



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Белорусский национальный
технический университет**

Кафедра «Тепловые электрические станции»

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебно-методическое пособие

**Минск
БНТУ
2017**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Тепловые электрические станции»

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебно-методическое пособие
для студентов специальностей 1-53 01 04
«Автоматизация и управление теплоэнергетическими процессами»,
1-43 01 04 «Тепловые электрические станции»,
1-43 01 08 «Паротурбинные установки атомных
электрических станций», 1-53 01 01 «Автоматизация
технологических процессов и производств»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию
в области автоматизации технологических процессов,
производств и управления*

Под общей редакцией Г. Т. Кулакова

Минск
БНТУ
2017

УДК 681.5 (076.5)
ББК 32.965я7
Т33

А в т о р ы:

*Г. Т. Кулаков, А. Т. Кулаков,
А. Н. Кухоренко, В. В. Кравченко*

Рецензенты:

кафедра «Автоматизация производственных процессов и электротехники»
Белорусского государственного технического университета;
доцент кафедры «Электротехника» Белорусского государственного
аграрного технического университета, канд. техн. наук *В. А. Ковалев*

Т33 **Теория** автоматического управления: учебно-методическое пособие для студентов специальностей 1-53 01 04 «Автоматизация и управление теплоэнергетическими процессами», 1-43 01 04 «Тепловые электрические станции», 1-43 01 08 «Паротурбинные установки атомных электрических станций», 1-53 01 01 «Автоматизация технологических процессов и производств» / Г. Т. Кулаков [и др.]; под общ. ред. Г. Т. Кулакова. – Минск: БНТУ, 2017. – 133 с.
ISBN 978-985-550-591-5.

Учебно-методическое пособие предназначено для более глубокого изучения курсов «Теория автоматического управления» и «Анализ и синтез систем автоматического управления» с основами теории оптимальных систем автоматического регулирования на базе современной теории структурно-параметрической оптимизации динамических систем.

Издание рассчитано на студентов специальностей 1-53 01 04 «Автоматизация и управление теплоэнергетическими процессами», 1-43 01 04 «Тепловые электрические станции», 1-43 01 08 «Паротурбинные установки атомных электрических станций», 1-53 01 01 «Автоматизация технологических процессов и производств» дневной и заочной формы обучения.

УДК 681.5 (076.5)
ББК 32.965я7

ISBN 978-985-550-591-5

© Белорусский национальный
технический университет, 2017

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПОНЯТИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.....	5
2. КРИТЕРИИ ОПТИМАЛЬНОСТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ.....	10
3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ.....	14
3.1. Идентификация объектов регулирования с использованием переходных характеристик.....	14
3.2. Идентификация объектов регулирования с использованием импульсных характеристик.....	19
3.1. Идентификация объектов регулирования с использованием частотных характеристик.....	21
4. УНИВЕРСАЛЬНАЯ МЕТОДИКА ОПИСАНИЯ ДИНАМИКИ ОБЪЕКТА РЕГУЛИРОВАНИЯ ПЕРЕДАТОЧНЫМИ ФУНКЦИЯМИ РАЗЛИЧНОЙ СТРУКТУРЫ.....	24
5. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ТИПОВЫХ ЛИНЕЙНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ.....	33
5.1. Типовые линейные регуляторы.....	33
5.2. Синтез оптимальных алгоритмов функционирования и параметрическая оптимизация одноконтурных систем автоматического регулирования для объектов с запаздыванием.....	42
5.3. Синтез оптимальных параметров динамической настройки ПИ-регуляторов при внутренних возмущениях.....	49
5.4. Параметрическая оптимизация дискретного ПИД-регулятора.....	60
6. ДИНАМИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ОДНОКОНТУРНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ НА ОТРАБОТКУ СКАЧКА ЗАДАНИЯ.....	74
6.1. Метод полной компенсации в частном виде.....	74
6.2. Графоаналитический метод полной компенсации в общем виде.....	78

6.3. Аналитический метод полной компенсации в общем виде	87
7. ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ТИПОВЫХ ДВУХКОНТУРНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ.....	90
7.1. Параметрическая оптимизация типовых каскадных систем автоматического регулирования теплоэнергетических процессов	90
7.2. Параметрическая оптимизация типовых систем автоматического регулирования с дифференциатором.....	93
8. СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....	98
8.1. Структурно-параметрическая оптимизация на базе каскадных систем автоматического регулирования	98
8.2. Структурно-параметрическая оптимизация систем автоматического регулирования с использованием модифицированного линейного упредителя Смита и передаточной функции оптимального регулятора	108
8.3. Структурно-параметрическая оптимизация каскадных систем автоматического регулирования с использованием линейного упредителя Смита	111
8.4. Структурно-параметрическая оптимизация инвариантной системы автоматического регулирования для объектов без самовывравнивания и неизмеряемыми возмущениями	116
9. СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕЙТРОННОЙ МОЩНОСТЬЮ ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА АЭС	122
9.1. Структурно-параметрическая оптимизация САУ на основе передаточной функции оптимального регулятора	124
9.2. Каскадная система автоматического регулирования мощности ядерного реактора АЭС.....	126
Список использованных источников.....	130

1. ПОНЯТИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Систему автоматического управления условно можно представить состоящей из двух частей: объекта управления (ОУ) и управляющего устройства (УУ) (рис. 1.1).

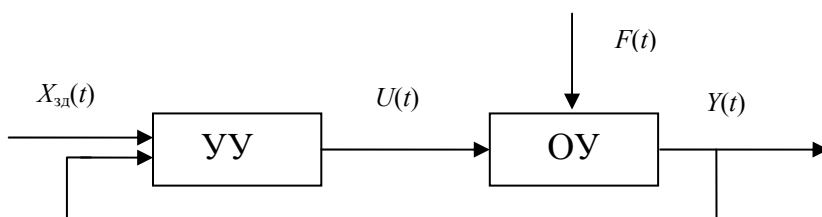


Рис. 1.1. Структурная схема системы автоматического управления

На вход системы управления подается задающее воздействие $X_{зд}(t)$, определяющее желаемый характер выходной переменной управляемого процесса $Y(t)$. Управляющее устройство на основании информации о процессах $X_{зд}(t)$ и $Y(t)$, а в ряде случаев и на основании данных о возмущении $F(t)$ формирует управляющее воздействие $U(t)$, которое воздействует на объект управления с целью поставить процесс $Y(t)$ в соответствие сигналу $X_{зд}(t)$.

При разработке автоматических систем управления чаще всего ставится задача, заключающаяся в том, чтобы система выполняла свое функциональное назначение, определяемое целью управления. Иногда может быть поставлена и более сложная задача: разработать автоматическую систему с наилучшими показателями качества. При разработке таких систем используется *принцип оптимальности*, позволяющий обеспечить наилучшее выполнение цели управления.

Автоматическую систему регулирования, обеспечивающую наилучшие показатели качества при отработке задающих и возмущающих воздействий, называют *оптимальной*. Оценку достижимости цели в процессе управления объектом, представленную в формализованном виде (аналитической форме), принято называть *критерием оптимальности*, или целевой функцией.

Разработка наилучшей системы, удовлетворяющей заданным требованиям, представляет собой *задачу синтеза оптимальной системы*.

Возможны два основных типа задач синтеза оптимальных систем. В задачах первого типа (параметрическая оптимизация) известна структура системы (передаточные функции устройства управления и объекта управления). Необходимо найти оптимальные значения параметров динамической настройки устройства управления (регулятора), при которых обеспечиваются требуемые значения заданного показателя качества. В задачах второго типа структура системы полностью неизвестна и требуется вначале ее определить по исходной динамике объекта, а затем рассчитать параметры динамической настройки устройства управления, чтобы система была оптимальной по показателям качества. На практике обычно задан объект управления, поэтому задача синтеза состоит в определении структуры и параметров динамической настройки оптимального регулятора. Такая задача может быть названа *задачей структурно-параметрической оптимизации*.

Переменные выхода $Y(t)$, управления $U(t)$, задающего $X_{зд}(t)$ и возмущающего $F(t)$ воздействий в общем случае могут быть как скалярными, так и векторными величинами при многомерном объекте управления. Переход объекта управления из одного состояния в другое может быть осуществлен различными способами. В связи с этим возникает задача выбора такого способа регулирования, который с определенной точки зрения окажется самым выгодным. Состояние объекта управления задается в каждый момент времени фазовыми координатами $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$, которые меняются с течением времени. Движением объекта можно управлять с помощью функций $u_1(t), u_2(t), u_3(t), \dots, u_m(t)$.

Предположим, что момент t_0 соответствует началу управления объектом, то есть начиная с этого момента на объект подается управление $U(t)$. Из-за конструктивных, прочностных, энергетических и других особенностей объекта на его вход не могут подаваться произвольные управления. Реальные управления должны быть подчинены некоторым ограничениям

$$|U_i(t)| \leq C_i, \quad C_i = \text{const}; \quad i = 1, m. \quad (1.1)$$

Совокупность ограничений формирует область возможных значений управляющих воздействий. Обозначим эту область символом

$\Omega(U)$ и назовем ее *областью допустимых управлений*. Управляющие воздействия, реально подаваемые на вход ОУ, должны принадлежать области допустимых управлений, сокращенно

$$U(t) \in \Omega(U). \quad (1.2)$$

В этом случае управления называются *допустимыми* и, как правило, являются кусочно-непрерывными функциями. Аналогично компоненты вектора состояния $Y(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)\}$, в общем случае так же должны удовлетворять определенным ограничениям, то есть вектор $Y(t)$ в пространстве состояний не должен выходить за пределы некоторой области Q , называемой *областью допустимых состояний*, то есть

$$Y(t) \in Q(Y). \quad (1.3)$$

Пусть в области допустимых состояний Q можно выделить некоторую подобласть Q_1 состояний ($Q_1 \in Q$), которые для нас по каким-то причинам являются желательными.

Тогда *цель управления* заключается в том, чтобы перевести объект из начального состояния $Y(t_0)$, в котором он находится в момент t_0 , в конечное состояние $Y(T)$, принадлежащее подобласти Q_1 области допустимых состояний.

Отметим, что момент $t = T$, соответствующий моменту попадания объекта в желаемое конечное состояние, может быть неизвестным. Для достижения цели управления на вход объекта необходимо подать соответствующее управление.

Задача управления заключается в том, чтобы в области допустимых управлений (1.2) подобрать такое управление, при котором будет достигнута цель управления. Иными словами, требуется отыскать такое допустимое управление $U(t) \in \Omega(U)$, определенное на временном отрезке $[t_0, T]$, при котором уравнения ОУ при заданном начальном состоянии и известном векторе возмущений $F(t)$ имеет решение $Y(t)$, удовлетворяющее ограничению (1.3) при всех $t \in [t_0, T]$ и конечному условию $Y(T) \in Q_1$.

Наиболее типична ситуация, когда задача управления имеет бесконечное число решений, то есть существует бесконечное число допустимых управлений, переводящих объект из начального состояния в конечное в соответствии со всеми введенными ограничениями. В этом смысле все управления, реализующие цель управления, являются равноценными.

Однако к системе управления, как правило, предъявляется ряд требований, не участвующих в формулировке задачи управления, но характеризующих успешность продвижения по пути к цели управления.

Чтобы судить о степени соответствия системы предъявляемым к ней требованиям, вводят в рассмотрение числовые показатели, отражающие качественную сторону процесса движения к цели управления и формирующие понятия качества управления.

Формально качество управления можно описать двояко:

– в форме совокупности показателей качества, например, значений допустимого перерегулирования, времени регулирования, установившихся ошибок при типовых воздействиях и т. п.;

– в форме некоторого обобщенного показателя, определяемого всеми процессами: $U(t), F(t), Y(t), X_{зд}(t)$ (задающее воздействие может быть также многомерным).

При каждом управлении, на котором достигается его цель, качество будет принимать определенное значение. Очевидно, что из числа управлений, реализующих цель, следует выбирать такие, при которых качество будет обеспечено в соответствии с существующими требованиями.

При первом подходе качество управления оценивают совокупностью показателей, по существу представляющих параметры реакции системы на некоторое детерминированное входное воздействие. Такой подход свойственен раннему этапу развития теории автоматического управления (ТАУ), хотя используется и в настоящее время. В этом случае выбор рационального управления заменяется выбором структуры и параметров регулятора, которые обеспечивают показатели качества, не худшие относительно их заданных значений.

При втором подходе качество управления описывают некоторым обобщенным показателем, представляющим собой меру эффектив-

ности достижения цели управления средствами конкретного управления $U(t)$.

Обобщенный показатель качества – числовая характеристика, в общем случае зависящая от $U(t), F(t), Y(t), X_{зд}(t)$, так что конкретному закону управления $U(t)$ и процессам $F(t)$ и $X(t)$ соответствуют определенные значения показателей качества. Обобщенный показатель качества в каждой технической задаче назначают самостоятельно. Выбор показателя – часто весьма сложная задача, и общих рекомендаций по его назначению не существует.

Качество может содержать различный физический смысл и отражать в зависимости от технического назначения объекта такие свойства системы управления, как, например, энергетические затраты на управление, точность поддержания заданного режима работы объекта управления, время достижения цели управления, значение максимальной ошибки в определенном режиме функционирования, качество выпускаемой продукции, затраты сырья или электроэнергии, себестоимость продукции и т. д.

Наиболее часто обобщенный показатель качества представляет функционал, который можно описать в форме следующего интегрального соотношения:

$$J = \int G(U(t), F(t), Y(t), X_{зд}(t), t) dt, \quad (1.4)$$

где функция G определяет конкретный физический смысл показателя качества. Введение такого показателя позволяет сформулировать задачу оптимального управления: в области допустимых управлений $\Omega(U)$ следует найти такое допустимое управление $U(t)$, на котором показатель качества (1.4) при заданных значениях $F(t)$ и $X(t)$ достигает экстремального значения

$$J = \text{extremum}, \quad U(t) \in \Omega(U), \quad (1.5)$$

а объект управления переводится из начального состояния $Y(t_0)$ в конечное $Y(T)$, принадлежащее подобласти Q_1 области допустимых состояний $Q(Y)$, при всех $t \in [t_0, T]$.

Условие (1.5) в этом случае называют критерием оптимальности, а управление, удовлетворяющее условиям задачи, называют оптимальным.

Решение уравнения ОУ, соответствующее оптимальному управлению и удовлетворяющее цели управления, называют оптимальной траекторией движения ОУ. Систему управления, которая с позиций критерия (1.5) оказывается наилучшей среди всех других систем, называют *оптимальной*.

2. КРИТЕРИИ ОПТИМАЛЬНОСТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

При разработке оптимальных систем важным моментом является формулировка цели оптимизации, которая математически выражается как требование обеспечения минимума или максимума некоторого показателя качества, называемого критерием оптимальности, или целевой функцией.

Основными критериями качества автоматических систем являются: максимальная точность управления объектом; максимальное быстродействие перехода системы из одного состояния в другое при ограничении управляющего воздействия; минимальные затраты энергии на управление объектом при заданных внешних условиях; минимальная стоимость системы управления при заданном качестве управления объектом и т. д. При этом необходимо иметь в виду, что оптимизация одного из указанных качеств системы управления обычно может приводить к ограничению ее других характеристик. Учет указанных ограничений при оптимизации системы очень важен, поскольку любая система автоматического управления характеризуется ограниченной мощностью, точностью, надежностью, инерционностью и т. д. Каждый из этих критериев является некоторой функцией нескольких переменных, характеризующих систему управления в целом.

При разработке локальных систем управления обычно рассматривают задачу оптимизации по критериям, характеризующим качество функционирования системы (точность и быстродействие), а остальные частные критерии не учитывают. Тогда задача оптимизации сводится к выбору структуры регулятора и параметров его

настройки, при которых свойства системы оптимальны, то есть сводится к выбору лучшего варианта из числа возможных.

Каждый из таких вариантов системы характеризуется отклонением $\varepsilon(t)$ системы $y(t)$, вызванным изменением внешних воздействий, от установившегося значения $y_{уст}(t)$, то есть

$$\varepsilon(t) = y(t) - y_{уст}(t). \quad (2.1)$$

Тогда качество вариантов системы определяют некоторым показателем – численной характеристикой, показывающей, насколько $\varepsilon(t)$ отличается от нуля. Наилучший вариант соответствует экстремальному значению показателя качества, в данном случае минимуму.

Такие показатели качества можно рассматривать как функциональные выражения, в которых роль независимых переменных играют функции, кривые, векторы, характеризующие варианты системы.

В зависимости от конкретных условий функционирования систем управления обычно рассматривают две задачи оптимизации режимов: динамическую и статическую.

Рассмотрим некоторые типы критериев оптимальности в зависимости от принадлежности к переходному или установившемуся режиму работы системы управления.

В качестве критерия оптимальности может быть принято время переходного процесса:

$$J = \int_{t_0}^T 1 dt = T - t_0. \quad (2.2)$$

Полученная система управления является оптимальной по быстродействию, если обеспечивается минимум интеграла (1.5) с учетом ограничений координат.

В качестве критерия оптимальности могут быть использованы интегральные оценки качества переходных процессов.

Например, при использовании квадратичной оценки система будет оптимальной, если обеспечивается минимум интеграла

$$J = \int_{t_0}^T \varepsilon^2(t) dt. \quad (2.3)$$

Полученная система управления является оптимальной по точности в динамических режимах при обработке единичного задающего воздействия $X_{зд}(t)$.

Часто, помимо критерия оптимизации, необходимо учитывать и ограничения, налагаемые на переменные системы. Они могут быть заданы в виде

$$|\varepsilon(t)| \leq \varepsilon_0; \quad (2.4)$$

$$\left| \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right| \leq \varepsilon_0^{\bullet}; \quad (2.5)$$

или
$$\int_0^{\infty} \left(\frac{d^2\varepsilon(t)}{dt^2} \right) dt \leq a. \quad (2.6)$$

Ограничения (1.1), (2.4) и (2.5) требуют, чтобы отклонения $U(t)$ или $\varepsilon(t)$ производных $\varepsilon^{\bullet}(t)$ по абсолютной величине не превосходили заданные значения. Учет ограничения (2.6) позволяет не допустить быстрых изменений отклонения $\varepsilon(t)$.

Кроме рассмотренного интегрального критерия, для оптимизации используют и более общие показатели, например:

$$J = \int_0^{\infty} \left(\varepsilon^2(t) + \tau^2 \frac{d^2\varepsilon(t)}{dt^2} \right) dt, \quad (2.7)$$

где $\tau = \text{const}$.

Этот показатель оптимальности эквивалентен в определенном смысле квадратичному показателю оптимальности (2.3) при учете ограничений вида (2.6). Выбор параметров системы так, чтобы минимизировать критерий (2.7), позволяет получить не только оптимальные по быстродействию, но и плавные переходные процессы без значительных колебаний при обработке единичных задающих воздействий.

Особый интерес представляет выбор критерия оптимальности в виде оптимальной передаточной функции системы по задающему воздействию $W_{зд}(p)$ в следующем виде:

$$W_{\text{зд}}(p) = \frac{e^{-\tau p}}{(T_{\text{зд}}p + 1)^{n-m}}, \quad (2.8)$$

где τ – запаздывание управляющего воздействия;

$T_{\text{зд}}$ – заданное значение постоянной времени критерия оптимальности, численное значение которого определяет требуемые прямые показатели качества отработки скачка задания;

n, m – соответственно порядок знаменателя и числителя передаточной функции ОУ по управляющему воздействию.

Передаточная функция системы по задающему воздействию (2.8) входит в передаточную функцию оптимального регулятора:

$$W_{\text{р}}^{\text{opt}}(p) = \frac{W_{\text{зд}}(p)}{W_{\text{об}}(p)[1 - W_{\text{зд}}(p)]}, \quad (2.9)$$

где $W_{\text{об}}(p)$ – передаточная функция объекта регулирования по управляющему воздействию.

Передаточную функцию оптимального регулятора (2.9) можно представить в виде произведения инверсной передаточной функции объекта регулирования на заданную передаточную функцию разомкнутой системы:

$$W_{\text{р}}^{\text{opt}}(p) = [W_{\text{об}}(p)]^{-1} W_{\text{зд}}^{\text{pc}}(p), \quad (2.10)$$

где $W_{\text{зд}}^{\text{pc}}(p)$ – передаточная функция разомкнутой системы:

$$W_{\text{зд}}^{\text{pc}}(p) = \frac{W_{\text{зд}}(p)}{1 - W_{\text{зд}}(p)}. \quad (2.11)$$

Выбор функционалов, соответствующих критерию оптимальности, представляет собой трудную задачу, поскольку связан с учетом многих конкретных условий, как, например, требований, предъявляемых к системе управления, обоснования максимальной величины регулирующего воздействия, простоты последующего определения структуры и динамической настройки оптимальной системы и т. п.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ

3.1. Идентификация объектов регулирования с использованием переходных характеристик

При изучении объекта исследования, прежде всего, выбирают входную и выходную переменную. Если определяют динамические характеристики объекта управления, то в качестве входной величины принимают положение регулирующего органа, а в качестве выходной – сигнал измерительного преобразователя, поступающий на вход регулятора. При исследовании замкнутой системы регулирования входное воздействие наносят перемещением задатчика, фиксируя при этом изменение выходной величины – сигнал измерительного преобразователя.

Обработка результатов эксперимента включает в себя целый ряд операций, которые завершаются аппроксимацией переходной характеристики с помощью типовых элементарных звеньев.

Предварительный выбор передаточной функции можно сделать по начальному участку переходной функции (рис. 3.1).

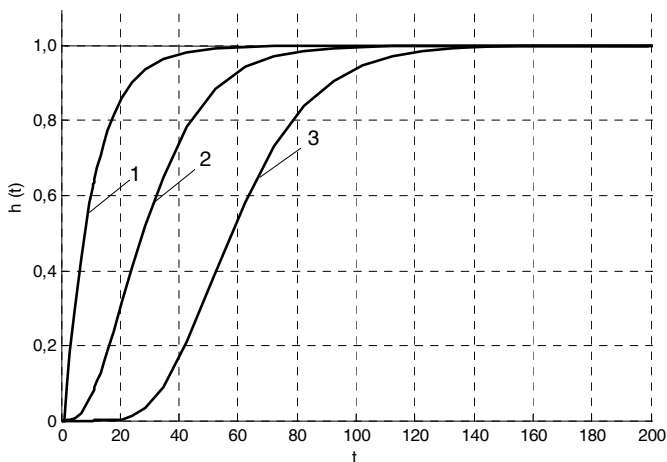


Рис. 3.1. Переходные функции объектов регулирования с самовыравниванием:
1 – без запаздывания; 2 – с емкостным запаздыванием;
3 – с емкостным и чистым запаздыванием

Передаточной функцией 1 (табл. 3.1) аппроксимируют переходные функции, наклон графиков которых в начальный момент времени максимален, то есть переходные функции объектов без запаздывания (*кривая 1* на рис. 3.1). Применение такой передаточной функции требует определения наименьшего числа параметров – двух для объектов с самовывравниванием.

Однако переходные функции большинства промышленных объектов имеют, как правило, *вид кривых 2 и 3* (см. рис. 3.1). Для аппроксимации таких переходных функций используют передаточные функции 2 и 3 (см. табл. 3.1).

Таблица 3.1

Определение динамических параметров объектов с самовывравниванием по экспериментальной переходной функции

№ п/п	Тип звена	Аппроксимирующая передаточная функция и решение дифференциального уравнения	Динамические параметры	Определение динамических параметров
1	2	3	4	5
1	Инерционное звено первого порядка	$W(p) = \frac{k_{об}}{T_a p + 1};$ $h(t) = k_{об} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_a}} \right)$	$k_{об},$ T_a	
2	Инерционное звено второго порядка $T_{оп} > \sigma_{оп}$	$W(p) = \frac{k_{об}}{(T_{оп} p + 1)(\sigma_{оп} + 1)};$ $h(t) = k_{об} \left(1 - \frac{T_{оп}}{T_{оп} - \sigma_{оп}} e^{-\frac{t}{T_{оп}}} + \frac{\sigma_{оп}}{T_{оп} - \sigma_{оп}} e^{-\frac{t}{\sigma_{оп}}} \right)$	$k_{об},$ $T_{оп},$ $\sigma_{оп}$	

1	2	3	4	5
3	Инерционное звено второго порядка с условным запаздыванием	$W(p) = \frac{k_{об} e^{-\tau_y p}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)},$ <p>где $T_1 \gg T_2$;</p> $h(t) = k_{об} \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t - \tau_y}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t - \tau_y}{T_2}} \right)$	$k_{об},$ $T_1,$ $T_2,$ τ_y	<p> $T_2 = 0,104T_a;$ $\tau_y = \tau - T_2;$ $T_1 = T_k - T_2$ </p>

Для объектов с малым емкостным запаздыванием наиболее распространена передаточная функция 2, которой аппроксимируют переходные функции объектов, для которых свойственно только емкостное запаздывание (кривая 2 на рис. 3.1).

