) детерминированные факторы, то есть неслучайные величины, значения которых полностью известны;

б) стохастические факторы, то есть случайные величины с известными законами распределения;

в) неопределенные факторы, значения которых неизвестны в момент принятия решения.

Критерий оптимальности в общем виде можно записать так:

$$F = F(x_1, x_2, \ldots, x_n, A_1, A_2, \ldots, A_p, y_1, y_2, \ldots, y_q, z_1, z_2, \ldots, z_r, t), \quad (1.1)$$

где $x_1, \ldots, x_n$ – контролируемые факторы (искомые параметры);

$A_1, \ldots, A_p$ – неконтролируемые детерминированные факторы;

$y_1, \ldots, y_q$ – неконтролируемые стохастические факторы;

$z_1, \ldots, z_r$, – неконтролируемые неопределенные факторы;

t – временной фактор.

Величины x, A, y, z могут быть скалярами, векторами, матрицами и т.п.

На решение практических задач обычно накладываются ограничения, связанные с естественными причинами, например, ограниченностью ресурсов, техническими характеристиками проектируемого объекта и т.п. Математически эти ограничения записываются в следующем виде:

$$g_i = g_i(x_1, \ldots, x_n, A_{1i}, \ldots, A_{pi}, y_{1i}, \ldots, y_{qi}, z_{1i}, \ldots, z_{ri}, t) \quad (1.2)$$
$$\{\le, =, \ge\} b_i, \quad i \in \overline{1, m}.$$

Кроме того, в практических условиях каждый контролируемый фактор (искомый параметр) также может выбираться лишь из области его допустимых значений, характеризующих, например, предельную допустимую мощность электростанции, максимальное допустимое напряжение электропередачи и т.п. :

$$x_1 \in \Omega_{x1},\ x_2 \in \Omega_{x2},\ \ldots,\ x_n \in \Omega_{xn} \quad (1.3)$$

Выражения (1.1) – (1.3) представляют экономико-математическую модель задачи.

Цель операции принятия решения заключается в том, чтобы найти оптимальные значения $\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_n$ контролируемых факторов $x_1, \ldots, x_n$ из областей их допустимых значений $\Omega_{x1},\ldots, \Omega_{xn}$, которые по возможности обращали бы критерий оптимальности в максимум (минимум):

$$F \to \max \text{ (или } \min).$$

Употребленная оговорка «по возможности» обусловлена наличием неопределенных и стохастических факторов.

Далее весь текст и соответствующие расчетные формулы будут излагаться применительно к задаче максимизации критерия оптимальности. Если по технологической сущности задачи требуется минимизировать критерий оптимальности, то задача минимизации min F всегда может быть заменена эквивалентной задачей максимизации вида

$$\max\,(A - F),$$

где A – заведомо большое число.

Для решения задач электроэнергетических систем разработан ряд оптимизационных и оценочных экономико-математических моделей. Оптимизационные модели предназначены для непосредственного определения оптимального плана развития энергосистемы. Эти модели предназначены для предварительного исследования влияния различных факторов на принимаемое решение. Оценочные модели предназначены для сопоставления заранее заданных вариантов развития энергосистемы.

1.2. Классификация задач принятия решений

Выделим следующие важные классификационные признаки задач принятия решений (ЗПР) [1]:

1) количество целей (критериев), к достижению которых необходимо стремиться при решении задачи;

2) зависимость (или независимость) критерия оптимальности и ограничений от времени;

3) наличие случайных и неопределенных факторов, влияющих на решение задачи и зависящих от вида исходной информации.

По первому признаку задачи принятия решений разделяют на одноцелевые (однокритериальные) и многоцелевые (многокритериальные).

По второму признаку ЗПР делятся на статические и динамические. В статических ЗПР критерий оптимальности и ограничения не зависит от времени, в динамических присутствие фактора времени обязательно.

По третьему признаку различаются ЗПР трех видов.

1). ЗПР при определенности исходной информации (детерминированные ЗПР). Здесь исходная информация является детерминированной (фиксированной информацией). Результат (решение) получается в виде одного конкретного числа. Если исходные данные при реализации полученных решений не изменятся, то реальный результат точно совпадет с расчетным результатом.

2). ЗПР при риске (стохастические ЗПР). В этих задачах каждое решение может привести к одному из множества возможных исходов, каждый из которых характеризуется определенной вероятностью появления.

В данном случае расчетный результат зависит от случайных факторов. Исходная информация здесь имеется в виде статистических характеристик – законов распределения случайных величин, математического ожидания, дисперсии и т.д. Здесь имеется в виду риск, возникающий из-за того, что при реализации результата лицо, принимающее решение, всегда рискует получить не тот результат, на который он ориентируется (полученный при расчете), так как при расчете получается некоторое осредненное оптимальное решение.

3). ЗПР в условиях неопределенности. Здесь критерий оптимальности зависит от неопределенных факторов, неизвестных в момент принятия решения (или неизвестных с достаточной для принятия решения точностью). В результате влияния неопределенных факторов каждое решение оказывается связанным с множеством возможных исходов, вероятности которых либо неизвестны, либо вообще не имеют смысла.

Однако наличие неопределенности вовсе не говорит о том, что не следует обоснованно, на основе расчетов подходить к принятию решения. Решение, принятое в условиях неопределенности, но на основе математических расчетов, будет все же лучше решения, выбранного наобум [2].

Описанная классификация ЗПР в обобщенном виде приведена на рис. 1.1 [1].

Рис.1.1. Классификация задач принятия решений

1.3. Формулировка одноцелевой статической задачи в условиях определенности

Данная задача характеризуется следующими признаками:

имеется одна цель (один критерий) оптимизации;

параметры задачи и переменные (искомые) величины не изменяются во времени;

исходная информация задана в детерминированном (строго определенном) виде (в виде конкретных чисел).

Экономико-математическая модель в этом случае представляется в виде:

критерия оптимальности (функции цели)

$$F = F(X, C) \rightarrow \max(\text{или} \min) ; \qquad (1.4)$$

ограничения

$$g_i = g_i (A_i, X) \{\leq, =, \geq\} b_i, \quad i \in \overline{1, m}, \; m\{<, =, >\}n ; \qquad (1.5)$$

области допустимых значений переменных

$$X \in \Omega_X . \qquad (1.6)$$

X – n-мерный вектор переменных, $X = (x_1, \ldots, x_j, \ldots, x_n)$;

A_i, C – некоторые массивы фиксированных неслучайных параметров.

Требуется найти такое значение $X = (x_1, \ldots, x_n)$ вектора $\overline{X} = (\overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_n)$ из области Ω_X его допустимых значений, которое обеспечивает максимальное значение $\overline{F}$ критерия оптимальности F, а также найти значение

$$\overline{F} = \overline{F}(\overline{X}, C) = \max_{X \in \Omega_X} F(X, C) ; \qquad (1.7)$$

Значения $\overline{F}$ и $\overline{X}$ представляют собой решение задачи.

Методы решения одноцелевых статических задач в условиях определенности в данной работе не рассматриваются. Применительно к дисциплине «Основы проектирования энергосистем» они частично изложены в [3, 4].

1.4. Одноцелевая статическая задача оптимизации в условиях риска

В литературе иногда применяется другое название данной задачи – задача оптимизации в вероятностно-определенных условиях.

Задача характеризуется следующими признаками:

имеется одна цель (один критерий) оптимизации;

параметры и переменные (искомые) величины не изменяются во времени;

исходная информация задана в виде вероятностных характеристик, поэтому каждая возможная стратегия принятия решения связана с множеством возможных исходов, причем каждый исход имеет определенную вероятность появления, известную исследователю.

Отличие задачи оптимизации в условиях риска от задачи в условиях определенности (детерминированной задачи) заключается в том, что при детерминированной задаче каждому вектору переменных $X = (x_1, x_2,\ldots,x_n)$ соответствует <u>одно</u> значение критерия оптимальности. При стохастической задаче (задаче принятия решений в условиях риска) каждому вектору X соответствует <u>множество</u> значений критерия оптимальности, причем каждому значению критерия соответствует определенная вероятность его появления.

В такой ситуации выбор решения для практической реализации неизбежно основан на осредненных (статистических) характеристиках. Поэтому принятие решения о выборе оптимальной стратегии для практической реализации всегда сопряжено с риском получить в действительности не тот результат, на который ориентируется лицо, принимающее решение, исходя из статистической информации. Отсюда – название «Оптимизация в условиях риска».

Информация, необходимая для принятия решения, может быть представлена в виде табл. 1.1.

$S_1, S_2,\ldots,S_l,\ldots,S_r$ – возможные исходы, вызываемые неопределенностью появления той или иной ситуации; $X_1, X_2,\ldots,X_k,\ldots,X_t$ – возможные стратегии принятия решения $k \in \overline{1,t}$; Q_{kl} – значение показателя эффективности при появлении l-го исхода в случае реализации k-й стратегии; p_{kl} – вероятность появления l-го исхода в случае реализации k-й стратегии. Предполагается, что вероятности p_{kl} известны.

Таблица 1.1

Информация к принятию решения в условиях риска

Исходы / Стратегия	S_1	S_2	…	S_l	…	S_r	Математическое ожидание показателя эффективности F_k
X_1	Q_{11} p_{11}	Q_{12} p_{12}		Q_{1l} p_{1l}		Q_{1r} p_{1r}	$F_1 = \sum\limits_{\ell=1}^{r} Q_{1\ell} p_{1\ell}$
X_2	Q_{21} p_{21}	Q_{22} p_{22}		Q_{2l} p_{2l}		Q_{2r} p_{2r}	$F_2 = \sum\limits_{\ell=1}^{r} Q_{2\ell} p_{2\ell}$
. . .							
X_k	Q_{k1} p_{k1}	Q_{k2} p_{k2}		Q_{kl} p_{kl}		Q_{kr} p_{kr}	$F_k = \sum\limits_{\ell=1}^{r} Q_{k\ell} p_{k\ell}$
. . .							
X_t	Q_{t1} p_{t1}	Q_{t2} p_{t2}		Q_{tl} p_{tl}		Q_{tr} p_{tr}	$F_t = \sum\limits_{\ell=1}^{r} Q_{t\ell} p_{t\ell}$

П р и м е р . Принимается решение по развитию генерирующей части энергосистемы. Возможны различные стратегии развития энергосистемы X_k, характеризующиеся количеством, мощностью и местом размещения различных типов электростанций: ГЭС, КЭС, АЭС. При этом исходами S_l служит различная выработка электроэнергии в энергосистеме с определенной вероятностью, зависящей от расхода воды в реках, на которых предполагается соорудить ГЭС. Тогда в качестве показателя эффективности Q_{kl} может служить прибыль в энергосистеме от реализации выработанной электроэнергии.

Табл. 1.1 составляют следующим образом. Для исхода S_1, соответствующего какому-то водотоку на ГЭС, находят оптимальную стратегию X_1, представляющую собой вектор переменных $X_1 = (x_1,\ldots,x_n)$, где составляющие вектора – мощности отдельных станций. При этом решается одноцелевая детерминированная задача. Аналогично поступают для всех остальных исходов $S_2,\ldots,S_r$. В результате получают стратегии $X_2,\ldots,X_t$, причем каждая из них оптимальна для одного из исходов. Затем для всех определенных таким образом стратегий и всех исходов вычисляют значения показателя эффективности Q_{kl}.

При наличии информации о значениях показателя эффективности Q_{kl} для различных стратегий решение задачи со стохастическими факторами сводят к детерминированной постановке. Наибольшее распространение получили здесь два принципа: искусственное сведение задачи к детерминированной схеме и оптимизация в среднем.

В первом случае вероятностная картина исходов приближенно заменяется детерминированной. Для этого случайные факторы заменяются обычно их математическими ожиданиями. Например, для рассмотренного выше примера используют математическое ожидание среднего по водности года на ГЭС (среднего расхода воды через створ ГЭС). Такой подход обычно может быть использован только при грубых, ориентировочных расчетах.

Во втором случае для оценки эффективности той или иной стратегии используют математическое ожидание показателя эффективности (см. правую колонку табл. 1.1):

$$F_k = F(X_k) = M[Q_{kl}] = \sum_{l=1}^{r} Q_{kl} p_{kl}, \quad k \in \overline{1,t} \,. \tag{1.8}$$

Тогда в качестве оптимальной будет выбрана такая стратегия из t возможных стратегий $X_1, X_2,\ldots,X_t$, которая удовлетворяет условию

$$\overline{F} = \overline{F}(X) = \max_t \{F(X_k)\} = \max_t \left[\sum_{l=1}^{r} Q_{kl} p_{kl} \right]. \tag{1.9}$$

Другими словами, при таком подходе должна быть выбрана такая стратегия, для которой в правом столбце табл. 1.1 значение показателя эффективности F_k максимально. При этом следует иметь в виду, что принятие решения при такой оптимизации «в среднем» связано с риском, то есть с возможностью в каждом отдельном случае получить худшее значение показателя эффективности по сравнению с тем, по которому принималось решение. И все же такой подход лучше, чем принятие решения без всяких обоснований.

1.5. Одноцелевая статическая задача в условиях неопределенности

Данная задача характеризуется следующими признаками:

имеется одна цель (один критерий) оптимизации;

параметры и переменные (искомые) величины не изменяются во времени;

параметры, характеризующие исходную информацию, неопределенны, то есть известно только, что эти параметры существуют, но их детерминированные и даже вероятностные характеристики неизвестны. При этом каждая возможная стратегия принятия решения связана с множеством возможных исходов. В этом сходство данной задачи с задачей принятия решений в условиях риска и ее отличие от детерминированных задач. Отличие же от задачи в условиях риска заключается в том, что здесь отсутствует информация о вероятностных характеристиках исходов, которые известны в стохастических задачах.

Различают две группы неопределенностей – стратегические и природные.

Стратегические неопределенности появляются в ЗПР, в которых участвует несколько активно действующих сторон, преследующих различные, несовпадающие цели. При этом каждая из оперирующих сторон должна принимать решения в условиях, когда ей неизвестны будущие действия (стратегии) других оперирующих сторон. Один из характерных примеров задачи со стратегической неопределенностью – игра в шахматы.

Природные неопределенности появляются из-за недостаточной изученности «природы», под которой понимают обстоятельства, в которых приходится принимать решения. Например, к задаче с природными неопределенностями можно отнести задачу выбора сечений проводов линий электропередачи в условиях неизвестности точного значения ожидаемой нагрузки потребителей.

ЗПР со стратегическими неопределенностями решаются с использованием математического аппарата теории игр. Для ЗПР с природными неопределенностями применяют математический аппарат теории статистических решений (теории игр с «природой»).

Отличие ЗПР со стратегическими неопределенностями заключается в том, что каждой оперирующей стороне известен весь набор возможных стратегий другой стороны. При этом каждая оперирующая сторона, являясь активной и разумно действующей, стремится к максимально возможному достижению своих целей.

ЗПР с природными неопределенностями являются более сложными, так как «природа» не обладает свойством разумности и является пассивной стороной, не действующей активно. Ей нельзя придать никаких сознательных целей, к которым она бы стремилась.

Рассмотрим некоторые понятия теории игр, которые необходимы для решения ЗПР с природными неопределенностями [2].

Пусть имеется два игрока A и B с противоположными интересами. Чтобы игра могла быть математически формализована, должны быть сформулированы правила игры, определяющие:

возможные варианты действий каждой из сторон;

известность информации каждой стороне о принятии решений другой стороной;

результат игры, который получается при каждой данной совокупности принятия решений каждой из сторон.

Пусть игрок A имеет m стратегий, а игрок B – n стратегий. Такая игра называется игрой $m \times n$. Если игроки осуществляют сознательный выбор одной из возможных стратегий, то выбор стратегии A_i и B_j однозначно определяет исход игры для игрока A – выигрыш (положительный или отрицательный). Обозначим этот выигрыш через a_{ij}.

Если известны значения a_{ij} при каждой паре стратегий, то можно составить табл.1.2, называемую платежной матрицей.

Таблица 1.2

Платежная матрица

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	…	B_n	α_i
A_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	$\alpha_1 = \min\limits_j a_{1j}$
A_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}	$\alpha_2 = \min\limits_j a_{2j}$
A_m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}	$\alpha_m = \min\limits_j a_{mj}$
β_j	$\beta_1 = \max\limits_i a_{i1}$	$\beta_2 = \max\limits_i a_{i2}$		$\beta_n = \max\limits_i a_{in}$	

Поставим задачу: определить наилучшую среди стратегий для игрока А. Для этого рассмотрим последовательно каждую стратегию, начиная с A_1 и кончая A_m. Выбирая стратегию A_i, будем иметь в виду, что игрок В ответит на нее такой стратегией, при которой выигрыш игрока А будет минимальным. Поэтому при каждой стратегии A_i игрок А сможет получить выигрыш, соответствующий лишь минимальному значению a_{ij} из строки платежной матрицы для стратегии A_i:

$$\alpha_i = \min_j a_{ij}. \tag{1.10}$$

Эти значения приведены в крайнем правом столбце табл. 1.2. Выбирая из столбца α_i максимальное значение α, получим гарантированный выигрыш для игрока А:

$$\alpha = \max_i \alpha_i = \max_i \min_j a_{ij}. \tag{1.11}$$

Величина α называется нижней ценой игры или *максиминным* выигрышем (*максимином*). Это гарантированный выигрыш для игрока А.

Из этой матрицы (табл. 1.4) видно, что стратегия A_2 дает максимальный выигрыш при любом состоянии природы $П_j$. Поэтому игроку А следует однозначно выбрать стратегию A_2.

Если же нет доминирующей стратегии, то все же полезно проанализировать платежную матрицу, чтобы исключить из нее заведомо невыгодные стратегии, если таковые имеются. Так, из платежной матрицы табл. 1.5 видно, что стратегия A_1 заведомо невыгодна, так как при любом состоянии природы $П_j$ ее показатель эффективности ниже по сравнению с другими стратегиями.

На первый взгляд может показаться, что следует выбрать такую стратегию, при которой $a_{ij} > a_{kl}$ (см. табл. 1.3), например, стратегию A_2, так как $a_{21} > a_{33}$ (см. табл.1.5). Но здесь лучший показатель эффективности может оказаться не за счет лучшей стратегии, а просто за счет того, что состояние природы $П_1$ более выгодно, чем состояние $П_3$. Например, наличие большого расхода воды через ГЭС более выгодно для энергосистем, чем малая выработка электроэнергии на ГЭС в засушливый год.

В таких ситуациях бывает полезно использовать понятие риска, которое показывает «удачливость» принимаемой стратегии.

Риском r_{ij} игрока А в случае выбора стратегии A_i при состоянии природы $П_j$ называется разность между выигрышем, который он получил бы, если бы знал, что состояние природы будет $П_j$, и выигрышем, который он получит, выбрав стратегию A_i [2].

Очевидно, что если заранее было бы известно состояние природы $П_j$, то игрок А выбрал бы такую стратегию, которая соответствует максимальному выигрышу, то есть максимуму столбца β_j:

$$\beta_j = \max_i a_{ij}. \tag{1.14}$$

Для состояния природы $П_1$

$$\beta_1 = \max_i a_{i1},$$

для других состояний природы

$$\beta_2 = \max_i a_{i2},$$

$$\ldots\ldots$$

$$\beta_n = \max_i a_{in}.$$

Тогда значения риска в случае выбора иной стратегии, не соответствующей максимуму столбца платежной матрицы, будут

$$r_{ij} = \beta_j - a_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}. \qquad (1.15)$$

Отсюда следует, что $r_{ij} \geq 0$. Расчеты на основании платежной матрицы (см. табл. 1.3) позволяют сформировать матрицу рисков (табл.1.6).

Таблица 1.6

Матрица рисков

A_i \ $П_j$	$П_1$	$П_2$	...	$П_n$
A_1	r_{11}	r_{12}	...	r_{1n}
A_2	r_{21}	r_{22}	...	r_{2n}
...	...	...	...	...
A_m	r_{m1}	r_{m2}	...	r_{mn}

Матрица рисков часто позволяет лучше осуществить анализ неопределенной ситуации, чем платежная матрица. Рассмотрим это на примере. Пусть известна платежная матрица, приведенная в табл. 1.7. Используя формулу (1.15), сформируем матрицу рисков (табл. 1.8).

Из табл.1.7 следует, что $a_{21} = a_{24}$, а из матрицы рисков (см. табл. 1.8) - что $r_{21} < r_{24}$. При стратегии A_{22} при состоянии природы $П_1$ выигрыш мог бы составить $a_{21} = 8$ (см. табл. 1.7) при максимальном возможном выигрыше $a_{31} = 9$, то есть выбор стратегии A_2 удачен.

Таблица 1.7

Платежная матрица

A_i \ $П_j$	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$
A_1	5	8	9	13
A_2	8	13	9	8
A_3	9	11	11	7

Таблица 1.8

Матрица рисков

A_i \ $П_j$	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$
A_1	4	5	2	0
A_2	1	0	2	5
A_3	0	2	0	6

В то же время при состоянии природы $П_4$ выбор стратегии A_2 не следовало бы делать, так как там максимальный выигрыш $a_{14} = 13$, а a_{24} равно лишь 8. Это отражается в матрице рисков (см. табл. 1.8): $a_{24} > a_{21}$, а именно, $5 > 1$.

Рассмотрим теперь критерии, которые используются для принятия решений в условиях неопределенности.

1). *Критерий, основанный на известных вероятностях условий (критерий Лапласа).*

Пусть известны состояния природы $П_1, П_2, \ldots, П_n$ и вероятности их появления

$$p_1 = P(П_1),\ p_2 = P(П_2),\ \ldots,\ p_n = P(П_n),$$

причем

$$\sum_{j=1}^{n} p_j = 1 .$$

В этом случае в качестве показателя эффективности принимают математическое ожидание выигрыша. Используя платежную матрицу (см. табл. 1.3), для i-й стратегии математическое ожидание выигрыша можно записать в виде

$$\bar{a}_i = p_1 a_{i1} + p_2 a_{i2} + \ldots + p_n a_{in}$$

или

$$\bar{a}_i = \sum_{j=1}^{n} p_j a_{ij} . \qquad (1.16)$$

Тогда в качестве оптимальной следует взять ту стратегию, для которой значение a_i максимально:

$$\bar{a}_{i\,\text{макс}} = \max\{\bar{a}_i\}. \tag{1.17}$$

Для выбора оптимальной стратегии можно использовать матрицу рисков (см. табл. 1.6). При этом следует вычислить для каждой стратегии математическое ожидание риска, равное

$$\bar{r}_i = \sum_{j=1}^{n} p_j r_{ij}. \tag{1.18}$$

Тогда в качестве оптимальной следует взять ту стратегию, для которой значение $\bar{r}_i$ минимально:

$$\bar{r}_{i\,\text{мин}} = \min\{\bar{r}_i\}. \tag{1.19}$$

Если вероятности появления состояний природы $П_j$ неизвестны, то применяют следующие приемы:

а) задаются вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_n$ субъективно или на основе экспертных оценок;

б) если нет никаких соображений относительно предпочтения того или иного состояния природы, то используют принцип недостаточного основания Лапласа, согласно которому все вероятности назначаются одинаковыми:

$$p_1 = p_2 = \ldots = p_n = \frac{1}{n}.$$

2). *Максимальный критерий Вальда.*

Для его вычисления используют платежную матрицу (см. табл. 1.2 и 1.3) и принцип определения максимина по формуле (1.11). Оптимальной считается та стратегия игрока А, при которой гарантируется выигрыш не меньший, чем максимин:

$$W = \max_{1 \le i \le m} \; \min_{1 \le j \le n} a_{ij}, \tag{1.20}$$

где a_{ij} – показатель эффективности, взятый из платежной матрицы;

i – количество стратегий;

j – количество состояний природы.

Этот критерий ориентирует лицо, принимающее решение, на наихудшие условия. Его иногда называют критерием крайнего пессимизма.

3). *Критерий минимаксного риска Сэвиджа.*

По данному критерию рекомендуется выбирать ту стратегию, при которой величина риска принимает наименьшее значение в самой неблагоприятной ситуации. Для его вычисления используют матрицу рисков (см. табл. 1.6) и формулу минимакса (1.13). Оптимальной считается та стратегия игрока А, при которой гарантируется риск не более, чем минимакс:

$$S = \min_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} r_{ij}, \tag{1.21}$$

где r_{ij} – показатель риска из матрицы риска при i-й стратегии и j-м состоянии природы.

Этот критерий, как и критерий Вальда, является критерием крайнего пессимизма. Но здесь худшим решением считается не получение минимального выигрыша, а максимальная потеря выигрыша (максимальный риск).

4). *Критерий пессимизма – оптимизма Гурвица.*

Критерий выражается в следующем виде:

$$H = \max_{1 \le i \le m} \{\alpha \min_{1 \le j \le n} a_{ij} + (1-\alpha) \max_{1 \le j \le n} a_{ij}\}, \tag{1.22}$$

где a_{ij} – показатель эффективности из платежной матрицы при i-й стратегии и j-м состоянии природы;

α – коэффициент оптимизма, выбираемый между 0 и 1 из субъективных соображений.

При $\alpha = 1$ этот критерий превращается в критерий крайнего пессимизма Вальда

$$H = \max_{1 \le i \le m} \min_{1 \le j \le n} a_{ij}.$$

При α = 0 получается критерий крайнего оптимизма, показывающий наибольший выигрыш, который можно получить при выборе соответствующей стратегии:

$$H = \max_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} a_{ij} .$$

Если рекомендации по различным критериям совпадают, то можно смело выбирать данную стратегию.

Критерий Гурвица может быть также сформирован с использованием элементов матрицы рисков:

$$H = \min_{1 \le i \le m} \{\alpha \max_{1 \le j \le n} r_{ij} + (1-\alpha) \min_{1 \le j \le n} r_{ij}\} . \qquad (1.23)$$

При α = 1 данная форма критерия превращается в критерий Сэвиджа (см. формулу (1.21)).

При α = 0 получается критерий крайнего оптимизма, показывающий наименьший риск (наименьшую потерю выигрыша), который можно получить при выборе соответствующей стратегии:

$$H = \min_{1 \le i \le m} \min_{1 \le j \le n} r_{ij} .$$

Если платежная матрица или матрица рисков большая, то рассмотренные критерии позволяют получить более наглядную картину, чем сами матрицы.

Формулы (1.16) – (1.23) соответствуют случаю, когда целевую функцию необходимо максимизировать. Если же по содержательной постановке задачи целевую функцию удобней минимизировать, то критерии принятия решений видоизменяются.

Так, критерий Лапласа будет иметь вид

$$a_{i\text{мин}} = \min\{a_i\} \qquad (1.24)$$

или

$$r_{i\text{макс}} = \max\{r_i\} . \qquad (1.25)$$

Критерий Вальда будет выглядеть следующим образом:

$$W = \min_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} a_{ij}. \qquad (1.26)$$

В случае применения критерия Сэвиджа формула (1.15) для вычисления значения риска принимает вид

$$r_{ij} = a_{ij} - \beta_j = a_{ij} - \min a_{ij}. \qquad (1.27)$$

Тогда критерий Сэвиджа будет иметь вид тот же, что и (1.21):

$$S = \min_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} a_{ij}, \qquad (1.28)$$

а критерий Гурвица –

$$H = \min_{1 \le i \le m} \{\alpha \max_{1 \le j \le n} a_{ij} + (1-\alpha) \min_{1 \le j \le n} a_{ij}\}. \qquad (1.29)$$

При использовании матрицы рисков и вычислении значения риска по формуле (1.27) критерий Гурвица будет иметь вид такой же, как и (1.23).

1.6. Многоцелевые задачи принятия решений

1.6.1. Постановка многоцелевой детерминированной статической задачи принятия решений

Пусть требуется принять решение в условиях действия неслучайных фиксированных факторов. Стратегию принятия решения, которая в общем случае может быть скалярной величиной, вектором, матрицей и т.п., обозначим X. Далее для определенности будем считать, что стратегия представляет собой n-мерный вектор

$$X = (x_1, x_2, \ldots x_j, \ldots x_n), \; j \in \overline{1,n}.$$

Составляющие x_j вектора X могут быть связаны ограничениями, отражающими конкретный физический и экономический смысл задачи:

$$g_i = g_i(C_i, X) \geq b_i,\ i \in \overline{1,m}\ ,$$

где g_i – некоторая функция;

C_i, b_i – фиксированные величины.

Эффективность принятия решения оценивается совокупностью критериев (целей), образующих вектор

$$E = (e_1, e_2, \ldots e_q, \ldots e_k),\ \ q \in \overline{1,k}\ .$$

Эти критерии могут различаться своими коэффициентами относительной важности λ_q, образующими вектор важности

$$\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_q, \ldots \lambda_k),\ \ q \in \overline{1,k}\ .$$

Критерии e_q называют локальными критериями. Каждый локальный критерий определяет какую-то локальную цель при принятии решения. При этом каждый локальный критерий связан со стратегией

$$e_q = e_q(A_q, X),\ \ q \in \overline{1,k}\ ,$$

где A_q – фиксированные факторы.

Тогда векторный критерий может быть представлен в виде

$$E = E(e_q(A_q, X)) = E(A, X)\,,$$

где A – константы, соответствующие локальным константам A_q.

Самое простое решение задачи имеет место тогда, когда выбор одной стратегии обеспечивает одновременное достижение цели по всем локальным критериям. Однако при решении практических задач этого обычно не происходит. Поэтому приходится прибегать к некоторому компромиссу в достижении локальных целей при принятии решений. Следовательно, необходимо сформулировать какой-то принцип компромисса в достижении локальных целей.

Таким образом, необходимо найти оптимальную стратегию $\overline{X}$, удовлетворяющую следующим условиям:

стратегия $\overline{X}$ должна принадлежать множеству Ω_x ее допустимых значений;

стратегия должна быть наилучшей в соответствии с принятым принципом компромисса между локальными критериями и учитывать, если он задан, вектор Λ важности локальных критериев.

Решение многоцелевой задачи может быть записано в следующем общем виде:

$$\overline{E} = E(\overline{X}) = \mathrm{opt}[E(X), \Lambda],$$
$$X \in \Omega_X,$$

где $\overline{X}$, $\overline{E}$ - оптимальные значения;

opt – некоторый оператор оптимальности.

Оператор opt характеризует принцип оптимальности, определяющий выбор наилучшей стратегии среди всех допустимых. Его конкретный смысл должен быть раскрыт в каждой конкретной задаче принятия решения.

Известны различные принципы компромисса между локальными критериями и соответствующие им принципы оптимальности, причем каждый принцип может привести к выбору различных оптимальных решений.

В многоцелевых задачах область допустимых решений по всем локальным критериям Ω_x может быть представлена двумя непересекающимися областями: областью согласия Ω_x^c и областью компромисса $\Omega_x^к$. В области согласия переход от одной стратегии к другой позволяет улучшить сразу все локальные критерии. В области компромисса улучшение эффективности по одним критериям приводит к ухудшению эффективности решения по другим. Очевидно, что в многоцелевых задачах оптимальное решение следует искать только в области компромисса $\Omega_x^к$. Для этих целей используется принцип Парето: возможные решения следует искать лишь среди множества стратегий (вариантов), улучшение которых по одним критериям приводит к их ухудшению по другим критериям. Поясним это на следующем примере. Пусть имеем локальные критерии $e_1 = f_1(x)$ и $e_2 = f_2(x)$, где x характеризует некоторое множество стратегий (вариантов). Тогда множество всевозможных пар значений e_1 и e_2 при всех допустимых x есть заштрихованная область (рис. 1.2). Все граничные точки этой области, принадлежащие кривой AB, соответствуют значениям локальных критериев e_1 и e_2 в различных оптимальных, по Парето, состояниях объекта. Действительно, при переходе из точки A в точку C и из точки B в точку D уменьшается значение как e_1, так и e_2, что недопустимо, по Парето. Поэтому оптимум лежит только на кривой AB, так как при переходе, например, из точки A в точку K значение e_1 увеличивается, а e_2 уменьшается.

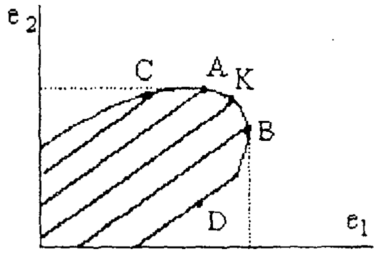

Рис. 1.2. Область допустимых значений локальных критериев

В области компромисса должна быть выбрана схема компромисса и определен принцип оптимальности. При этом раскрывается смысл оператора оптимизации:

$$\underset{X\in\Omega_x}{\mathrm{opt}}\, E(X) = \underset{X\in\Omega_x^{к}}{\mathrm{opt}}\, E(X) = \underset{X\in\Omega_x^{к}}{\max}\, \varphi(E(X)), \qquad (1.30)$$

где $\varphi(E)$ – некоторая функция от вектора критериев E.

Таким образом, при выборе какого-то критерия оптимальности многоцелевая задача сводится к одноцелевой задаче принятия решения.

Если локальные критерии имеют различные единицы измерения, то иногда их необходимо нормализовать, то есть приводить к единой размерности. Обычно их приводят к безразмерному виду.

1.6.2. Типы многоцелевых задач

Рассмотрим возможные варианты формулировки многоцелевых задач принятия решений.

1). Задачи оптимизации на множестве целей.

Здесь имеется несколько целей, которые должны быть учтены при выборе оптимального решения относительно рассматриваемого объекта.

Пример. Требуется выбрать оптимальный вариант линии электропередачи новой конструкции, например, по какому-то изобретению. Качество такой линии оценивается с помощью следующих основных параметров (целей): P – максимальная пропускная способность; G – минимальный расход цветного металла; R – минимальная ширина трассы; H – минимальная напряженность электрического поля под линией; c – стоимость передачи электроэнергии.

Оптимальный вариант линии может быть выбран на основании рассмотрения векторного критерия

$$E = (P, G, R, H, c).$$

Особенность рассмотренной задачи заключается в том, что локальные критерии (цели) имеют различные единицы измерения.

2). Задачи оптимизации на множестве объектов.

Здесь имеется несколько объектов, работа каждого из которых оценивается самостоятельным критерием. Качество работы совокупности объектов должно оцениваться векторным критерием, включающим локальные критерии, относящиеся к каждому из объектов.

Пример. Энергосистема работает в условиях дефицита электроэнергии, которую она может выдать потребителям. Возникает задача оптимального распределения располагаемой электроэнергии между k потребителями. Функционирование каждого q–го потребителя оценивается локальным критерием e_q.

Например, локальным критерием первого потребителя служит стоимость вырабатываемой продукции, которую нужно максимизировать, в качестве локального критерия второго потребителя выступает себестоимость выпускаемой продукции, которую необходимо минимизировать, и т.д.

Тогда общий план удовлетворения электроэнергией потребителей будет оцениваться векторным критерием

$$E = (e_1, e_2, \ldots, e_q, \ldots, e_k) .$$

В таких задачах локальные критерии обычно имеют одинаковые единицы измерения.

3). Задачи оптимизации на множестве условий функционирования.

В этом случае заданы варианты условий, в которых предстоит функционировать объекту, относительно которого необходимо принять решение. Эффективность функционирования для каждого варианта условий оценивается некоторым локальным критерием.

Тогда эффективность функционирования при всех вариантах условий будет оцениваться вектором локальных критериев.

П р и м е р . Заданы условия снабжения топливом (вид топлива, место добычи) электростанций энергосистемы в разное время года (зима, весна, осень, лето). Каждый период оценивается локальным критерием: зимой требуется выработать максимальное количество электроэнергии e_1 для обеспечения потребителей. Осенью и весной необходимо иметь минимальную себестоимость выработки электроэнергии на электростанциях e_2, летом – требуется обеспечить минимум стоимости перевозки топлива e_3. Необходимо выбрать стратегию обеспечения топливом электростанций. Критерий многоцелевой задачи будет иметь вид

$$E = (e_1, e_2, e_3) .$$

4). Задачи оптимизации на множестве этапов функционирования.

Этот тип задач предполагает функционирование объекта на некотором интервале времени, представленном несколькими этапами. Эффективность функционирования на каждом этапе оценивается локальным критерием, а на всем интервале времени – векторным критерием.

П р и м е р . Требуется определить оптимальный план функционирования энергосистемы на заданном интервале времени [0, T]. Эффективность функционирования энергосистемы характеризуется количеством вырабатываемой электроэнергии W в дискретные моменты времени t:

$$t_1,\ t_2,\dots,t_k, \quad \text{где } t_k = T,$$
$$W_1, W_2, \dots, W_k.$$

Эффективность функционирования энергосистемы на всем интервале времени [0, T] оценивается векторным критерием

$$E = (W_1, W_2, \dots, W_k).$$

1.6.3. Способы нормализации критериев

Нормализация критериев осуществляется тогда, когда локальные критерии оптимизации имеют различные единицы измерения. По сути, нормализация критериев заключается в приведении численных значений критериев, соответствующих различным стратегиям (вариантам) принятия решения, к безразмерному виду.

Выбор способа нормализации критериев является достаточно субъективным. Рассмотрим некоторые известные способы нормализации критериев.

С п о с о б 1. Задаются какие-то значения каждого локального критерия:

$$e_1^з, e_2^з, \dots, e_q^з, \dots, e_k^з, \quad q \in \overline{1,k}.$$

Тогда нормализованные критерии будут иметь вид

$$\frac{e_1}{e_1^з}, \frac{e_2}{e_2^з}, \dots, \frac{e_q}{e_q^з}, \dots, \frac{e_k}{e_k^з}, \tag{1.31}$$

где $e_1, e_2, \dots, e_k$ – значения локальных критериев для каждой стратегии.

Недостаток этого способа заключается в субъективности назначения $e_1^з, e_2^з, \dots, e_k^з$.

С п о с о б 2. Нормализация осуществляется относительно максимальных значений локальных критериев оптимизации:

$$\frac{e_1}{e_{1\,\text{макс}}}, \frac{e_2}{e_{2\,\text{макс}}}, \ldots, \frac{e_q}{e_{q\,\text{макс}}}, \ldots, \frac{e_k}{e_{k\,\text{макс}}}, \tag{1.32}$$

где $$e_{q\,\text{макс}} = \max\{e_q\}.$$

Недостаток этого способа заключается в том, что результат существенно зависит от максимального уровня критериев, определяемого условиями. При этом нарушается равноправие критериев.

Способ 3. Нормализация осуществляется относительно максимально возможного разброса значений соответствующего локального критерия:

$$\frac{e_1}{e_{1\,\text{макс}}-e_{1\,\text{мин}}}, \frac{e_2}{e_{2\,\text{макс}}-e_{2\,\text{мин}}}, \ldots, \frac{e_q}{e_{q\,\text{макс}}-e_{q\,\text{мин}}}, \ldots, \frac{e_k}{e_{k\,\text{макс}}-e_{k\,\text{мин}}}, \tag{1.33}$$

где $$e_{q\,\text{макс}} = \max\{e_q\},$$
$$e_{q\,\text{мин}} = \min\{e_q\}.$$

Этот способ можно считать наиболее «справедливым», не «ущемляющим прав» ни одного из критериев.

Способ 4. Нормализацию выполняют по выражениям

$$\frac{e_1-e_{1\,\text{мин}}}{e_{1\,\text{макс}}-e_{1\,\text{мин}}}, \frac{e_2-e_{2\,\text{мин}}}{e_{2\,\text{макс}}-e_{2\,\text{мин}}}, \ldots, \frac{e_q-e_{q\,\text{мин}}}{e_{q\,\text{макс}}-e_{q\,\text{мин}}}, \ldots, \frac{e_k-e_{k\,\text{мин}}}{e_{k\,\text{макс}}-e_{k\,\text{мин}}}. \tag{1.34}$$

Здесь в числителе берется разность между значением критерия по данной стратегии и его минимальным значением среди всех стратегий.