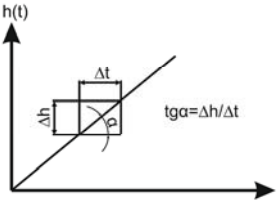
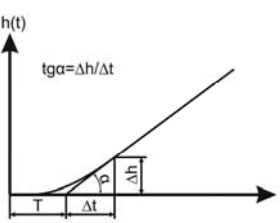
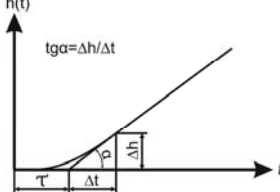
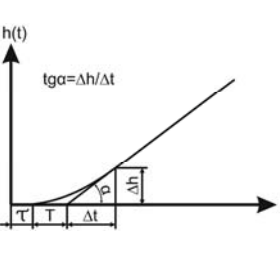
Передаточную функцию 3 (см. табл. 3.1) обычно используют для аппроксимации переходных функций объектов с большим запаздыванием, для которых свойственно только емкостное и чистое запаздывание (кривая 3 на рис. 3.1).

Динамические параметры объекта по его экспериментально снятой переходной характеристике определяют графическими или графоаналитическими методами. При определении динамических параметров объекта вначале проводят касательную к переходной характеристике объекта таким образом, чтобы как можно больше точек прямой и переходной характеристики объекта совпали, затем определяют динамические параметры передаточной функции.

В табл. 3.2 приведены наиболее распространенные методы определения динамических параметров объекта без самовывравнивания и показаны графические построения, выполняемые при их использовании.

Таблица 3.2

Определение динамических параметров объекта без самовывравнивания по экспериментальной переходной функции

№ п/п	Тип звена	Аппроксимирующая передаточная функция и решение дифференциального уравнения	Динамические параметры	Определение динамических параметров
1	Идеальное интегрирующее звено	$W(p) = \frac{\varepsilon}{p} = \frac{1}{T_{\text{и}} p};$ $h(t) = \varepsilon t;$ $\varepsilon = \frac{1}{T_{\text{и}}}$	$T_{\text{и}} = \frac{1}{\varepsilon}$	
2.1	Реальное интегрирующее звено	$W(p) = \frac{1}{T_{\text{и}} p (Tp + 1)};$ $h(t) = \frac{1}{T_{\text{и}}} \times \left(t - T \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \right)$	$T_{\text{и}} = \frac{1}{\varepsilon}$ T	
2.2	Идеальное интегрирующее звено с запаздыванием	$W(p) = \frac{e^{-\tau p}}{T_{\text{и}} p};$ $h(t) = \frac{t - \tau}{T_{\text{и}}}$	$T_{\text{и}} = \frac{1}{\varepsilon}$ T	
3	Реальное интегрирующее звено с запаздыванием	$W(p) = \frac{1}{T_{\text{и}} p (Tp + 1)} \times e^{-\tau p};$ $h(t) = \frac{1}{T_{\text{и}}} \times \left(t - T \left(1 - \frac{t - \tau}{T} \right) \right)$	$T_{\text{и}} = \frac{1}{\varepsilon}$ T τ	

Предварительный выбор передаточной функции можно сделать по начальному участку переходной функции (рис. 3.2).

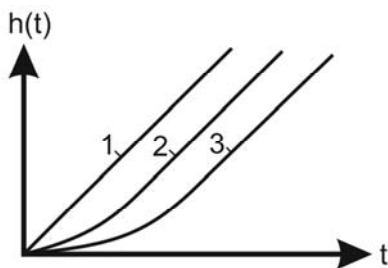


Рис. 3.2. Переходные функции объектов регулирования без самовыравнивания:
1 — без запаздывания; 2 — с емкостным запаздыванием;
3 — с емкостным и чистым запаздыванием.

Передаточной *функцией 1* (табл. 3.2) аппроксимируют переходные функции, наклон графиков которых в начальный момент времени максимален, то есть переходные функции объектов без запаздывания (*кривая 1* на рис. 3.2). Применение такой передаточной функции требует определения наименьшего числа параметров — одного для объектов без самовыравнивания.

Однако переходные функции большинства промышленных объектов без самовыравнивания имеют, как правило, вид *кривых 2 и 3* (см. рис. 3.2). Для аппроксимации таких переходных функций используют передаточные *функции 2 и 3* (см. табл. 3.2).

Наиболее распространена передаточная *функция 2*, которой аппроксимируют как переходные функции объектов, для которых свойственно только емкостное запаздывание (*кривая 2* на рис. 3.2), так и переходные функции объектов, обладающих емкостным и чистым запаздыванием (*кривая 3* на рис. 3.2).

Передаточную *функцию 3* (см. табл. 3.2) обычно используют для аппроксимации переходных функций объектов, для которых свойственно только емкостное запаздывание (*кривая 2* на рис. 3.2).

Динамические параметры объекта по его экспериментально снятой переходной характеристике определяют графическими или графоаналитическими методами. При определении динамических параметров объекта вначале проводят касательную к переходной ха-

рактике характеристике объекта таким образом, чтобы как можно больше точек прямой и переходной характеристики объекта совпали, затем определяют динамические параметры передаточной функции.

3.2. Идентификация объектов регулирования с использованием импульсных характеристик

При снятии импульсных характеристик для успешного проведения исследований существенное значение имеет правильный выбор длительности импульса. Чем меньше время импульса, тем ближе экспериментальная временная характеристика к истинной импульсной. Однако при малых значениях длительности импульса обработка результатов становится затруднительной из-за малых отклонений выходной переменной от своих первоначальных значений. Поэтому на практике идут на определенное искажение импульсной характеристики, увеличивая длительность импульса. При снятии импульсных характеристик длительность импульса чаще всего определяют опытным путем в процессе проведения эксперимента.

В основе этого метода лежит определение площадей, ограниченных кривыми изменения входной и выходной величины. Вначале определяют время запаздывания τ . Для этого проводят среднюю линию возмущения, которая при симметричном импульсном воздействии совпадает с его геометрической осью (рис. 3.3), затем – еще одну вертикаль, отсекающую на импульсной характеристике равные площади S_1 и S_2 (с горизонтальной штриховкой).

Время запаздывания определяют по формуле

$$\tau = \tau' - t_{\text{ср}}. \quad (3.1)$$

Остальные параметры для объекта с самовыравниванием находят по формулам

$$K_{\text{об}} = \frac{S_{\text{ВЫХ}}}{S_{\text{ВХ}}};$$
$$T = \frac{S_{\text{ВЫХ}}}{\Delta x_{\text{ВЫХ. макс}}}, \quad (3.2)$$

где $S_{\text{вх}}$ – площадь, ограниченная кривой входного воздействия;
 $S_{\text{вых}}$ – площадь, ограниченная кривой изменения регулируемой величины (на рис. 3.3 заштрихованы наклонно).

Для объекта без самовыравнивания – по формуле

$$\varepsilon_{\text{об}} = \frac{\Delta x_{\text{вых. макс}}}{S_{\text{вх}}} \quad (3.3)$$

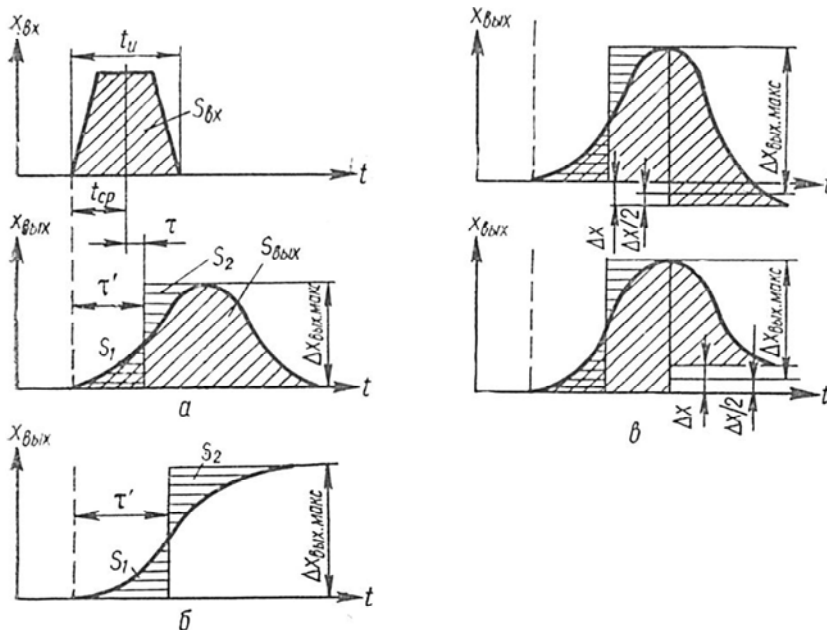


Рис. 3.3. Обработка импульсных функций:
 а – объекта с самовыравниванием; б – объекта без самовыравнивания;
 в – объекта с самовыравниванием при расхождении между начальным и конечным значением регулируемой величины

На рис. 3.3, в показана особенность определения $\Delta x_{\text{вых. макс}}$ и $S_{\text{вых}}$ для случая, когда на объекте с самовыравниванием получена импульсная функция с расхождением (не более 20 % значения $\Delta x_{\text{вых. макс}}$) между начальным и конечным значением регулируемой величины. Увеличение значения $t_{\text{и}}$ при прочих равных условиях приводит к увеличению погрешности определения динамических параметров объекта. Однако при условии $t_{\text{и}} < \tau$ погрешность не превышает 10 %.

3.3. Идентификация объектов регулирования с использованием частотных характеристик

При выборе диапазона частот входного воздействия, прежде всего, учитывают назначение частотных характеристик. Для расчета параметров динамической настройки регулятора наибольшее значение в соответствии с критерием устойчивости Найквиста имеют частоты при фазовых сдвигах, находящихся вблизи 180° . Поэтому при наладке систем автоматического регулирования эксперимент проводят либо на одной частоте ω_π при фазовом сдвиге 180° , либо на нескольких различных частотах при фазовых сдвигах $90\text{--}230^\circ$. Точка годографа с частотой ω_π (рис. 3.4) так же, как и точки годографа с частотой среза $\omega_{ср}$ и нулевой частотой ω_0 (для объектов с самовыравниванием), являются характерными точками годографа промышленного объекта регулирования.

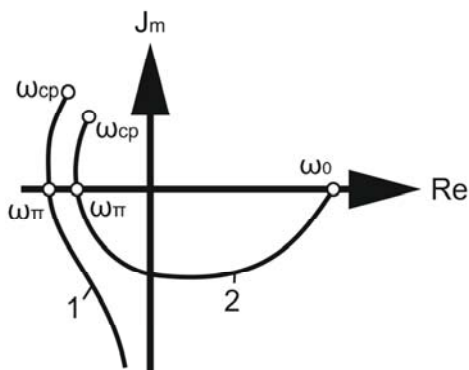


Рис. 3.4. Графики комплексно-частотных характеристик объектов регулирования:
1 – без самовыравнивания; 2 – с самовыравниванием

Точку с частотой ω_0 определяют путем снятия графика переходной функции объекта, получаемой при скачкообразном входном воздействии, которое в этом случае рассматривается как периодическое воздействие с бесконечным периодом колебаний и, следовательно, нулевой частотой. Точку с частотой ω_π получают путем создания таких входных колебаний, которые находились бы в про-

тивофазе с выходными колебаниями, то есть фазовый сдвиг φ был бы равен π рад или 180° .

Для этого после достижения установившегося режима работы регулируемого объекта (момент времени t_0 на рис. 3.5) регулирующий орган как можно быстрее перемещают на заранее выбранную величину $x_{вх} = a$ в любую сторону.

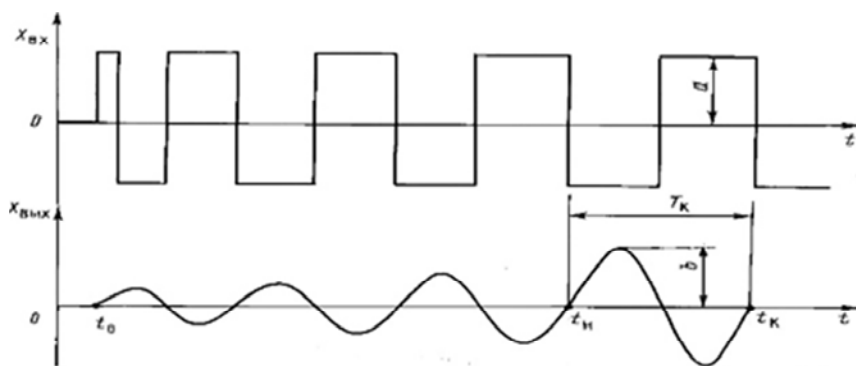


Рис. 3.5. Колебания входной и выходной величины при определении точки годографа с частотой ω_π

После того как отклонение регулируемой величины под действием этого воздействия станет заметным, регулирующий орган быстро перемещают в противоположную сторону на величину $2a$. Дальнейшие перемещения регулирующего органа на величину $2a$ производят в те моменты времени, когда выходная переменная, изменяясь, достигает своего начального установившегося значения. Эксперимент продолжают до получения 6–7 периодов установившихся колебаний выходной величины, то есть колебаний с постоянными амплитудой и периодом колебаний. Первые 3–4 периода обычно затрачивают на то, чтобы «раскачать» объект исследований до установившегося процесса периодических колебаний. При обработке результатов эксперимента эти периоды не учитываются.

Обработку результатов эксперимента начинают с определения ω_π и модуля амплитудно-фазовой характеристики $M(\omega)$ для тех частот входных и выходных колебаний, на которых проводился эксперимент:

$$\omega_{\pi} = \frac{2\pi}{T_k}; \quad (3.4)$$

$$M(\omega) = \frac{2b}{1,27 \cdot 2a} = 0,79 \frac{b}{a}; \quad (3.5)$$

$$\frac{1}{T_1} = \varepsilon_{об} = M(\omega_{\pi})\omega_{\pi}; \quad (3.6)$$

$$\tau_1 = \frac{\pi}{2\omega_{\pi}}; \quad (3.7)$$

$$T = \frac{1}{\omega_{\pi}} \sqrt{\left[\frac{k_{об}}{M(\omega_{\pi})} \right]^2 - 1}; \quad (3.8)$$

$$\tau = \frac{1}{\omega_{\pi}} [\pi - \text{arctg}(\omega_{\pi}T)]. \quad (3.9)$$

В результате искомая передаточная функция объекта регулирования без самовывравнивания с учетом формул (3.6) и (3.7) примет вид

$$W(p) = \frac{1}{T_1 p} e^{-\tau_1 p}. \quad (3.10)$$

Для объектов с самовывравниванием соответственно с учетом формул (3.8) и (3.9):

$$W(p) = \frac{k_{об}}{Tp + 1} e^{-\tau p}. \quad (3.11)$$

4. УНИВЕРСАЛЬНАЯ МЕТОДИКА ОПИСАНИЯ ДИНАМИКИ ОБЪЕКТА РЕГУЛИРОВАНИЯ ПЕРЕДАТОЧНЫМИ ФУНКЦИЯМИ РАЗЛИЧНОЙ СТРУКТУРЫ

При проведении сравнительного анализа различных методов расчета параметров динамической настройки типовых регуляторов зачастую необходимо передаточную функцию объекта регулирования исходной структуры преобразовать в другую структуру, которая используется каким-либо автором для оптимизации динамики типовых регуляторов.

Если исходной является экспериментально снятая реакция объекта на единичный скачок и требуется аппроксимировать динамику объекта регулирования передаточной функцией инерционного звена n -го порядка с одинаковыми постоянными времени T_0 , то вначале отыскивают точку перегиба переходной характеристики $h(t)$, время ее появления $t_n = OD$ на графике переходного процесса (рис. 4.1).

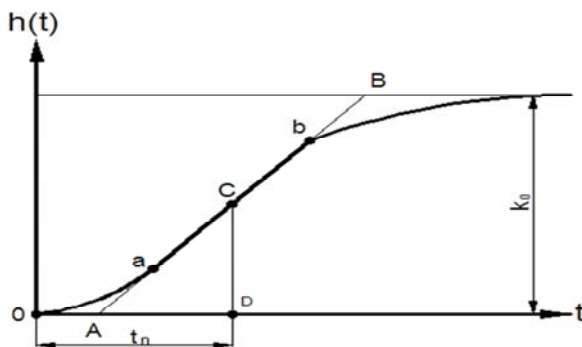


Рис. 4.1. График переходной характеристики объекта по каналу регулирующего воздействия:

AB – касательная к экспериментальной кривой; ab – участок, общий для прямой AB и переходной характеристики $h(t)$; C – условная точка перегиба переходной характеристики, равная половине отрезка ab ; k_0 – коэффициент передачи объекта

Затем определяют интегральную постоянную времени объекта $T_{\text{уч}}$:

$$T_{\text{уч}} = \frac{\int_0^{\infty} [k_0 - h(t)] dt}{k_0} = \frac{S_1}{k_0} = nT_0, \quad (4.1)$$

где n – порядок математической модели объекта;

T_0 – постоянная времени.

Численное значение $T_{\text{уч}}$ представляет частное от деления площади S_1 , заключенной между графиком переходной характеристики $h(t)$ и ее установившимся значением, на коэффициент передачи объекта k_0 .

Для модели с n одинаковыми постоянными времени T_0 численное значение времени появления точки перегиба C графика переходной характеристики зависит только от численного значения порядка модели:

$$\frac{t_n}{T_0} = n - 1. \quad (4.2)$$

Откуда находят численное значение постоянной времени T_0 объекта с учетом (4.1) и (4.2):

$$T_0 = T_{\text{уч}} - t_n = \frac{S_1}{k_0} - t_n. \quad (4.3)$$

Затем из (4.2) с учетом (4.3) определяют порядок модели объекта регулирования n :

$$n = \frac{k_0 S_1}{S_1 - k_0 t_n} = \frac{t_n}{T_0} + 1. \quad (4.4)$$

Иногда вместо экспериментальных динамических характеристик объектов регулирования на стадии проектирования объекта используют расчетные методы. Например, если исходными являются характерные параметры пароперегревателя K , T , t_0^1 , то вначале определяют постоянные коэффициенты передаточной функции объекта в виде инерционного звена второго порядка

¹ Кулаков, Г.Т. Экспресс-методы определения коэффициентов передаточных функций пароперегревательных участков котлов при различных нагрузках / Г.Т. Кулаков, В.В. Макошко, М.Л. Корзун, А.А. Салей // Энергетика – Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. – 2012. – № 4. – С. 62–70.

$$W_{об}(p) = \frac{k_o}{1 + a_1 p + a_2 p^2}, \quad (4.5)$$

где $T_{уч} = a_1 = t_o + TK = nT_0$; (4.6)

$$a_2 = \frac{a_1^2}{2} - KT^2 = \frac{n(n-1)T_0^2}{2}. \quad (4.7)$$

Откуда находят порядок математической модели объекта

$$n = \frac{1}{1 - 2 \frac{a_2}{a_1^2}}. \quad (4.8)$$

Определив порядок модели передаточной функции объекта регулирования из равенства (4.6), находим постоянную времени T_0 передаточной функции объекта:

$$T_0 = \frac{a_1}{n} = \frac{t_o + TK}{n}. \quad (4.9)$$

Если аппроксимация динамики объекта регулирования задана передаточной функцией инерционного звена первого порядка с запаздыванием

$$W(p) = \frac{k_{об} e^{-\tau p}}{T_a p + 1}, \quad (4.10)$$

где $k_{об}$ – коэффициент передачи, то численные значения запаздывания τ и времени разгона T_a модели объекта с передаточной функцией (4.10) определяют по следующим формулам:

$$\tau = \alpha T_0; \quad (4.11)$$

$$T_a = \beta T_0; \quad (4.12)$$

$$\alpha = (n-1) - \frac{(n-2)!}{(n-1)^{n-2}} \left(e^{n-1} - \sum_{\nu} \frac{(n-1)^{\nu}}{\nu!} \right); \quad (4.13)$$

$$\beta = (n-1) - \frac{(n-2)!e^{n-1}}{(n-1)^{n-2}}. \quad (4.14)$$

При моделировании переходных процессов систем автоматического регулирования (САР) широко используют модель объекта в виде инерционного звена второго порядка с запаздыванием:

$$W_{об}(p) = \frac{k_0 e^{-\tau_y p}}{(T_1 p + 1)(\sigma p + 1)}, \quad (4.15)$$

где k_0 – коэффициент передачи объекта;

e – математическая константа (число Эйлера);

τ_y – время условного запаздывания по каналу регулирующего воздействия;

p – оператор Лапласа;

T_1, σ – соответственно большая и меньшая постоянная времени передаточной функции объекта.

В этом случае величину условного запаздывания определяют по формуле

$$\tau_y = \tau - 0,104T_a = \tau - \sigma, \quad (4.16)$$

где τ – полное запаздывание.

Если требуется заменить передаточную функцию объекта (4.15) на инерционное звено n -го порядка с постоянной времени T_0 , то относительное значение условного запаздывания примет вид

$$\frac{\tau_y}{T_0} = \frac{\tau}{T_0} - \frac{0,104T_a}{T_0}. \quad (4.17)$$

Откуда с учетом (4.11) и (4.12) получим

$$\frac{\tau_y}{T_0} = \alpha - 0,104\beta. \quad (4.18)$$

Поскольку малую постоянную времени σ передаточной функции (4.15) объекта находят по формуле (4.19):

$$\sigma = 0,104T_a, \quad (4.19)$$

то ее относительное значение с учетом (4.12) примет вид

$$\frac{\sigma}{T_0} = 0,104 \frac{T_a}{T_0} = 0,104\beta. \quad (4.20)$$

Обозначив сумму постоянных времени знаменателя передаточной функции (4.15) через $T_k = T_1 + \sigma$, а отношение T_k/T_0 – через γ , получим

$$\gamma = \frac{T_k}{T_0} = \frac{T_1 + \sigma}{T_0} = \frac{(n-2)!}{(n-1)^{n-2}} \sum_v \frac{(n-1)^v}{v!}. \quad (4.21)$$

Так как большая постоянная времени передаточной функции объекта (4.15)

$$T_1 = T_k - \sigma, \quad (4.22)$$

то ее относительное значение с учетом (4.20) и (4.21) примет следующий вид:

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{T_k}{T_0} - \frac{\sigma}{T_0} = \gamma - 0,104\beta. \quad (4.23)$$

На основе полученных соотношений получена универсальная номограмма, позволяющая экспресс-методом определять численные значения параметров передаточных функций объектов регулирования в требуемом виде как на стадии проектирования, так и на основе экспериментальных переходных характеристик (рис. 4.2).

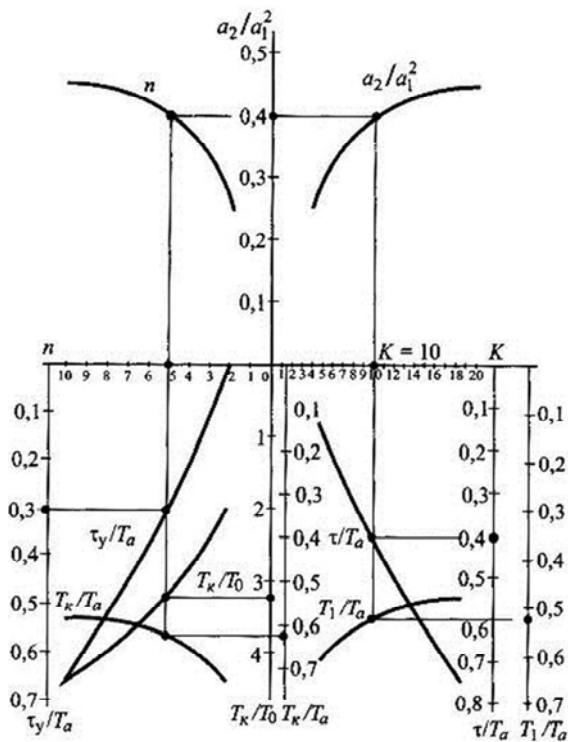


Рис. 4.2. Универсальная номограмма для определения численных значений относительных параметров передаточных функций объекта регулирования

Пример использования номограммы. Если для пятой степени пароперегревателя котла ПП-1600/250 для 70 % нагрузки численные значения характерных параметров равны: $K = 10$; $T = 12,7$ с; $t_0 = 3,08$ с, а требуется получить численные значения характерных параметров пароперегревателя в виде передаточных функций:

$$W_{об}(p) = \frac{k_0}{(T_0 p + 1)^n}; \quad (4.24)$$

или

$$W_{об}(p) = \frac{k_0 e^{-\tau_y p}}{T_a p + 1}, \quad (4.25)$$

то в начале по номограмме находят отношение $a_2 / a_1^2 = 0,4$, затем определяют порядок модели объекта ($n = 5$). После этого по формулам (4.6) и (4.7) рассчитывают постоянные коэффициенты a_1 и a_2 передаточной функции (4.5) объекта регулирования:

$$a_1 = T_0 + TK = 130,08 \text{ с}; \quad (4.26)$$

$$a_2 = \frac{a_1^2}{2} - TK^2 = 64,4 \cdot 10^2 \text{ с}^2. \quad (4.27)$$

Затем определяют численное значение постоянной времени T_0 передаточной функции (4.24) из равенства (4.5):

$$T_0 = \frac{a_1}{n} = 26,02 \text{ с}. \quad (4.28)$$

Полученным значениям $n = 5$ и $K = 10$ соответствуют следующие относительные величины:

$$\frac{T_k}{T_0} = 3,219; \quad (4.29)$$

$$\frac{T_k}{T_a} = 0,629; \quad (4.30)$$

$$\frac{T_y}{T_0} = 0,306; \quad (4.31)$$

$$\frac{\tau}{T_a} = 0,41; \quad (4.32)$$

$$\frac{T_1}{T_0} = 0,525. \quad (4.33)$$

С учетом найденного значения T_0 (4.28) определяют постоянную времени T_k из равенства (4.29):

$$T_k = 3,219T_0 = 83,8 \text{ с.} \quad (4.34)$$

Далее из равенств (4.30) и (4.19) вначале находят время разгона T_a передаточной функции (4.25):

$$T_a = \frac{T_k}{0,629} = 133,2 \text{ с.} \quad (4.35)$$

Потом определяют малую постоянную времени σ передаточной функции (4.15):

$$\sigma = 0,104T_a = 13,8 \text{ с} \quad (4.36)$$

и с учетом (4.33) – большую постоянную времени T_1 передаточной функции (4.16):

$$T_1 = 0,525T_a = 69,9 \text{ с,} \quad (4.37)$$

а также с учетом (4.31) – условное запаздывание τ_y :

$$\tau_y = 0,306T_a = 12,5 \text{ с.} \quad (4.38)$$

В результате искомая передаточная функция объекта (4.15) примет следующий вид:

$$W_{об5}(p) = \frac{k_0 e^{-12,5 p}}{(69,9 p + 1)(13,8 p + 1)}. \quad (4.39)$$

Для оценки точности аппроксимации коэффициентов передаточной функции (4.25) на основе номограммы с учетом (4.32) определим запаздывание τ :

$$\tau = 0,41T_a = 54,6 \text{ с.} \quad (4.40)$$

Так как численное значение запаздывания τ для данного пароперегревателя, определенное традиционным методом МО ЦКТИ,

составило 55 с, а время разгона $T_a = 135$ с, то относительная погрешность определения τ по номограмме составит 0,7 %, а времени разгона T_a соответственно – 1,3 %. Для определения динамики пароперегревателя для любой нагрузки котла по значениям одной нагрузки с использованием данной номограммы относительные значения характерных параметров пароперегревателя определяют по следующим формулам:

$$\frac{K}{K_{и}} = \frac{(1+C) \frac{D_{н}}{D_i}}{C + \left(\frac{D_{н}}{D_i}\right)^{0,8}}; \quad (4.41)$$

$$\frac{T}{T_{и}} = \frac{C + \left(\frac{D_{н}}{D_i}\right)^{0,8}}{1+C}; \quad (4.42)$$

$$\frac{t_{o,i}}{t_{o,н}} = \frac{D_{н}V_{н}}{D_iV_i}. \quad (4.43)$$

где «н» – соответствует номинальной нагрузке котла;

«i» – расчетной нагрузке;

$V_{н}, V_i$ – соответственно удельные объемы пара при нагрузках $D_{н}, D_i$.

При этом вспомогательный коэффициент C рассчитывают по формуле

$$C = \frac{0,2d_{вн}\alpha_{2н}}{\lambda_{м}} \ln \frac{d_i}{d_{вн}},$$

где $\alpha_{2н}$ – коэффициент теплоотдачи от стенки к пару при номинальной нагрузке, ккал/(м²ч°С);

$\lambda_{м}$ – коэффициент теплопроводности металла, ккал/(м²ч°С);

$d_{вн}, d_i$ – соответственно внутренний и наружный диаметр трубки пароперегревателя, м.

5. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ТИПОВЫХ ЛИНЕЙНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ

5.1. Типовые линейные регуляторы

Основным элементом системы автоматического регулирования является управляющее устройство, которое называется регулятором и выполняет основные функции управления путем выработки управляющего (регулирующего) воздействия в зависимости от ошибки регулирования.

Законы регулирования бывают линейные и нелинейные. Проще всего решать линейные уравнения. С нелинейными работать намного сложнее, причем многие типы уравнений аналитически решить пока не удастся.

Рассмотрим основные линейные законы регулирования, которые реализованы в типовых линейных регуляторах.

Различают следующие типы регуляторов:

- пропорциональный (П-регулятор);
- интегральный (И-регулятор);
- пропорционально-интегральный (ПИ-регулятор);
- пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД-регулятор);
- пропорционально-дифференциальный (ПД-регулятор).

К регулирующим устройствам относят также дифференциатор, но в промышленных условиях он обычно используется совместно с ПИ-регулятором для реализации ПИД-закона регулирования.

П-регулятор. П-регулятор перемещает регулирующий орган пропорционально отклонению регулируемой величины от заданного значения e (ошибка регулирования):

$$x_p = k_p e, \quad (5.1)$$

где k_p – коэффициент передачи регулятора (П-составляющая закона регулирования; его размерность – отношение единиц измерения регулирующего воздействия к единице измерения регулируемой величины).

Регулятор, подчиняющийся этому закону, называют статическим с одним параметром динамической настройки (коэффициентом усиления), или пропорциональным П-регулятором.

Статическая характеристика П-регулятора представляет собой зависимость отклонения регулируемой величины e от положения регулирующего органа x_p в состоянии равновесия. Поэтому П-регулятор называют статическим. При этом статическая ошибка регулятора находится по формуле

$$\delta = \frac{e_{\max} - e_{\min}}{e_{\text{ср}}}, \quad (5.2)$$

где e_{\max} , e_{\min} – установившиеся значения отклонения регулируемой величины при максимальной и минимальной нагрузке объекта;

$e_{\text{ср}}$ – среднее значение ошибки регулирования.

Передаточную функцию, комплексно-частотную характеристику (КЧХ) и переходную характеристику П-регулятора определяют по формулам:

$$\begin{aligned} W_p(p) &= k_p; \\ W_p(j\omega) &= k_p; \\ x_p(t) &= k_p. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Пропорциональные регуляторы являются наиболее простыми и позволяют устойчиво регулировать промышленные объекты регулирования. Недостатком таких регуляторов является остаточная неравномерность регулирования.

И-регулятор. И-регулятор перемещает регулирующий орган пропорционально интегралу от ошибки регулирования:

$$x_p = \frac{1}{T_{\text{и}}} \int_0^{t_{\eta}} e dt, \quad (5.4)$$

где $T_{и}$ – время интегрирования;

t_n – полное время регулирования.

Этот регулятор называют астатическим с одним параметром динамической настройки $T_{и}$ или интегральным – И-регулятором.

Статическая характеристика И-регулятора представляет прямую, параллельную оси абсцисс. Это следует из уравнения (5.4). Так как $T_{и} = \frac{dx_p}{dt} = e$, то при $\frac{dx_p}{dt} = 0$ отклонение от требуемой регулируемой величины также равно нулю. Таким образом, в данном случае отсутствует остаточная неравномерность регулирования.

Передаточную функцию, КЧХ и переходную характеристику определяют по формулам:

$$W_p(p) = \frac{1}{T_{и}p};$$
$$W_p(j\omega) = \frac{1}{T_{и}\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}}; \quad (5.5)$$
$$x_p(t) = \frac{t}{T_{и}}.$$

И-регуляторы могут устойчиво работать только с объектами, обладающими значительным самовыравниванием.

ПИ-регулятор перемещает регулирующий орган пропорционально сумме отклонения и интеграла отклонения регулируемой величины от заданного значения:

$$x_p = k_p \left(e + \frac{1}{T_{и}} \int_0^{t_n} e dt \right), \quad (5.6)$$

где k_p – коэффициент передачи регулятора;

$T_{и}$ – время интегрирования.

В динамическом отношении ПИ-регулятор подобен системе из двух параллельно включенных регуляторов: П-регулятора с коэффициентом передачи k_p и И-регулятора с коэффициентом передачи $\frac{1}{T_i}$.

Передаточную функцию, КЧХ и переходную характеристику ПИ-регулятора (табл. 5.1) определяют по формулам:

$$W_p(p) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right);$$

$$W_p(j\omega) = k_p - j \frac{k_p}{T_i \omega}; \quad (5.7)$$

$$x_p(t) = k_p + \frac{k_p t}{T_i}$$

При беспредельном увеличении времени интегрирования ПИ-регулятор превращается в П-регулятор. Если k_p и T_i стремятся к нулю, но при этом их отношение остается постоянным, – получим И-регулятор с коэффициентом передачи $\frac{k_p}{T_i}$.

ПИ-регуляторы отличаются простотой конструкции и позволяют устойчиво и без остаточной неравномерности регулировать большое число промышленных объектов. Поэтому они широко распространены на практике.

ПИД-регуляторы перемещают регулирующий орган пропорционально отклонению, интегралу и скорости изменения отклонения регулируемой величины:

$$x_p = k_p \left(e + \frac{1}{T_i} \int_0^{t_n} e dt + T_{\text{унр}} \frac{de}{dt} \right), \quad (5.8)$$

где k_p – коэффициент передачи регулятора;

T_i – время интегрирования;

$T_{\text{упр}}$ – время упреждения (опережения, предварения, дифференцирования), характеризующее степень ввода производной в закон регулирования.

В динамическом отношении ПИД-регулятор подобен системе из трех параллельно включенных звеньев: пропорционального, интегрирующего и идеально дифференцирующего. При $T_{\text{упр}} = 0$ ПИД-регулятор превращается в ПИ-регулятор; если, кроме того, $T_{\text{и}}$ стремится к бесконечности, то получается П-регулятор. Передаточную функцию, КЧХ и переходную характеристику ПИД-регулятора (табл. 5.1) определяют по формулам:

$$W_p(p) = k_p + \frac{k_p}{T_{\text{и}}p} + k_p T_{\text{упр}} p;$$

$$W_p(j\omega) = k_p - j \left(\frac{k_p}{T_{\text{и}}\omega} - k_p T_{\text{упр}} \omega \right); \quad (5.9)$$

$$x_p(t) = \infty \text{ при } t = 0; \quad x_p(t) = k_p + \frac{k_p t}{T_{\text{и}}} \text{ при } t \rightarrow 0.$$

ПИД-регуляторы конструктивно сложнее ПИ-регуляторов, однако они в ряде случаев позволяют улучшить качество регулирования технологических параметров. Они, как и ПИ-регуляторы, относятся к астатическим регуляторам и в настоящее время широко распространены.

ПД-регулятор. ПД-закон регулирования обычно применяют для коррекции динамических свойств автоматических систем регулирования. Идеальный пропорционально-дифференциальный регулятор имеет передаточную функцию

$$W_p(p) = k_p \pm k_d p, \quad (5.10)$$

где k_p – коэффициент усиления регулятора;

k_d – весовой коэффициент, характеризующий степень ввода производной в закон регулирования, причем последний может быть положительным или отрицательным.

Реальный (инерционный) пропорционально-дифференциальный регулятор имеет передаточную функцию вида

$$W_p(p) = \frac{k_p \pm k_d p}{T_{пд} p + 1}, \quad (5.11)$$

где $W_p(p) \ll \frac{k_d}{k_p}$.

Сказанное справедливо и для реального ПД-регулятора с той разницей, что влияние инерционного звена $\frac{1}{T_{пд} p + 1}$ на быстродействие системы и области ее устойчивости уменьшается до нуля с ростом постоянной времени $T_{пд}$, когда $T_{пд} \rightarrow \frac{k_d}{k_p}$. Поэтому в случае реального ПД-регулятора невозможно получить полную компенсацию инерционности аperiodического звена, так как в этом случае передаточная функция разомкнутой цепи имеет знаменатель второго порядка

$$W_p(p) = \frac{\left(1 + \frac{k_d}{k_p} p\right) k_p k_d}{(T_1 p + 1)(T_{пд} p + 1)}. \quad (5.12)$$

Тогда даже при $\frac{k_d}{k_p} = T_1$ сохраняется постоянная времени $T_{пд}$ реального ПД-регулятора.

Под параметрической оптимизацией типовых регуляторов понимают такое определение параметров их динамических настроек, которое обеспечивает выполнение принятых критериев оптимальности для данных возмущений.

Таблица 5.1

Динамические характеристики типовых регуляторов

Тип регулятора	Передаточная функция	Амплитудно-фазовая характеристика
П	$W(p) = \frac{k_p}{1 + T_1 p + T_2^2 p^2}$	$W(j\omega) = \frac{k_p}{\sqrt{T_1^2 \omega^2 + (1 - T_2^2 \omega^2)^2}} \times e^{-j \arctg \frac{T_1 \omega}{1 - T_2^2 \omega^2}}$
И	$W(p) = \frac{1}{T_n p} \times \frac{1}{(1 + T_1 p + T_2^2 p^2)}$	$W(j\omega) = \frac{1}{T_n \omega \sqrt{T_1^2 \omega^2 + (1 - T_2^2 \omega^2)^2}} \times e^{-j \left(\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{T_1 \omega}{1 - T_2^2 \omega^2} \right)}$
ПИ	$W(p) = \frac{k_p}{T_n p} \times \frac{1 + T_u p}{(1 + T_1 p + T_2^2 p^2)}$	$W(j\omega) = \frac{k_p}{T_n \omega} \times \frac{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}}{\sqrt{T_1^2 \omega^2 + (1 - T_2^2 \omega^2)^2}} \times e^{-j \left(\frac{\pi}{2} - \arctg T_u \omega + \arctg \frac{T_1 \omega}{1 - T_2^2 \omega^2} \right)}$
ПД	$W(p) = k_p \times \frac{1 + T_{np} p}{1 + T_1 p + T_2^2 p^2}$	$W(j\omega) = k_p \frac{\sqrt{T_{np}^2 \omega^2 + 1}}{\sqrt{T_1^2 \omega^2 + (1 - T_2^2 \omega^2)^2}} \times e^{j \left(\arctg T_{np} \omega - \arctg \frac{T_1 \omega}{1 - T_2^2 \omega^2} \right)}$

Тип регулятора	Передаточная функция	Амплитудно-фазовая характеристика
ПИД	$W(p) = \frac{k_p}{T_n p} \times \frac{1 + T_n p + T_n T_{np} p^2}{1 + T_1 p + T_2^2 p^2}$	$W(j\omega) = \frac{k_p}{T_n \omega} \times \sqrt{\frac{T_1^2 \omega^2 + (1 - T_n T_{np} \omega^2)^2}{T_1^2 \omega^2 + (1 - T_2^2 \omega^2)^2}} \times \left(\begin{array}{l} \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{T_n \omega}{1 - T_n T_{np} \omega^2} + \\ -j \\ + \arctg \frac{T_1 \omega}{1 - T_2^2 \omega^2} \end{array} \right) \times e$

Таблица 5.2

Графики переходных процессов типовых регуляторов

Тип регулятора	График переходной функции	График амплитудно-фазовой характеристики
П		
И		

Тип регулятора	График переходной функции	График амплитудно-фазовой характеристики
ПИ		
ПД		
ПИД		

Контрольные вопросы

1. Перечислите основные типовые линейные законы регулирования.
2. Запишите передаточные функции типовых линейных регуляторов.
3. Запишите переходную функцию и начертите график переходной функции одного из типовых линейных регуляторов: П, И, ПИ, ПИД, ПД.
4. Что понимается под параметрической оптимизацией типовых регуляторов?

5.2. Синтез оптимальных алгоритмов функционирования и параметрическая оптимизация одноконтурных систем автоматического регулирования для объектов с запаздыванием

Передаточную функцию объекта по каналу регулирующего воздействия представим в виде

$$W_{об}(p) = W_{об}^o(p)e^{-\tau p}, \quad (5.13)$$

где $W_{об}^o(p)$ – передаточная функция той части объекта, которая не содержит запаздывания, заданная в общем виде;

p – оператор Лапласа;

τ – время запаздывания.

Требуемую переходную характеристику одноконтурной системы по задающему воздействию представим в виде передаточной функции колебательного звена с запаздыванием:

$$W_{зд}(p) = (T_{зд}^2 p^2 + 2T_{зд}\xi_{зд}p + 1)^{-1} e^{-\tau_{зд}p}, \quad (5.14)$$

где $T_{зд}$ – заданное значение постоянной времени, определяющей совместное с запаздыванием полное время регулирования;

$\xi_{зд}$ – заданный коэффициент демпфирования, влияющий на затухание колебаний переходного процесса и определяющий величину максимального перерегулирования.

При $\xi_{зд} = 0,707$ система имеет максимальное быстродействие и минимальное перерегулирование. При $\xi_{зд} \geq 1$ переходный процесс в системе становится аperiodическим.

Выражение оптимальной передаточной функции регулятора с учетом (5.13) и (5.14) примет вид

$$\begin{aligned} W_p(p) &= W_{зд}(p) \{W_{об}(1 - W_{зд}(p))\}^{-1} = \\ &= \frac{W_{зд}(p)}{W_{об}(p)(1 - W_{зд}(p))}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Разность $1 - W_{зд}(p)$ в знаменателе передаточной функции (5.15) представим в виде реального дифференцирующего звена с инерционностью третьего порядка:

$$(1 - W_{зд}(p)) \cong \frac{kp}{(T_d p + 1)(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)}, \quad (5.16)$$

желаемые значения параметров которого выбирают с учетом (5.14) из условия равенства площадей под ломаной кривой, соответствующей левой части равенства (5.16), и плавной кривой, соответствующей правой части равенства (5.16):

$$\begin{aligned} k &= 2T_{зд} \xi_{зд} + \tau_{зд}; \\ T_d &= \frac{0,5\tau_{зд} - \frac{T_{зд}^2}{\tau_{зд}}}{\frac{2T_{зд} \xi_{зд}}{\tau_{зд}} + 1}; \\ T_2 &= T_{зд}; \\ T_1 &= 2T_{зд} \xi_{зд}. \end{aligned} \quad (5.17)$$

С учетом (5.16) оптимальную передаточную функцию регулятора (5.15) представим в виде

$$W_p(p) = \left(\frac{0,5\tau_{зд} - \frac{T_{зд}^2}{\tau_{зд}}}{\frac{2T_{зд} \xi_{зд}}{\tau_{зд}} + 1} \right) (W_o(p)(2T_{зд} \xi_{зд} + \tau_{зд})p)^{-1}. \quad (5.18)$$

Полученная таким образом передаточная функция регулятора $W_p(p)$ (5.18) позволяет определить структуру типового регулятора

и параметры его оптимальной динамической настройки по задающему (внешнему) воздействию.

В табл. 5.3 приведены передаточные функции типовых оптимальных регуляторов, а также соответствующие каждому алгоритму регулирования частные случаи передаточной функции объекта (5.13) и формулы для определения параметров оптимальной динамической настройки, удовлетворяющие условию (5.14) метода полной компенсации (МПК) большей постоянной времени объекта (п. 1–6). Здесь же даны оптимальные значения параметров динамической настройки типовых регуляторов для внутренних возмущений (п. 7–9), где приняты следующие обозначения в критериях оптимальности:

$\varepsilon(t)$ – ошибка регулирования;

t_p – время регулирования;

ψ – степень затухания переходного процесса;

M – показатель колебательности;

МЧК – метод частичной компенсации для объектов без запаздывания;

ММЧК – модифицированный метод частичной компенсации для объектов с запаздыванием;

МЧКО – метод частичной компенсации с ограничением максимальной величины регулирующего воздействия (табл. 5.3).

Если желаемая передаточная функция системы по задающему воздействию имеет вид инерционного звена с запаздыванием

$$W_{зд}(p) = \frac{e^{-\tau_{зд}p}}{T_{зд}p + 1}, \quad (5.19)$$

то передаточная функция оптимального регулятора примет вид

$$W_p(p) = \frac{\frac{0,5\tau_{зд}}{T_{зд}} p + 1}{\tau_{зд} p + 1} \cdot \frac{\tau_{зд}}{W_o(p)(T_{зд} + \tau_{зд})p}. \quad (5.20)$$

Подставив в (5.20) конкретные передаточные функции части объекта без запаздывания $W_o(p)$ (5.2), получим передаточные функции

оптимальных алгоритмов регулирования для различных моделей объектов. Структура и параметры динамической настройки аperiодических регуляторов в относительных величинах для различных моделей объекта приведены в табл. 5.3.

Таблица 5.3

Структура и параметры динамической настройки типовых регуляторов для различных объектов

Структура регулятора, метод настройки	Передаточные функции		Параметры критерия качества	Параметры динамической настройки регулятора	Вид возмущений
	Модели объекта	Модели регулятора			
1	2	3	4	5	6
$\frac{\text{ПИД}}{\text{МПК}}$	$\frac{k_{об}e^{-\tau p}}{1+\epsilon_1 p+\epsilon_2 p^2}$	$k_p(1+\frac{1}{T_i p}+T_d p)$	$T_{зд} = \frac{\tau}{\sqrt{2}};$ $\xi_{зд} = \frac{1}{\sqrt{2}};$ $\tau_{зд} = \tau$	$k_p = \frac{\epsilon_1}{2k_{об}e^{\tau}};$ $T_i = \epsilon_1;$ $T_d = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$	Внешнее
$\frac{\text{ПИ}}{\text{МПК}}$	$\frac{k_{об}e^{-\tau p}}{T_1 p+1}$	$k_p(1+\frac{1}{T_i p})$	–	$k_p = \frac{T_1}{2k_{об}\tau};$ $T_i = T_1$	–
$\frac{\text{И}}{\text{МПК}}$	$k_{об}e^{-\tau p}$	$\frac{k_p}{p}$	–	$k_p = \frac{1}{2k_{об}\tau}$	–
$\frac{\text{П}}{\text{МПК}}$	$\frac{k_{об}e^{-\tau p}}{p}$	k_p	–	$k_p = \frac{1}{2k_{об}\tau}$	–
$\frac{\text{ПД}}{\text{МПК}}$	$\frac{k_{об}e^{-\tau p}}{p(T_1 p+1)}$	$k_p(1+T_d p)$	–	$k_p = \frac{T_1}{2k_{об}\tau};$ $T_d = T_1$	–

Окончание табл. 5.3

1	2	3	4	5	6
$\frac{\text{ПИ}}{\text{МПК}}$	$\frac{k_{об}}{T_1 p + 1}$	$k_p \left(1 + \frac{1}{T_u p}\right)$	$W_{зд}(p) = \frac{1}{T_{зд} p + 1}$	$k_p = \frac{T_1}{2k_{об} T_{зд}};$ $T_u = T_1$	–
$\frac{\text{ПИ}}{\text{МЧК}}$	$\frac{k_{об}}{(T_1 p + 1)} \times \frac{1}{(\sigma p + 1)}$	$k_p \left(1 + \frac{1}{T_u p}\right)$	$\int_0^{t_H} \varepsilon^2(t) dt = \min;$ $\psi = 0,95$	$K = 0,739T \times (1 + T^{-1})^2 - 1;$ $K = k_p k_{об};$ $I = \frac{6,36K}{T(1 + T^{-1})^3};$ $T = \frac{T_1}{\sigma};$ $I = \frac{T_u}{\sigma}$	–
$\frac{\text{ПИ}}{\text{МЧКО}}$	$\frac{k_{об}}{(T_1 p + 1)} \times \frac{1}{(\sigma p + 1)}$	$k_p \left(1 + \frac{1}{T_u p}\right)$	$\int_0^{t_H} \varepsilon^2(t) dt = \min;$ $\psi = 0,95;$	$K = 0,5T \times (1 + T^{-1})^2 - 1;$ $K = k_p k_{об};$ $I = \frac{8K}{T(1 + T^{-1})^3};$ $T = \frac{T_1}{\sigma};$ $I = \frac{T_u}{\sigma}$	–"

Отметим некоторые особенности рассмотренных методов. Так как задача параметрической оптимизации САР по задающему воздействию решена в общем виде, то некоторые формулы для расчета настройки типовых регуляторов, приведенные в табл. 5.3, совпадают с формулами других методов оптимизации либо получены другими способами для конкретных передаточных функций объекта.