Рассмотренные способы нормализации критериев предполагают одинаковую важность критериев. Однако их часто применяют и при различной важности критериев. При этом нормализацию выполняют с учетом приоритета критериев. Так, для способа 3 нормализацию выполняют следующим образом:

$$\frac{e_1}{\lambda_1(e_{1\,\text{макс}} - e_{1\text{мин}})}, \frac{e_2}{\lambda_2(e_{2\,\text{макс}} - e_{2\,\text{мин}})}, \ldots$$

$$\ldots, \frac{e_q}{\lambda_q(e_{q\,\text{макс}} - e_{q\,\text{мин}})}, \ldots, \frac{e_k}{\lambda_k(e_{k\,\text{макс}} - e_{k\,\text{мин}})}, \tag{1.35}$$

где $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ – весовые коэффициенты, характеризующие важность каждого локального критерия, $\sum\limits_{q=1}^{k} \lambda_q = 1$.

Приведенные выражения нормализации критериев относятся к случаю, когда необходимо максимизировать целевую функцию. Если по условию технологической задачи требуется минимизировать целевую функцию, то либо ее заменяют эквивалентной задачей максимизации (см. подраздел 1.1), либо нормализацию критериев выполняют по преобразованным выражениям.

Так, по способу 2:

$$\frac{e_{1\,\text{мин}}}{e_1}, \frac{e_{2\,\text{мин}}}{e_2}, \ldots, \frac{e_{q\,\text{мин}}}{e_q}, \ldots, \frac{e_{k\,\text{мин}}}{e_k}. \tag{1.36}$$

По способу 4:

$$\frac{e_{1\,\text{макс}} - e_1}{e_{1\,\text{макс}} - e_{1\,\text{мин}}}, \frac{e_{2\,\text{макс}} - e_2}{e_{2\,\text{макс}} - e_{2\,\text{мин}}}, \ldots, \frac{e_{q\,\text{макс}} - e_q}{e_{q\,\text{макс}} - e_{q\,\text{мин}}}, \ldots, \frac{e_{k\,\text{макс}} - e_k}{e_{k\,\text{макс}} - e_{k\,\text{мин}}}. \tag{1.37}$$

1.6.4. Принципы выбора критерия оптимальности

Пусть дана многоцелевая задача

$$E = E\,(A,X) \to \max\,, \tag{1.38}$$

$$g_i = g_i(C_i, X) \ge b_i, \quad i \in \overline{1,m}, \tag{1.39}$$

где $X = (x_1, x_2, ... x_j, ... x_n)$, $j \in \overline{1,n}$,

$E = (e_1, e_2, ... e_j, ... e_n)$, $j \in \overline{1,k}$.

Здесь $e_1, \ldots, e_k$ – локальные критерии.

В дальнейшем для простоты задачу (1.38) - (1.39) будем записывать так:

$$\left.\begin{array}{l} E = E(X) \to \max, \\ g_i(X) \geq b_i, \quad i \in \overline{1,m}. \end{array}\right\} \qquad (1.40)$$

Чтобы решить эту многоцелевую задачу, надо свести ее к одной или нескольким одноцелевым задачам. Если локальные критерии имеют разные размерности, то их предварительно можно (но не всегда обязательно) нормализовать.

Рассмотрим принципы сведения многоцелевой задачи к одноцелевой.

1). *Принцип выделения главного критерия.*

Из заданной совокупности локальных критериев $e_1, e_2, \ldots, e_k$ один критерий, например e_1, принимается в качестве главного критерия. К остальным критериям устанавливаются требования, заключающиеся в том, чтобы их значения были не меньше некоторых заданных значений $e_q^з$ (здесь и далее получается, что все локальные критерии надо максимизировать).

Тогда многоцелевая задача (1.40) сводится к следующей одноцелевой:

$$\left.\begin{array}{l} e_1(X) \to \max, \\ g_i(X) \geq b_i, \quad i \in \overline{1,m}, \\ e_q \geq e_q^з, \quad q \in \overline{2,k}. \end{array}\right\} \qquad (1.41)$$

При этом в качестве оптимальной выбирается стратегия, которой соответствует наибольшее значение e_1 при соблюдении ограничений по остальным критериям. Основная трудность применения этого принципа в задании значений локальных критериев $e_q^з$ (за исключением выделенного главного критерия e_1), которые устанавливаются из соображений технологической задачи.

При использовании этого принципа в нормализации критериев нет необходимости.

2). *Принцип последовательной оптимизации на основе жесткого приоритета.*

Сначала формируется ряд приоритета 1, 2,…,k, в котором локальные критерии располагаются по важности. Расположение критериев по важности условно можно записать так: $e_1 > e_2 > e_k$.

Далее решается одноцелевая задача для наиболее важного локального критерия:

$$\left.\begin{array}{l} e_1(X) \to \max, \\ g_i(X) \ge b_i, \quad i \in \overline{1,m}. \end{array}\right\}$$

В результате находится оптимальное значение $\overline{e_1}$, затем отыскивается оптимальная стратегия по критерию e_2 с учетом неизменности $\overline{e_1} = \mathrm{const}$ и соответствующее ей оптимальное значение критерия $\overline{e_2}$.

Таким образом, многоцелевая задача с k критериями сводится к k последовательно решаемым одноцелевым задачам.

Последняя, k-я задача представляется в виде

$$\left.\begin{array}{l} e_k(X) \to \max, \\ g_i(X) \ge b_i, \quad i \in \overline{1,m}. \\ \overline{e_1} = \mathrm{const}, \overline{e_2} = \mathrm{const}, \ldots, \overline{e_{k-1}} = \mathrm{const}. \end{array}\right\} \qquad (1.42)$$

Таким образом, сущность этого принципа оптимизации заключается в том, что не допускается повышения значения менее важных критериев, если при этом происходит хотя бы незначительное уменьшение значения более важного критерия.

Недостаток рассматриваемого принципа заключается в том, что во многих практических задачах выбор стратегии по первому, наиболее важному, критерию уже приводит к окончательному единственному решению.

Если по одному из критериев (например e_1) оптимальное решение соответствует сразу двум стратегиям, то на следующем этапе решение отыскивается по второму критерию e_2 на множестве оптимальных стратегий по e_1. Это принцип получил название лексикографической оптимизации.

3). *Принцип последовательной уступки.*

Пусть локальные критерии расположены в порядке убывающей важности:

$$e_1, e_2, \ldots, e_q, \ldots, e_k.$$

На первом этапе находится стратегия, соответствующая максимальному значению наиболее важного критерия e_1:

$$\left.\begin{array}{l} e_1(X) \to \max, \\ g_i(X) \ge b_i, \quad i \in \overline{1,m}. \end{array}\right\}$$

В результате находится оптимальное значение $\overline{e_1}$.

Затем, исходя из практических соображений, назначается некоторая уступка Δe_1 относительно оптимального значения $\overline{e_1}$, которую лицо, принимающее решение, согласно допустить, чтобы можно было далее осуществить оптимизацию по следующему по важности локальному критерию e_2, то есть решается задача

$$\left.\begin{array}{l} e_2(X) \to \max, \\ g_i(X) \ge b_i, \quad i \in \overline{1,m}, \\ e_1 \ge \bar{e}_1 - \Delta e_1. \end{array}\right\}$$

В результате будет найдена оптимальная стратегия по критериям e_2 и e_1, а также оптимальное значение $\overline{e_2}$.

Затем дополнительно к Δe_1 назначается уступка Δe_2 относительно оптимального критерия $\overline{e_2}$ и решается одноцелевая задача по критерию e_3 и т.д.

Таким образом, здесь также многоцелевая задача с k локальными критериями заменяется последовательно решаемыми k одноцелевыми задачами.

Последняя, k-я задача имеет вид

$$\left.\begin{aligned} &e_k(X) \to \max, \\ &g_i(X) \ge b_i, \quad i \in \overline{1,m}, \\ &e_1 \ge \bar{e}_1 - \Delta e_1, e_2 \ge \bar{e}_2 - \Delta e_2, \ldots, e_{k-1} \ge \bar{e}_{k-1} - \Delta e_{k-1}. \end{aligned}\right\} \quad (1.43)$$

Достоинство данного принципа заключается в том, что видно, ценой какой уступки по одному локальному критерию получается выигрыш по другому локальному критерию. Такую оценку можно получить, задаваясь различными, как правило, в процентном отношении значениями уступок Δe.

4). *Принцип относительного гарантированного уровня (принцип максимина).*

Он может применяться в тех случаях, когда все локальные критерии по важности равноправны. Предварительно критерии должны быть нормализованы.

Пусть дана многоцелевая задача

$$\left.\begin{aligned} &E(X) \to \max, \\ &g_i(X) \ge b_i, \quad i \in \overline{1,m}. \end{aligned}\right\}$$

Решим последовательно k одноцелевых задач вида

$$\left.\begin{aligned} &e_1(X) \to \max, \\ &g_i(X) \ge b_i, \quad i \in \overline{1,m}. \end{aligned}\right\} \text{ 1-я задача, решение: } \bar{e}_1, \overline{X_1}.$$

....

$$\left.\begin{aligned} &e_k(X) \to \max, \\ &g_i(X) \ge b_i, i \in \overline{1,m}. \end{aligned}\right\} \text{ k-я задача, решение: } \bar{e}_k, \overline{X_k}.$$

В результате будут найдены оптимальные значения каждого локального критерия и соответствующие им оптимальные стратегии:

$$\overline{e_1}, \overline{e_2}, \ldots, \overline{e_q}, \ldots, \overline{e_k};$$

$$\overline{X_1}, \overline{X_2}, \ldots, \overline{X_q}, \ldots, \overline{X_k}.$$

Выберем из оптимальных значений локальных критериев максимальное значение

$$\bar{e}_{q\ \text{макс}} = \max\{\bar{e}_1, \bar{e}_2, ..., \bar{e}_q, ..., \bar{e}_k\}.$$

Вычислим значения критериев $e_1, e_2, \ldots, e_k$ для всех найденных оптимальных стратегий $\overline{X_q}$ и разделим на $\bar{e}_{q\ \text{макс}}$:

$$e_1^1 = \frac{e_1(\overline{X}_1)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}}, e_1^2 = \frac{e_1(\overline{X}_2)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}}, ..., e_1^k = \frac{e_1(\overline{X}_k)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}};$$

$$e_2^1 = \frac{e_2(\overline{X}_1)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}}, e_2^2 = \frac{e_2(\overline{X}_2)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}}, ..., e_2^k = \frac{e_2(\overline{X}_k)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}};$$

....

$$e_k^1 = \frac{e_k(\overline{X}_1)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}}, e_k^2 = \frac{e_k(\overline{X}_2)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}}, ..., e_k^k = \frac{e_k(\overline{X}_k)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}}.$$

Найдем минимальные значения критерия оптимальности из каждого полученного ряда:

$$e_{1\ \text{мин}} = \min\{e_1^1, e_1^2, ..., e_1^k\};$$

$$e_{2\ \text{мин}} = \min\{e_2^1, e_2^2, ..., e_2^k\};$$

....

$$e_{k\ \text{мин}} = \min\{e_k^1, e_k^2, ..., e_k^k\}.$$

Далее решим одноцелевую задачу вида

$$E_1(X) \to \max,$$

надо найти

$$\bar{E}_1(X) = \max\{e_{q\ \text{мин}}\} = \max\{e_{1\ \text{мин}}, e_{2\ \text{мин}}, ..., e_{k\ \text{мин}}\}.$$

В результате будет найдена оптимальная стратегия, соответствующая $\overline{E_1}$. Деление на $\bar{e}_{q\ макс}$ дает гарантированный выигрыш относительно максимального выигрыша $\bar{e}_{q\ макс}$.

В общем виде решение задачи по этому принципу формулируется так:

$$\overline{E}_1(X) = \max\min \frac{e_q(X)}{\bar{e}_{q\ макс}}, \quad q \in \overline{1,m}. \tag{1.44}$$

5). *Принцип весовых коэффициентов.*

По этому принципу многоцелевая задача заменяется одной одноцелевой задачей. При этом локальные критерии предварительно должны быть нормализованы.

Одноцелевая задача формулируется так:

$$\left.\begin{aligned} &E(X) = \sum_{q=1}^{k} \lambda_q e_q(X) \to \max, \quad q \in \overline{1,k}, \\ &g_i(X) \geq b_{i,} \quad i \in \overline{1,m}, \end{aligned}\right\} \tag{1.45}$$

где λ_q – весовые коэффициенты.

Таким образом, здесь для каждой стратегии вычисляется функция E(X), находится ее максимальное значение и соответствующая ему оптимальная стратегия.

Трудность применения данного принципа заключается в обоснованном выборе значений весовых коэффициентов для каждого локального критерия.

Обычно сначала формируют ряд приоритета локальных критериев

$$I = (1, 2, \ldots, k).$$

Затем устанавливают вектор приоритета

$$V = (v_1, v_2, \ldots, v_k).$$

Составляющие этого вектора характеризуют степень превосходства двух соседних критериев e_q и e_{q+1} из ряда критериев I: величина v_1 определяет, во сколько раз критерий e_1 важнее критерия e_2, величина v_2 показывает, во сколько раз критерий e_2 важнее критерия e_3, и т. д. В расчетах обычно принимают последнюю составляющую вектора приоритета $v_k = 1$.

Составляющие вектора приоритета определяются на основе попарного сравнения локальных критериев из ряда приоритета, что проще, чем задание сразу всех весовых коэффициентов.

Составляющие вектора весовых коэффициентов локальных критериев $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k)$ обычно задают так, чтобы соблюдалось следующее условие:

$$\left.\begin{array}{l} 0 \le \lambda_q \le 1, \quad q \in \overline{1,k}, \\ \sum\limits_{q=1}^{k} \lambda_q = 1. \end{array}\right\}$$

Тогда составляющие векторов V и Λ связаны соотношением

$$v_q = \frac{\lambda_q}{\lambda_{q+1}}.$$

Если определены ряд приоритета I и вектор приоритета V, то можно показать, что весовые коэффициенты определяются по формуле

$$\lambda_q = \frac{\prod\limits_{i=q}^{k} v_i}{\sum\limits_{q=1}^{k} \prod\limits_{i=q}^{k} v_i}. \tag{1.46}$$

Поясним применение этой формулы на числовом примере. Пусть ряд приоритета I = (1, 2, 3) и вектор приоритета V = (3, 2, 1).

Воспользуемся формулой (1.46):

$$\lambda_1 = \frac{v_1 v_2 v_3}{v_1 v_2 v_3 + v_2 v_3 + v_3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1} = \frac{6}{9};$$

$$\lambda_2 = \frac{v_2 v_3}{v_1 v_2 v_3 + v_2 v_3 + v_3} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1} = \frac{2}{9};$$

$$\lambda_3 = \frac{v_3}{v_1 v_2 v_3 + v_2 v_3 + v_3} = \frac{1}{3 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1} = \frac{1}{9}.$$

6). *Принцип справедливого компромисса.*

Этот принцип предполагает одинаковую важность всех локальных критериев. Критерии должны быть нормализованы.

Для каждой стратегии X_j вычисляется функция

$$E_j = E_j(X_j) = \prod_{q=1}^{k} e_j(X_j). \tag{1.47}$$

Решение многоцелевой задачи имеет вид

$$\overline{E} = \max_j \{E_j\} = \max_j \prod_{q=1}^{k} e_q(X_j). \tag{1.48}$$

Если локальные критерии неравнозначны и характеризуются весовыми коэффициентами $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$, то оптимальное решение имеет вид

$$\overline{E} = \max_j \{E_j\} = \max_j \prod_{q=1}^{k} e_q^{\lambda_q}(X_j). \tag{1.49}$$

7). *Принцип, основанный на максимизации совокупности локальных критериев.*

Сначала рассматривается k одноцелевых задач и вычисляются значения локальных критериев $e_1, e_2, \ldots, e_k$ при всех намеченных стратегиях:

$$X = (X_1, X_2, \ldots, X_j, \ldots, X_n), j \in \overline{1,n}.$$

Затем отыскиваются локально-оптимальные значения критериев:

$$\begin{aligned}
\bar{e}_1 &= \max e_1(X), \\
\bar{e}_2 &= \max e_2(X), \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\bar{e}_k &= \max e_k(X).
\end{aligned}$$

Для стратегии вычисляется функция по всем критериям:

$$E_j = E_j(X_j) = \left(\frac{e_1(X_j) - \bar{e}_1}{\bar{e}_1}\right)^2 + \left(\frac{e_2(X_j) - \bar{e}_2}{\bar{e}_2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{e_k(X_j) - \bar{e}_k}{\bar{e}_k}\right)^2, j \in \overline{1,n}. \tag{1.50}$$

Решение многоцелевой задачи имеет вид

$$\bar{E} = \max_j \{E_j\}. \tag{1.51}$$

Если локальные критерии неравнозначны, то функция по всем критериям видоизменяется:

$$E_j = E_j(X_j) = \left(\frac{(e_1(X_j) - \bar{e}_1)\lambda_1}{\bar{e}_1}\right)^2 + \left(\frac{(e_2(X_j) - \bar{e}_2)\lambda_2}{\bar{e}_2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{(e_k(X_j) - \bar{e}_k)\lambda_k}{\bar{e}_k}\right)^2, \quad j \in \overline{1,n}, \tag{1.52}$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ – весовые коэффициенты локальных критериев.

8). *Принцип экспертных оценок.*

Возможны различные варианты реализации этого принципа. Рассмотрим один из них.

Формируется группа экспертов. Каждый эксперт назначает значение весовых коэффициентов локальным критериям так, чтобы выполнялось условие

$$\lambda_q \geq 0, \quad q \in \overline{1,k}, \quad \sum_{q=1}^{k} \lambda_q = 1.$$

В результате получается матрица экспертных оценок:

$$\Lambda = \begin{Vmatrix} \lambda_{11}\lambda_{12}\ldots\lambda_{1n}\ldots\lambda_{1N} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \lambda_{q1}\lambda_{q2}\ldots\lambda_{qn}\ldots\lambda_{qN} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \lambda_{k1}\lambda_{k2}\ldots\lambda_{kn}\ldots\lambda_{kN} \end{Vmatrix}, \qquad (1.53)$$

где λ_{qn} – значение весового коэффициента q-го локального критерия, предложенное n-м экспертом;

N – количество экспертов.

Затем определяется среднее значение весового коэффициента для каждого локального критерия по элементам строк матрицы (1.53):

$$\lambda_q^* = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \lambda_{qn}, \quad q \in \overline{1,k}. \qquad (1.54)$$

Эксперты обычно отличаются друг от друга квалификацией, компетентностью, опытом и т.п. В этих условиях могут быть введены коэффициенты компетентности

$$h_n > 0, \quad n \in \overline{1,N}, \quad \sum_{n=1}^{N} h_n = 1. \qquad (1.55)$$

Тогда при неравнозначности мнений различных экспертов формула (1.54) примет вид

$$\lambda_q^* = \sum_{n=1}^{N} \lambda_{qn} h_n, \quad q \in \overline{1,k}. \qquad (1.56)$$

Известно возможное развитие такого подхода (метод Дельфи). Его сущность заключается в том, что после вычисления весовых коэффициентов по формуле (1.56) устанавливается степень их согласованности и их значения сообщаются экспертам. Могут также сообщаться аргументы каждого из экспертов. После этого выполняется вторая итерация назначения экспертами весовых коэффициентов и производится новый расчет по формуле (1.56). И так до тех пор, пока не будет получена удовлетворительная согласованность мнений различных экспертов.

Найденные таким образом весовые коэффициенты затем реализуют при выборе предпочтительного решения по принципу весовых коэффициентов (см. формулу (1.45)).

В заключение заметим, что расчеты по различным принципам могут приводить к различным предпочтительным решениям. Это связано с несовершенством принципов и с разными представлениями в них о сравнимости локальных критериев. Поэтому на практике выбор того или иного принципа сведения многоцелевой оптимизации к одноцелевой должен быть предварительно обоснован.

2. РЕШЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПРОЕКТИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В данной главе приведены примеры решения различных задач принятия решений при проектировании энергосистем, опубликованных в периодической литературе [6-9, 11] и составленных автором. Эти примеры позволяют оценить широкий спектр задач, которые могут и должны решаться в условиях неопределенности исходной информации и многокритериальности.