Сравним приведенные выше методы с данными, приведенными в работах В. Я. Ротача, где оптимизация типовых регуляторов осуществлена на основе минимизации дисперсии погрешности регулирования без ограничения запаса устойчивости системы. Видно, что для типовых ПИД-, ПИ- и И-алгоритмов регулирования (см. табл. 5.3) временные параметры динамической настройки регуляторов совпадают, а коэффициенты передачи регуляторов в общем случае в два раза меньше. Этот факт позволяет установить причину появления слабо затухающих колебаний переходных процессов в системе, интенсивность затухания которых оказывается, как правило, из-за увеличенного значения коэффициента передачи регулятора, явно недостаточной для эксплуатации САР в реальных условиях.

Таблица 5.4

Структура и параметры динамической настройки инерционных регуляторов для различных объектов

Передаточные функции		Относительные параметры динамической настройки регуляторов
регулятора	объекта	
1	2	3
$\frac{k_p(T_i p + 1)}{T_i p}$	$\frac{k_{об}}{T_1 p + 1}$	$k_p = \frac{T_1}{k_{об} T_{зд}}$; $T_i = T_1$
$\frac{k_p(T_i p + 1)(T_d p + 1)}{T_i p}$	$\frac{k_{об}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$	$k_p = \frac{T_1}{k_{об} T_{зд}}$; $T_i = T_1$; $T_d = T_2$

1	2	3
$\frac{k_p (T_n p + 1)}{T_n p}$	$k_{об} e^{-\tau p}$	$k_p = \frac{0,5\tau}{k_{об}(T_{зд} + \tau) \left(\frac{T_{зд}}{\tau} + 1\right)}$; $T_n = \frac{0,5\tau}{\frac{T_{зд}}{\tau} + 1}$
$\frac{k_p (T_n p + 1)(T_d p + 1)}{T_n p}$	$\frac{k_{об} e^{-\tau p}}{T_1 p + 1}$	$k_p = \frac{T_1}{k_{об}(T_{зд} + \tau)}$; $T_n = \frac{0,5\tau}{\frac{T_{зд}}{\tau} + 1}$; $T_n = T_1$
$k_p (T_d p + 1)$	$\frac{k_{об} e^{-\tau p}}{p}$	$k_p = \frac{T_1}{k_{об}(T_{зд} + \tau)}$; $T_d = \frac{0,5\tau}{\frac{T_{зд}}{\tau} + 1}$

Контрольные вопросы

1. Классификация типовых линейных регуляторов.
2. Какие регуляторы относят к статическим, а какие – к астатическим?
3. Дайте определение оптимальной передаточной функции регулятора.

5.3. Синтез оптимальных параметров динамической настройки ПИ-регуляторов при внутренних возмущениях

При определении оптимальных параметров динамической настройки регулятора из условия минимума среднеквадратичной ошибки регулирования дополнительно к интегральному критерию оптимальности вводят условие обеспечения заданной степени затухания переходных процессов. Это достигается двумя наиболее распространенными способами:

1) заданием в плоскости комплексной частотной характеристики разомкнутой системы регулирования области, включающей в себя «опасную» точку $(-1, j0)$, через которую не должна проходить эта характеристика;

2) заданием в плоскости корней характеристического уравнения системы области, в пределах которой должны находиться эти корни.

Использование первого метода требует определения комплексной частотной характеристики объекта, второго – предварительного вычисления расширенных частотных характеристик объекта и регулятора. Причем применение обоих способов сопряжено со значительными трудозатратами на выполнение расчетов, а для вычисления прямых показателей качества требуется непосредственное построение переходных процессов системы регулирования при расчетных значениях настройки регулятора.

Можно существенно упростить алгоритм определения настройки регулятора и прямых показателей качества переходных процессов системы регулирования, положив в основу второй способ введения ограничения в критерий оптимальности.

Пусть $\theta = t / \sigma$ – относительное время; $r = sp$ – оператор Лапласа; $T = T / \sigma$ – относительная постоянная времени; $J = T_{\text{и}} / \sigma$ – относительное время интегрирования ПИ-регулятора; $K = k_{\text{р}} k_{\text{об}}$ – коэффициент усиления разомкнутой системы.

Передаточная функция ПИ-регулятора имеет вид

$$W_{\text{р}}(p) = \frac{k_{\text{р}}(T_{\text{и}}p + 1)}{T_{\text{и}}p}. \quad (5.21)$$

Передаточная функция регулятора в относительном времени соответствует

$$W(r) = \frac{k_p(Jr + 1)}{Jr}. \quad (5.22)$$

Передаточная функция объекта в относительном времени в виде инерционного звена второго порядка соответствует

$$W_{об}(p) = \frac{k_{об}}{(Tr + 1)(r + 1)}. \quad (5.23)$$

Передаточная функция замкнутой системы при обработке скачкообразного внутреннего возмущающего воздействия с учетом (5.21) и (5.22) примет вид:

$$W_{x,f1}(p) = \frac{W_{об}(r)}{1 + W_p(r)W_{об}(p)} = \frac{k_{об}}{T} \frac{r}{a_3 r^3 + a_2 r^2 + a_1 r + a_0}, \quad (5.24)$$

где $a_0 = \frac{K}{JT}$;

$$a_1 = \frac{1 + K}{T};$$

$$a_2 = \frac{1 + T}{T};$$

$$a_3 = 1.$$

Приведем передаточную функцию (5.23) к нормированной форме Вышнеградского изменением масштаба r в Ω раз, если

$$\Omega = \sqrt[3]{\frac{a_0}{a_3}} = \sqrt[3]{\frac{K}{JT}}. \quad (5.25)$$

Заменив в передаточной функции аргумент r на $s = r/\Omega$ и разделив числитель и знаменатель на $a_3\Omega^3$ с учетом (5.24), получим

нормированную передаточную функцию замкнутой системы САР при скачкообразном внутреннем возмущении

$$W_{x,f1}(p) = \frac{k_{об}}{T} \frac{B_1 s}{s^3 + A_2 a^2 + A_1 s + 1}; \quad (5.26)$$

$$B_1 = \frac{a_0}{a_3 \Omega^2} = \frac{1}{\sqrt[3]{\left(\frac{K}{JT}\right)^2}}, \quad (5.27)$$

где $A_1 = \frac{a_1}{a_3 \Omega^2} = \frac{(K+1)/T}{\sqrt[3]{\left(\frac{K}{JT}\right)^2}}$;

$$A_2 = \frac{a_2}{a_3 \Omega} = \frac{(T+1)/T}{\sqrt[3]{\left(\frac{K}{JT}\right)^2}}.$$

При этом новому оператору s соответствует новое время $r = \theta \Omega$.

После несложных преобразований представим относительные параметры динамической настройки ПИ-регулятора в виде функции от относительной постоянной времени T и коэффициентов Вышнеградского A_1 и A_2 :

$$K = k_p k_{об} = \frac{A_1}{A_2} T \left(1 + \frac{1}{T}\right)^2 - 1; \quad (5.28)$$

$$J = \frac{T_n}{\sigma} = \frac{KA_2^3}{T \left(1 + \frac{1}{T}\right)^3}. \quad (5.29)$$

Численные значения коэффициентов Вышнеградского A_1 и A_2 определим, решая уравнения (5.27), из условия минимизации интегрального квадратичного критерия $I = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt$ с учетом ограничения на степень затухания $\psi = 0,95$, например, путем определения оптимальных относительных параметров K и J :

$$A_1 = 2,539; \quad (5.30)$$

$$A_2 = 1,853. \quad (5.31)$$

Формулы (5.28) и (5.29) с учетом (5.30) и (5.31) примут следующий вид:

$$K = 0,739T(1+1/T)^2 - 1; \quad (5.32)$$

$$J = \frac{6,36K}{T(1+1/T)^3}. \quad (5.33)$$

Данный метод определения оптимальной настройки ПИ-регулятора называется методом частичной компенсации (МЧК) большей постоянной времени объекта регулирования.

Из уравнения (5.24) и (5.27) находим, что

$$\Omega = \frac{1+1/T}{A_2}. \quad (5.34)$$

Тогда с учетом (5.33) из (5.27) получаем выражение для коэффициента B_1 в виде

$$B_1 = \frac{A_2^2}{(1+1/T)^2}. \quad (5.35)$$

Передаточную функцию замкнутой системы (5.26) с учетом (5.30), (5.31) и (5.34) можно записать следующим образом:

$$W_{x,f1}(p) = \frac{3,43k_{об} s}{T(1+1/T)^2 s^3 + 1,85s^2 + 2,539s + 1}. \quad (5.36)$$

Переходная функция системы (5.36) в относительном времени τ при единичном внутреннем возмущении на входе объекта имеет вид

$$h_n(\tau) = h_1(\tau) / h_{max}.$$

$$h(\tau) = L^{-1}\left(\frac{W_{x,f1}(p)}{p}\right) = \frac{3,34k_{об}}{T(1+1/T)^2} \times$$

$$\times (0,712e^{-0,548\tau} - 0,715e^{-6,55\tau} \cos(1,18\tau - 0,106)). \quad (5.37)$$

Для облегчения расчетов переходных процессов по формуле (5.37) на рис. 5.1 и 5.2 приведены графики зависимостей

$$h_n(\tau);$$

$$m_x = f_1(T);$$

$$m_t = f_2(T).$$

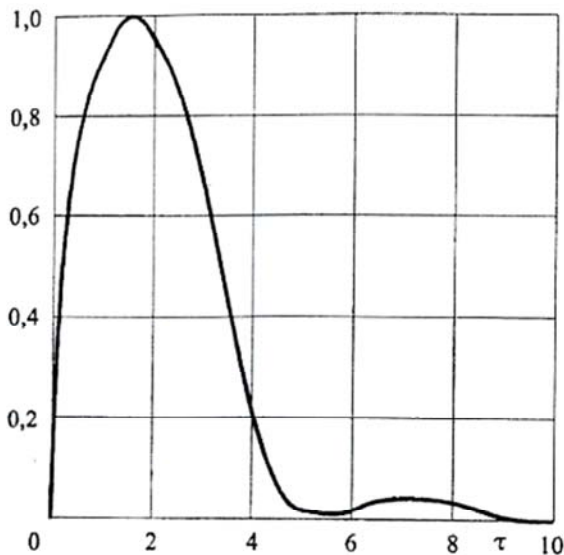


Рис. 5.1. Нормированная кривая оптимального переходного процесса САР с ПИ-регулятором и объектом без запаздывания при отработке внутреннего возмущения

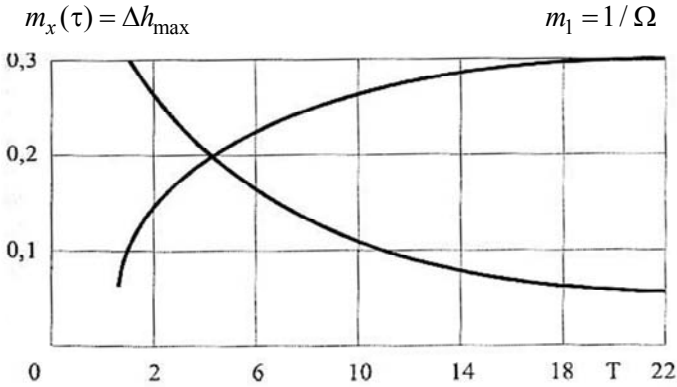


Рис. 5.2. Графики масштабных коэффициентов m_x и m_t в функции относительной постоянной времени объекта T

Переходный процесс в САР при отработке внутреннего возмущения (см. рис. 5.1 и 5.2) можно определить по формуле

$$h(t) = k_{\text{об}} h_{\text{н}}(t) m_x, \quad (5.38)$$

где $h_{\text{н}}(t)$; $m_x = f_1(T)$; $m_t = f_2(T)$ – максимальная ошибка регулирования при $k_{\text{об}} = 1$;

$h_{\text{н}}(t) = \frac{h_1(\tau)}{h_{\max}}$ – нормированная относительная кривая оптимального переходного процесса, где $h_1(t) = 0,712e^{-0.648t} - 0,715e^{-0/655t} \times \cos(1,18t - 0,106)$ – множитель уравнения (5.37);

h_{\max} – максимальное значение функции $h_1(t)$.

Переход к реальному времени t осуществляют по формуле

$$t = \tau m_t \sigma, \quad (5.39)$$

где $m_t = A_2 / (1 + 1/T)$ – временной масштабный коэффициент.

Для объектов с запаздыванием и передаточными функциями вида

$$W_{\text{об}}(p) = \frac{k_{\text{об}} e^{-\sigma p}}{T_1 p + 1} \quad (5.40)$$

оптимальные параметры динамической настройки ПИ-регуляторов можно рассчитать на основе расширенных частотных характеристик (РАФХ) объекта и регулятора с использованием формул модифицированного метода частичной компенсации (ММЧК).

При этом параметрические уравнения линии равного затухания в области параметров динамической настройки ПИ-регулятора определяют по следующим формулам:

$$C_0 = \frac{k_p}{T_i} = \omega(1 + m^2)I_m^*; \quad (5.41)$$

$$C_1 = k_p = mI_m^* - Re^*,$$

где ω – частота, рад/с;

m – степень колебательности системы;

Re^* , I_m^* – соответственно действительная и мнимая части инверсной расширенной комплексной частотной характеристики (КЧХ) системы.

Взяв передаточную функцию, обратную (5.40), и заменив оператор p на $(i - m)\omega$, после некоторых преобразований получим выражение для инверсной комплексной частотной характеристики объекта

$$W_{об}^*(m, \omega) = \frac{[(1 - mT_1\omega) \cos \omega\sigma - T_1\omega \sin \omega\sigma] + i[1 - mT_1\omega + T_1\omega \cos \omega\sigma]}{k_{об}e^{m\omega\sigma}},$$

откуда получаем

$$Re_{об}^* = \frac{(1 - mT_1\omega) \cos \omega\sigma \sin \omega\sigma}{k_{об}e^{m\omega\sigma}}; \quad (5.42)$$

$$I_{моб}^* = \frac{(1 - mT_1\omega) \sin \omega\sigma \cos \omega\sigma}{k_{об}e^{m\omega\sigma}}.$$

Подставим (5.42) в (5.41) и перейдя к относительным величинам, получим уравнения, определяющие линии равного затухания для АСР передаточной функцией объекта (5.39):

$$C_0^*(\Omega, T) = \frac{K}{J} = \Omega(1 + m^2)c^{-m\Omega}[(1 - mT_1\Omega)\sin \Omega + T_1\Omega \cos \Omega]; \quad (5.43)$$

$$C_1(\Omega, T) = K = me^{-m\Omega}[T\Omega + m(1 - T_1\Omega)\sin \Omega - (1 - 2mT\Omega)\cos \Omega],$$

где $K = k_p k_{об}$;

$$J = T_n / \sigma;$$

$$\Omega = \omega\sigma.$$

Изменяя относительную частоту Ω в сторону увеличения, будем двигаться слева направо вдоль линии равного затухания до той частоты Ω_p , при которой будет достигнут минимум интегрального квадратичного критерия переходного процесса САР с ПИ-регулятором, настроенным по формулам (5.41) при $\Omega = \Omega_p$:

$$K = C_1^*(\Omega_p, T); \quad (5.44)$$

$$J = \frac{K}{c_0^*(\Omega_p, T)},$$

при выполнении условий критерия оптимальности

$$I_o = \int_0^{t_H} \varepsilon^2(t) dt = \min; \quad \psi = 0,9. \quad (5.45)$$

Для облегчения расчетов относительных параметров динамической настройки ПИ-регуляторов по формулам (5.44) при выполнении условия (5.45) можно использовать аналитические зависимости параметров настройки как функции относительной постоянной времени объекта T по ММЧК:

$$K = 0,775T + 0,156; \quad (5.46)$$

$$J = \frac{5,963K}{T(1 + 1/T)^3},$$

где $K = k_p k_{об}$;

$$J = T_u / \sigma;$$

$$T = T_1 / \sigma.$$

Для определения оптимальных значений параметров динамической настройки ПИ-регуляторов можно воспользоваться графиками, приведенными на рис. 5.3 и рассчитанными по формулам (5.44).

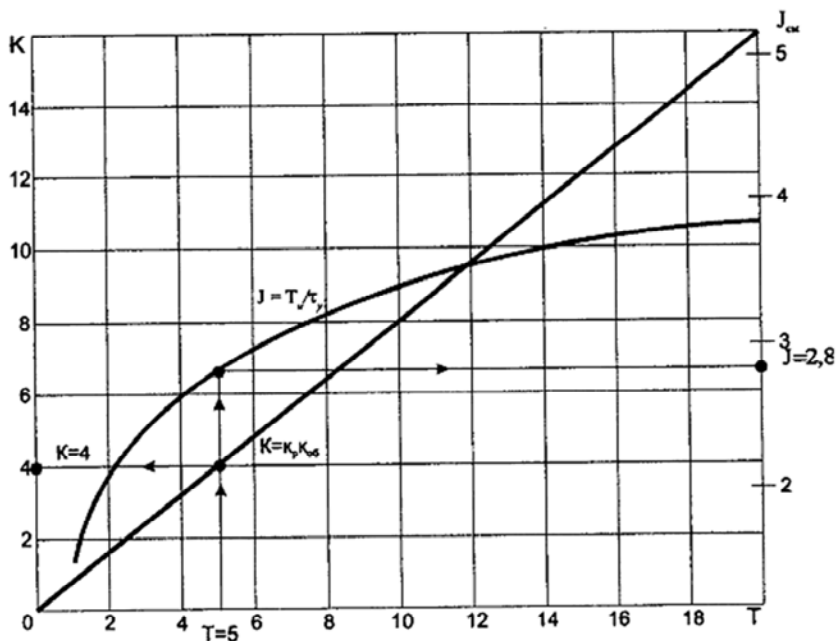
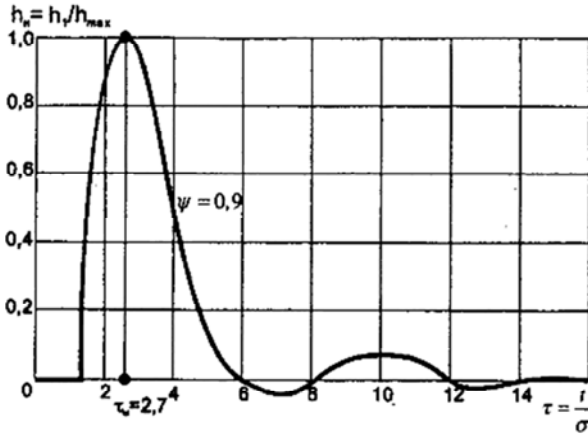


Рис. 5.3. Графики для определения оптимальных параметров динамической настройки ПИ-регуляторов при обработке внутренних возмущений для объектов с запаздыванием

Для построения переходных процессов в САР и ПИ-регуляторами параметры, настройки которых рассчитаны по данной методике, и определения прямых показателей качества при обработке внутренних возмущающих воздействий на рис. 5.4 приведены графики нормированных переходных процессов $h_{н} = h / h_{max}$ и масштабный коэффициент m_x для объектов с запаздыванием при $T > 3$.

a



б

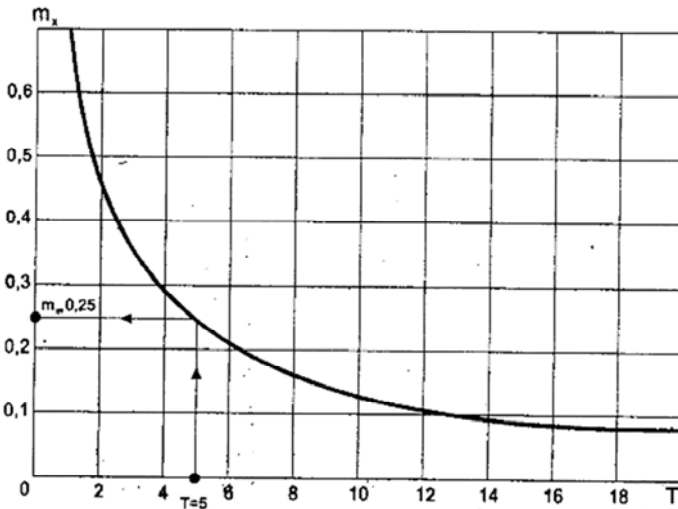


Рис. 5.4. Нормированная кривая оптимального переходного процесса САР с ПИ-регулятором при отработке внутренних возмущений для объектов с запаздыванием при $T > 3$ (a) и график зависимости масштабного коэффициента m от величины относительно постоянной времени объекта (δ)

Они позволяют получить искомый переходной процесс САР для конкретного объекта регулирования, представленного относительно постоянной времени T , используя формулу

$$h(t / s) = h_n m_x k_{об}. \quad (5.47)$$

Нормированной кривой (рис. 5.4, а) можно пользоваться для объектов с $T > 3$. Формула (5.45) позволяет получить переходной процесс в системе в абсолютных величинах.

Графики нормированных переходных процессов САР с ПИ-регуляторами и объектами с относительными постоянными времени $T = 1, 2, 3$ с учетом (5.45) приведены на рис. 5.5.

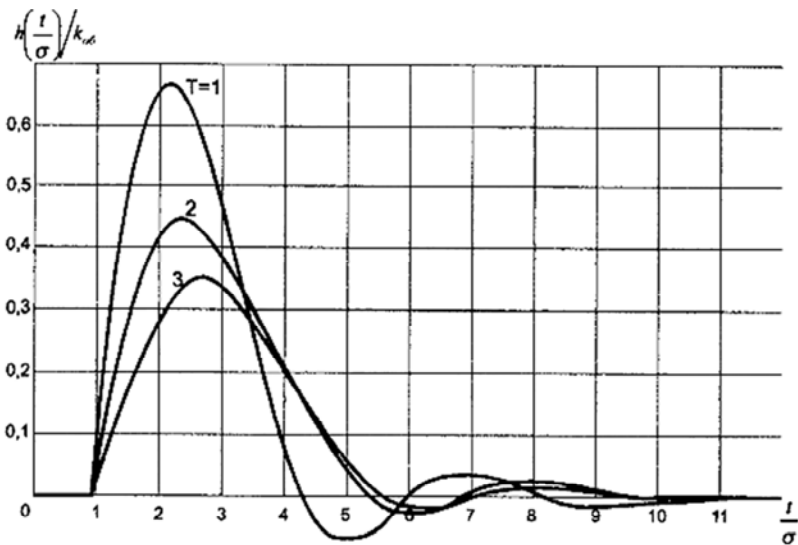


Рис. 5.5. Нормированные кривые оптимальных переходных процессов САР с ПИ-регулятором при обработке внутренних возмущений для объектов с запаздыванием при различных значениях $T \leq 3$

Контрольные вопросы

1. Назовите критерий оптимальности и раскройте алгоритм вывода формул метода частичной компенсации (МЧК).
2. Раскройте критерий оптимальности и алгоритм вывода формул ММЧК.
3. Опишите особенности расчета прямых показателей по методам МЧК и ММЧК.

5.4. Параметрическая оптимизация дискретного ПИД-регулятора

Обычно к параметрически оптимизируемым относят широко используемые П-, ПИ-, или ПИД-регуляторы, дифференциально-интегральные уравнения которых можно преобразовать с помощью дискретизации. Такой подход позволяет использовать накопленный опыт работы с аналоговыми регуляторами и в принципе применять уже хорошо известные правила настройки динамических параметров этих регуляторов без переподготовки и обслуживающего персонала.