Даны условия задач и варианты исходных данных для самостоятельной работы. Эти задачи предназначены для решения на основе теории, изложенной в разд. 1, и примеров решений аналогичных задач, приведенных в данном разделе.

2.1.Задачи принятия решений в условиях неопределенности

З а д а ч а 1 . При проектировании развития энергосистемы однозначно неизвестны: уровень энергопотребления, величина и структура расположения энергетических ресурсов, возможные темпы научно-технического прогресса и их последствия.

При принятии решения по развитию энергосистемы можно выделить следующие этапы.

1). Выбор представительного ограниченного множества возможных условий развития системы. Этот выбор осуществляется на основе возможного диапазона изменения потребностей в электроэнергии и теплоте, возможностей поставки для электростанций различных видов топлива, возможных сроков и масштабов поставок новых видов оборудования для электростанций, подстанций, линий электропередачи и их технико-экономических показателей и т.п.

2). Нахождение оптимальных решений для каждого из выбранных условий путем формулировки и решения одноцелевых задач, число которых равно числу выбранных условий.

3). Составление платежной матрицы по типу табл. 2.1.

Т а б л и ц а 2.1

Платежная матрица

Оптимальные решения в развитии системы (стратегии развития)	Возможные условия развития системы			
	m_1	m_2	...	m_n
X_1	$З_1$	$З_{12}$	...	$З_{1n}$
X_2	$З_{21}$	$З_2$	...	$З_{2n}$
...	...	...	...	
X_n	$З_{n1}$	$Зn_2$	...	$З_n$

В табл. 2.1 стратегия X_1 оптимальна при условии развития энергосистемы m_1 с приведенными затратами $З_1$. Аналогичным образом оптимальной стратегии X_2 соответствуют m_2 и $З_2$ и т.д. Остальные элементы платежной матрицы ($З_{21}$, $З_{n1}$ и т.д.) – приведенные затраты при неоптимальных решениях для данного условия развития энергосистемы.

4). Выбор стратегии развития системы с одновременным учетом всех возможных условий развития на основе критериев Лапласа, Вальда, Сэвиджа, Гурвица.

Задача 2. Величина перспективного электропотребления в энергосистеме точно не известна. В таком случае зададимся ею в некотором интервале в виде трех значений W_1, W_2, W_3, причем будем полагать, что $W_1 < W_2 < W_3$.

Выберем некоторые стратегии развития энергосистемы, характеризующиеся установленной мощностью электростанций P_1, P_2, P_3, причем $P_1 < P_2 < P_3$.

Каждой стратегии P_1, P_2, P_3 при каждом значении электропотребления W_1,W_2,W_3 будут соответствовать определенные затраты в энергосистеме. Может оказаться, например, что при стратегии P_1 и электропотреблении W_1 имеет место избыток мощности, а при W_3 – недостаток. Тогда в последнем случае потребуется ограничение потребителей, что приведет к соответствующему ущербу.

Очевидно, что оптимальным решением является то, которое при P_i в точности соответствует W_j, возникающему на практике, однако его значение точно не известно. Задача заключается в выборе стратегии принятия решения.

Пусть платежная матрица имеет вид, представленный в табл. 2.2. Ее элементы характеризуют приведенные затраты в энергосистеме в условных денежных единицах (у.д.е.) при заданном значении W_j и выбраной стратегии P_i, причем каждому значению W_j соответствует определенная оптимальная стратегия P_i.

Таблица 2.2

Платежная матрица

P_i \ W_j	W_1	W_2	W_3
P_1	10	30	40
P_2	30	20	50
P_3	40	30	30

Если расчет ведется по приведенным затратам, то целевую функцию необходимо минимизировать. Преобразуем эту задачу в задачу максимизации. Для этого вместо функции З введем функцию F = А – З, где А – заведомо большое число, такое что $F \geq 0$. Тогда задача minЗ равносильна задаче maxF:

$$\min З = \max F = \max(A - З).$$

Примем А = 100. Тогда получим новую платежную матрицу (табл.2.3).

Таблица 2.3

Преобразованная платежная матрица

P_i \ W_j	W_1	W_2	W_3
P_1	90	50	60
P_2	70	80	50
P_3	60	70	70

Таблица 2.4

Матрица рисков

P_i \ W_j	W_1	W_2	W_3
P_1	0	30	10
P_2	20	0	20
P_3	30	10	0

Используя формулу (1.15), сформируем матрицу рисков (табл.2.4).

Для принятия решения используем критерии Лапласа, Вальда, Сэвиджа и Гурвица.

1). Пусть случайная величина W_j подчиняется нормальному закону распределения. При этом вероятности появления W_1, W_2, W_3 соответственно равны: $p_1 = 0{,}25$; $p_2 = 0{,}5$; $p_3 = 0{,}25$.

По формуле (1.16) на основании табл. 2.3 найдем математическое ожидание выигрыша по i-й стратегии:

$$\bar{a}_1 = 0{,}25 \cdot 90 + 0{,}5 \cdot 50 + 0{,}25 \cdot 60 = 62{,}5;$$

$$\bar{a}_2 = 0{,}25 \cdot 70 + 0{,}5 \cdot 80 + 0{,}25 \cdot 50 = 70;$$

$$\bar{a}_3 = 0{,}25 \cdot 60 + 0{,}5 \cdot 70 + 0{,}25 \cdot 70 = 67{,}5.$$

По формуле (1.17) найдем

$$\bar{a}_{i\ \text{макс}} = \max\{\bar{a}_1; \bar{a}_2; \bar{a}_3\} = \max\{62{,}5; 70; 67{,}5\} = 70.$$

Следовательно, в данном случае по критерию Лапласа выгодна стратегия P_2, так как ей соответствует наибольшее значение критерия оптимальности, равное 70.

Рассмотрим это же решение с помощью матрицы рисков (см. табл. 2.4).

По формулам (1.18) и (1.19) получим:

$$\bar{r}_1 = 0{,}25 \cdot 0 + 0{,}5 \cdot 30 + 0{,}25 \cdot 10 = 17{,}5;$$

$$\bar{r}_2 = 0{,}25 \cdot 20 + 0{,}5 \cdot 0 + 0{,}25 \cdot 20 = 10;$$

$$\bar{r}_3 = 0{,}25 \cdot 30 + 0{,}5 \cdot 10 + 0{,}25 \cdot 0 = 12{,}5.$$

$$\bar{r}_{i\ \text{мин}} = \min\{\bar{r}_1; \bar{r}_2; \bar{r}_3\} = \min\{17{,}5; 10; 12{,}5\} = 10.$$

Вывод: выгодна стратегия P_2, так как для нее значение риска, равное 10, минимально.

2). Пусть вероятности появления W_j неизвестны. Используя принцип недостаточного основания Лапласа, получим

$$p_1 = p_2 = p_3 = \frac{1}{3}.$$

Тогда на основании платежной матрицы (см. табл. 2.3) по формулам (1.16) и (1.17) получим:

$$\bar{a}_1 = \frac{1}{3}(90 + 50 + 60) = 66{,}6;$$

$$\bar{a}_2 = \frac{1}{3}(70 + 80 + 50) = 66{,}6;$$

$$\bar{a}_3 = \frac{1}{3}(60 + 70 + 70) = 66{,}6;$$

$$\bar{a}_{i\ \text{макс}} = \max\{66{,}6; 66{,}6; 66{,}6\} = 66{,}6.$$

Вывод: наибольшее значение критерия оптимальности, равное 66,6, соответствует сразу трем стратегиям P_1, P_2, P_3.

3). Для принятия решения по критерию Вальда используем формулу (1.20) и платежную матрицу (табл. 2.3):

$$W = \max_i \min_j a_{ij} = \max_i\{\min\{90;50;60\}; \min\{70;80;50;\} \min\{60;70;70\}\} =$$

$$= \max_i\{50;50;60\} = 60.$$

Вывод: выгодна стратегия P_3, так как ей соответствует наибольшее значение критерия Вальда, равное 60.

4). Для принятия решения по критерию Сэвиджа используем формулу (1.21) и матрицу рисков (табл. 2.4):

$$S = \min_i \max_j r_{ij} = \min_i\{\max\{0;30;10\}; \max\{20;0;20;\} \max\{30;10;0\}\} =$$

$$= \min_i\{30;20;30\} = 20.$$

Вывод: выгодна стратегия P_2, так как ей соответствует наименьшее значение критерия Сэвиджа, равное 20.

5). Для принятия решения по критерию Гурвица используем формулу (1.22) и платежную матрицу (табл. 2.3).

Расчет выполним при коэффициенте $\alpha = 0;\ 0{,}1; \ldots ;0{,}9;\ 1{,}0$.

Пусть $\alpha = 0{,}1$. Тогда имеем

$$H = \max_i\{\alpha \min_j a_{ij} + (1-\alpha)\max_j a_{ij}\} = \max_i\{(0{,}1\min\{90;50;60\} +$$

$$+(1-0{,}1)\max\{90;50;60\});(0{,}1\min\{70;80;50\}+(1-0{,}1)\max\{70;80;50\});$$

$$(0{,}1\min\{60;70;70\}+(1-0{,}1)\max\{60;70;70\})\} =$$

$$= \max_i\{(0{,}1\cdot 50+0{,}9\cdot 90);(0{,}1\cdot 50+0{,}9\cdot 80);(0{,}1\cdot 60+0{,}9\cdot 70)\} =$$

$$= \max_i\{86;77;69\} = 86.$$

Вывод: выгодна стратегия P_1, так как для нее критерий Гурвица принимает наибольшее значение, равное 86.

Выполняя аналогичные расчеты для всех остальных значений α, получим результаты, приведенные в табл. 2.5.

Таблица 2.5

Результаты расчета критерия Гурвица

Значение α	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Значение критерия H	90	86	82	78	74	70	66	63	62	61	60
Номер выгодной стратегии	P_1	P_1	P_1	P_1	P_1	P_1	P_1	P_3	P_3	P_3	P_3

Отсюда следует, что при $\alpha \le 0{,}6$ выгодна стратегия P_1, а при $\alpha \ge 0{,}67$ – стратегия P_3.

Задача 3. Решить задачу 2, приняв в качестве исходных данных вместо платежной матрицы по табл. 2.2 платежную матрицу, элементы которой заданы в табл. 2.6.

Таблица 2.6

Значения элементов платежной матрицы к задаче 3

Номер варианта задачи	$З_{11}$	$З_{12}$	$З_{13}$	$З_{21}$	$З_{22}$	$З_{23}$	$З_{31}$	$З_{32}$	$З_{33}$
1	200	220	160	180	210	270	230	150	170
2	120	140	130	160	100	80	110	150	140
3	140	150	180	200	120	150	80	160	180
4	100	110	120	80	130	110	110	120	90
5	20	10	30	40	5	20	10	20	40
6	100	110	80	90	105	135	115	125	85
7	60	70	65	80	50	40	55	75	70
8	70	75	90	100	60	75	40	80	90
9	50	55	60	40	65	55	55	60	45
10	10	5	30	20	3	10	5	10	20
11	400	440	320	360	420	540	460	300	340
12	240	280	260	320	200	160	220	300	280
13	280	300	360	400	240	300	160	320	360
14	200	220	240	160	260	220	220	240	180
15	40	20	60	80	10	40	20	20	40
16	600	660	480	540	630	810	690	450	510
17	360	420	390	480	300	240	330	450	420
18	420	450	540	600	360	450	240	480	540
19	300	330	360	240	390	330	330	360	270
20	60	30	90	120	15	60	30	60	120
21	30	40	20	25	22	50	60	15	20
22	60	80	40	50	44	100	120	30	40

Задача 4. Известно, что многие параметры при проектировании систем электроснабжения являются неопределенными, например, электропотребление , которое зависит от многих факторов. Поэтому в проектной практике, как правило, задаются тремя вероятными параметрами электропотребления. Это – максимальный темп роста, минимальный и средний. Иногда параметров может быть более трех. Очевидно, что каждому темпу роста будет соответствовать своя оп-

тимальная стратегия развития электрической сети. При этом задача проектирования заключается в том, чтобы из многих стратегий развития сети выбрать ту, которая обеспечивает минимум целевой функции при фактическом темпе роста электропотребления, который точно не известен, а известны лишь его пределы.

Описанную качественную постановку задачи математически можно сформулировать следующим образом. Известны темпы роста электропотребления T_1, T_2, ..., T_i, ..., T_n и стратегии развития электрической сети C_1, C_2, ..., C_i, ..., C_m. Необходимо выбрать такую стратегию C_i, которая соответствует минимуму приведенных затрат $З_{мин}$ на развитие электрической сети (табл. 2.7).

Пусть требуется разработать схему электроснабжения района, темп роста нагрузок которой неизвестен. По прогнозным оценкам установлено, что на расчетный период нагрузка будет не менее 6 МВт и не более 10 МВт, а средняя нагрузка составит 8 МВт. Схему электроснабжения можно построить на напряжении 10, 35 и 110 кВ от существующей подстанции, находящейся на расстоянии 12 км, либо от другой подстанции на напряжении 220 кВ, находящейся на расстоянии 8 км.

Можно наметить несколько стратегий развития электрической сети (табл. 2.8).

Таблица 2.7

Значение приведенных затрат при различных темпах роста электропотребления и стратегия развития электрической сети

Стратегия развития сети	Темпы роста электропотребления					Вероятные приведенные затраты
	T_1	T_2	T_3	T_j	T_n	
C_1	$З_{11}$	$З_{12}$	$З_{13}$	$З_{1j}$	$З_{1n}$	$З_1$
C_2	$З_{21}$	$З_{22}$	$З_{23}$	$З_{2j}$	$З_{2n}$	$З_2$
C_3	$З_{31}$	$З_{32}$	$З_{33}$	$З_{3j}$	$З_{3n}$	$З_3$
C_i	$З_{i1}$	$З_{i2}$	$З_{i3}$	$З_{ij}$	$З_{in}$	$З_i$
C_m	$З_{m1}$	$З_{m2}$	$З_{m3}$	$З_{mj}$	$З_{mn}$	$З_m$

Таблица 2.8

Характеристика стратегии развития сети

Стратегия развития сети	Описание сети по соответствующей стратегии
C_1	Сеть на напряжении 10 кВ
C_2	Сеть на напряжении 10 кВ до достижения минимальной нагрузки, затем переход на напряжение 35 кВ
C_3	Сеть на напряжении 35 кВ
C_4	Сеть на напряжении 35 кВ до достижения минимальной нагрузки, затем переход на напряжение 110 кВ
C_5	Сеть на напряжении 110 кВ
C_6	Сеть на напряжении 220 кВ

Определим приведенные затраты для всех стратегий развития и всех возможных значений нагрузок (табл. 2.9). Пусть оказалось, что для стратегий C_2, C_4 и C_6 при всех темпах роста нагрузок приведенные затраты оказались выше, чем по другим критериям, следовательно, эти стратегии из дальнейшего расчета можно исключить.

Таблица 2.9

Значения приведенных затрат на сооружение электрической сети, у.д.е.

Стратегия развития сети	Темпы роста нагрузок		
	$T_{мин}$, 6 МВт	$T_{ср}$, 8 МВт	$T_{макс}$, 10 МВт
C_1	68	78	85
C_2	исключена из рассмотрения		
C_3	70	73	75
C_4	исключена из рассмотрения		
C_5	71	72	73
C_6	исключена из рассмотрения		

Выберем целесообразные стратегии по различным критериям.

Критерий Лапласа. Поскольку вероятность каждого состояния темпа роста электропотребления неизвестна, то каждому темпу T_i припишем вероятность $1/n$, где n – количество состояний темпов роста электропотребления.

Тогда (см. табл. 2.7) по формуле (1.16) получим:

$$З_1 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} З_{1j};$$

$$З_2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} З_{2j};$$

$$З_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} З_{ij};$$

$$З_m = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} З_{mj}.$$

Для рассматриваемого примера:

$$З_{C1} = \frac{1}{3}\ (68 + 78 + 85) = 77 \text{ у.д.е.};$$

$$З_{C3} = \frac{1}{3}\ (70 + 73 + 75) = 72{,}7 \text{ у.д.е.};$$

$$З_{C5} = \frac{1}{3}\ (71 + 72 + 73) = 72 \text{ у.д.е.}$$

Тогда по формуле (1.24) $З_{мин} = \min\{З_1, З_2, З_i, З_m\}$. Для нашего случая $З_{мин} = \min\{З_{C1}, З_{C3}, З_{C5}\} = \{77; 72{,}7; 72\} = 72$ у.д.е.

Следовательно, по критерию Лапласа наиболее целесообразной стратегией является стратегия C_5, так как ей соответствует минимальное значение критерия Лапласа, равное 72.

Критерий Вальда. Выберем из табл. 2.9 для каждой стратегии максимальные значения приведенных затрат, а затем среди них – минимальное значение:

$$З_{1\ макс} = \max_{j}\{68;78;85\} = 85 \text{ у.д.е.};$$

$$З_{3\ макс} = \max_{j}\{70;73;75\} = 75 \text{ у.д.е.};$$

$$З_{5\ макс} = \max_{j}\{71;72;73\} = 73 \text{ у.д.е.}$$

Тогда по формуле (1.26) получим

$$З_{мин} = \min_{i}\max_{j}\{З_{1\ макс}, З_{2\ макс}, З_{j\ макс}, З_{m\ макс}\}.$$

Для нашего случая

$$З_{мин} = \min\{З_{1\ макс}; З_{3\ макс}; З_{5\ макс}\} = \min\{85;75;73\} = 73 \text{ у.д.е.}$$

Следовательно, и по критерию Вальда наиболее целесообразной стратегией развития электрической сети является стратегия C_5.

Критерий Сэвиджа. Применение этого критерия позволяет уменьшить риск от возможного увеличения приведенных затрат. По смыслу он характеризует критерий, минимизирующий потери, под которыми понимаются упущенные возможности.

Для каждого темпа роста нагрузок (см. табл. 2.9) найдем минимальное значение $З_{ji}$. Найдем разности между каждым значением затрат в данном столбце и минимальным значением $З_{ji}$ этого столбца. Результаты сведем в табл. 2.10. Полученные значения показывают разницу между действительным выбором и наиболее благоприятным, если бы был известен темп роста электропотребления.

Таблица 2.10

Значения риска увеличения приведенных затрат на сооружение сети, у.д.е.

Стратегия развития сети	Темпы роста нагрузок			$З_{ji\ макс}$
	$Т_{мин}$, 6 МВт	$Т_{ср}$, 8 МВт	$Т_{макс}$, 10 МВт	
$С_1$	0	6	12	
$С_2$	исключена из рассмотрения			
$С_3$	2	1	1	
$С_4$	исключена из рассмотрения			
$С_5$	3	0	0	
$С_6$	исключена из рассмотрения			

Из качественного анализа табл. 2.10 видно, что при минимальной нагрузке следовало бы принять стратегию $С_1$, а при средней и максимальной – стратегию $С_5$, так как в этих случаях значение риска минимально. Однако такой подход не учитывает все три возможных темпа роста нагрузок. Поэтому выберем для каждой стратегии максимальные значения риска увеличения приведенных затрат, а затем среди них – минимальное значение риска:

$$З_{1\ макс} = \max_j\{0;6;12\} = 12 \text{ у.д.е.};$$

$$З_{3\ макс} = \max_j\{2;1;2\} = 2 \text{ у.д.е.};$$

$$З_{5\ макс} = \max_j\{3;0;0\} = 3 \text{ у.д.е.}$$

Тогда по формуле (1.28) получим

$$З_{мин} = \min_i \max_j\{12;2;3\} = 2 \text{ у.д.е.}$$

Отсюда следует, что по критерию Сэвиджа наиболее предпочтительна стратегия $С_3$.

Критерий Гурвица. Введем коэффициент оптимизации $0 \le \alpha \le 1$. Вычислим критерий Гурвица при различных значениях коэффициента α по формуле (1.29) на основании платежной матрицы (см. табл. 2.9).

Так, при $\alpha = 0,1$ для стратегии C_1

$$H_1 = \alpha \max_j a_{ij} + (1-\alpha) \min_j a_{ij} = 0,1 \max_j\{68;78;85\} +$$

$$+ (1-0,1)\min\{68;78;85\} = 0,1 \cdot 85 + 0,9 \cdot 68 = 69,7.$$

Аналогично для стратегий C_3 и C_5:

$$H_3 = 0,1 \max_j\{70;73;75\} + (1-0,1)\min\{70;73;75\} = 0,1 \cdot 75 + 0,9 \cdot 70 = 70,5;$$

$$H_5 = 0,1 \max_j\{71;72;73\} + (1-0,1)\min\{71;72;73\} = 0,1 \cdot 73 + 0,9 \cdot 71 = 71,2.$$

Тогда критерий Гурвица

$$H = \min_i\{H_1;H_3;H_5\} = \{69,7;70,5;71,2\} = 69,7.$$

Вывод: по критерию Гурвица выгодна стратегия C_1.

Результаты расчетов для других значений α приведены в табл. 2.11.

Таблица 2.11

Значение приведенных затрат по критерию Гурвица, у.д.е.

Стратегия развития сети	Коэффициент оптимизма α					
	0	0,1	0,3	0,5	0,8	1,0
C_1	68	69,7	73,1	76,5	81,6	85
C_2	исключена из рассмотрения					
C_3	70	70,5	71,5	72,5	74	75
C_4	исключена из рассмотрения					
C_5	71	71,2	71,6	72	72,6	73
Значение критерия Гурвица	68	69,7	71,5	72	72,6	73

Из табл. 2.11 следует, что при $\alpha \geq 0{,}5$ наиболее предпочтительна стратегия C_5, при $\alpha = 0{,}3$ – стратегия C_3, а при $\alpha < 0{,}3$ – стратегия 1.

Задача 5. Требуется выбрать расчетную толщину стенки гололеда на проводах проектируемой одноцепной линии электропередачи. При этом надежная информация о величине удельного ущерба от перерывов электроснабжения отсутствует. В качестве стратегий принять выбор расчетного района по гололеду. Платежную матрицу построить по форме, представленной табл. 2.12. В качестве элементов матрицы принять приведенные затраты, рассчитанные по формуле (см. табл. 2.12) для каждого района по гололеду. Возможные варианты удельного ущерба принять из табл. 2.13 в соответствии с вариантом задания. Решение задачи выполнить для двух случаев:

когда вероятности появления ущербов y_{01} и y_{04} равны 0,25, а ущербов y_{02} и y_{03} – 0,3;

когда вероятности появления ущербов y_{01}, y_{02}, y_{03} и y_{04} равны 0,25.

Принятие решения осуществить по критериям Лапласа, Вальда, Сэвиджа и Гурвица.

Таблица 2.12

Платежная матрица

Расчетный район по гололеду	Номер стратегии	Расчетная формула	Приведенные затраты, у.д.е., при удельном ущербе y_0, у.д.е./кВт · ч			
			y_{01}	y_{02}	y_{03}	y_{04}
Особый	C_1	$225+22y_0$				
IV	C_2	$200+45y_0$				
III	C_3	$183+450y_0$				
II	C_4	$168+1100y_0$				
I	C_5	$153+5200y_0$				

Таблица 2.13

Варианты заданий удельных ущербов к задаче 5

Номер варианта задания	Варианты удельных ущербов y_0, у.д.е./кВт · ч			
	y_{01}	y_{02}	y_{03}	y_{04}
1	1	0,8	0,6	0,4
2	1	0,5	0,3	0,1
3	0,8	0,6	0,4	0,1
4	0,6	0,5	0,3	0,05
5	0,7	0,3	0,1	0,01
6	1	0,5	0,1	0,01
7	1	0,8	0,3	0,1
8	0,9	0,7	0,5	0,05
9	0,8	0,3	0,2	0,01
10	0,9	0,4	0,1	0,02
11	1	0,7	0,2	0,01
12	1	0,6	0,4	0,2
13	1,5	1,0	0,5	0,1
14	2,0	1,5	1,0	0,5
15	1,8	1,2	0,6	0,3
16	1,2	0,8	0,3	0,1
17	1,0	0,4	0,1	0,01
18	1,3	0,7	0,5	0,03
19	0,7	0,4	0,2	0,05
20	1,1	0,5	0,3	0,02
21	0,8	0,4	0,1	0,01
22	1	0,3	0,1	0,02

Задача 6. Проектирование сельских электрических сетей осуществляется исходя из нормируемых допустимых отклонений напряжения $\pm\ \delta U_{доп}\%$, которые сложились на практике, но не имеют строгого технико-экономического обоснования. В то же время расчетные значения допустимых отклонений напряжения влияют, с одной стороны, на технико-экономические показатели сети, а с другой – на величину ущерба потребителей от отклонения напряжения. При этом с увеличением $\delta U_{доп}$ затраты на сети уменьшаются, а ущерб потребите-

лей увеличивается. В этих условиях может быть сформулирована задача оптимизации допустимых отклонений напряжения.

Получение зависимостей технико-экономических показателей сети и ущерба потребителей от допустимых отклонений напряжения в детерминированном виде представляет сложную задачу. В условиях же неопределенности сравнительно точно можно определить только предельные (максимальные и минимальные) значения. Можно считать неопределенными при различных $\delta U_{доп}$ расчетные нагрузки, ущербы от недоотпуска электроэнергии, ущербы от ухудшения качества электроэнергии.

По данным [7], наибольшие ущербы от ухудшения качества напряжения имеют место при чисто осветительной нагрузке, а наименьшее – при чисто двигательной нагрузке. При этом ущерб от ухудшения качества напряжения может быть записан в виде

$$У = У_{осв}\,(1\text{-}\alpha) + У_{дв}\alpha\ ,\quad у.д.е./кВт \cdot год\ , \qquad (2.1)$$

где $У_{осв}$, $У_{дв}$ – удельные значения ущербов для чисто осветительной и чисто двигательной нагрузки;

α – коэффициент структуры электропотребления, характеризующий соотношение между осветительной и двигательной нагрузками.

Коэффициент α находится в пределах $0 \le \alpha \le 1$.

Удельные приведенные затраты на сети в зависимости от диапазона отклонений напряжения $d = 2\delta U_{доп}$ можно представить в виде

$$З_с(d),\ \frac{у.д.е.}{кВт \cdot год}.$$

Если полагать, что ущербы при одинаковых значениях положительных и отрицательных отклонениях напряжения одинаковы, то целевую функцию можно записать в виде

$$З(d, \alpha) = З_с(d) + (1\text{-}\alpha)\ У_{осв}(d) + \alpha\ У_{дв}(d). \qquad (2.2)$$

Минимум этой функции должен соответствовать оптимальному диапазону допустимых отклонений напряжения $d_{опт}$.

Для решения этой задачи можно составить платежную матрицу (табл. 2.14).

Таблица 2.14

Платежная матрица

Стратегии выбора диапазона d	Приведенные затраты при коэффициенте структуры электропотребления и вероятности ее появления				
	$\alpha_1=0$; p_1	…	α_j; p_j	…	α_n; $1/p_n$
d_1		…		…	$З_{1n}$
…		…		…	…
d_i		…		…	$З_{in}$
…		…		…	…
d_m		…		…	$З_{mn}$

На основании критерия Вальда по формуле (1.26) оптимальным будет диапазон $d_{опт}$, соответствующий минимаксу:

$$W = \min_{d_i} \max_{\alpha_j} З(d,\alpha). \tag{2.3}$$

Если по табл. 2.14 составить матрицу рисков, то можно найти оптимальное решение по критерию Сэвиджа по формуле (1.28) в виде

$$S = \min_{d_i} \max_{\alpha_j} [З(d,\alpha) - \min_{\alpha_j}(d,\alpha)]. \tag{2.4}$$

Для расчета по критерию Лапласа и Гурвица можно использовать формулы (1.24), (1.25) и (1.29).

Варианты заданий коэффициентов структуры электропотребления α_j и вероятности ее появления p_j приведены в табл. 2.15. Требуется выбрать предпочтительную величину допустимых отклонений напряжения из стратегий

d, % = 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24.

Приведенные затраты определить по формуле (2.2), отдельные составляющие которой вычислить по формулам

$$З_с(d) = -0{,}008d^3 + 0{,}4d^2 - 5{,}97d + 68{,}3, \quad \text{у.д.е./(кВт} \cdot \text{год)},$$

$$У_{осв}(d) = -0{,}001d^3 + 0{,}07d^2 + 0{,}88d + 0{,}63, \quad \text{у.д.е./(кВт} \cdot \text{год)},$$

$$У_{дв}(d) = 0{,}001d^3 - 0{,}02d^2 + 0{,}09d - 0{,}08, \quad \text{у.д.е./(кВт} \cdot \text{год)}.$$

Платежную матрицу составить по форме табл. 2.14. Расчеты произвести с использованием критериев Лапласа, Вальда, Сэвиджа, Гурвица.

Таблица 2.15

Варианты заданий к задаче 6

Номер варианта задания	Варианты коэффициентов структуры электропотребления α и вероятности ее появления p							
	α_1	α_2	α_3	α_4	p_1	p_2	p_3	p_4
1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,25	0,25	0,3	0,2
2	0,8	0,7	0,6	0,5	0,3	0,3	0,2	0,2
3	0,7	0,6	0,5	0,4	0,2	0,3	0,3	0,2
4	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,4	0,3	0,1
5	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,4	0,3	0,2
6	0,4	0,3	0,2	0,1	0,3	0,2	0,3	0,2
7	0,7	0,4	0,1	0,1	0,1	0,4	0,4	0,1
8	0,5	0,3	0,2	0,1	0,3	0,2	0,2	0,3
9	0,8	0,5	0,3	0,2	0,25	0,3	0,25	0,2
10	0,7	0,4	0,2	0,1	0,2	0,3	0,2	0,3
11	0,6	0,4	0,3	0,1	0,25	0,25	0,3	0,2
12	0,9	0,7	0,5	0,3	0,3	0,3	0,25	0,25
13	0,8	0,6	0,4	0,2	0,2	0,3	0,3	0,2
14	0,7	0,5	0,3	0,1	0,2	0,4	0,3	0,1
15	0,6	0,4	0,2	0,1	0,4	0,2	0,2	0,2
16	0,8	0,7	0,5	0,3	0,1	0,2	0,3	0,4
17	0,7	0,4	0,2	0,1	0,2	0,3	0,3	0,2
18	0,7	0,6	0,3	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4
19	0,8	0,5	0,2	0,1	0,25	0,3	0,25	0,2
20	0,9	0,5	0,3	0,1	0,1	0,4	0,4	0,1
21	0,5	0,3	0,2	0,1	0,2	0,3	0,2	0,3
22	0,6	0,5	0,2	0,1	0,3	0,2	0,3	0,2

Задача 1. Требуется оценить сравнительную эффективность различных видов транспорта энергии (стратегии) для передачи 250 млрд. кВт · ч в год или 80 млн. тонн условного топлива (или передачи 30 ГВт мощности), рассмотрев следующие виды:

железнодорожный транспорт (стратегия X_1);

линия электропередачи переменного тока (стратегия X_2);

сверхпроводящая ЛЭП (стратегия X_3).

Локальные критерии оптимизации:

минимум приведенных затрат e_1;

минимум срока реализации e_2;

максимум надежности e_3, характеризуемой вероятностью безотказной работы;

максимум обеспечения системного эффекта e_4;

максимум эффекта для других отраслей народного хозяйства e_5.

Критерий оптимальности данной многоцелевой задачи примем по принципу весовых коэффициентов (1.45):

$$E = \sum_{q=1}^{k} \lambda_q e_q \to \max.$$

Выбор весовых коэффициентов λ_q существенно влияет на полученный результат. Поэтому для каждого локального критерия целесообразно проварьировать λ_q при $\sum\lambda_q = 1$. При полной неопределенности λ_q принимают равномерное распределение на отрезке 0...1, каждое из λ_q задают в виде всех значений из этого диапазона.

В конкретных задачах область каждого λ_q может быть существенно сужена. В данном примере можно полагать, что при $\lambda_q < 0,1$ происходит обесценивание цели. Поэтому при $k = 5$ нижний предел — $\lambda_q = 0,1$. Тогда $\lambda_{q\,\text{макс}} = 0,6$, а остальные четыре цели – по 0,1.

Таблица 2.16

Варианты задания весовых коэффициентов

Цель (локальный критерий)	Варианты λ_q для локальных критериев				
	I	II	III	IV	V
e_1	0,6	0,4	0,2	0,2	0,2
e_2	0,1	0,2	0,4	0,2	0,2
e_3	0,1	0,2	0,2	0,4	0,2
e_4	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2
e_5	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2

Приведенные в табл. 2.16 варианты оценки весовых коэффициентов существенно различаются. Они предполагают в крайних случаях либо выбор в качестве главной одной цели (вариант I), либо равнозначность целей (вариант V).

Предварительно рассчитываются значения всех локальных критериев для всех вариантов (стратегий) транспорта энергии. Поскольку локальные критерии имеют различную размерность, то они затем должны быть нормализованы. Пусть в результате проведения такой работы по формулам (1.32) и (1.36) получились нормализованные значения локальных критериев, приведенные в табл. 2.17.

В табл. 2.18 даны результаты расчета значений критерия Е для различных стратегий при различных вариантах задания весовых коэффициентов, вычисленные по данным табл. 2.16 и табл. 2.17.

Таблица 2.17

Значения локальных критериев

Цель	Нормализованные значения локальных критериев при вариантах (стратегиях) транспорта энергии		
	X_1	X_2	X_3
e_1	0,5	1	0,3
e_2	1	0,5	0,3
e_3	1	0,9	0,85
e_4	0	1	1
e_5	1	0	0

Таблица 2.18

Значения критерия оптимальности многоцелевой задачи

Варианты транспорта энергии (стратегии)	Значения критерия E при вариантах задания весовых коэффициентов				
	I	II	III	IV	V
X_1	0,6	0,7	0,8	0,8	0,7
X_2	0,84	0,78	0,68	0,76	0,68
X_3	0,4	0,45	0,45	0,56	0,49

Из табл.2.18 следует, что использование сверхпроводящих ЛЭП в настоящее время является преждевременным, так как для всех вариантов λ_q значение критерия E для стратегии X_3 меньше, чем для других стратегий.

Задача 2 [11]. Требуется оценить целесообразность применения новых конструкций элементов электрических сетей (например, вакуумных выключателей, кабелей с пластмассовой изоляцией и т.п.). Оценку произвести по следующим локальным критериям (целям): минимум годовых эксплуатационных расходов e_1, минимум капитальных затрат e_2, максимум надежности работы e_3, максимум безопасности обслуживания e_4. При этом известно, что новое оборудование требует меньших затрат на техническое обслуживание и имеет меньшую величину параметра потока отказов. При этом его стоимость превосходит стоимость традиционно применяемого оборудования.

Для выбора стратегии X_1 (применять традиционное оборудование) или стратегии X_2 (применять новое оборудование) воспользуемся принципом весовых коэффициентов (1.45):

$$E(X) = \sum_{q=1}^{4} \lambda_q e_q(X) \to \max.$$

Будем полагать, что при значениях весовых коэффициентов $\lambda_q < 0,2$ происходит обесценивание цели. При $q = 4$ и нижнем пределе $\lambda_q = 0,2$ для трех критериев максимально возможное значение весового коэффициента для наиболее важного критерия равно 0,4.

Получим решение при различных сочетаниях весовых коэффициентов λ_q (табл.2.19).

Для решения задачи необходимо произвести нормализацию критериев, так как они имеют различные единицы измерения. Для критериев e_1 и e_2 (минимизация цели) нормализацию выполним по формуле (1.36), а для критериев e_3 и e_4 (максимизация цели) - по формуле (1.32).

Таблица 2.19

Варианты задания весовых коэффициентов

Локальный критерий	Значения весовых коэффициентов при вариантах										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
e_1	0,25	0,4	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2
e_2	0,25	0,2	0,4	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,3	0,3	0,2
e_3	0,25	0,2	0,2	0,4	0,2	0,2	0,3	0,2	0,3	0,2	0,3
e_4	0,25	0,2	0,2	0,2	0,4	0,2	0,2	0,3	0,2	0,3	0,3

Пусть известно, что новое оборудование характеризуется уменьшением годовых эксплуатационных расходов в 1,5 раза, повышением надежности — в 1,5 раза, увеличением уровня безопасности обслуживания — в 1,2 раза. Поставим задачу установить, при каком удорожании нового оборудования оно будет равноценно традиционному. Примем значения локальных критериев для традиционного оборудования (стратегия X_1) за базисные: $e_{11}^* = 1$, $e_{21}^* = 1$, $e_{31}^* = 1$, $e_{41}^* = 1$. Тогда значения критериев для нового оборудования (стратегия X_2) будут $e_{12}^* = 0,7$, $e_{32}^* = 1,5$, $e_{42}^* = 1,2$. Значение критерия e_{22}^* (капитальные затраты) будем варьировать путем введения коэффициента удорожания k от 2,0 до 4,0. При этих условиях результаты расчетов значений локальных критериев для различных стратегий приведены в табл. 2.20.

Таблица 2.20

Значения локальных критериев

Локальный критерий	Значения e_q при стратегиях				
	X_1	X_2 при коэффициенте удорожания k			
		2,0	2,5	3,0	4,0
e_1	0,7	1	1	1	1
e_2	1	0,5	0,4	0,33	0,25
e_3	0,7	1	1	1	1
e_4	0,83	1	1	1	1

Имея значения локальных критериев (см. табл. 2.20), для каждой стратегии можно вычислить значение критерия оптимизации E(X). Результаты расчетов E(X) при различных вариантах задания весовых коэффициентов (см. табл. 2.19) приведены в табл. 2.21.

Таблица 2.21

Результаты расчетов критерия E(X) для различных стратегий

Стратегии	Значения критерия оптимизации E(X) для вариантов весовых коэффициентов										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X_1	0,81	0,78	0,75	0,78	0,81	0,89	0,78	0,8	0,81	0,83	0,8
X_2 при k											
2,0	0,87	0,9	0,8	0,9	0,9	0,85	0,9	0,9	0,85	0,85	0,9
2,5	0,85	0,88	0,76	0,88	0,88	0,82	0,88	0,88	0,82	0,82	0,88
3,5	0,83	0,86	0,73	0,86	0,86	0,8	0,86	0,86	0,8	0,8	0,86
4,0	0,81	0,85	0,7	0,85	0,85	0,7	0,85	0,85	0,77	0,77	0,85

Из табл. 2.21 следует, что при одинаковых весовых коэффициентах (вариант 1) применение нового оборудования (стратегия X_2) целесообразно при увеличении капитальных затрат в него до 4 раз. При этом наибольшая эффективность имеет место при k = 2. Если капитальные затраты считать более важной целью e_2 (например, варианты 3 и 6, весовые коэффициенты соответственно 0,4 и 0,3, см. табл. 2.19), то применение нового оборудования (стратегия X_2) не целесообразно, так как максимум E(X) имеет место при стратегии X_1 (см. табл. 2.21).

Задача 3. Требуется выбрать стратегию развития электрической сети энергосистемы, решив многокритериальную задачу. В качестве локальных критериев принять:

капитальные затраты на развитие энергосистемы

$$e_1(X) = K(X) \to \min;$$

ущерб от перерывов и ограничений в электроснабжении из-за аварийных и плановых простоев оборудования

$$e_2(X) = У(X) \to \min;$$

годовые эксплуатационные расходы

$$e_3(X) = Г_э(X) \to \min;$$

потери электроэнергии в электрических сетях

$$e_4(X) = \Delta Э(X) \to \min;$$

площадь территории, отчуждаемой под новые линии электропередачи и подстанции, равную

$$e_5(X) = S(X) \to \min.$$

Пусть разработаны три стратегии (варианта) развития энергосистемы X_1, X_2, X_3, для каждого из которых вычислены значения всех локальных критериев, в результате чего получена матрица локальных критериев (табл. 2.22).