Идеализированное уравнение ПИД-регулятора имеет вид

$$u(t) = k_p \left[e(t) + \frac{1}{T_n} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right], \quad (5.48)$$

где $u(t)$ – регулирующее воздействие;

k_p – коэффициент передачи;

$e(t)$ – ошибка регулирования;

T_n – время интегрирования;

T_d – время дифференцирования регулятора.

Для *малых тактов квантования* постоянных времени T_0 это уравнение можно преобразовать в разностное с помощью дискретизации, состоящей в замене производной разностью первого порядка, а интеграла – суммой. Непрерывное интегрирование может быть заменено интегрированием по методу прямоугольников или трапеций.

При использовании *метода прямоугольников* получаем

$$u(k) = k_p \left[e(k) + \frac{T_0}{T_n} \sum_{i=0}^k e(i-1) + \frac{T_d}{T_0} (e(k) - e(k-1)) \right], \quad (5.49)$$

где $k = 1, 2, 3$ – номер периода квантования.

Таким образом, мы получили не рекуррентный алгоритм управления. В нем для формирования суммы необходимо помнить все предыдущие значения сигнала ошибки $e(t)$. Поскольку каждый раз

значение управляющего сигнала $u(k)$ вычисляется заново, этот алгоритм называют «позиционным». Однако для программирования на ЭВМ более удобны рекуррентные алгоритмы. Они отличаются тем, что для вычисления текущего значения управляющей переменной $u(k)$ используются ее предыдущее значение $u(k-1)$ и поправочный член. Для получения рекуррентного алгоритма достаточно вычесть из уравнения (5.49) следующее уравнение:

$$u(k-1) = k[e(k) + \frac{T_0}{T_n} \sum_{i=0}^k e(i-1) + \frac{T_d}{T_0}(e(k-1) - e(k-2))]; \quad (5.50)$$

В результате получим следующую разность

$$u(k) - u(k-1) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2), \quad (5.51)$$

где $q_0 = k_p(1 + T_d/T_0)$;

$$q_1 = -k_p(1 + 2T_d/T_0 - T_0/T_n); \quad (5.52)$$

$$q_2 = k_p T_d/T_0.$$

Теперь вычисляют только текущее приращение управляющей переменной $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$, и поэтому этот алгоритм называют «скоростным».

Следует отметить, что после небольшой модификации способа интегрирования в уравнении (5.50) под знаком суммы используют значения $e(k-1)$ вместо $e(k)$.

Если для аппроксимации интеграла использовать *метод трапеций*, то на основании уравнения (5.48) будет получено следующее соотношение:

$$u(k) = k_p \left[e(k) + \frac{T_0}{T_n} \left(\frac{e(0) - E(k)}{2} + \sum_{i=0}^{k-1} e(i) \right) + \frac{T_d}{T_0} (e(k) - e(k-1)) \right]. \quad (5.53)$$

Вычитая из него соответствующее уравнение для $u(k-1)$, получим другое выражение, описывающее динамику дискретного закона управления:

$$u(k) - u(k-1) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2),$$

где $q_0 = k_p \left(1 + \frac{T_0}{2T_i} + \frac{T_d}{T_0}\right);$

$$q_1 = -k_p \left(1 + 2T_d/T_0 - T_0/2T_i\right); \quad (5.54)$$

$$q_2 = k_p T_d / T_0.$$

Для малых тактов квантования параметры q_0, q_1, q_2 можно вычислить, используя параметры k_p, T_i, T_d аналогового ПИД-регулятора.

При больших тактах квантования способы дискретной аппроксимации непрерывных регуляторов становятся несправедливыми.

Рассмотрим простой контур управления, изображенный на рис. 5.6. Дискретная передаточная функция объекта управления с экстраполятором нулевого порядка имеет вид

$$G_p(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}} z^{-d}. \quad (5.55)$$

Обобщенная дискретная передаточная функция линейного регулятора записывается как

$$G_R(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_\nu z^{-\nu}}{p_0 + p_1 z^{-1} + \dots + p_\mu z^{-\mu}}. \quad (5.56)$$

Этот алгоритм может быть реализован, если $p_0 \neq 0$. Однако соотношение порядков числителя и знаменателя может быть различным: $\nu \leq \mu$ или $\nu > \mu$. Обычно в таких регуляторах $q \neq 0$, а значение p_0 выбирается равным 1.

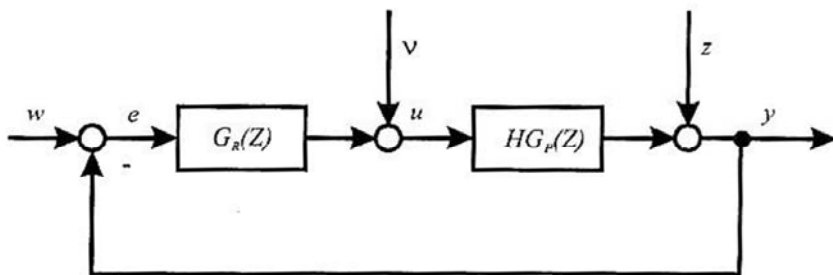


Рис. 5.6. Одноконтурная система автоматического регулирования

В структурно оптимизируемых регуляторах порядки числителя и знаменателя передаточной функции μ и ν являются функциями соответствующих порядков модели объекта. Например, для апериодических регуляторов $\mu = \nu$ и $\mu = m + d$. Однако в параметрически оптимизируемых регуляторах порядок регулятора может быть меньше порядка объекта, $\nu \leq \mu$ и $\mu \leq m + d$. Следовательно, параметрически оптимизируемые регуляторы требуют меньших затрат машинного времени в процессе эксплуатации.

При выборе структуры параметрически оптимизируемых регуляторов обычно необходимо гарантировать, чтобы изменения задающей переменной и возмущений не приводили к появлению статической ошибки по сигналу $e(k)$. На основании теоремы z – преобразования о конечном значении для выполнения этого условия необходимо, чтобы передаточная функция регулятора имела полюс $z = 1$.

Следовательно, простейшие алгоритмы управления n -го порядка будут иметь следующую структуру:

$$G_R(z) = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_\nu z^{-\nu}}{1 - z^{-1}}. \quad (5.57)$$

При $\nu = 1$ и соответствующем выборе параметров получаем регулятор типа ПИ, при $\nu = 2$ – типа ПИД, при $\nu = 3$ – типа ПИДД и т. д. Разностное уравнение, описывающее регулятор с передаточной функцией (5.57), имеет вид

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + \dots + q_\nu e(k-\nu). \quad (5.58)$$

Для получения хорошего качества процессов управления параметры $q_0, q_1, q_2, \dots, q_n$ должны выбираться с учетом характеристик объекта. Расчет этих параметров может быть выполнен следующим образом:

а) на основе метода, использующего модель объекта управления, в результате минимизации критерия качества с использованием *параметрической оптимизации*, причем аналитическое решение возможно лишь для объектов и регуляторов очень низкого порядка, в остальных случаях следует применять численные методы;

б) с использованием алгоритмов *параметрической настройки*, позволяющих получить параметры регулятора, близкие к оптимальным для некоторого критерия. Обычно для этого необходимо оценивать либо параметры переходного процесса в системе при ступенчатом воздействии, либо критическое значение коэффициента усиления и период колебаний на границе устойчивости системы;

в) последовательного увеличения значений параметров от их малых начальных значений до тех пор, пока переходный процесс в замкнутой системе не приобретет значительной колебательности.

После этого следует понемногу уменьшать значения параметров (*метод проб и ошибок*).

Если к системе управления не предъявляют каких-либо специфических требований и ее переходный процесс отличается простотой и малым временем установления, то для оптимизации параметров регулятора достаточно использовать методы, упомянутые в пп. б и в. Если требования строги или переходный процесс оказывается сложным, медленным или существенно изменяющимся, то следует применять метод, упомянутый в п. а. Этот метод также пригоден для автоматизации проектирования регуляторов.

Задав $v = 2$ в уравнении (5.57) получим дискретную передаточную функцию ПИД-регулятора:

$$G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}. \quad (5.59)$$

Запишем соотношение в соответствии с уравнением (5.58)

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2). \quad (5.60)$$

Рассматривая единичное ступенчатое изменение сигнала ошибки

$$e(k) = 1(k) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}, \quad (5.61)$$

сформируем систему уравнений для последовательных значений выходного сигнала регулятора $u(k)$, следующих из (5.58):

$$\begin{aligned} u(0) &= q_0; \\ u(1) &= u(0) + q_0 + q_1 = 2q_0 + q_1; \\ u(2) &= u(1) + q_0 + q_1 + q_2 = 3q_0 + 2q_1 + q_2; \\ &\dots \\ u(k) &= u(k-1) + q_0 + q_1 + q_2 = (k+1)q_0 + \\ &\quad + kq_1 + (k-1)q_2. \end{aligned} \quad (5.62)$$

В случае, когда $u(1) < u(0)$, дискретный регулятор соответствует непрерывному ПИД-регулятору с дополнительной задержкой сигнала на один такт. Если параметр регулятора $q_0 > 0$, то можно записать следующие соотношения для параметров q_0, q_1, q_2 :

$$\text{при } u(1) < u(0), \quad q_0 + q_1 < 0 \text{ или } q_1 < -q_0;$$

$$\text{при } u(k) < u(k-1) \text{ для } k > 2q_0 + q_1 + q_2 > 0 \quad q_2 > -(q_0 + q_1).$$

Для положительного коэффициента передачи регулятора выполняется условие $q_0 > q_2$. Таким образом, обобщая допустимые диапазоны изменения параметров динамической настройки регулятора, получим

$$q_0 > 0; \quad q_1 < -q_0; \quad -(q_0 + q_1) < q_2 < q_0. \quad (5.63)$$

Реакция регулятора на единичное ступенчатое входное воздействие приведена на рис. 5.7. Как видно из рис. 5.7, начальное значение

ние управляющей переменной $u(0)$ при входном сигнале определяется величиной параметра q_0 (рис. 5.7).

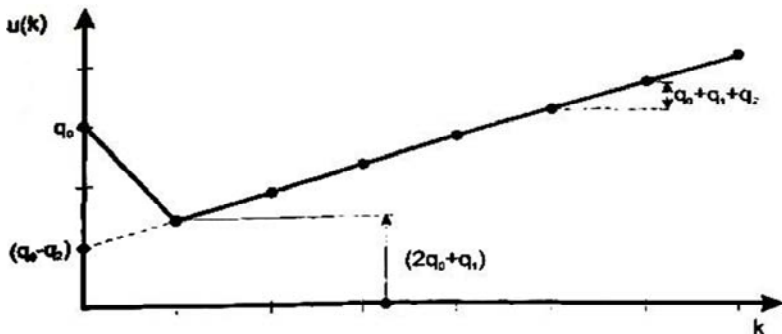


Рис. 5.7. Переходной процесс для системы с ПИД-алгоритмом управления второго порядка

Определим следующие коэффициенты, характеризующие свойства регулятора (рис. 5.8):

$K = q_0 - q_2$ – коэффициент передачи;

$C_d = q_2/K$ – коэффициент дифференцирования; (5.64)

$C_{ii} = (q_0 + q_1 + q_2)/K$ – коэффициент интегрирования.

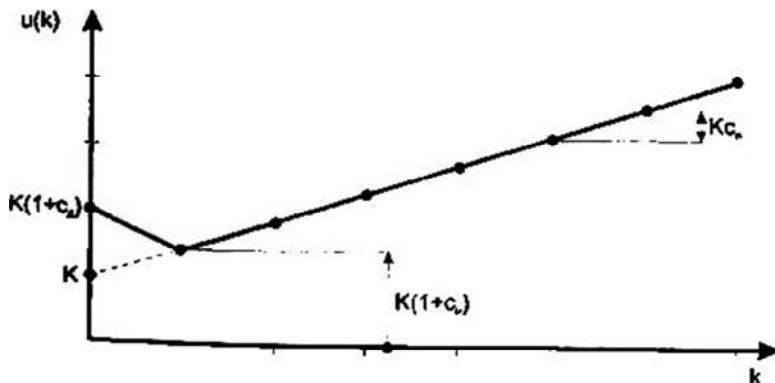


Рис. 5.8. Переходной процесс для алгоритма управления второго порядка:
 K – коэффициент передачи; C_d – коэффициент опережения;
 C_{ii} – коэффициент интегрирования

Коэффициенты (5.64) при малых значениях такта квантования T_0 связаны с соответствующими коэффициентами непрерывных ПИД-алгоритмов управления (5.8) следующими соотношениями:

$$K_p = K; \quad C_d = T_d/T_0; \quad C_i = T_0/T_i. \quad (5.65)$$

Если рассмотренные выше коэффициенты подставить в выражение (5.59), то дискретная передаточная функция регулятора примет вид

$$G_R(z) = \frac{K[(1 + C_d) + (C_i - 2C_d - 1)z^{-1} + C_d z^{-2}]}{(1 - z^{-1})}. \quad (5.66)$$

Следует отметить, что рассмотренный выше алгоритм управления второго порядка является аналогом непрерывного ПИД-регулятора с положительными параметрами только в том случае, если выполняются условия (5.64) и (5.65).

На рис. 5.7 показана реакция такого дискретного ПИД-регулятора на единственный ступенчатый скачок.

На основе формул для настройки непрерывных регуляторов, приведенных в табл. 5.5, могут быть получены параметры оптимальной динамической настройки дискретных регуляторов. Например, для дискретной передаточной функции ПИД-регулятора, представленной в виде (5.66), коэффициенты передачи, дифференцирования и интегрирования дискретного ПИД-регулятора определяют по формулам:

$$K = k_p k_{об} = \frac{(1 + 0,5\gamma)[(1 + 0,5\gamma + J_{зд})T + 0,5(1 + 0,5\gamma)^2]}{(1 + 0,5\gamma + J_{зд})^2};$$

$$C_i = \frac{T_d}{T_i} = \frac{\gamma(1 + 0,5\gamma + J_d)}{T(1 + 0,5\gamma + J_{зд})0,5(1 + 0,5\gamma)^2}; \quad (5.67)$$

$$C_d = \frac{T_d}{T_0} = \frac{T(1 + 0,5\gamma)^2}{\gamma([2T(1 + 0,5\lambda + J_{зд}) + (1 + 0,5\gamma)^2])},$$

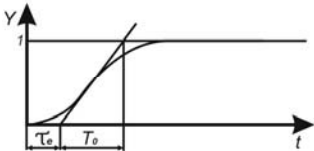
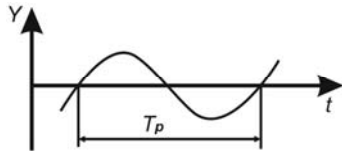
где $\gamma = \frac{T_0}{\tau}$ – относительный период квантования, обусловленный процедурами квантования и фиксации сигналов;

$J_{зд} = \frac{T_{зд}}{\tau}$ – относительное значение постоянной времени экстраполированного переходного процесса.

$T = \frac{T_1}{\tau}$ – относительная постоянная времени объекта, передаточная функция которого имеет вид инерционного звена первого порядка с запаздыванием.

Таблица 5.5

Правила настройки параметров регуляторов, предложенные Такахаши на основании критерия Циглера-Никольса

	К	T_o/T_i	T_d/T_o	К	T_o/T_i	T_d/T_o
П	$\frac{T_a}{\tau_b + T_0}$	–	–	$K_{крит}/2$	–	–
ПИ	$\frac{0,9T_a}{\tau_b + T_0/2} - \frac{0,135T_a T_0}{K(\tau_b + T_0/2)^2}$	$\frac{0,27T_a T_0}{K(\tau_b + T_0/2)^2}$	–	$[0,45K_{крит} \dots \dots 0,27K_{крит}] \frac{T_0}{T_p}$ Меньшее значение для $T_0 \approx 4\tau_b$	$0,54 \frac{K_{крит}}{K} \frac{T_0}{T_p}$	–
ПИД	$\frac{1,2T_a}{\tau_b + T_0} - \frac{0,3T_a T_0}{K(\tau_b + T_0/2)^2}$	$\frac{0,6T_a T_0}{K(\tau_b + T_0/2)^2}$	$\frac{0,5T_a}{KT_0}$	$[0,6K_{крит} \dots \dots 0,6K_{крит}] \frac{T_0}{T_p}$	$1,2 \frac{K_{крит}}{K} \frac{T_0}{T_p}$	$\frac{3}{40} \frac{K_{крит}}{K} \frac{T_0}{T_p}$
	Не применимо для $\tau_b/T_0 \rightarrow 0$			Справедливо для $T_0 \leq 2\tau_b$ Не рекомендуется для $T_0 \approx 4\tau_b$		
						
	Измерение параметров переходного процесса			Измерение параметров колебаний		

Параметры дискретного ПИД-регулятора получены из соответствующих соотношений для непрерывных регуляторов путем замены в них чистого запаздывания величиной $(\tau + \frac{T_0}{2})$.

Для того, чтобы эффект квантования по времени мало сказывался на динамику системы цифрового регулирования, рекомендуется выбирать период квантования из соотношения

$$T_{9,5} / 15 < T_0 < T_{9,5} / 5,$$

где $T_{9,5}$ – время достижения выходным сигналом уровня 95 % от установившегося значения при подаче на вход объекта ступенчатого сигнала. Если объект первого порядка, то $T_{9,5} \approx \tau + 3T$.

Другой подход к выбору величины периода квантования основан на рекомендациях американских ученых Циглера и Никольса, согласно которым $T_0 = 0,1T_p$, где T_p – период критических колебаний объекта управления.

В реальных условиях при управлении инерционными процессами значение T_0 берется от 1 с до нескольких минут. При регулировании малоинерционных процессов (например, расхода жидкости) величина T_0 может составлять десятые доли секунды. Нельзя выбирать большие периоды опроса, особенно для ответственных процессов, так как в этом случае аварийные ситуации будут ликвидироваться слишком медленно. В то же время при слишком малом периоде опроса повышаются требования к быстродействию ЭВМ и увеличивается влияние шумов.

С целью упрощения процедуры настройки цифрового ПИД-регулятора рекомендуется (согласно Циглеру и Никольсу) выбирать следующие значения отношений:

$$\begin{aligned} T_0 / T_{\text{и}} &= 0,2; \\ T_{\text{д}} / T_0 &= 1,25, \end{aligned} \tag{5.68}$$

при $T_0 = 0,1T_{\text{кр}}$,

где $T_{\text{кр}}$ – период критических колебаний объекта управления.

Чтобы получить приближенно оптимальный набор параметров непрерывных ПИД-регуляторов, часто применяют так называемые «правила настройки». Обычно эти правила предназначены для низкочастотных объектов регулирования.

Опубликовано большое количество модификаций дискретных алгоритмов управления, основанных на дискретизации дифференциальных уравнений непрерывных ПИД-регуляторов. Некоторые из них рассмотрены ниже.

Для уменьшения больших изменений управляющей переменной при резких изменениях задающего сигнала задающее воздействие исключают из дифференцирующего члена алгоритма функционирования ПИД-регулятора:

$$u(k) - u(k-1) = K[e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_1} e(k-1) + \frac{T_d}{T_0} (e(k) - 2e(k-1) + e(k-2))]. \quad (5.69)$$

При этом используется модифицированный алгоритм

$$u(k) - u(k-1) = K[e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_1} e(k-1) + \frac{T_d}{T_0} (-y(k) + 2y(k-1) - y(k-2))], \quad (5.70)$$

где $e(k) = w(k) - y(k)$.

Дополнительного уменьшения амплитуды управляющей переменной добиваются, оставляя значения задающего сигнала только в интегрирующем члене алгоритма:

$$u(k) - u(k-1) = K[-y(k) + y(k-1) + \frac{T_0}{T_1} e(k-1) + \frac{T_d}{T_0} (-y(k) + 2y(k-1) - y(k-2))]. \quad (5.71)$$

В последнем алгоритме предпочтительнее использовать сигнал $e(k)$ вместо $e(k-1)$. Рассмотренные модифицированные алгоритмы менее чувствительны к высокочастотным составляющим сигнала $w(k)$, по сравнению с сигналом $y(k)$. Поэтому параметры регуляторов, полученные в результате оптимизации для определенных типов возмущений, например, для возмущений на входе объекта и на выходе системы, будут отличаться незначительно. Существенные изменения управляющей переменной могут быть так же уменьшены путем ограничения скорости изменения задающей и (или) управляющей переменной. Поскольку такие ограничения оказываются эффективными для всех типов возмущений, их применение предпочтительнее использования модифицированных алгоритмов управления, описываемых уравнениями (5.70) и (5.71).

Другие модификации алгоритмов управления состоят в различных способах реализации дифференцирующей части. Часто регулируемая переменная содержит относительно высокочастотный шум, который не измеряется. Это приводит к нежелательным существенным колебаниям управляющей координаты, если дифференцирующая часть алгоритма сформирована с использованием первой разности в нерекуррентной форме

$$T_0 \frac{\Delta e(k)}{T_0} = \frac{T_d}{T_0} (e(k) - e(k-1)),$$

или рекуррентной форме (5.69)

$$\frac{T_d}{T_0} (e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)).$$

Введение дифференцирующего члена в алгоритм управления часто может быть необходимым для улучшения качества процессов управления при наличии среднечастотных шумов не слишком большого уровня, поскольку в этом случае происходит приближенное сокращение полюсов объекта, что приводит к расширению областей устойчивости и возможности увеличения коэффициента передачи. Следовательно, при введении дифференцирующего члена в алго-

ритм управления следует, учитывая вышесказанное, выбрать его параметры для обеспечения допустимого компромисса.

Одна из возможностей состоит в том, чтобы выбрать отношение $\frac{T_d}{T_0}$ меньшим его оптимальной величины. Можно также сгладить дифференцирующие свойства алгоритма, используя четыре последовательных значения сигнала ошибки для формирования первой разности. Для этого сначала оценивается среднее значение ошибки

$$e(k) = \frac{1}{4}[e(k) + e(k-1) + e(k-2) + e(k-3)],$$

после чего все аппроксимации первой производной усредняются по отношению к \bar{e}_k . Дифференцирующий член, представленный в не-рекуррентной форме, в этом случае запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} T_0 \frac{\bar{e}_k}{T_0} &= \frac{T_d}{4} \left[\frac{e(k) - \bar{e}_k}{1,5T_0} + \frac{e(k-1) - \bar{e}_k}{0,5T_0} + \frac{\bar{e}_k - e(k-2)}{0,5T_0} + \right. \\ &\left. + \frac{\bar{e}_k - e(k-3)}{1,5T_0} \right] = \frac{T_d}{6T_0} [e(k) + 2e(k-1) - 3e(k-2) - e(k-3)]. \end{aligned} \quad (5.72)$$

Для рекуррентной формы имеем

$$\frac{T_d}{6T_0} [e(k) + 2e(k-1) - 6e(k-2) + 2e(k-3) + e(k-4)]. \quad (5.73)$$

Еще один подход, применимый лишь при выборе малых тактов квантования в системе, состоит в использовании такого дифференцирующего члена, как в непрерывной передаточной функции:

$$G(s) = K \left[1 + \frac{1}{T_{и}s} + \frac{T_d s}{1 + T_d s} \right],$$

в применении соотношения $s \rightarrow 2(z - 1) / T_0(z + 1)$ для аппроксимации непрерывных зависимостей. Из приведенного непрерывного в результате такой подстановки получим следующий дискретный алгоритм управления:

$$u(k) = p_1 u(k-1) + p_2 u(k-2) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2), \quad (5.74)$$

параметрами которого являются:

$$p_1 = -4c_1 / (1 + 2c_1);$$

$$p_2 = (2c_1 - 1) / (1 + 2c_1);$$

$$q_0 = K[1 + 2(c_1 + c_d) + \frac{c_{и}}{2}(1 + 2c_1)] / (1 + 2c_1);$$

$$q_1 = K[c_{и} - 4(c_1 + c_d)] / (1 + 2c_1);$$

$$q_2 = K[c_1(2 - c_{и}) + 2c_d + \frac{c_{и}}{2} - 1] / (1 + 2c_1),$$

где $c_1 = T_{и} / T_0$; $c_{и} = T_0 / T_{и}$; $c_d = T_d / T_0$ для объектов, динамика которых может быть аппроксимирована передаточной функцией вида

$$W_{об}(p) = \frac{k_{об} e^{-\tau_1 p}}{Tp + 1}. \quad (5.75)$$

Однако с помощью этих соотношений для непрерывных регуляторов можно получить параметры дискретных регуляторов, если вместо чистого запаздывания τ_1 подставить величину $\tau_1 + T_0/2$, где $T_0/2$ – аппроксимированное время задержки, обусловленное процедурами квантования и фиксации сигналов.

Правила настройки параметров, основанные на определении характеристик переходного процесса для модифицированных алгоритмов управления, приведены в табл. 5.5.

Алгоритм управления:

$$u(k) - u(k-1) = K[y(k-1) - y(k) + \frac{T_0}{T_e}[w(k) - y(k)] + \frac{T_d}{T_0}[2y(k-1) - y(k-2) - y(k)]] \quad (5.76)$$

Контрольные вопросы

1. Как выбирается период квантования?
2. В чем заключается сущность метода упрощенной процедуры настройки цифрового ПИД-регулятора по методу Циглера и Никольса?
3. Раскройте сущность метода расчета параметров динамической настройки дискретных регуляторов по методу Такахаши.

6. ДИНАМИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ОДНОКОНТУРНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

6.1. Метод полной компенсации в частном виде

Метод полной компенсации в частном виде – это один из методов расчета параметров оптимальной динамической настройки ПИ-регулятора для отработки скачка задания или крайнего внешнего возмущения. Метод применяют в одноконтурной системе автоматического регулирования для объекта в виде инерционного звена второго порядка.

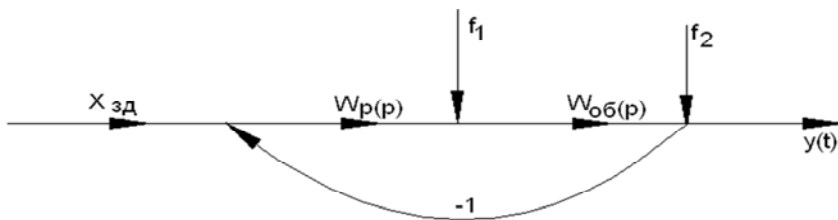


Рис. 6.1. Структурная схема одноконтурной САУ в виде сигнального графика: $x_{зд}$ – заданное значение регулируемой величины; $W_p(p)$ – передаточная функция регулятора; $W_{об}(p)$ – передаточная функция объекта регулирования; $y(t)$ – регулируемая величина; f_1 – внутреннее возмущение; f_2 – внешнее возмущение

Динамика объекта регулирования представлена в виде передаточной функции инерционного звена второго порядка без запаздывания:

$$W_{об}(p) = \frac{k_{об}}{(T_1 p + 1)(\sigma p + 1)}, \quad (6.1)$$

где $k_{об}$ – коэффициент передачи объекта;

T_1 – большая постоянная времени объекта;

σ – меньшая постоянная времени объекта;

p – оператор Лапласа.

Передаточная функция ПИ-регулятора:

$$W_p(p) = \frac{k_p(T_i p + 1)}{T_i p}, \quad (6.2)$$

где k_p – коэффициент передачи ПИ-регулятора;

T_i – время интегрирования ПИ-регулятора.

Скачок наиболее опасного крайнего внешнего возмущения f_2 можно заменить скачком задания на входе в регулятор.

Критерий оптимальности: считаются оптимальными такие параметры динамической настройки ПИ-регулятора, которые в замкнутой САР при отработке скачка задания обеспечат такую же динамику, как у колебательного звена с коэффициентом демпфирования

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

При этом система регулирования будет оптимальна по быстродействию в отработке скачка задания, а переходный процесс будет содержать одно колебание с максимальной величиной перерегулирования 4,3 % от скачка задания. МПКЧВ так называют, потому что происходит компенсация большей постоянной времени T_1 передаточной функции объекта опережающим действием времени интегрирования T_i ПИ-регулятора, то есть для формулы (6.1) принимаем $T_i = T_1$.

Оптимальными параметрами динамической настройки ПИ-регулятора будем считать такие численные значения k_p и T_i , которые

в замкнутой САР при отработке скачка задания обеспечивают переходный процесс, соответствующий колебательному звену в соответствии с принятым критерием оптимальности.

Передаточная функция замкнутой САР по задающему воздействию примет вид

$$W_{\text{зс}}(p) = W_{y, x_{\text{зд}}}(p) = \frac{W_p(p)W_{\text{об}}(p)}{1 + W_p(p)W_{\text{об}}(p)} = \frac{1}{\frac{1}{W_{\text{pc}}(p)} + 1}, \quad (6.3)$$

где передаточная функция разомкнутой системы

$$W_{\text{pc}}(p) = W_p(p)W_{\text{об}}(p). \quad (6.4)$$

Передаточная функция разомкнутой САР примет вид

$$W_{\text{pc}}(p) = \frac{k_p(T_1p + 1)}{T_1p} \frac{k_{\text{об}}}{(T_1p + 1)(\sigma p + 1)}. \quad (6.5)$$

Подставим (6.5) в (6.3):

$$\begin{aligned} W_{\text{зс}}(p) = W_{y, x_{\text{зд}}}(p) &= \frac{1}{\frac{1}{\frac{k_p k_{\text{об}}}{T_1 p (\sigma p + 1)}} + 1} = \\ &= \frac{k_p k_{\text{об}}}{T_1 \sigma p^2 + T_1 p + k_p k_{\text{об}}} = \frac{1}{\frac{T_1 \sigma}{k_p k_{\text{об}}} p^2 + \frac{T_1}{k_p k_{\text{об}}} p + 1}. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Так как в качестве критерия оптимальности взято колебательное звено с коэффициентом передачи $k = 1$, получаем

$$\frac{1}{\frac{T_1 \sigma}{k_p k_{\text{об}}} p^2 + \frac{T_1}{k_p k_{\text{об}}} p + 1} = \frac{1}{T^2 p^2 + 2T\zeta p + 1}. \quad (6.7)$$

Чтобы левая и правая части равенства (6.7) соответствовали друг другу, составим систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_1 \sigma}{k_p k_{об}} &= T^2; \\ \frac{T_1}{k_p k_{об}} &= 2T\xi \end{aligned} \right\}. \quad (6.8)$$

Возводим в квадрат обе части последнего равенства:

$$\left(\frac{T_1}{k_p k_{об}} \right)^2 = (2T\xi)^2 = 4T^2 \xi^2. \quad (6.9)$$

Из уравнения (6.9) находим T^2 и, подставив в равенство (6.8), получаем

$$k_p = \frac{T_1}{4(\xi)^2 k_{об} \sigma}. \quad (6.10)$$

Так как $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, то получаем формулу для расчета оптимального значения коэффициента передачи регулятора

$$k_p = \frac{T_1}{2k_{об} \sigma}. \quad (6.11)$$

Если отработка задания не допускает перерегулирования, то коэффициент демпфирования принимается $\xi = 1$, поэтому формула (6.10) примет следующий вид:

$$k_p = \frac{T_1}{4k_{об} \sigma} \quad (6.12)$$

Для объектов с запаздыванием и передаточной функцией вида $W_{об}(p) = \frac{k_{об} e^{-\tau_y p}}{T_1 p + 1(\sigma_p + 1)}$ применимы формулы МПКЧВ для объектов без запаздывания. В этом случае T_1 заменяется на T_k , параметры динамической настройки ПИ-регулятора определяют по формулам

$$\left. \begin{aligned} T_i &= T_k; \\ k_p &= \frac{T_k}{2k_{об}\tau_y} \end{aligned} \right\}, \quad (6.13)$$

где $T_k = T_1 + \sigma$.

6.2. Графоаналитический метод полной компенсации в общем виде

Метод полной компенсации в общем виде (МПКОВ) – это один из методов оптимальной настройки САР для оптимальной обработки крайнего внешнего возмущения. Указанный метод позволяет выбрать тип регулятора для конкретного объекта регулирования, а затем для выбранного типа регулятора вывести формулы расчета параметров оптимальной динамической настройки в соответствии с принятым критерием качества (рис. 6.2).

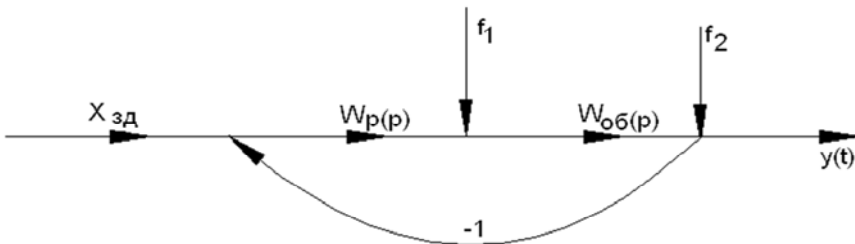


Рис. 6.2. Структурная схема одноконтурной САР:
 $x_{зд}$ – заданное значение основной регулируемой величины; $W_p(p)$ – передаточная функция регулятора; $W_{об}(p)$ – передаточная функция объекта регулирования;
 $y(t)$ – регулируемая величина; f_1 – внутреннее возмущение;
 f_2 – внешнее возмущение

МПКОВ так называют, потому что динамика объекта регулирования представлена в общем виде:

$$W_{об}(p) = W_{об}^0(p)e^{-\tau_y p}, \quad (6.14)$$

где $W_{об}^0(p)$ – часть передаточной функции объекта регулирования, которая не содержит запаздывания и задана в общем виде;

τ_y – условное запаздывание;

p – оператор Лапласа.

Критерий оптимальности:

– выбираем такой тип регулятора и параметры его динамической настройки, которые при отработке скачка задания обеспечивают переходной процесс, соответствующий последовательно соединенным звеньям условного запаздывания и инерционного звена первого порядка. При этом время разгона $T_{зд}$ инерционного звена принимают равным условному времени запаздывания τ_y таким образом, чтобы максимальная скорость изменения регулируемого параметра при сработке скачка задания не способствовала появлению термических напряжений в металле котла

$$T_{зд} = \tau_y. \quad (6.15)$$

Выбранному критерию оптимальности будет соответствовать передаточная функция:

$$W_{зс}^{opt}(p) = W_{y, x_{зд}}^{opt}(p) = \frac{e^{-\tau_y p}}{T_{зд} p + 1}. \quad (6.16)$$

Принятый критерий оптимальности в виде последовательно соединенных звеньев чистого запаздывания и инерционного звена первого порядка графически можно представить в виде *кривой I* на рис. 6.3.

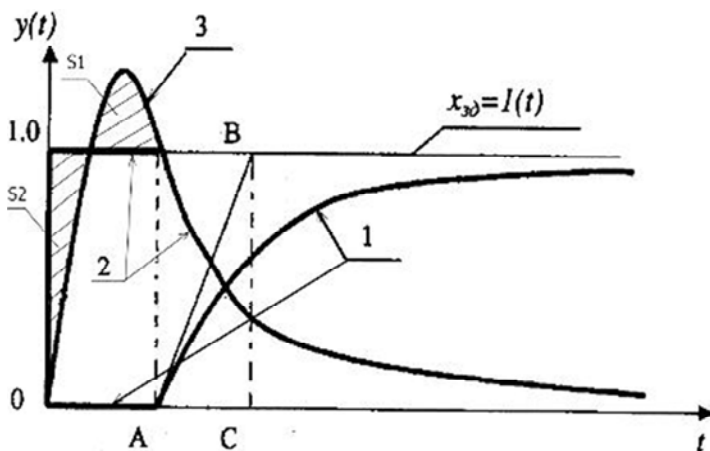


Рис. 6.3. Графики заданного оптимального переходного процесса САР и вспомогательных кривых при отработке скачка задания:
 t – время; $x_{зд}(t) = l(t)$ – скачок задания; l – оптимальный переходный процесс; $OA = \tau_{зд}$ – заданное время условного запаздывания, принимаемое равным времени запаздывания объекта τ_y по каналу регулирующего воздействия; AC – заданное значение времени разгона оптимального переходного процесса; 2 – ломаная, соответствующая графической разности скачка задания и кривой 1 ; 3 – плавная кривая, площадь под которой S_2 равна площади S_1 над ломаной 2

Запишем передаточную функцию замкнутой САР по задающему воздействию

$$W_{зс}(p) = W_{y, x_{зд}}(p) = \frac{W_p(p)W_{об}(p)}{1 + W_p(p)W_{об}(p)}. \quad (6.17)$$

Меняя тип регулятора и его настройки в формуле (6.17), можно получить любые переходные процессы замкнутой САР, а нужен один переходной процесс, соответствующий выбранному критерию оптимальности

$$W_{y, x_{зд}}^{opt}(p) = \frac{W_p(p)W_{об}(p)}{1 + W_p(p)W_{об}(p)}. \quad (6.18)$$

Из равенства (6.18) находим передаточную функцию регулятора соответствующего вида и критерия оптимальности (6.16)

$$W_p^{\text{opt}}(p) = \frac{W_{y, x_{3д}}^{\text{opt}}(p)}{W_{об}^0(p)[1 - W_{y, x_{3д}}^{\text{opt}}(p)]}. \quad (6.19)$$

Разность $[1 - W_{y, x_{3д}}^{\text{opt}}(p)]$ находим графическим путем. Для этого от скачка задания $1(t)$ графически отнимаем кривую 1 и получаем кривую 2 (см. рис. 6.3).

Кривую 2 можно представить в виде последовательно соединенных реального дифференцирующего звена и инерционного звена первого порядка:

$$\begin{aligned} [1 - W_{y, x_{3д}}^{\text{opt}}(p)] &= W_d(p)W_\phi(p) = \\ &= \frac{k_d T_d p}{T_d p + 1} \frac{1}{T_\phi p + 1} = \frac{k_d T_d p}{(T_d p + 1)(T_\phi p + 1)}, \end{aligned} \quad (6.20)$$

где k_d – коэффициент усиления;

T_d – время дифференцирования;

T_ϕ – постоянная времени фильтра.

При этом передаточной функции (6.20) будет соответствовать кривая 3 на рис. 6.3, а для того, чтобы выполнялось равенство (6.20), необходимо, чтобы площади S_1 и S_2 соответствовали друг другу, а это будет соблюдаться при выполнении следующих условий:

$$T_d = T_{3д}; \quad (6.21)$$

$$k_d = 1 + \frac{\tau_y}{T_{3д}} = \frac{(T_{3д} + \tau_y)}{T_{3д}}; \quad (6.22)$$

$$T_\phi = \frac{0,5\tau_y}{1 + \frac{\tau_y}{T_{3д}}}. \quad (6.23)$$

Подставив равенства (6.21), (6.22), (6.23) в передаточную функцию правой части равенства (6.20), получим

$$\begin{aligned}
 [1 - W_{y, x_{3д}}^{\text{opt}}(p)] &= W_d(p)W_\phi(p) = \\
 &= \frac{(T_{3д} + \tau_y)T_{3д}p}{T_{3д}} = \frac{(T_{3д} + \tau_y)p}{(T_d p + 1)(T_\phi p + 1)}.
 \end{aligned} \tag{6.24}$$

Подставив в передаточную функцию (6.19) передаточные функции объекта (6.14), оптимальной замкнутой САР (6.16), разности (6.24) с учетом условий (6.21) и (6.22), получим искомую передаточную функцию оптимального регулятора:

$$W_p(p) = \frac{\frac{(T_d p + 1)(T_\phi p + 1)}{T_{3д} p + 1} e^{-\tau_y p}}{W_{об}^0(p) e^{-\tau_y p} (T_{3д} + \tau_y) p} = \frac{T_\phi p + 1}{W_{об}^0(p) (T_{3д} + \tau_y) p}. \tag{6.25}$$

Если в передаточную функцию (6.25) подставить ту часть передаточной функции конкретного объекта, которая не содержит запаздывания, то формула (6.25) позволит установить тип регулятора, а затем рассчитать параметры его оптимальной динамической настройки, чтобы удовлетворить условие критерия оптимальности (6.16).

Пример 6.1. На рис. 6.4 представлен график экспериментальной переходной характеристики объекта регулирования с запаздыванием по каналу регулирующего воздействия.

Передаточную функцию объекта регулирования представим в виде

$$\begin{aligned}
 W_{об}(p) &= W_{об}^0(p) e^{-\tau_y p} = \frac{k_{об} e^{-\tau_y p}}{(T_1 p + 1)(\sigma p + 1)} = \\
 &= \frac{k_{об} e^{-\tau_y p}}{T_1 \sigma p^2 + (T_1 + \sigma) p + 1} = \frac{k_{об} e^{-\tau_y p}}{\epsilon_2 p^2 + \epsilon_1 p + 1} \cong \frac{k_{об} e^{-\tau_y p}}{T_k p + 1},
 \end{aligned} \tag{6.26}$$

где $W_{об}^0(p)$ – часть передаточной функции объекта регулирования, которая не содержит запаздывания и задана в общем виде;

T_1, σ – соответственно большая и меньшая постоянные времени передаточной функции объекта регулирования;

$$\vartheta_1 = T_1 + \sigma;$$

$$\vartheta_2 = T_1 \sigma;$$

$$T_k = T_1 + \sigma \text{ – эквивалентная постоянная времени.}$$

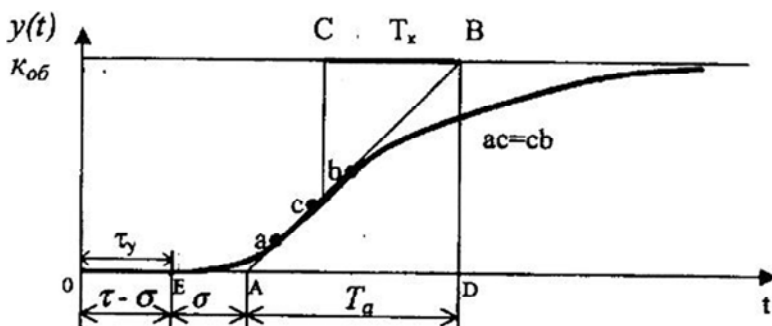


Рис. 6.4. График экспериментальной переходной характеристики объекта регулирования с запаздыванием по каналу регулирующего воздействия

Требуется определить передаточную функцию оптимального регулятора на основе передаточной функции (6.25).

Алгоритм определения численных значений параметров передаточных функций объекта и оптимального регулятора:

1. Проводим касательную AB к переходной характеристике объекта (рис. 6.4) таким образом, чтобы как можно больше точек прямой AB и переходной характеристики объекта совпали (отрезок ab).
2. Находим середину отрезка ab (точка c).
3. Восстанавливаем перпендикуляр с C .
4. Полученный отрезок $CB = T_k = T_1 + \sigma$.
5. Опускаем перпендикуляр BD на ось времени.
6. Полученный отрезок AD обозначим через T_a .
7. Находим численное значение малой постоянной времени объекта σ по формуле $\sigma = 0,104T_a$ и откладываем влево от точки A по оси времени так, чтобы $\sigma = EA$.

8. С учетом найденного значения σ определяем численное значение большей постоянной времени объекта $T_1 = T_k - \sigma$.

9. Определяем численное значение условного запаздывания объекта $\tau_y = OA - EA = OA - \sigma$, где $OA = \tau$ – чистое запаздывание.

Определим структуру оптимального регулятора с использованием передаточной функции объекта в виде

$$W_{об}(p) = W_{об}^0(p) e^{-\tau_y p} = \frac{k_{об} e^{-\tau_y p}}{T_k p + 1}, \quad (6.27)$$

$$\text{где } W_{об}^0(p) = \frac{k_{об}}{T_k p + 1}. \quad (6.28)$$

Подставив передаточную функцию (6.28) в передаточную функцию оптимального регулятора (6.25), построенного по методу полной компенсации в общем виде, получим:

$$W_p^{\text{opt}}(p) = \frac{(T_k p + 1)(T_\phi p + 1)}{k_{об}(T_{зд} + \tau)p}. \quad (6.29)$$

Умножив числитель и знаменатель передаточной функции (6.29) на T_k запишем:

$$W_p^{\text{opt}}(p) = \frac{T_k}{k_{об}(T_{зд} + \tau)} \frac{(T_k p + 1)(T_\phi p + 1)}{T_k p}. \quad (6.30)$$

Из общего вида передаточной функции (6.30) следует, что для данного объекта оптимальным типовым регулятором является ПИД-регулятор с передаточной функцией вида:

$$W_p^{\text{opt}}(p) = k_p \frac{(T_n p + 1)(T_d p + 1)}{T_n p}, \quad (6.31)$$

параметры динамической настройки которого путем сравнения соответствующих сомножителей уравнений (6.30) и (6.31) с учетом того, что

$$T_{\Phi} = \frac{0,5\tau}{1 + \frac{T_{зд}}{\tau}}, \quad (6.32)$$

можно определить по следующим формулам:

$$T_{и} = T_{к}; \quad (6.33)$$

$$T_{д} = T_{\Phi} = \frac{0,5\tau_{у}}{1 + \frac{T_{зд}}{\tau_{у}}}; \quad (6.34)$$

$$k_{р} = \frac{T_{к}}{k_{об}(T_{зд} + \tau_{у})}. \quad (6.35)$$

где $T_{и}$, $T_{д}$, $k_{р}$ – соответственно время интегрирования, время дифференцирования и коэффициент передачи регулятора.

Для получения максимального быстродействия в системе регулирования нужно принять $T_{зд} = \tau_{у}$. С учетом этого условия параметры оптимальной динамической настройки ПИД-регулятора находим по формулам метода полной компенсации в общем виде:

$$T_{и} = T_{к}; \quad (6.36)$$

$$T_{д} = \frac{\tau_{у}}{4}; \quad (6.37)$$

$$k_{р} = \frac{T_{к}}{2k_{об}\tau_{у}}. \quad (6.38)$$

При этих настройках полное время отработки скачка задания в САР с ПИД-регулятором не превышает $4-5\tau_y$ в зависимости от величины зоны нечувствительности регулятора. Следует отметить, что при реализации ПИД-закона регулирования в соответствии с передаточной функцией (6.39) пропорциональная составляющая закона регулирования зависит от соотношения численных значений времени интегрирования и дифференцирования:

$$W_{\text{ПИД}}(p) = k_p \left[\left(1 + \frac{T_d}{T_i} \right) + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right]. \quad (6.39)$$

При малом значении времени дифференцирования и большой величине времени интегрирования $\frac{T_d}{T_i} \rightarrow 0$ передаточная функция ПИД-регулятора принимает обычный вид:

$$W_{\text{ПИД}}(p) = k_p \left[1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right]. \quad (6.40)$$

В этом случае в качестве критерия оптимальности при отработке скачка задания можно принять колебательное звено с коэффициентом демпфирования, равным $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, и заданной постоянной времени

разгона оптимального переходного процесса $T_{\text{зд}} = \frac{\tau_y}{\sqrt{2}}$. Для расчета параметров оптимальной динамической настройки ПИД-регулятора в качестве исходной модели объекта можно использовать передаточную функцию

$$W_{\text{об}}(p) = \frac{k_{\text{об}} e^{-\tau_y p}}{\epsilon_2 p^2 + \epsilon_1 p + 1}. \quad (6.41)$$

В этом случае параметры оптимальной динамической настройки ПИД-регулятора определяют по следующим формулам:

$$T_{и} = \vartheta_1; \quad (6.42)$$

$$T_{д} = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}; \quad (6.43)$$

$$k_p = \frac{\vartheta_1}{2k_{об}\tau_y}. \quad (6.44)$$

Эти настройки регулятора обеспечивают минимальное время отработки скачка задания. При этом величина максимального перерегулирования не превышает 5 %.

6.3. Аналитический метод полной компенсации в общем виде

Динамика объекта регулирования задана в виде передаточной функции

$$W_{об}(p) = W_{об}^0(p) e^{-\tau_y p}, \quad (6.45)$$

где $W_{об}^0(p)$ – часть передаточной функции объекта регулирования, которая не содержит запаздывания и задана в общем виде;

τ_y – условное запаздывания по каналу регулирующего воздействия;

p – оператор Лапласа.

Передаточная функция оптимального регулятора имеет вид

$$W_p^{opt} = \frac{W_{зд}(p)}{W_{об}(p)} \frac{1}{1 - W_{зд}(p)}, \quad (6.46)$$

где $W_{зд}(p)$ – заданная передаточная функция системы по задающему воздействию (критерий оптимальности), структура которой определяется структурой объекта регулирования:

$$W_{зд}(p) = W_{зд}^0(p) e^{-\tau_y p}. \quad (6.47)$$

Передаточную функцию условного запаздывания представим в следующем виде:

$$e^{-\tau_y p} = \frac{1}{\tau_y p + 1}. \quad (6.48)$$

Подставив в передаточную функцию оптимального регулятора (6.46) передаточные функции (6.45), (6.47) и (6.48), получим:

$$W_p^{opt} = \frac{W_{зд}^0(p)(\tau_y p + 1)}{W_{об}^0(p) [\tau_y p + 1 - W_{зд}^0(p)]}. \quad (6.49)$$

Пример 6.2. Передаточная функция объекта регулирования задана в виде инерционного звена первого порядка с условным запаздыванием:

$$W_{об}(p) = W_{об}^0(p) e^{-\tau_y p} = \frac{k_0 e^{-\tau_y p}}{T_k p + 1}, \quad (6.50)$$

$$\text{где } W_{об}^0(p) = \frac{k_0}{T_k p + 1}. \quad (6.51)$$

Требуется определить оптимальную передаточную функцию регулятора на основе передаточной функции (6.49).