Таблица 2.22

Матрица локальных критериев

Стратегия (вариант)	К, тыс. у.д.е.	У, тыс. у.д.е.	$Г_э$, тыс. у.д.е.	$\Delta Э \cdot 10^5$, МВт · ч	S, $м^2$
X_1	3552	2874	272	7,97	8602
X_2	3862	1200	238	0,12	9046
X_3	7439	1224	151	0,075	13603

Из табл. 2.22 видно, что локальные критерии имеют различные размерности. Нормализуем локальные критерии по формуле (1.37). Так, например, для критерия e_1 = К будем иметь:

$$e_{11} = \frac{3552}{7439-3552} = 0{,}914; \quad e_{21} = \frac{3862}{7439-3552} = 0{,}994;$$

$$e_{31} = \frac{7439}{7439-3552} = 1{,}914.$$

Результаты нормализации критериев сведены в табл. 2.23.

Таблица 2.23

Матрица нормализованных локальных критериев

Стратегия (вариант)	К	У	$Г_э$	ΔЭ	S
X_1	0,914	1,717	2,25	1,009	1,72
X_2	0,994	0,717	1,974	0,015	1,81
X_3	1,914	0,731	1,25	0,009	2,72

Преобразуем задачу минимизации в эквивалентную задачу максимизации:

$$\min e_q = \max (A-e_q).$$

Зададимся заведомо большим числом А относительно значений локальных критериев в табл. 2.23. Пусть А = 3. Тогда значения критерия К:

$$3 - 0{,}914 = 2{,}086; \quad 3 - 0{,}994 = 2{,}006; \quad 3 - 1{,}914 = 1{,}086.$$

Аналогичным образом может быть произведен пересчет значений остальных локальных критериев.

Результаты преобразования задачи минимизации локальных критериев в задачу максимизации приведены в табл. 2.24.

Таблица 2.24

Матрица нормализованных локальных критериев вида $e_q \to max$

Стратегия (вариант)	$e_1 = К$	$e_2 = У$	$e_3 = Г_э$	$e_4 = \Delta Э$	$e_5 = S$
X_1	2,086	1,283	0,75	1,991	1,28
X_2	2,006	2,283	1,026	2,985	1,19
X_3	1,086	2,269	1,75	2,991	0,28

Рассмотрим теперь выбор стратегии развития электрической сети на основе различных принципов выбора критерия оптимальности (см. подразд. 1.6.4), используя данные табл. 2.24.

1). Принцип выделения главного критерия.

В качестве главного критерия выберем, например, критерий $e_1 = К$. Для остальных критериев зададим ограничения: $e_2 \geq 1,2$; $e_3 \geq 0,5$; $e_4 \geq 1$; $e_5 \geq 1,0$.

Тогда по формуле (1.41) получим

$$\bar{e}_1 = \max_j \{e_{j1}\} = \max\{2,086; 2,006; 1,086\} = 2,086.$$

Следовательно, предпочтительной является стратегия X_1. При этом введенные ограничения по относительным критериям соблюдаются.

2). *Принцип последовательной оптимизации на основе жесткого приоритета.*

Установим ряд приоритета локальных критериев. Пусть он имеет вид $I = (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5)$.

Решим одноцелевую задачу для наиболее важного критерия e_1 по формуле (1.42):

$$\bar{e}_1 = \max_j \{e_{j1}\} = \max\{2,086; 2,006; 1,086\} = 2,086.$$

Предпочтительна стратегия X_1.

Решим одноцелевую задачу для следующего по важности критерия e_2:

$$\bar{e}_2 = \max_j \{e_{j2}\} = \max\{1{,}283;2{,}283;2{,}269\} = 2{,}283$$

при ограничении $e_1 = \bar{e}_1 = 2{,}086 = \text{const}$.

По критерию e_2 предпочтительна стратегия X_2, но при этом не выполняется условие по e_1, так как при стратегии X_2 $2{,}006 < 2{,}086$. Следовательно, по данному принципу расчет необходимо закончить и предпочтительной стратегией считать X_1.

3). *Принцип последовательной уступки.*

Установим, как и раньше, ряд приоритета критериев $I = (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5)$.

Решим одноцелевую задачу по критерию e_1:

$$\bar{e}_1 = \max_j \{e_{j1}\} = \max\{2{,}086;2{,}006;1{,}086\} = 2{,}086.$$

Предпочтительная стратегия X_1.

Зададимся величиной уступки $\Delta e_1 = 0{,}1$.

Далее решим одноцелевую задачу по критерию e_2 на основе формулы (1.43):

$$\bar{e}_2 = \max_j \{e_{j2}\} = \max\{1{,}283;2{,}283;2{,}269\} = 2{,}283$$

при ограничении $e_1 \geq \bar{e}_1 - \Delta e_1$.

Поскольку

$$\bar{e}_1 - \Delta e_1 = 2{,}086 - 0{,}1 = 1{,}986,$$

то $e_1 \geq 1{,}986$.

По критерию e_2 предпочтительна стратегия X_2. При этом ограничение по e_1 выполняется $(2{,}006 > 1{,}986)$.

Зададимся теперь величиной уступок по e_1 и e_2 в виде $\Delta e_1 = 0,1$; $\Delta e_2 = 0,15$ и решим одноцелевую задачу по критерию e_3:

$$\bar{e}_3 = \max_j\{e_{j3}\} = \max\{0,75;1,026;1,75\} = 1,75.$$

При ограничениях $e_1 \geq \bar{e}_1 - \Delta e_1$, то есть $e_1 \geq 1,986$

$$e_2 \geq \bar{e}_2 - \Delta e_2, \text{ то есть } \bar{e}_2 - \Delta e_2 = 2,283 - 0,15 = 2,133, \; e_2 \geq 2,133.$$

По критерию e_3 предпочтительна стратегия X_3. При этом ограничение по e_2 выполняется ($2,269 > 2,133$), а по e_1 – не выполняется ($1,086 < 1,986$).

Следовательно, при заданных уступках предпочтительной остается стратегия X_2.

Если задаться другими значениями уступок Δe_1, то можно определить, ценой какой уступки можно предпочесть стратегию X_3 по критерию e_3.

4). *Принцип относительного гарантированного уровня.*

Будем полагать, что все локальные критерии по важности равноправны.

Найдем оптимальные значения локальных критериев $\bar{e}$ и оптимальные стратегии $\bar{X}$, решив следующие одноцелевые задачи:

$$\bar{e}_1 = \max_j\{e_{j1}\} = \max\{2,086;2,006;1,086\} = 2,086, \; \bar{X}_1 = X_1;$$

$$\bar{e}_2 = \max_j\{e_{j2}\} = \max\{1,283;2,283;2,269\} = 2,283, \; \bar{X}_2 = X_2;$$

$$\bar{e}_3 = \max_j\{e_{j3}\} = \max\{0,75;1,026;1,75\} = 1,75, \; \bar{X}_3 = X_3;$$

$$\bar{e}_4 = \max_j\{e_{j4}\} = \max\{1,991;2,985;2,991\} = 2,991, \; \bar{X}_4 = X_3;$$

$$\bar{e}_5 = \max_j\{e_{j5}\} = \max\{1,28;1,19;0,28\} = 1,28, \; \bar{X}_5 = X_1.$$

Выберем из оптимальных значений локальных критериев максимальные значения:

$$\bar{e}_{q\ \text{макс}} = \max\{2{,}086; 2{,}283; 1{,}75; 2{,}991; 1{,}28\} = 2{,}991.$$

Для того чтобы использовать формулу (1.44), найдем сначала значения локальных критериев для всех полученных оптимальных стратегий $\bar{X}_q$ и разделим их на $\bar{e}_{q\ \text{макс}}$.

$$e_1^1 = \frac{e_1(\bar{X}_1)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}} = \frac{2{,}086}{2{,}991} = 0{,}697; \qquad e_1^2 = \frac{e_1(\bar{X}_2)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}} = \frac{2{,}006}{2{,}991} = 0{,}671;$$

$$e_1^3 = \frac{e_1(\bar{X}_3)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}} = \frac{1{,}086}{2{,}991} = 0{,}363; \qquad e_1^4 = \frac{e_1(\bar{X}_4)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}} = \frac{1{,}086}{2{,}991} = 0{,}363;$$

$$e_1^5 = \frac{e_1(\bar{X}_5)}{\bar{e}_{q\ \text{макс}}} = \frac{2{,}086}{2{,}991} = 0{,}697.$$

$$e_2^1 = \frac{1{,}283}{2{,}991} = 0{,}429; \qquad e_2^2 = \frac{2{,}283}{2{,}991} = 0{,}763; \qquad e_2^3 = \frac{2{,}269}{2{,}991} = 0{,}759;$$

$$e_2^4 = \frac{2{,}269}{2{,}991} = 0{,}759; \qquad e_2^5 = \frac{1{,}283}{2{,}991} = 0{,}429.$$

$$e_3^1 = \frac{0{,}75}{2{,}991} = 0{,}251; \qquad e_3^2 = \frac{1{,}026}{2{,}991} = 0{,}343; \qquad e_3^3 = \frac{1{,}75}{2{,}991} = 0{,}585;$$

$$e_3^4 = \frac{1{,}75}{2{,}991} = 0{,}585; \qquad e_3^5 = \frac{0{,}75}{2{,}991} = 0{,}251.$$

$$e_4^1 = \frac{1{,}991}{2{,}991} = 0{,}665; \qquad e_4^2 = \frac{2{,}985}{2{,}991} = 0{,}998; \qquad e_4^3 = \frac{2{,}991}{2{,}991} = 1;$$

$$e_4^4 = \frac{2{,}991}{2{,}991} = 1; \qquad e_4^5 = \frac{1{,}991}{2{,}991} = 0{,}665.$$

$$e_5^1 = \frac{1{,}28}{2{,}991} = 0{,}428; \qquad e_5^2 = \frac{1{,}19}{2{,}991} = 0{,}398; \qquad e_5^3 = \frac{0{,}28}{2{,}991} = 0{,}094;$$

$$e_5^4 = \frac{0{,}28}{2{,}991} = 0{,}094; \qquad e_5^5 = \frac{1{,}28}{2{,}991} = 0{,}428.$$

Найдем минимальные значения критерия оптимальности из каждого полученного ряда:

$e_{1\,мин} = \min\{0{,}697;\ 0{,}671;\ 0{,}363;\ 0{,}363;\ 0{,}697\} = 0{,}363;$
$e_{2\,мин} = \min\{0{,}429;\ 0{,}763;\ 0{,}759;\ 0{,}759;\ 0{,}429\} = 0{,}429;$
$e_{3\,мин} = \min\{0{,}251;\ 0{,}343;\ 0{,}585;\ 0{,}585;\ 0{,}251\} = 0{,}251;$
$e_{4\,мин} = \min\{0{,}665;\ 0{,}998;\ 1;\ 1;\ 0{,}665\} = 0{,}665;$
$e_{5\,мин} = \min\{0{,}398;\ 0{,}094;\ 0{,}094;\ 0{,}428,\ 0{,}428\} = 0{,}094.$

Решим одноцелевую задачу вида

$$\overline{E}_1(X) = \max\{0{,}363;\ 0{,}429;\ 0{,}251;\ 0{,}665;\ 0{,}094\} = 0{,}665.$$

Число 0,665 относится к критерию $e_{4\,мин}$ и соответствует значениям $e_4(\overline{X}_1)$ и $e_4(\overline{X}_5)$. Но поскольку $\overline{X}_1 = X_1$ и $\overline{X}_5 = X_1$, по этому принципу предпочтительной является стратегия X_1.

5). *Принцип весовых коэффициентов.*

Зададимся весовыми коэффициентами:

$$\lambda_1 = 0{,}38; \quad \lambda_2 = 0{,}25; \quad \lambda_3 = 0{,}15; \quad \lambda_4 = 0{,}12; \quad \lambda_5 = 0{,}1.$$

По формуле (1.45) найдем значения E(X) для каждой стратегии:

$$E_1(X_1) = 0{,}38 \cdot 2{,}086 + 0{,}25 \cdot 1{,}283 + 0{,}15 \cdot 0{,}75 + $$
$$+ 0{,}12 \cdot 1{,}991 + 0{,}1 \cdot 1{,}28 = 1{,}593;$$

$$E_2(X_2) = 0{,}38 \cdot 2{,}006 + 0{,}25 \cdot 2{,}283 + 0{,}15 \cdot 1{,}026 + \\ + 0{,}12 \cdot 2{,}985 + 0{,}1 \cdot 1{,}19 = 1{,}964;$$

$$E_3(X_3) = 0{,}38 \cdot 1{,}086 + 0{,}25 \cdot 2{,}269 + 0{,}15 \cdot 1{,}75 + \\ + 0{,}12 \cdot 2{,}991 + 0{,}1 \cdot 0{,}28 = 1{,}629.$$

Теперь решим задачу вида

$$\overline{E}(X) = \max_j \{E_1; E_2; E_3\} = \max\{1{,}593; 1{,}964; 1{,}629\} = 1{,}964.$$

Отсюда следует, что по данному принципу при заданных значениях весовых коэффициентов наиболее предпочтительной является стратегия X_2.

6). *Принцип справедливого компромисса.*

Полагая важность всех локальных критериев одинаковой, по формуле (1.47) вычислим значения E(X) для каждой стратегии:

$$E_1(X_1) = 2{,}086 \cdot 1{,}283 \cdot 0{,}75 \cdot 1{,}991 \cdot 1{,}28 = 5{,}12;$$

$$E_2(X_2) = 2{,}006 \cdot 2{,}283 \cdot 1{,}026 \cdot 2{,}985 \cdot 1{,}19 = 16{,}69;$$

$$E_3(X_3) = 1{,}086 \cdot 2{,}269 \cdot 1{,}75 \cdot 2{,}991 \cdot 0{,}28 = 3{,}61.$$

Теперь решим задачу вида (1.48):

$$\overline{E}(X) = \max_j \{E_1; E_2; E_3\} = \max\{5{,}12; 16{,}69; 3{,}61\} = 16{,}69.$$

Вывод: по данному принципу оптимальности при одинаковой важности локальных критериев предпочтительной является стратегия E_2.

7). *Принцип, основанный на максимизации совокупности локальных критериев.*

Рассмотрим реализацию этого принципа для случая, когда важность локальных критериев одинакова.

Найдем локально-оптимальные значения критериев:

$$\bar{e}_1 = \max e_1(X) = \max\{2{,}086; 2{,}006; 1{,}086\} = 2{,}086;$$

$$\bar{e}_2 = \max e_2(X) = \max\{1{,}283; 2{,}283; 2{,}269\} = 2{,}283;$$

$$\bar{e}_3 = \max e_3(X) = \max\{0{,}75; 1{,}026; 1{,}75\} = 1{,}75;$$

$$\bar{e}_4 = \max e_4(X) = \max\{1{,}991; 2{,}985; 2{,}991\} = 2{,}991;$$

$$\bar{e}_5 = \max e_5(X) = \max\{1{,}28; 1{,}19; 0{,}28\} = 1{,}28.$$

По формуле (1.50) вычислим функцию E_j для каждого критерия:

$$E_1 = \left(\frac{2{,}086 - 2{,}086}{2{,}086}\right)^2 + \left(\frac{1{,}283 - 2{,}283}{2{,}283}\right)^2 + \left(\frac{0{,}75 - 1{,}75}{1{,}75}\right)^2 + \\ + \left(\frac{1{,}991 - 2{,}991}{2{,}991}\right)^2 + \left(\frac{1{,}28 - 1{,}28}{1{,}28}\right)^2 = 0{,}631;$$

$$E_2 = \left(\frac{2{,}006 - 2{,}086}{2{,}086}\right)^2 + \left(\frac{2{,}283 - 2{,}283}{2{,}283}\right)^2 + \left(\frac{1{,}026 - 1{,}75}{1{,}75}\right)^2 + \\ + \left(\frac{2{,}985 - 2{,}991}{2{,}991}\right)^2 + \left(\frac{1{,}19 - 1{,}28}{1{,}28}\right)^2 = 0{,}177.$$

$$E_3 = \left(\frac{1{,}086 - 2{,}086}{2{,}086}\right)^2 + \left(\frac{2{,}269 - 2{,}283}{2{,}283}\right)^2 + \left(\frac{1{,}75 - 1{,}75}{1{,}75}\right)^2 + \\ + \left(\frac{2{,}991 - 2{,}991}{2{,}991}\right)^2 + \left(\frac{0{,}28 - 1{,}28}{1{,}28}\right)^2 = 0{,}84.$$

Тогда по формуле (1.51) имеем

$$\bar{E} = \max\{E_1; E_2; E_3\} = \max\{0{,}631; 0{,}177; 0{,}84\} = 0{,}84.$$

Вывод: по данному принципу при одинаковой важности локальных критериев предпочтительна стратегия X_3.

8). *Принцип экспертных оценок.*

Пусть сформирована группа экспертов из трех человек, каждый из которых высказал свое мнение относительно весовых коэффициентов к локальным критериям. В результате получена матрица вида (1.53):

$$\Lambda = \begin{Vmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,4 \\ 0,2 & 0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,2 & 0,1 \end{Vmatrix}.$$

Полагая, что мнения экспертов равнозначны, по формуле (1.54) вычислим средние значения весовых коэффициентов всех локальных критериев:

$$\lambda_1 = \frac{1}{3}\,(0,2 + 0,3 + 0,1) = 0,2;$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{3}\,(0,2 + 0,2 + 0,4) = 0,26;$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{3}\,(0,2 + 0,1 + 0,2) = 0,17;$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{3}\,(0,2 + 0,2 + 0,2) = 0,2;$$

$$\lambda_5 = \frac{1}{3}\,(0,2 + 0,2 + 0,1) = 0,17.$$

Теперь предположим, что эксперты отличаются уровнем компетентности, характеризующейся соответствующим коэффициентом: 1-й эксперт – 0,2; 2-й – 0,3; 3-й – 0,5.

Тогда по формуле (1.56) получим значения весовых коэффициентов локальных критериев:

$$\lambda_1 = 0,2 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,3 + 0,1 \cdot 0,5 = 0,18;$$

$$\lambda_2 = 0,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,3 + 0,4 \cdot 0,5 = 0,3;$$

$$\lambda_3 = 0{,}2 \cdot 0{,}2 + 0{,}1 \cdot 0{,}3 + 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}17;$$

$$\lambda_4 = 0{,}2 \cdot 0{,}2 + 0{,}2 \cdot 0{,}3 + 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}2;$$

$$\lambda_5 = 0{,}2 \cdot 0{,}2 + 0{,}2 \cdot 0{,}3 + 0{,}1 \cdot 0{,}5 = 0{,}15.$$

Зная весовые коэффициенты, можно найти предпочтительную стратегию, используя принцип весовых коэффициентов.

Обобщая полученные результаты расчета, необходимо отметить следующее:

при решении многокритериальной задачи, в отличие от однокритериальной, оптимальное решение в виде оптимальных стратегий не всегда представляется однозначным;

предпочтительная стратегия зависит от выбранного критерия оптимальности; в рассмотренной задаче, в зависимости от критерия оптимальности, предпочтительными оказывались стратегии X_1, X_2 или X_3;

даже при использовании только одного критерия оптимальности предпочтительными могут оказаться различные стратегии в зависимости от назначенных условий: величины уступки при реализации принципа последовательной уступки, значений весовых коэффициентов при использовании принципа весовых коэффициентов и т.п.

Тем не менее выполнение подобных расчетов позволяет принимать более обоснованные решения, чем принятие решения "наобум", без проведения расчетов.

З а д а ч а 4 . Потребителя наибольшей мощностью $P_{нб}$ с коэффициентом мощности $\cos\varphi$ и временем использования наибольшей нагрузки $T_{нб}$ = 5500 ч предполагается обеспечивать питанием электроэнергией по линии электропередачи напряжением $U_{ном}$ = 110 кВ длиной l. В качестве возможных вариантов (стратегий) электроснабжения принять различные марки проводов фаз: стратегия X_1 – сечение АС 70/11; стратегия X_2 – сечение АС 120/19; стратегия X_3 – сечение АС 240/32. Выбрать наиболее предпочтительный вариант, решив многоцелевую задачу, в которой в качестве локальных критериев принять: годовые эксплуатационные расходы $e_1 = Г_э$ и капитальные затраты на сооружение линии $e_2 = К$. Решение выполнить по принципу весовых коэффициентов, приняв ряд приоритета $I = (Г_э; К)$. Вектор приоритета принять по следующим вариантам:

а) $V_1 = (8,33; 1)$;

б) $V_2 = (10; 1)$;

в) $V_3 = (6,67; 1)$.

Весовые коэффициенты определить по формуле (1.46).

Исходные данные принять из табл. 2.25 для заданного варианта.

Таблица 2.25

Исходные данные к задаче 4

Вариант	P, МВт	cosφ	l, км
1	50	0,9	10
2	45	0,85	15
3	40	0,8	20
4	35	0,75	25
5	30	0,9	30
6	25	0,85	35
7	20	0,8	40
8	15	0,75	45
9	52	0,95	22
10	47	0,9	27
11	42	0,85	32
12	37	0,8	36
13	32	0,75	47
14	27	0,95	49
15	22	0,9	51
16	17	0,85	53
17	46	0,8	20
18	41	0,75	25
19	36	0,9	30
20	31	0,85	40
21	26	0,8	50
22	21	0,75	60

Задача 5. Решить многоцелевую задачу следующего вида. Необходимо выбрать схему электроснабжения и сечение проводов воздушной линии длиной l для обеспечения потребителя мощно-

стью $P_{нб}$ при $\cos\varphi = 0{,}85$ и времени использования наибольшей нагрузки $T_{нб} = 5500$ ч. Номинальные напряжения линии принять $U_{ном}$. Выбор сечений проводов произвести по нормативной экономической плотности тока с учетом ограничений по короне и механической прочности. В качестве локальных критериев принять: капитальные затраты, годовые эксплуатационные расходы, коэффициент вынужденного простоя потребителя, площадь отчуждаемой под линию земли.

Рассмотреть следующие стратегии (варианты схемы) электроснабжения потребителя: одноцепная линия, двухцепная линия, две одноцепные линии одинаковой длины. Типом и материалом опор, а также расчетным климатическим районом задаться самостоятельно.

Варианты исходных данных приведены в табл. 2.26.

Решение выполнить по принципам: последовательной уступки, относительного гарантированного уровня, весовых коэффициентов, справедливого компромисса, - а также по принципу, основанному на максимизации совокупности локальных критериев.

Таблица 2.26

Варианты исходных данных к задаче 5

Номер варианта	$U_{ном}$, кВ	$P_{нб}$, МВт	l, км
1	2	3	4
1	220	180	60
2	220	150	90
3	220	120	110
4	220	100	120
5	220	220	140
6	220	250	170
7	220	200	100
8	110	15	70
9	110	20	50
10	110	30	40
11	110	40	30
12	110	50	40
13	110	60	20

1	2	3	4
14	110	25	60
15	110	35	45
16	110	45	35
17	35	2	40
18	35	3	30
19	35	4	20
20	35	5	25
21	35	6	15
22	35	7	10

Задача 6. Пусть разработаны три стратегии развития электрической сети: X_1, X_2, X_3. Каждая стратегия характеризуется различными локальными показателями (критериями) напряжения на шинах 10 кВ в контрольной точке сети: отклонением напряжения $e_1 = \delta U$, коэффициентом несинусоидальности $e_2 = k_{нс}$, коэффициентом обратной последовательности $e_3 = k_{2U}$, коэффициентом нулевой последовательности $e_4 = k_{0U}$. Требуется выбрать наиболее предпочтительную стратегию развития сети с точки зрения обеспечения качества напряжения в контролируемой точке, решив многоцелевую задачу минимизации локальных критериев. Исходные данные принять из табл. 2.27 для заданного варианта. До решения многоцелевой задачи предварительно нормализовать локальные критерии. При решении использовать принципы: последовательной уступки, относительного гарантированного уровня, весовых коэффициентов, принципа, основанного на максимизации совокупности локальных критериев, справедливого компромисса.

Решение выполнить для двух случаев:

1) ряд приоритета локальных критериев имеет вид $I = (\delta U, k_{нс}, k_{2U}, k_{0U})$, а вектор приоритета $V = (4, 2, 1, 1)$; при этом расчет весовых коэффициентов произвести по формуле (1.46);

2) все локальные критерии равнозначны.

Таблица 2.27

Исходные данные для задачи 6

Стратегия	Номер варианта	Значения локальных критериев, %			
		δU	$k_{нс}$	k_{2U}	k_{0U}
X_1	1	10	3	2	1
	2	9	8	3	2
	3	8	7	4	1
	4	6	7	1	4
	5	5	6	2	3
	6	4	5	3	2
	7	3	1	4	2
	8	2	4	1	3
	9	1	6	4	3
	10	10	1	4	2
	11	9	2	2	4
X_2	1	8	3	2	4
	2	7	4	1	3
	3	6	5	2	1
	4	5	6	2	1
	5	5	5	1	2
	6	6	4	4	3
	7	7	3	3	4
	8	8	2	2	1
	9	10	1	1	4
	10	3	2	4	1
	11	4	5	3	2
X_3	1	1	8	4	2
	2	2	7	3	1
	3	3	6	2	4
	4	4	5	1	3
	5	8	1	2	4
	6	10	2	4	1
	7	5	6	3	2
	8	4	3	2	1
	9	9	6	1	2
	10	5	1	4	2
	11	6	2	3	1

З а д а ч а 7 . Для схемы распределительной сети, представленной на рис. 2.1, номинальным напряжением $U_{ном}$ = 10 кВ выбрать сечение проводов по допустимой потере напряжения, равной $\Delta U_{доп}$ = = 8%, решив многоцелевую задачу. В качестве локальных критериев принять годовые эксплуатационные расходы $e_1 = Г_э$ и капитальные затраты e_2 = К. В качестве стратегий принять марки проводов, выбранные в результате расчета по следующим методам.

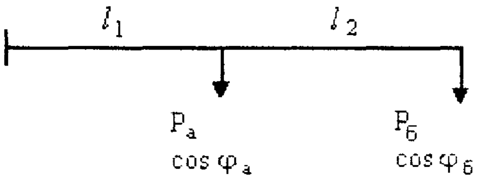

Рис. 2.1

Стратегия X_1 – выбрать сечения при постоянстве их вдоль сети, используя формулу

$$F = \frac{\rho}{\Delta U_{а\ доп} U_{ном}} \sum_{i=1}^{n} P_i \ell_i, \qquad (2.5)$$

где ρ = 31,2 Ом·мм²/км – удельное сопротивление алюминия;

$\Delta U_{а\ доп}$ – допустимая потеря напряжения, обусловленная активным сопротивлением, кВ;

P_i – активная мощность на i-м участке сети длиной l_i;

n – количество участков сети.

Стратегия X_2 – выбрать сечения по условию минимального расхода проводникового материала, используя формулу

$$F_i = k_п \sqrt{P_i}, \qquad (2.6)$$

где

$$k_п = \frac{\rho}{\Delta U_{а\ доп} U_{ном}} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{P_i \ell_i}. \qquad (2.7)$$

Стратегия X_3 – выбрать сечения по условию минимума потерь мощности, используя формулу

$$F_i = \frac{I_i}{j_п}, \tag{2.8}$$

где I_i – ток на i-м участке сети.

Здесь плотность тока, соответствующая минимуму потерь мощности, равна

$$j_п = \frac{\Delta U_{a\ доп}}{\sqrt{3}\rho \sum\limits_{i=1}^{n} \ell_i \cos\varphi_i}. \tag{2.9}$$

Величину $\Delta U_{a\ доп}$ найти по формуле

$$\Delta U_{a\ доп} = \Delta U_{доп} - \Delta U_p = \Delta U_{доп} - \frac{x_0 \sum\limits_{i=1}^{n} Q_i \ell_i}{U_{ном}}, \tag{2.10}$$

где Q_i – реактивная мощность на i-м участке сети;

x_0 – реактивное сопротивление, *принять равным* 0,38 Ом/км;

ΔU_p – потеря напряжения, обусловленная реактивным сопротивлением.

При решении многокритериальной задачи использовать принцип весовых коэффициентов, приняв в качестве критерия оптимальности

$$E(X) = \sum_{q=1}^{k} \lambda_q e_q = \lambda_1 Г_э + \lambda_2 K \to \min. \tag{2.11}$$

Вектор приоритета локальных критериев принять по следующим вариантам:

а) $V_1 = (8{,}33;\ 1)$;

б) $V_2 = (10;\ 1)$;

в) $V_3 = (6{,}67;\ 1)$.

Весовые коэффициенты определить по формуле (1.46).
Исходные данные принять из табл.2.28 для заданного варианта.

Таблица 2.28

Варианты исходных данных к задаче 7

Вариант	$P_а$, МВт	$P_б$, МВт	$\cos\varphi_а$	$\cos\varphi_б$	l_1, км	l_2, км
1	0,5	1,6	0,9	0,74	1	0,5
2	0,7	1,8	0,88	0,77	2	1
3	0,9	1,6	0,86	0,8	3	2
4	1,1	1,7	0,84	0,82	0,5	3
5	1,3	0,8	0,82	0,84	1	2
6	1,0	0,3	0,8	0,86	2	3
7	1,1	0,7	0,77	0,88	2	3
8	0,9	0,6	0,74	0,9	4	3
9	1,1	0,5	0,9	0,75	5	4
10	1,0	0,5	0,87	0,78	6	5
11	0,6	1,0	0,84	0,81	2	1
12	0,8	0,6	0,81	0,84	3	0,5
13	1,0	0,4	0,78	0,87	4	2
14	1,2	0,8	0,75	0,9	2	3
15	1,0	0,8	0,9	0,7	1	3
16	0,5	0,3	0,85	0,75	3	2
17	0,4	0,5	0,8	0,7	4	3
18	0,3	0,5	0,75	0,8	5	4
19	0,2	0,6	0,7	0,9	4	1
20	0,2	0,9	0,9	0,85	1	3
21	0,6	0,3	0,85	0,8	2	4
22	0,5	0,4	0,8	0,9	3	4

3. ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ И МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОСТИ

3.1. Примерное задание на курсовое проектирование

Тема проекта. Развитие электроэнергетической системы.

Исходные данные для проектирования.

Имеются избыточные по мощности системы C_1 и C_2 и дефицитная система C_3 (рис. 3.1) с дефицитом мощности на шинах вторичного напряжения $P_д$.

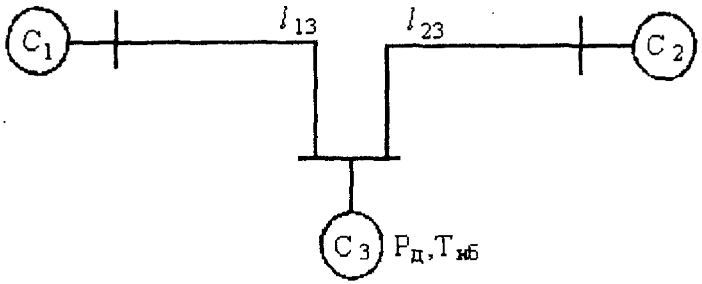

Рис. 3.1. Схема объединенной системы

В системах C_1 и C_2 имеются питающие подстанции с полуторной схемой соединения любых напряжений от 35 до 750 кВ.

Мощность, которая должна быть передана из системы C_2 в систему C_3 по проектируемой межсистемной электропередаче длиной l_{23} в нормальном режиме составляет 0,4 $P_д$. Остальная мощность должна быть передана из системы C_1 по проектируемой электропередаче длиной l_{13}. В послеаварийных и ремонтных режимах по одной из линий вся мощность $P_д$ может быть передана из любой системы (C_1 или C_2).

Время использования дефицитной мощности $P_д$ составляет $T_{нб} = 5500$ ч.

Дефицит мощности в системе C_3 точно неизвестен и задан тремя значениями (средним и двумя крайними) с соответствующими вероятностями:

P_* в долях от $P_д$ 0,7 1,0 1,3

Вероятность p 0,2 0,6 0,2.

Требуемая реактивная мощность для потребителей мощностью $P_д$ на шинах вторичного напряжения системы C_3 полностью покрывается за счет собственных источников системы C_3.

Потери реактивной мощности в линиях электропередачи 13, 23 (с учетом генерации зарядной мощности) и в трансформаторах приемной подстанции системы C_3 необходимо скомпенсировать установкой соответствующих компенсирующих устройств на шинах вторичного напряжения приемной подстанции системы C_3.

Недостающими исходными данными, которые потребуются по ходу проектирования, задаться самостоятельно (например, материал и тип опор линий, район сооружения линий, расчетные климатические условия по гололеду, ряд и вектор приоритета локальных критериев и др.

Таблица 3.1

Варианты исходных данных к курсовому проекту

Вариант	$P_д$, МВт	l_{13}, км	l_{23}, км	Вариант	$P_д$, МВт	l_{13}, км	l_{23}, км
1	2	3	4	5	6	7	8
1	500	100	200	21	80	20	30
2	400	200	100	22	60	40	25
3	300	180	130	23	40	35	45
4	250	80	120	24	260	140	70
5	200	110	70	25	220	120	110
6	150	80	90	26	170	115	65
7	100	50	40	27	130	75	125
8	800	200	300	28	330	250	185
9	750	250	150	29	370	165	210
10	700	230	180	30	410	145	185
11	600	120	210	31	430	165	130

1	2	3	4	5	6	7	8
12	550	150	130	32	530	165	95
13	450	130	170	33	570	120	180
14	350	120	160	34	610	150	140
15	320	100	170	35	75	30	40
16	280	65	125	36	55	20	60
17	230	115	75	37	315	145	165
18	180	80	70	38	325	180	90
19	130	45	75	39	260	110	90
20	110	25	65	40	240	70	150

Перечень вопросов, которые подлежат разработке.

1). Решение задачи в условиях неопределенности.

Для каждого заданного уровня дефицита мощности $P_д$ системы C_3 выбрать стратегию (вариант) развития энергосистемы (определить параметры межсистемных электропередач 13, 23 и приемной подстанции: номинальное напряжение, число цепей и исполнение линий (одноцепные, двухцепные), сечение проводов линий, схему подстанции, число и мощность трансформаторов, мощность компенсирующих устройств).

Для каждой выбранной стратегии развития энергосистемы определить показатели надежности (коэффициенты вынужденного перерыва в передаче мощности $P_д$).

Для каждой стратегии и каждого уровня дефицита мощности рассчитать стоимость передачи энергии из систем C_1 и C_2 в систему C_3:

без учета ущерба от ограничения в передаче мощности $P_д$;

с учетом ущерба от ограничения в передаче мощности $P_д$ из-за аварийных и плановых отключений.

Сформировать платежные матрицы стоимости передачи электроэнергии:

без учета ущерба от ограничения в передаче мощности $P_д$;

с учетом ущерба от ограничения в передаче мощности $P_д$ из-за аварийных и плановых отключений.

Выбрать оптимальную стратегию развития энергосистемы:

а) в условиях риска (при заданных вероятностях р):

без учета ущерба от ограничения в передаче мощности $P_д$;

с учстом ущерба.

б) в условиях неопределенности по критериям Лапласа, Вальда, Сэвиджа, Гурвица (при различных значениях коэффициента оптимизма α):

без учета ущерба от ограничения в передаче мощности $P_д$;

с учетом ущерба.

2). Решение задачи в условиях многокритериальности.

Для уровня дефицита мощности $P_* = 1$ выбрать оптимальную стратегию развития энергосистемы исходя из многоцелевой задачи. В качестве локальных критериев принять: капитальные затраты, годовые эксплуатационные расходы, коэффициент вынужденного полного перерыва в передаче мощности, годовые потери электроэнергии, площадь отчуждения земель под проектируемые линии и приемную подстанцию в системе C_3.

Решения получить с помощью следующих принципов выбора критерия оптимальности: выделения главного критерия, последовательной оптимизации на основе жесткого приоритета, последовательной уступки, относительного гарантированного уровня, весовых коэффициентов, справедливого компромисса и принципа, основанного на максимизации совокупности локальных критериев.

3). Выводы в обобщенном виде.

4). Графическая часть.

Графическая часть вставляется в текст пояснительной записки и выполняется на листах любого формата. Она должна содержать: схемы сети объединенной энергосистемы для выбранных стратегий и параметры оборудования, платежные матрицы, структурные схемы расчета надежности, обобщенные результаты принятия решений.

3.2. Выбор стратегий развития энергосистемы

На первом этапе выполнения курсового проекта необходимо выбрать три стратегии (варианта) развития энергосистемы, каждая из которых должна соответствовать заданному уровню дефицита мощности в системе C_3. Для этого следует определить приближенные потоки мощности (без учета потерь мощности) по линиям 13 и 23, после чего наметить число цепей в них и исполнение линий (одноцепные, двухцепные или две параллельные цепи на разных опорах).

Затем необходимо выбрать номинальные напряжения линий, используя следующую эмпирическую формулу:

$$U_{\text{ном}} = \frac{1000}{\sqrt{\frac{500}{\ell} + \frac{2500}{P}}}, \tag{3.1}$$

где P – мощность, приходящаяся на одну цепь, МВт;

l – длина цепи линий, км.

Полученное расчетное напряжение следует округлить до ближайшего большего стандартного. Номинальные напряжения можно также найти по экономическим зонам [4, с.45-46].

Выбранные номинальные напряжения линий 13 и 23 могут быть как одинаковыми, так и различными.

Далее необходимо выбрать конструкцию фазы линий (расщепленная, нерасщепленная) и общее сечение фазы, а по ним – марку провода. Выбор сечений фаз следует произвести из экономических соображений, используя метод экономической плотности тока (для линий напряжением до 110 кВ включительно), см. [4, с.98-101], или метод экономических интервалов нагрузки (для линий напряжением 220 кВ и выше), см. [13, табл. 7.1]. Выбранные сечения проводов не должны быть меньше допустимых по условию короны, см. [4, с.98-101].

Результаты расчетов рекомендуется представить в форме табл. 3.2.

При выборе числа и мощности трансформаторов, а также однолинейной схемы приемной подстанции системы C_3 необходимо руководствоваться рекомендациями, изложенными в [4, с.48-49, 37-44; 12, с. 13-16].

Таблица 3.2

Результаты выбора номинальных напряжений и
сечений проводов линий

Характеристика линии	Стратегии		
	1	2	3
Потоки мощности, МВт, по:			
линии 13			
линии 23			
Длина, км:			
линии 13			
линии 23			
Число цепей:			
линии 13			
линии 23			
Исполнение:			
линии 13			
линии 23			
Номинальные напряжения, кВ			
линии 13			
линии 23			
Марки проводов:			
линии 13			
линии 23			
Сопротивления и зарядная мощность:			
линии 13 r_0, Ом/км			
x_0, Ом/км			
q_0, Мвар/км			
линии 23 r_0, Ом/км			
x_0, Ом/км			
q_0, Мвар/км			

В соответствии с условиями задания на курсовое проектирование необходимая мощность компенсирующих устройств $Q_к$, устанавливаемых на приемной подстанции системы C_3, и их вид могут быть найдены на основе составления баланса реактивной мощности в виде

$$\Delta Q_{Л13} + \Delta Q_{Л23} + \Delta Q_T = Q_{b13} + Q_{b23} \pm Q_K, \qquad (3.2)$$

где $\Delta Q_Л$, $\Delta Q_Т$ – потери реактивной мощности соответственно в линиях и трансформаторах;

Q_b – зарядная мощность линий.

Расчет потерь реактивной мощности и зарядной мощности достаточно произвести на основании найденных приближенных потоков мощности без учета потерь мощности и выбранных номинальных напряжений.

Если из уравнения (3.2) мощность компенсирующего устройства окажется $Q_К > 0$, то, следовательно, необходимо выбрать компенсирующее устройство, генерирующее реактивную мощность. Если окажется, что $Q_К < 0$, то компенсирующее устройство должно потреблять реактивную мощность.

Результаты принятия решений по подстанции системы $С_3$ рекомендуется представить в виде табл. 3.3.