Заданная передаточная функция системы согласно (6.47) примет следующий вид:

$$W_{зд}(p) = W_{зд}^0(p) e^{-\tau_y p} = \frac{e^{-\tau_y p}}{T_{зд} p + 1}, \quad (6.52)$$

$$\text{где } W_{зд}^0(p) = \frac{1}{T_{зд} p + 1}. \quad (6.53)$$

Подставив в передаточную функцию оптимального регулятора (6.49) передаточные функции (6.51) и (6.53), получим

$$\begin{aligned}
W_p^{\text{opt}} &= \frac{(T_k p + 1)(\tau_y p + 1)}{k_0 (T_{\text{зд}} p + 1) \left(\tau_y p + 1 - \frac{1}{T_{\text{зд}} p + 1} \right)} = \\
&= \frac{(T_k p + 1)(\tau_y p + 1)}{k_0 \left[(\tau_y p + 1)(T_{\text{зд}} p + 1) - 1 \right]} = \\
&= \frac{(T_k p + 1)(\tau_y p + 1)}{k_0 (T_{\text{зд}} + \tau_y) p \left(\frac{\tau_y T_{\text{зд}}}{T_{\text{зд}} + \tau_y} p + 1 \right)}.
\end{aligned} \tag{6.54}$$

Получаем передаточную функцию реального ПИД-регулятора с одним параметром динамической настройки $T_{\text{зд}}$, который выбираем в соответствии с правилом золотого сечения, где за целое принимаем численное значение условного запаздывания τ_y с учетом допустимой максимальной величины регулирующего воздействия.

Пример 6.3. Передаточная функция объекта регулирования задана в виде инерционного звена второго порядка с запаздыванием:

$$W_{\text{об}}(p) = \frac{k_0 e^{-\tau_y p}}{(T_1 p + 1)(\sigma p + 1)}, \tag{6.55}$$

где $k_{\text{об}}$ – коэффициент передачи объекта по каналу регулирующего воздействия;

T_1 , σ – соответственно большая и меньшая постоянные времени передаточной функции объекта регулирования.

В этом случае заданная передаточная функция системы с учетом структуры (6.55) примет следующий вид:

$$W_{\text{зд}}(p) = \frac{e^{-\tau_y p}}{(T_{\text{зд}} p + 1)^2}. \tag{6.56}$$

Подставив передаточные функции (6.55) и (6.56) в передаточную функцию оптимального регулятора (6.49), получим:

$$W_p^{\text{opt}} = \frac{(T_1 p + 1)(\tau_y p + 1)(\sigma p + 1)}{k_0 (\tau_y + 2T_{\text{зд}}) p \left(\frac{\tau_y T_{\text{зд}}^2}{\tau_y + 2T_{\text{зд}}} p^2 + \frac{2T_{\text{зд}} \tau_y + T_{\text{зд}}^2}{\tau_y + 2T_{\text{зд}}} p + 1 \right)}, \quad (6.57)$$

то есть передаточную функцию реального ПИД-регулятора с инерционностью второго порядка.

7. ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ТИПОВЫХ ДВУХКОНТУРНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

7.1. Параметрическая оптимизация типовых каскадных систем автоматического регулирования теплоэнергетических процессов

Рассмотрим каскадную систему автоматического регулирования (КСАР) с корректирующим и стабилизирующим регуляторами (рис. 7.1).

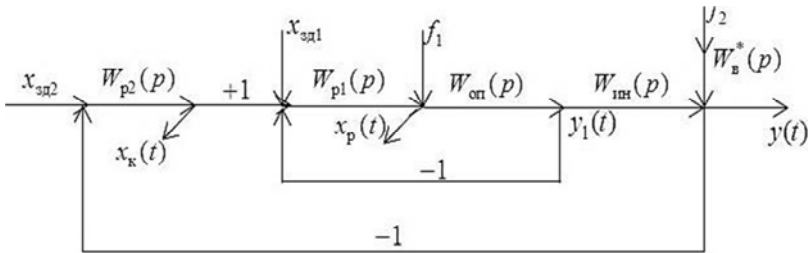


Рис. 7.1. Каскадная система автоматического регулирования:

$y(t)$ – основная регулируемая величина; $x_{\text{зд}1}$ – заданное значение промежуточной регулируемой величины $y_1(t)$; $x_{\text{зд}2}$ – заданное значение основной регулируемой величины; $x_p(t)$ – регулирующее воздействие; $x_k(t)$ – корректирующее воздействие; f_1 – внутреннее возмущение; f_2 – внешнее возмущение (расходом перегретого пара); $W_{p1}(p)$ – передаточная функция стабилизирующего регулятора; $W_{p2}(p)$ – передаточная функция корректирующего регулятора; W_b^* – передаточная функция внешнего возмущения; $W_{\text{он}}(p)$ – передаточная функция опережающего участка объекта регулирования; $W_{\text{ин}}(p)$ – передаточная функция инерционного участка объекта регулирования

Методика определения параметров настройки регуляторов каскадной системы автоматического регулирования основана на возможности расчета одного контура (стабилизирующего или внутреннего) независимо от другого (корректирующего или внешнего). Для этого параметрическую оптимизацию стабилизирующего регулятора произведем с использованием метода частичной компенсации, а корректирующего регулятора – с использованием метода полной компенсации в общем виде.

Метод частичной компенсации предназначен для оптимальной отработки внутреннего возмущения с использованием ПИ-регулятора:

$$W_p(p) = \frac{k_p(T_i p + 1)}{T_i p}, \quad (7.1)$$

где k_p – коэффициент усиления ПИ-регулятора;

T_i – время интегрирования ПИ-регулятора;

p – оператор Лапласа.

Передаточная функция опережающего участка объекта регулирования задана в виде инерционного звена второго порядка:

$$W_{ин}(p) = \frac{k_{об}}{(T_1 p + 1)(\sigma p + 1)}, \quad (7.2)$$

где $k_{об}$ – коэффициент передачи опережающего участка;

T_1 , σ – соответственно большая и меньшая постоянные времени передаточной функции (7.2).

Критерий оптимальности – минимум интеграла квадрата ошибки регулирования при заданной степени затухания ψ переходного процесса:

$$J = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt = \min, \quad \psi = 0,95. \quad (7.3)$$

Определяем параметры динамической настройки стабилизирующего ПИ-регулятора с учетом формул (5.32) и (5.33):

$$k_p = \frac{0,7395T(1+\frac{1}{T})^2 - 1}{k_{об}}, \quad (7.4)$$

где $T = \frac{T_1}{\sigma}$ – относительная постоянная времени объекта.

$$T_{ин1} = I\sigma, \quad (7.5)$$

где $I = \frac{6,36 \left(0,7395T(1+\frac{1}{T})^2 - 1 \right)}{T(1+\frac{1}{T})^3}$ – относительное время интегри-

рования.

При этом передаточная функция корректирующего регулятора, параметры динамической настройки которого позволяют оптимально обрабатывать крайнее внешнее возмущение, примет вид, согласно передаточной функции (6.25):

$$W_{p2}(p) = \frac{T_\phi p + 1}{W_{ин}^0(p)(T_{зд} + \tau_y)p}, \quad (7.6)$$

где $W_{ин}^0(p)$ – часть передаточной функции инерционного участка объекта регулирования, которая не содержит запаздывания τ_y и задана в виде инерционного звена первого порядка с условным запаздыванием:

$$W_{ин}(p) = W_{ин}^0(p)e^{-\tau_y} = \frac{k_{ин}}{T_k p + 1} e^{-\tau_y}, \quad (7.7)$$

причем $T_{зд} = \tau_y$, а малая постоянная времени дифференциатора (время фильтра) $T_\phi = 0,5\tau_y / (1 + T_{зд}/\tau_y) = \tau_y/4$.

В результате чего передаточная функция корректирующего регулятора примет вид ПИД-регулятора:

$$W_{p2}(p) = \frac{(T_k p + 1)(T_\phi p + 1)}{k_{ин}(T_{зд} + \tau_y)p} = \frac{T_k(T_k p + 1)(T_\phi p + 1)}{2k_{ин}\tau_y T_k p} = \frac{k_{p2}(T_k p + 1)(T_\phi p + 1)}{T_k p}, \quad (7.8)$$

где $k_{p2} = \frac{T_k}{2k_{ин}\tau_y}$; (7.9)

$$T_{и2} = T_k. \quad (7.10)$$

7.2. Параметрическая оптимизация типовых систем автоматического регулирования с дифференциатором

Структурная схема типовой двухконтурной САР с дифференциатором представлена на рис. 7.2.

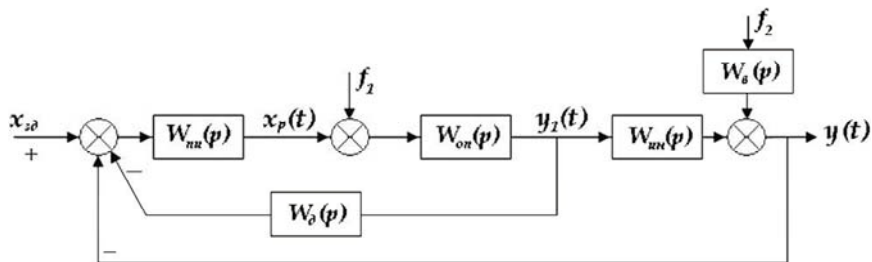


Рис. 7.2. Структурная схема типовой САР с дифференциатором:

$x_{зд}$ – заданное значение регулируемой величины; f_1 – внутреннее возмущение; f_2 – крайнее внешнее возмущение; $W_{оп}(p)$ – передаточная функция опережающего участка; $W_{ин}(p)$ – передаточная функция инерционного участка; $W_в(p)$ – передаточная функция крайнего внешнего возмущения; $W_{ин}(p)$ – передаточная функция ПИ-регулятора; $x_p(t)$ – регулирующее воздействие ПИ-регулятора; $y(t)$, $y_2(t)$ – соответственно основная и промежуточная регулируемые величины; $W_д(p)$ – передаточная функция дифференциатора

Преобразуем ее в одноконтурную САР путем замены внутреннего контура, состоящего из регулятора, опережающего участка и дифференциатора, эквивалентной передаточной функцией:

$$\begin{aligned}
 W_{\text{экв}}(p) &= \frac{W_p(p)W_{\text{оп}}(p)}{1 + W_p(p)W_{\text{оп}}(p)W_d(p)} = \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{W_p(p)W_{\text{оп}}(p)} + W_d(p)} = \frac{1}{W_d(p)} = \frac{k_p^*(T_{\text{и}}^*p + 1)}{T_{\text{и}}^*p}. \quad (7.11)
 \end{aligned}$$

При $k_p k_{\text{оп}} \rightarrow \infty$ получаем величину, обратную передаточной функции дифференциатора. Таким образом, эквивалентная передаточная функция (7.11) соответствует условному ПИ-регулятору с параметрами динамической настройки k_p^* , $T_{\text{и}}^*$. В результате двухконтурную САР с дифференциатором (рис. 7.2) преобразуем в одноконтурную (рис. 7.3) с условным ПИ-регулятором и инерционным участком объекта регулирования.

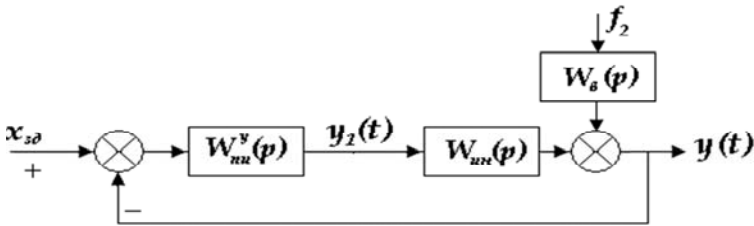


Рис. 7.3. Преобразованная САР

Параметры оптимальной динамической настройки дифференциатора рассчитываем по методу полной компенсации в частном виде для оптимальной отработки крайнего внешнего возмущения f_2 по передаточной функции инерционного участка объекта регулирования.

Согласно МПК в частном виде оптимальные параметры динамической настройки ПИ-регулятора рассчитываем по формулам (6.13):

$$T_{и}^* = T_{к}, \quad (7.12)$$

$$k_{п}^* = \frac{T_{к}}{2k_{ин}\tau_{у}}. \quad (7.13)$$

С учетом (7.11) находим параметры динамической настройки дифференциатора через параметры настройки условного ПИ-регулятора для оптимальной обработки крайнего внешнего возмущения:

$$T_{д} = T_{и}^* = T_{к}; \quad (7.14)$$

$$k_{д} = \frac{1}{k_{п}^*} = \frac{2k_{ин}\tau_{у}}{T_{к}}. \quad (7.15)$$

Для оптимальной обработки внутреннего возмущения настройку основного регулятора рассчитывают по структурной схеме внутреннего контура двухконтурной САР, представленной на рис. 7.4.

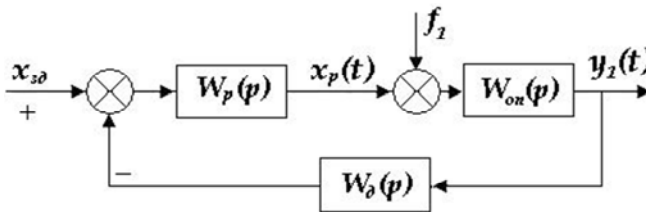


Рис. 7.4. Структурная схема внутреннего контура САР

При этом следует учесть, что передаточная функция дифференциатора при достаточно больших значениях времени дифференцирования в момент времени $t = 0$ ведет себя как идеальное усиленное звено с коэффициентом усиления $k_{д}$:

$$W_{д}(p) = \frac{k_{д}T_{д}p}{T_{д}p + 1} \Rightarrow k_{д} \quad \text{при} \quad T_{д} \rightarrow \infty. \quad (7.16)$$

В результате структурная схема САР для рис. 7.4 примет вид, как показано на рис. 7.5.

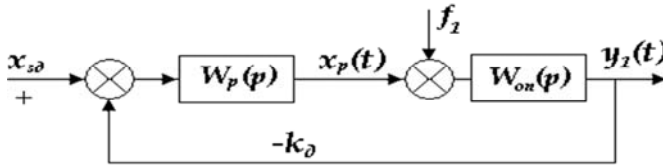


Рис. 7.5. Преобразованная структурная схема внутреннего контура САР с дифференциатором

Коэффициент усиления дифференциатора k_d отнесем к опережающему участку объекта регулирования.

Для расчета настройки основного регулятора примем один из методов частичной компенсации на оптимальную обработку внутреннего возмущения f_1 . При этом расчет настройки регулятора выполним по передаточной функции эквивалентного объекта:

$$W_{\text{экив}}(p) = k_{\text{об}} W_{\text{оп}}(p) = \frac{k_d k_{\text{оп}}}{(T_{\text{оп}} p + 1)(\sigma_{\text{оп}} p + 1)}, \quad (7.17)$$

где $k_{\text{об}} = k_p k_d$. (7.18)

Для упрощения расчета вводим относительные единицы. Найдем относительный коэффициент усиления разомкнутой системы:

$$K = k_p k_{\text{об}}. \quad (7.19)$$

Относительная постоянная времени опережающего участка:

$$T = \frac{T_{\text{оп}}}{\sigma_{\text{оп}}}. \quad (7.20)$$

В качестве критерия оптимальности по МЧК принимаем $J = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt = \min$, $\psi = 0,95$. Относительное время интегрирования

ПИ-регулятора

$$I = \frac{T_{\text{и}}}{\sigma_{\text{оп}}}. \quad (7.21)$$

Относительный коэффициент усиления рассчитываем по формуле (7.14) с учетом (7.19):

$$K = 0,7395T(1 + \frac{1}{T})^2 - 1. \quad (7.22)$$

Абсолютное значение коэффициента усиления регулятора k_p с учетом (7.17) и (7.18):

$$k_p = \frac{K}{k_{об}} = \frac{K}{k_{оп}k_d}. \quad (7.23)$$

Относительное время интегрирования основного регулятора, согласно методу частичной компенсации, определяют по следующей формуле:

$$I = T_i / \sigma_{оп} = \frac{6,36K}{T(1 + \frac{1}{T})^3}. \quad (7.24)$$

Затем рассчитывают абсолютное время интегрирования регулятора

$$T_i = I\sigma_{оп}. \quad (7.25)$$

8. СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

8.1. Структурно-параметрическая оптимизация на базе каскадных систем автоматического регулирования

Рассмотрим исходную каскадную систему автоматического регулирования с корректирующим и стабилизирующим регуляторами (см. рис. 7.1).

Выводим передаточную функцию оптимального регулятора, исходя из обратной модели объекта регулирования и оптимальной передаточной функции САР по задающему воздействию. Записываем передаточную функцию замкнутой САР по задающему воздействию:

$$W_{y, x_{зд}}(p) = \frac{W_p(p)W_{об}(p)}{1 + W_p(p)W_{об}(p)}, \quad (8.1)$$

где $W_p(p)$ – передаточная функция регулятора;

$W_{об}(p)$ – передаточная функция объекта регулирования;

p – оператор Лапласа.

Передаточную функцию САР по задающему воздействию выбираем так, чтобы она соответствовала выбранному критерию качества:

$$W_{y, x_{зд}}(p) = W_{зд}^{opt}(p), \quad (8.2)$$

где $W_{зд}^{opt}(p)$ – оптимальная передаточная функция замкнутой САР по задающему воздействию:

$$W_{зд}^{opt}(p) = \frac{W_p(p)W_{об}(p)}{1 + W_p(p)W_{об}(p)}, \quad (8.3)$$

из которой находим передаточную функцию оптимального регулятора:

$$W_p(p) = \frac{1}{W_{об}(p)} \frac{W_{зд}^{opt}(p)}{1 - W_{зд}^{opt}(p)}, \quad (8.4)$$

где $W_p(p)$ – оптимальная передаточная функция регулятора, которая реализует оптимальную передаточную функцию замкнутой САР по задающему воздействию.

Структуру и оптимальную динамическую настройку внутреннего контура (стабилизирующий регулятор) выбираем на основе передаточной функции опережающего участка объекта регулирования:

$$W_{об}(p) = W_{оп}^*(p) = \frac{k_{оп}}{T_{оп}^*p + 1}, \quad (8.5)$$

где $W_{оп}^*(p)$ – передаточная функция опережающего участка;

$k_{оп}$ – коэффициент передачи;

$T_{оп}^*$ – постоянная времени передаточной функции опережающего участка.

В этом случае критерий оптимальности внутреннего контура при отработке скачка задания $x_{зд1}$ примет вид

$$W_{зд1}^{opt} = \frac{1}{T_{зд1}p + 1}, \quad (8.6)$$

где $T_{зд1}$ – заданное время инерционного звена первого порядка.

Подставив передаточные функции (8.5) и (8.6) в (8.4), получим оптимальную передаточную функцию стабилизирующего регулятора в виде идеального ПИ-регулятора:

$$W_{p1}(p) = \frac{T_{оп}^*p + 1}{k_{оп}T_{зд1}p}. \quad (8.7)$$

Численное значение единственного параметра его динамической настройки $T_{з\text{д}1}$ выбирают с использованием ряда чисел правила золотого сечения, приняв за целое $T_{\text{оп}}^*$:

$$T_{з\text{д}1} \in [0,146; 0,236; 0,382; 0,44; 0,56; 0,618; 1,0] T_{\text{оп}}^*. \quad (8.8)$$

Если передаточную функцию опережающего участка представить в виде инерционного звена второго порядка

$$W_{\text{оп}}(p) = \frac{k_{\text{оп}}}{(T_{\text{оп}}p + 1)(\sigma_{\text{оп}}p + 1)}, \quad (8.9)$$

то оптимальная передаточная функция стабилизирующего регулятора на базе передаточной функции (8.4) с учетом заданной передаточной функции

$$W_{з\text{д}1} = \frac{1}{(T_{з\text{д}1}p + 1)^2} \quad (8.10)$$

примет вид:

$$W_{\text{р}1}(p) = \frac{(T_{\text{оп}}p + 1)(\sigma_{\text{оп}}p + 1)}{2k_{\text{оп}}T_{з\text{д}1}p \left(\frac{T_{з\text{д}1}}{2}p + 1 \right)}, \quad (8.11)$$

то есть реального ПИД-регулятора, где численное значение постоянной времени критерия оптимальности $T_{з\text{д}1}$ находят из условия (8.8) с учетом допустимого значения максимальной величины регулирующего воздействия. Далее находим передаточную функцию эквивалентного объекта регулирования:

$$W_{\text{э\text{кв}}}(p) = W_{з\text{д}1}(p)W_{\text{ин}}(p). \quad (8.12)$$

где $W_{\text{ин}}(p)$ – передаточная функция инерционного участка объекта регулирования.

Затем определяют структуру передаточной функции корректирующего регулятора $W_{p2}(p)$ с учетом структуры передаточной функции эквивалентного объекта (8.12).

В результате оптимальная передаточная функция корректирующего регулятора с учетом (8.4) примет следующий вид:

$$W_{p2}^{\text{opt}}(p) = \frac{W_{\text{зд2}}(p)}{W_{\text{эkv}}(p)} \frac{1}{1 - W_{\text{зд2}}(p)} = W_{\text{ф}}(p) \frac{1}{1 - W_{\text{зд2}}(p)}, \quad (8.13)$$

$$\text{где } W_{\text{ф}}(p) = \frac{W_{\text{зд2}}(p)}{W_{\text{эkv}}(p)}, \quad (8.14)$$

здесь $W_{\text{ф}}(p)$ – передаточная функция задающего фильтра;

$W_{\text{зд2}}(p)$ – передаточная функция критерия оптимальности САР по задающему воздействию $x_{\text{зд2}}$, рассчитываемая по формуле (2.8) с учетом структуры передаточной функции эквивалентного объекта регулирования (8.12).

Численное значение $T_{\text{зд2}}$ выбирают, исходя из требуемого значения корректирующего воздействия с использованием ряда чисел правила золотого сечения. При этом за целое принимают численную величину условного запаздывания τ_y :

$$T_{\text{зд2}} \in [0,146; 0,236; 0,382; 0,44; 0,56; 0,618; 1,0] \tau_y. \quad (8.15)$$

Структурную схему каскадной САР с учетом передаточной функции корректирующего регулятора (8.13) окончательно можно представить в виде, как показано на рис. 8.1.

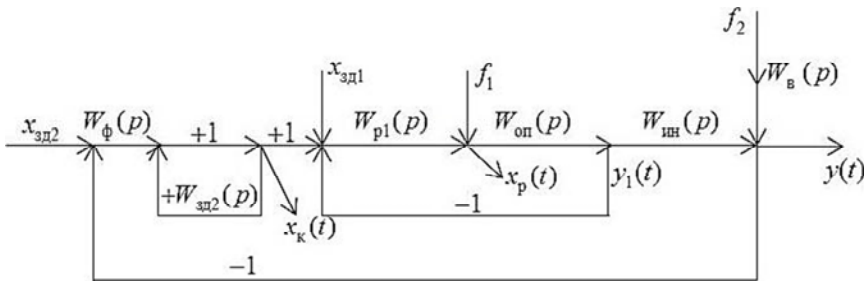


Рис. 8.1. Схема моделирования переходных процессов оптимальной структурно-параметрической каскадной системы автоматического регулирования: $y(t)$ – основная регулируемая величина; $y_1(t)$ – промежуточная регулируемая величина; $x_{зд1}$ – заданное промежуточной регулируемой величины; $x_{зд2}$ – заданное значение основной регулируемой величины; $x_p(t)$ – регулирующее воздействие; $x_k(t)$ – корректирующее воздействие; f_1 – внутреннее возмущение; f_2 – внешнее возмущение; $W_{p1}(p)$ – передаточная функция стабилизирующего регулятора; $W_{p2}(p)$ – передаточная функция корректирующего регулятора; $W_{в}$ – передаточная функция крайнего внешнего возмущения; $W_{оп}(p)$ – передаточная функция опережающего участка объекта регулирования; $W_{ин}(p)$ – передаточная функция инерционного участка объекта регулирования; W_{ϕ} – передаточная функция фильтра; $W_{зд2}$ – передаточная функция критерия оптимальной обработки $x_{зд2}(t)$

Пример 8.1. Структурно-параметрическая оптимизация на базе КСАР для объектов регулирования с самовыравниванием.