Таблица 3.3

Результаты выбора параметров приемной подстанции

Характеристика подстанции	Стратегии		
	1	2	3
Количество трансформаторов			
Характеристика трансформаторов:			
тип			
$S_{ном}$, МВ · А			
$R_Т$, Ом			
$X_Т$, Ом			
ΔP_x, МВт			
ΔQ_x, Мвар			
Номинальное напряжение, кВ:			
ВН			
СН			
НН			
Название схемы со стороны:			
ВН			
СН			
НН			
Компенсирующее устройство:			
тип			
мощность, Мвар			

3.3. Определение показателей надежности

В данном курсовом проекте предлагается выполнить упрощенный расчет показателей надежности. Для определения коэффициента вынужденного полного перерыва в передаче мощности из систем C_1 и C_2 в систему C_3 необходимо учесть следующие ситуации:

аварийное и плановое отключение последовательно включенных элементов;

одновременное аварийное отключение всех параллельных элементов;

наложение на плановый ремонт одного из элементов одновременного аварийного отключения всех остальных параллельно включенных элементов.

Для расчета показателей надежности необходимо составить для каждой стратегии структурные схемы, руководствуясь рекомендациями, приведенными в [12, с.30-33]. При этом в структурные схемы предлагается включить: линии 13 и 23, трансформаторы приемной подстанции системы C_3 и линейные выключатели в цепях линий и трансформаторов на подстанциях систем C_1, C_2, C_3. Остальные элементы подстанций в целях упрощения расчетов можно не учитывать.

Для определения коэффициентов вынужденного и планового простоя необходимо знать следующие параметры:

$\omega_в$ – параметр потока отказов, отказ/год;

$\omega_п$ – средняя частота плановых простоев, простой/год;

$T_в$ – время восстановления повреждения при аварийном или плановом ремонте, год/отказ, год/простой.

Эти показатели принимаются на основании среднестатистических данных [13, с.251-253].

Укрупненная информация по данным параметрам, которая может быть использована в курсовом проекте, приведена в табл. 3.4 и 3.5.

Результаты расчета надежности рекомендуется представить в виде табл. 3.6.

Таблица 3.4

Показатели надежности линий электропередачи

Напряжение, кВ	Опоры	Число цепей	$\omega_в$, отказ/год	$\omega_п$, простой/год	$T_в \cdot 10^{-3}$, год/отказ	$T_п \cdot 10^{-3}$, год/простой
35	Металлические	1	0,65	2,1	1	1,8
		2	0,76/0,16	4/0,3	0,68/0,9	1,5/1
	Железобетонные	1	0,63	0,8	1,1	1,7
		2	0,72/0,05	1,3/0,15	1,1/1,4	1,6/1,5
110	Металлические	1	0,89	2,1	1	1,7
		2	1,16/0,12	3,8/0,4	0,8/1,2	1,7/2,2
	Железобетонные	1	0,53	1,6	1,2	1,8
		2	0,81/0,1	2,4/0,4	1/1,7	1,4/1,5
220	Металлические	1	0,34	1,8	1,6	1,9
		2	0,43/0,03	1,1/0,3	1,3/1,7	2/2,7
	Железобетонные	1	0,26	3	1,1	2,7
		2	0,28/0,03	7,3/0,3	1/0,9	1,9/1
330	Металлические	1	0,48	3	1,2	2,4
		2	0,79/0,09	7,3/0,3	1/0,6	1,7/1,6
	Железобетонные	1	0,3	2,9	1,7	2,3
500	Металлические	1	0,24	1,6	1,6	2
	Железобетонные	1	0,26	1,7	1,5	2,6
750	Металлические	1	0,2	0,17	2,3	4

Примечание. Параметр $\omega_в$ приведен на 100 км, остальные – на одну линию. В числителе дроби – для отключения одной цепи, в знаменателе – двух цепей. Параметры $\omega_в$ и $T_в$ приведены для устойчивых отказов.

Таблица 3.5

Показатели надежности элементов подстанций

Элемент	Напряжение, кВ	$\omega_в$, отказ/год	$\omega_п$, простой/год	$T_н \cdot 10^{-3}$, год/отказ	$T_п \cdot 10^{-3}$, год/простой
Трансформаторы мощностью:					
≤ 7,5 МВ · А	35	0,007	0,25	7,4	3
	110	0,018	0,25	4,6	3,2
10 ... 80 МВ · А	35	0,012	0,75	8	3
	110	0,014	0,75	8	3,2
	220	0,035	0,75	6,8	3,2
> 80 МВ · А	110	0,075	1	10,8	3,4
	220	0,025	1	6,8	3,4
	330	0,053	1	5,1	3,4
	500-750	0,024	1	25,1	5,7
Выключатели	35	0,02	0,2	4,6	3,3
	110	0,02	0,2	2,3	5,1
	220	0,02	0,2	2,9	11,2
	330	0,03	0,2	6,8	12,9
	500	0,15	0,2	6,8	15,2
	750	0,25	0,2	8,6	30,9

Примечание. Сведения о выключателях приведены для воздушных выключателей.

Таблица 3.6

Результаты расчета надежности

Показатель надежности	Стратегии		
	1	2	3
Коэффициент вынужденного перерыва в передаче мощности, $k_в$			

1). Определение ущерба от ограничения в передаче мощности.

Расчет ущерба от ограничения в передаче мощности в систему C_3 из-за аварийных и плановых отключений предлагается выполнить по методике, изложенной в [12, с.30-31]. При этом в целях упрощения расчетов достаточно учесть следующие составляющие ущерба:

ущерб от полного прекращения передачи мощности в систему C_3 из-за аварийных отключений, включая отключения, наложенные на плановые ремонты;

ущерб от полного прекращения передачи мощности в систему C_3 из-за плановых отключений тех элементов, которые не имеют резервирования (элементов, последовательно включенных в структурную схему расчета надежности).

2). Определение стоимости передачи электроэнергии.

Стоимость передачи электроэнергии определяется по формуле

$$C_п = \frac{З}{W} = \frac{p_н K + Г_э}{P_{нб} T_{нб}}, \qquad (3.3)$$

где К и $Г_э$ – капитальные затраты и годовые эксплуатационные расходы во все вновь вводимые элементы сети;

$p_н$ – нормативный коэффициент эффективности капитальных затрат (при рыночной экономике – банковский процент по ссуде).

При расчете стоимости передачи с учетом ущерба от ограничения в передаче мощности числитель в выражении (3.3) необходимо дополнить значением рассчитанного ранее ущерба.

Для укрупненного расчета капитальных затрат воспользуемся эмпирическими зависимостями, полученными в [10].

Капитальные затраты состоят из затрат на линии и затрат на подстанции.

Капитальные затраты на 1 км линии напряжением 35 – 750 кВ могут быть определены по формуле

$$K_л = A_л + B_л U_{ном}^2 + C_л F, \qquad (3.4)$$

где $A_л$, $B_л$, $C_л$ – коэффициенты аппроксимации;

F – сечение одной фазы линии.

Значения коэффициентов $A_л$, $B_л$, $C_л$ для второго климатического района по гололеду приведены в табл. 3.7.

Таблица 3.7

Значения коэффициентов аппроксимации для расчета стоимости линий

Число цепей	Опоры	$A_л$, тыс. у.д.е./км	$B_л \cdot 10^{-5}$ тыс. у.д.е./км $\cdot$ кВ^2	$C_л \cdot 10^{-2}$ тыс. у.д.е./км $\cdot$ мм^2
1	Металлические Железобетонные	9,63 6,44	8,75 7,13	1,3 1,6
2	Металлические Железобетонные	11,04 8,7	25,5 21,4	2,9 3,6

Капитальные затраты на подстанцию могут быть определены по формуле

$$K_{ПС} = K_т m_т + K_в m_в + K_к m_к + K_п, \qquad (3.5)$$

где $m_т$, $m_в$, $m_к$ – соответственно число трансформаторов (автотрансформаторов), ячеек с выключателями, компенсирующих устройств;

$K_т$, $K_в$, $K_к$ – стоимость каждого элемента;

$K_п$ – постоянная часть затрат на подстанцию.

Стоимость одного трансформатора определяется следующим образом:

$$K_T = A_T + B_T U_{НОМ}^2 + C_T S_{T_{НОМ}}, \qquad (3.6)$$

где $U_{ном}$ – высшее напряжение трансформатора, кВ;

$S_{Тном}$ – номинальная мощность трансформатора, МВ · А;

$A_т$, $B_т$, $C_т$ – коэффициенты аппроксимации.

Стоимость ячейки с выключателем

$$K_в = A_в + B_в U_{НОМ}^2, \qquad (3.7)$$

где $A_в$, $B_в$ - коэффициенты аппроксимации.

Стоимость компенсирующего устройства

$$K_К = A_К Q_К, \qquad (3.8)$$

где $Q_К$ – мощность компенсирующего устройства, Мвар;

$A_К$ – коэффициент аппроксимации.

Постоянная часть затрат приближенно может быть определена по выражению

$$K_П = A_П + B_П U_{ном}^2, \qquad (3.9)$$

где $A_П$, $B_П$ - коэффициенты аппроксимации.

Средние значения коэффициентов аппроксимации приведены в табл.3.8.

Таблица 3.8

Значения коэффициентов аппроксимации для расчета стоимости подстанций

Коэффициент	Среднее значение
$A_Т$, тыс. у.д.е.	20
$B_Т$, тыс. у.д.е./кВ^2	$1{,}43 \cdot 10^{-3}$
$C_Т$, тыс. у.д.е./МВ · А	0,886
$A_В$, тыс. у.д.е.	15
$B_В$, тыс. у.д.е./кВ^2	$2{,}1 \cdot 10^{-3}$
$A_К$, тыс. у.д.е./Мвар	
для шунтирующих реакторов при	
напряжении, кВ: 110	1,7
330	1,9
500	2,1
750	2,9
для батарей статических конденсаторов при напряжении, кВ: 10	5,1
35	4,6
110	4,2
$A_П$, тыс. у.д.е.	50
$B_П$, тыс. у.д.е./кВ^2	$1{,}3 \cdot 10^{-2}$

Годовые эксплуатационные расходы определяются по формуле

$$Г_э = (p_а + p_{то})К + \Delta W_х \cdot \beta_х + \Delta W_н \beta_н, \qquad (3.10)$$

где $p_а$, $p_{то}$ – отчисления на амортизацию и текущий ремонт [13, с.315];

$\Delta W_х$, $\Delta W_н$ – потери энергии холостого хода и нагрузочные потери;

$\beta_х$, $\beta_н$ – стоимость 1 кВт · ч потерь энергии холостого хода и нагрузочных потерь.

Для расчета потерь электроэнергии могут быть использованы рекомендации, приведенные в [12, с.19-20].

Результаты расчета экономических показателей для всех намеченных стратегий развития энергосистемы рекомендуется представить в виде табл. 3.9.

Таблица 3.9

Результаты расчета экономических показателей

Показатель	Стратегия		
	1	2	3
Капитальные затраты, тыс.у.д.е.			
Годовые эксплуатационные расходы, тыс. у.д.е.			
Годовые потери электроэнергии, МВт · ч			
Ущерб от ограничения в передаче мощности, тыс. у.д.е.			
Стоимость передачи электроэнергии без учета ущерба, у.д.е./кВт · ч			
Стоимость передачи электроэнергии с учетом ущерба, у.д.е./кВт · ч			

3.5. Принятие решений в условиях неопределенности

Для принятия решений необходимо составить две платежные матрицы: матрицу стоимостей передачи электроэнергии без учета ограничений по передаче мощности в систему C_3 и матрицу стоимостей передачи электроэнергии в систему C_3 с учетом ограничений. Результаты расчетов рекомендуется представить в виде табл. 3.10.

Таблица 3.10

Платежная матрица стоимости передачи электроэнергии

P_* / Стратегия	0,7	1,0	1,3
1 2 3			

Далее рекомендуется преобразовать задачу минимизации стоимости передачи электроэнергии в задачу максимизации:

$$\min C_n = \max(A - C_n),$$

где $A > a_{ij\ \text{макс}}$, $a_{ij\ \text{макс}}$ – наибольшее значение элемента платежной матрицы.

На основании платежных матриц, используя формулу (1.15), необходимо составить платежные матрицы рисков по типу табл. 3.10.

Имея платежные матрицы, можно решить задачу принятия решений в условиях риска и в условиях неопределенности на основании различных критериев. При этом необходимо использовать формулы (1.16) – (1.22). Примеры применения этих формул приведены в подразд. 2.1, в частности, в задаче 2.

Результаты принятия решений по различным критериям рекомендуется свести в табл. 3.11.

Таблица 3.11

Результаты принятия решений

Условие и критерий	Предпочтительная стратегия	
	без учета ущерба от ограничения в передаче мощности	с учетом ущерба
В условиях риска В условиях неопределенности по критериям: Лапласа Вальда Сэвиджа Гурвица		

В соответствии с заданием расчеты необходимо выполнить для уровня передачи мощности в систему С3 $P_* = 1$. В подразд. 3.4 ряд локальных критериев для каждой из стратегий уже был вычислен: капитальные затраты К, годовые эксплуатационные расходы $Г_э$, коэффициент вынужденного перерыва в передаче мощности $k_и$, годовые потери электроэнергии ΔW.

Локальный критерий в виде площади отчуждения под проектируемые линии $S_л$ и приемную подстанцию $S_{пс}$ может быть определен по формуле

$$S = S_л + S_{пс}.$$

Площадь отчуждения земель для существующих конструкций воздушных линий характеризуется данными, приведенными в табл. 3.12.

Таблица 3.12

Площадь отчуждения земель под линии электропередачи

Номинальное напряжение, кВ	Количество опор на 1 км, шт.		Площадь отчуждения земли		
			под опору, $м^2$		на 1 км линии, га
	анкерно-угловых	промежуточных	анкерно-угловую	промежуточную	
10	6	11	15	4	0,013
35	1,39	6,2	65	17	0,02
110	0,66	3,8	100	17	0,014
220	0,51	3,5	160	75	0,034
330	0,4	2,7	185	60	0,022
500	0,37	2,35	400	80	0,034
750	0,25	2,25	1000	650	0,18

Для определения площади отчуждения под подстанцию можно воспользоваться данными, приведенными в табл. 3.13 для наиболее распространенных типов подстанций.

Таблица 3.13

Ориентировочные размеры площадок открытых подстанций 35 - 750 кВ

Сочетания напряжений, кВ	Количество и мощность трансформаторов, шт. x МВ·А	Количество линий		Ориентировочные размеры площади, м
		ВН	СН	
35/10	$2\times1...2\times6{,}3$	2	-	40×50
110/10	$2\times16...2\times40$	2	-	60×70
110/35/10	$2\times16...2\times40$	2	4	90×100
220/110/10	$2\times125...2\times200$	2	10	150×200
330/110/10	$2\times125...2\times200$	2	10	200×250
500/220/10	$2\times(3\times167)$	4	10	300×500
750/330/15,75	$2\times(2\times333)$	4	6-8	600×700

Результаты расчетов для различных стратегий развития энергосистемы рекомендуется представить в виде табл. 3.14.

Таблица 3.14

Результаты расчета площади отчуждения земли

Показатель	Стратегия		
	1	2	3
Площадь отчуждения земли, га			

После определения всех локальных критериев можно составить матрицу в виде табл. 3.15.

Таблица 3.15

Матрица локальных критериев

Стратегия	Локальные критерии				
	К, тыс. у.д.е.	$Г_э$, тыс.у.д.е.	ΔW, МВт.ч	$k_в$	S, га
1					
2					
3					

Для принятия решений в многокритериальной задаче на основании матрицы локальных критериев необходимо воспользоваться методикой и расчетными формулами, приведенными в подразд. 1.6.4.

Решение задачи удобно осуществлять, предварительно нормализовав локальные критерии (см. подразд. 1.6.3). Удобно также задачу минимизации локальных критериев преобразовать в задачу максимизации, для чего значения локальных критериев в табл. 3.15 необходимо заменить на значения $A - e_{jq}$, где $A > e_{jq\ макс}$, $e_{jq\ макс}$ – наибольшее значение в матрице нормализованных локальных критериев.

Различные принципы сведения многоцелевой задачи к одноцелевой (принципы выбора критерия оптимальности) подробно рассмотрены в задаче 3 подразд. 2.2.

Результаты расчетов для удобства анализа рекомендуется представить в виде табл. 3.16.

Таблица 3.16

Результаты принятия решений в многоцелевой задаче

Принцип выбора оптимальной стратегии	Предпочтительная стратегия
Принцип выделения главного критерия	
Принцип последовательной оптимизации на основе жесткого приоритета	
Принцип последовательной уступки	
Принцип относительного гарантированного уровня	
Принцип весовых коэффициентов	
Принцип справедливого компромисса	
Принцип, основанный на максимизации совокупности локальных критериев	

Литература

1. Теория прогнозирования и *принятия решения* / Под ред. С.А. Саркисяна. – М.: Высш. школа, 1977.

2. В е н т ц е л ь Е. С. Исследование операций. – М.: Сов. радио, 1972.

3. С ы ч Н. М. САПР и оптимизация развития электроэнергетических систем: Лабораторные работы. – Минск: БГПА, 1996.

4. П о с п е л о в Г. Е., Ф е д и н В. Т. Электрические системы и сети. Проектирование. – Минск: Выш. школа, 1988.

5. В е н т ц е л ь Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. – М.: Наука, 1980.

6. Ш н е л л ь Р. В. Применение теории игр для формализации принятия решений некоторых электроэнергетических задач в условиях неопределенности // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1972. – № 6.

7. Л е в и н М. С., К о з л о в Ю. А. Применение методов теории игр для технико-экономической оценки нормируемых пределов отклонения напряжения у сельских потребителей //В кн.: Электрификация технологических процессов сельскохозяйственного производства и электроснабжение сельского хозяйства. Том XVII. Вып. 5. – М.: ВИЭСХ, 1980.

8. М е л е н т ь е в Л. А. Проблема неопределенности оптимальных решений в больших системах энергетики // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1975. – № 4.

9. Л и с о ч к и н а Т. В., М и х е е в а Н. Б., О к о р о к о в В. Р. Многокритериальная оптимизация вариантов транспорта энергии // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1980. – № 3.

10. Ш н е л л ь Р. В., В о р о п а е в П. В., К а р т а в ц е в В. В. Выбор основных параметров высоковольтных электропередач. – Воронеж: Изд-во Воронежского университета, 1984.

11. К о р о т к е в и ч М .А. Оценка целесообразности модернизации электросетевого оборудования // Электрические станции. – 1989. – № 10.

12. С ы ч Н. М., Ф е д и н В. Т. Проектирование электрических сетей электроэнергетических систем: Учебное пособие. – Минск: БГПА, 1994.

13. Справочник по проектированию электроэнергетических систем / Под ред. С.С. Рокотяна и И.М. Шапиро. – М.: Энергоатомиздат, 1985.

14. Шапиро И. М. Стратегия развития электрических сетей и охрана окружающей среды // Энергетическое строительство. – 1989. – № 1.

15. Батищев Д. И. Методы оптимального проектирования. – М.: Радио и связь, 1984.

16. Беляев Л. С. Решение сложных оптимизационных задач в условиях неопределенности. – Новосибирск: Наука, 1978.

17. Райфа Х. Анализ решений. Введение в проблему выбора в условиях неопределенности. – М.: Наука, 1977.

18. Кини Р. Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. – М.: Наука, 1981.

19. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления и приложения. – М.: Наука, 1992.

20. Юдин Д. Б. Вычислительные методы теории принятия решений. – М.: Наука, 1989.

Содержание

Учебное издание

Федин В.Т.

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Учебно-методическое пособие по дисциплине
«Основы проектирования энергосистем»

Подписано в печать 20.12.2000 г.
Печать офсетная. Бумага офсетная.
Формат 60x84/16. Гарнитура «Таймс».
Усл. печ. л. 6,1. Тираж 150 экз. Зак. 564.

Налоговая льгота – по ОКРБ 007-98 ч.1 22.11.20.500

Издано на УП «Технопринт».
Лиц. № 380 от 28.04.1999 г.

Налоговая льгота - по ОКРБ 007-98 ч.1 22.11.20.500.

Отпечатано в типографии УП "Технопринт"
Лицензия ЛП № 203 от 26.01.1998 г.
220027, г. Минск, пр. Ф. Скорины, 65, к. 14, оф. 215.