Передаточная функция опережающего участка объекта регулирования представлена в виде передаточной функции инерционного звена первого порядка

$$W_{оп}^*(p) = \frac{k_{оп}}{T_{оп}p + 1} = \frac{4,5}{20,8p + 1}. \quad (8.16)$$

Передаточная функция инерционного участка объекта регулирования представлена в виде передаточной функции инерционного звена первого порядка с условным запаздыванием:

$$W_{ин}(p) = \frac{k_{ин}}{T_{к}p + 1} e^{-\tau_y p} = \frac{1,3}{71p + 1} e^{-75p}. \quad (8.17)$$

Необходимо определить оптимальную структуру и параметры динамической настройки системы.

Определяем оптимальные параметры динамической настройки стабилизирующего регулятора на основе передаточной функции (8.7):

$$T_{и1} = T_{оп}^* = 20,8 \text{ с}, \quad (8.18)$$

$$k_{p1} = \frac{T_{оп}^*}{k_{оп}T_{зд1}} = \frac{20,8}{4,5T_{зд1}}, \quad (8.19)$$

где численные значения $T_{зд1}$ находят из ряда чисел (8.8) с учетом допустимой максимальной величины регулирующего воздействия.

В этом случае передаточная функция стабилизирующего регулятора будет иметь вид

$$W_{p1}^{opt}(p) = \frac{T_{оп}^*p + 1}{k_{оп}T_{зд1}p} = \frac{20,8p + 1}{4,5T_{зд1}p}. \quad (8.20)$$

Далее определяем структуру корректирующего устройства на базе передаточной функции эквивалентного объекта (8.12):

$$\begin{aligned} W_{эkv}(p) &= W_{ин}(p)W_{зд1}(p) = \\ &= \frac{k_{ин}e^{-\tau_y p}}{(T_{зд1}p + 1)(T_{к}p + 1)} = \frac{1,3e^{-75p}}{(T_{зд1}p + 1)(71p + 1)}. \end{aligned} \quad (8.21)$$

С учетом структуры (8.21) оптимальная передаточная функция САР по задающему воздействию примет вид следующего критерия оптимальной отработки скачка $x_{зд2}$:

$$W_{зд2}^{opt}(p) = \frac{e^{-\tau_y p}}{(T_{зд2}p + 1)^2}. \quad (8.22)$$

Затем находим оптимальную структуру корректирующего регулятора с учетом формул (8.13) и (8.14):

$$\begin{aligned}
 W_{p^2}^{\text{opt}}(p) &= \frac{W_{\text{зд}2}(p)}{W_{\text{эКВ}}(p)} \frac{1}{1 - W_{\text{зд}2}(p)} = W_{p^2}^{\text{opt}}(p) = \\
 &= \frac{(T_{\text{зд}1}p + 1)(71p + 1)}{1,3(T_{\text{зд}2}p + 1)^2} \frac{1}{1 - \frac{e^{-75p}}{(T_{\text{зд}2}p + 1)^2}}.
 \end{aligned}
 \tag{8.23}$$

Выбираем следующие численные значения постоянных времени стабилизирующего и корректирующего регуляторов:

$$T_{\text{зд}1} = 20,8 \cdot 0,618 = 12,85 \text{ с};$$

$$T_{\text{зд}2} = 75 \cdot 0,236 = 17,7 \text{ с};$$

$$T_{\text{зд}2} = 75 \cdot 0,382 = 28,65 \text{ с};$$

$$T_{\text{зд}2} = 75 \cdot 0,618 = 46,35 \text{ с}.$$

Схема моделирования переходных процессов оптимальной структурно-параметрической каскадной системы автоматического регулирования представлена на рис. 8.1. Графики переходных процессов при основных возмущениях приведены на рис. 8.2.

Из анализа графиков переходных процессов видно, что с уменьшением численного значения $T_{\text{зд}2}$ критерия оптимальности по основной регулируемой величине качество регулирования улучшается, но при этом увеличивается максимальная величина регулирующего воздействия: например, при $T_{\text{зд}2} = 0,236\tau_y$ полное время регулирования при отработке скачка задания в два раза меньше, чем у типового ПИД-регулятора ($4-5\tau_y$).

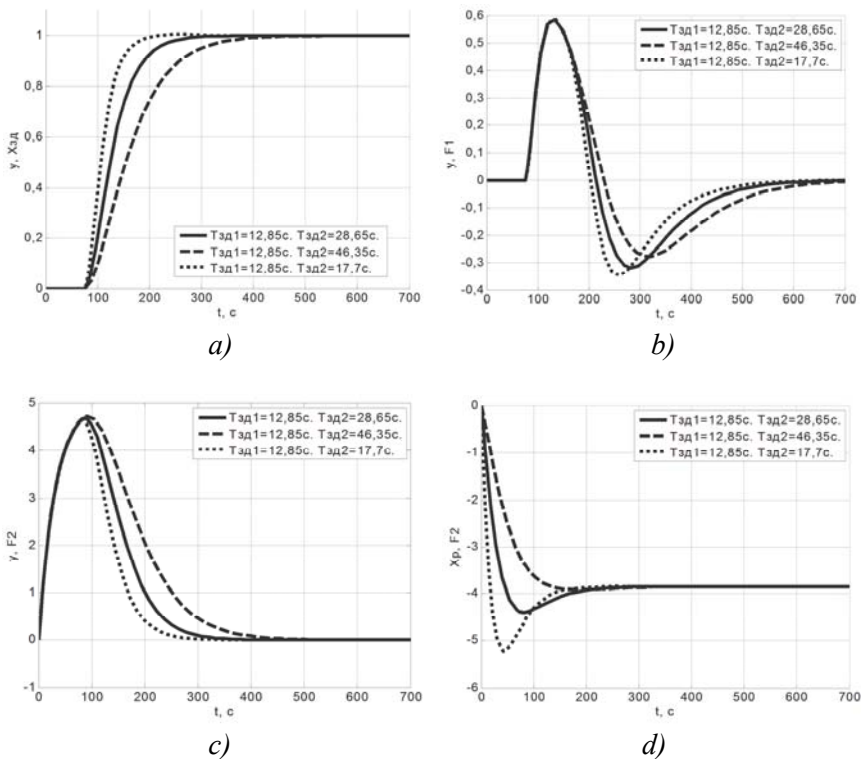


Рис. 8.2. Графики переходных процессов:

a – отработка скачка задающего воздействия; *b* – отработка внутреннего возмущения; *c* – отработка внешнего возмущения; *d* – изменения регулирующего воздействия при отработке внешнего возмущения; *t* – время

Пример 8.2. Структурно-параметрическая оптимизация каскадной САР для объектов регулирования без самовыравнивания (САР уровня воды в барабане парового котла).

Передаточная функция опережающего участка объекта регулирования представлена в виде передаточной функции инерционного звена первого порядка:

$$W_{\text{оп}}^*(p) = \frac{1}{5p + 1}. \quad (8.24)$$

Передаточная функция инерционного участка объекта регулирования представлена в виде передаточной функции идеального интегрирующего звена с запаздыванием:

$$W_1(p) = \frac{e^{-21p}}{37p}. \quad (8.25)$$

Передаточная функция крайнего внешнего возмущения имеет вид

$$W_B(p) = \frac{5}{30p+1}. \quad (8.26)$$

Необходимо определить оптимальную структуру и параметры динамической настройки системы.

Определяем оптимальные параметры динамической настройки стабилизирующего регулятора (8.7) с учетом передаточной функции (8.24):

$$T_{и1} = T_{оп}^* = 5 \text{ с}; \quad (8.27)$$

$$k_{p1} = \frac{T_{оп}^*}{k_{оп} T_{зд1}} = \frac{5}{T_{зд1}}. \quad (8.28)$$

В результате передаточная функция стабилизирующего регулятора примет вид, где численные значения $T_{зд1}$ находят из ряда чисел (8.8) с учетом максимальной величины регулирующего воздействия:

$$W_{p1}(p) = \frac{1}{W_{оп}^*(p)} \frac{W_{зд1}(p)}{1 - W_{зд1}(p)} = \frac{5p+1}{T_{зд1}p}. \quad (8.29)$$

Определяем структуру корректирующего устройства на базе передаточной функции эквивалентного объекта (8.12):

$$W_{эkv}(p) = W_{зд1}(p)W_1(p) = \frac{e^{-21p}}{37p(T_{зд1}p+1)}. \quad (8.30)$$

С учетом структуры (8.30) оптимальная передаточная функция САР по задающему воздействию примет вид

$$W_{з\text{д}2}^{\text{opt}}(p) = \frac{e^{-\tau p}}{(T_{з\text{д}2}p + 1)^2}. \quad (8.31)$$

Затем находим оптимальную структуру корректирующего регулятора с учетом формул (8.13) и (8.14):

$$\begin{aligned} W_{p2}(p) &= \frac{1}{W_{\text{эКВ}}(p)} \frac{W_{з\text{д}2}(p)}{1 - W_{з\text{д}2}(p)} = \frac{T_1 p (T_{з\text{д}1} p + 1)}{(T_{з\text{д}2} p + 1)^2} \times \\ &\times \frac{1}{1 - \frac{e^{-\tau_1 p}}{(T_{з\text{д}2} p + 1)^2}} = \frac{37 p (T_{з\text{д}1} p + 1)}{(T_{з\text{д}2} p + 1)^2} \frac{1}{1 - \frac{e^{-21 p}}{(T_{з\text{д}2} p + 1)^2}}. \end{aligned} \quad (8.32)$$

С учетом формул (8.8) и (8.16) выбираем численные значения постоянных времени критериев оптимальности стабилизирующего и корректирующего регуляторов:

$$T_{з\text{д}1} = 0,146 T_{\text{оп}}^* = 0,73 \text{ с}; \quad T_{з\text{д}2} = 0,382 \tau_1 = 8,02 \text{ с};$$

$$T_{з\text{д}2} = 0,618 \tau_1 = 12,97 \text{ с}; \quad T_{з\text{д}2} = 1 \tau_1 = 21 \text{ с}.$$

Схема моделирования переходных процессов системы при основных возмущениях представлена на рис. 8.1. Графики переходных процессов при основных возмущениях представлены на рис. 8.3.

Из графиков переходных процессов видно, что с уменьшением численного значения постоянной времени $T_{з\text{д}2}$ критерия оптимальности основной регулируемой величины качество регулирования улучшается за счет увеличения максимальной величины регулирующего воздействия.

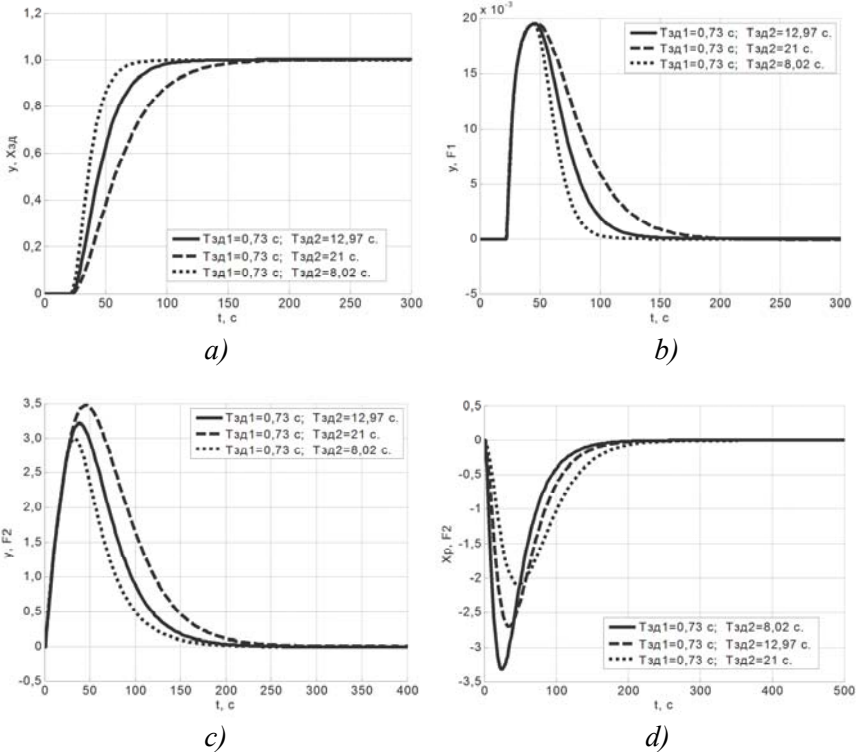


Рис. 8.3. Графики переходных процессов КСАР для объекта регулирования без самовыравнивания:

a – отработка скачка задающего воздействия; *b* – отработка внутреннего возмущения; *c* – отработка внешнего возмущения; *d* – изменения регулирующего воздействия при отработке внешнего возмущения; t – время

8.2. Структурно-параметрическая оптимизация систем автоматического регулирования с использованием модифицированного линейного упредителя Смита и передаточной функции оптимального регулятора

Структурно-параметрическая оптимизация систем автоматического регулирования с использованием модифицированного линейного упредителя Смита и передаточной функции оптимального регулятора позволяет повысить качество регулирования, однако требует

реализации неполной и полной модели инерционного участка объекта регулирования с запаздыванием. Структурная схема САР представлена на рис. 8.4.

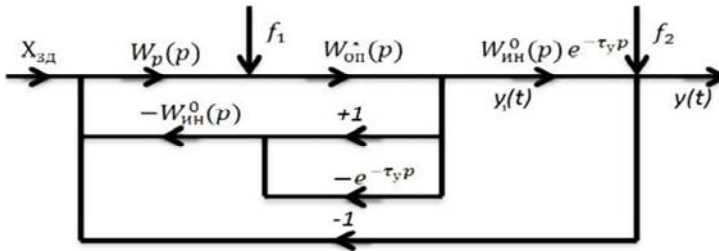


Рис. 8.4. Структурная схема САР на базе линейного упредителя Смита:
 $x_{зд}$ – заданное значение регулируемой величины; f_1 – внутреннее возмущение;
 f_2 – крайнее внешнее возмущение; $y(t)$ – основная регулируемая величина;
 $y_1(t)$ – промежуточная регулируемая величина; $W_p(p)$ – передаточная функция регулятора; $W_{оп}^*(p)$ – передаточная функция опережающего участка объекта регулирования; $W_{ин}^0(p)$ – передаточная функция инерционного участка объекта регулирования не содержащая запаздывания; $e^{-\tau_у p}$ – передаточная функция условного запаздывания

Передаточная функция опережающего участка объекта регулирования имеет вид

$$W_{оп}^*(p) = \frac{k_{оп}}{T_{оп}^* p + 1}, \quad (8.33)$$

где $k_{оп}$ – коэффициент передачи опережающего участка;

$T_{оп}^*$ – постоянная времени опережающего участка;

p – оператор Лапласа.

Передаточную функцию инерционного участка объекта регулирования представим в следующем виде:

$$W_{ин}^0(p) e^{-\tau_у p} = \frac{k_{ин} e^{-\tau_у p}}{T_к p + 1}, \quad (8.34)$$

где $k_{\text{ин}}$ – коэффициент передачи инерционного участка объекта;

$T_{\text{к}}$ – постоянная времени передаточной функции инерционного участка объекта регулирования;

$\tau_{\text{у}}$ – условное запаздывание по каналу регулирующего воздействия.

Для выбора структуры основного регулятора используем передаточную функцию оптимального регулятора, которую находим по передаточной функции эквивалентного объекта регулирования:

$$W_{\text{экр}}(p) = W_{\text{ин}}^0(p)W_{\text{оп}}(p) = \frac{k_{\text{оп}}}{T_{\text{оп}}^*p+1} \frac{k_{\text{ин}}}{T_{\text{к}}p+1}. \quad (8.35)$$

Заданная передаточная функция системы с учетом (8.35) при отработке скачка задания примет вид

$$W_{\text{зд}}(p) = \frac{1}{(T_{\text{зд}}p+1)^2}, \quad (8.36)$$

где $T_{\text{зд}}$ – заданная постоянная времени критерия оптимальности переходного процесса внутреннего контура системы.

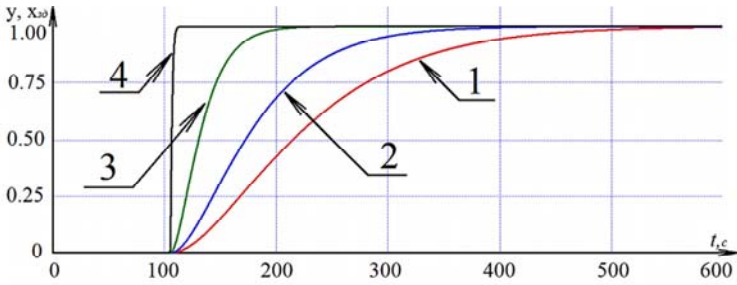
Оптимальная передаточная функция регулятора:

$$W_{\text{р}}^{\text{opt}}(p) = \frac{W_{\text{зд}}(p)}{W_{\text{экр}}(p)} \frac{1}{1-W_{\text{зд}}(p)}. \quad (8.37)$$

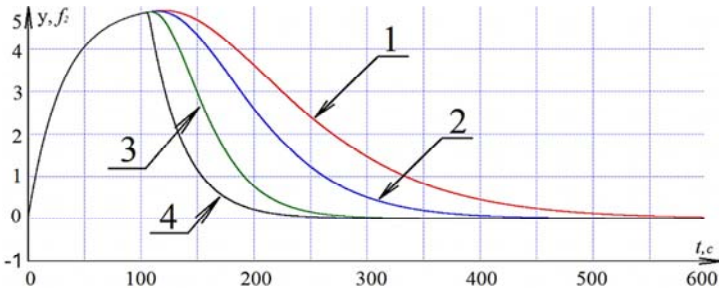
Подставив (8.35) и (8.36) в (8.37), получим передаточную функцию реального ПИД-регулятора:

$$W_{\text{р}}^{\text{opt}}(p) = \frac{T_{\text{оп}}^*p+1}{2k_{\text{оп}}k_{\text{ин}}T_{\text{зд}}p} \frac{(T_{\text{к}}p+1)}{\left(\frac{T_{\text{зд}}}{2}p+1\right)}. \quad (8.38)$$

На рис. 8.5 представлены графики переходных процессов САР (рис. 8.4) при различных значениях постоянной времени $T_{\text{зд}}$ заданной передаточной функции (8.34).



a)



b)

Рис. 8.5. Графики переходных процессов:

a – отработка скачка задающего воздействия; *b* – отработка внешнего возмущения:

$T_{зд} = 0,618\tau_y$ – кривая 1; $T_{зд} = 0,382\tau_y$ – кривая 2; $T_{зд} = 0,146\tau_y$ – кривая 3;

$T_{зд} = 0,09\tau_y$ – кривая 4

Из графиков переходных процессов видно, что с уменьшением численного значения $T_{зд2}$ качество регулирования существенно улучшается. При отработке скачка задания время регулирования приближается к запаздыванию по каналу регулирующего воздействия, при отработке внешнего возмущения – к удвоенному значению условного запаздывания $2\tau_y$.

8.3. Структурно-параметрическая оптимизация каскадных систем автоматического регулирования с использованием линейного упредителя Смита

Структурная схема каскадной САР с использованием линейного упредителя Смита приведена на рис. 8.6.

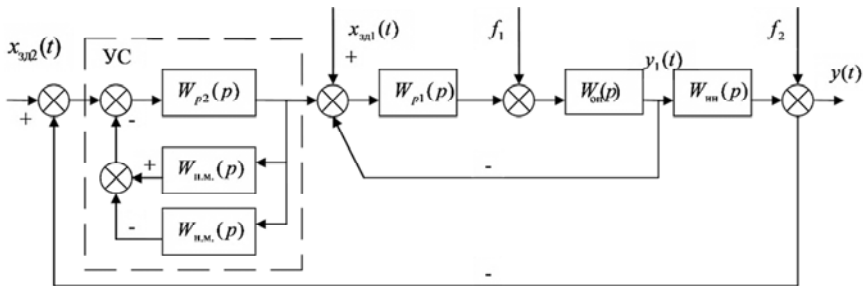


Рис. 8.6. Структурная схема каскадной САР на базе линейного упредителя Смита: $y(t)$, $y_1(t)$ – соответственно основная и промежуточная регулируемая величина;

$x_{зд2}$, $x_{зд1}$ – соответственно задающие воздействия для основной $y(t)$

и промежуточной $y_1(t)$ регулируемой величины; f_1 , f_2 – соответственно внутреннее и внешнее возмущение; $W_{оп}(p)$, $W_{ин}(p)$ – соответственно передаточные функции опережающего и инерционного участка объекта регулирования, стабилизирующего $W_{p1}(p)$ и корректирующего $W_{p2}(p)$ регулятора, полной $W_{п.м.}(p)$ и неполной $W_{н.п.}(p)$ модели объекта регулирования; УС – упредитель Смита

Каскадная система регулирования включает в себя внутренний (стабилизирующий регулятор – опережающий участок объекта регулирования с внутренней обратной связью) и внешний (корректирующий регулятор Смита – внутренний контур – инерционный участок объекта регулирования с главной обратной связью).

Передаточная функция опережающего участка объекта регулирования представлена в виде инерционного звена второго порядка:

$$W_{оп}(p) = \frac{k_{оп}}{(T_{оп}p + 1)(\sigma_{оп}p + 1)}, \quad (8.39)$$

где $k_{оп}$ – коэффициент передачи опережающего участка;

$T_{оп}$, $\sigma_{оп}$ – большая и меньшая постоянная времени опережающего участка;

p – оператор Лапласа.

Передаточная функция объекта регулирования задана в виде инерционного звена второго порядка:

$$W_{\text{ин}}(p) = \frac{k_{\text{ин}}}{(T_{\text{ин}}p + 1)(\sigma_{\text{ин}}p + 1)} e^{-\tau_y p}, \quad (8.40)$$

где $k_{\text{ин}}$ – коэффициент передачи объекта по каналу регулирующего воздействия;

$T_{\text{ин}}$, $\sigma_{\text{ин}}$ – соответственно большая и меньшая постоянная времени передаточной функции объекта регулирования;

τ_y – условное запаздывание по каналу регулирующего воздействия.

Так как численное значение постоянной времени $T_{\text{оп}}$ обычно на много больше, чем $\sigma_{\text{оп}}$, то передаточную функцию (8.39) представим в виде инерционного звена первого порядка:

$$W_{\text{оп}}^*(p) = \frac{k_{\text{оп}}}{T_{\text{оп}}^*p + 1}, \quad (8.41)$$

где $T_{\text{оп}}^* = T_{\text{оп}} + \sigma_{\text{оп}}$.

Заданную передаточную функцию замкнутой САР внутреннего контура при обработке задающего сигнала $x_{\text{зд1}}$ представим в виде

$$W_{\text{зд1}}(p) = \frac{1}{T_{\text{зд1}}p + 1}, \quad (8.42)$$

где $T_{\text{зд1}}$ – заданное время разгона экстремали оптимального переходного процесса внутреннего контура системы.

С учетом передаточных функций (8.41), (8.42) оптимальная передаточная функция стабилизирующего регулятора примет следующий вид:

$$W_{\text{р1}}(p) = \frac{1}{W_{\text{оп}}^*(p)} \frac{W_{\text{зд1}}(p)}{1 - W_{\text{зд1}}(p)} = \frac{T_{\text{оп}}^*p + 1}{k_{\text{оп}}T_{\text{зд1}}p} = \frac{k_{\text{р}}(T_{\text{и}}p + 1)}{T_{\text{и}}p}, \quad (8.43)$$

где $k_{\text{р}}$ – коэффициент передачи;

$T_{\text{и}}$ – время интегрирования ПИ-регулятора, численные значения которого определяют по следующим формулам:

$$T_{\text{и}} = T_{\text{оп}}^*, \quad (8.44)$$

$$k_{\text{р}} = \frac{T_{\text{оп}}^*}{k_{\text{оп}} T_{\text{зд1}}}. \quad (8.45)$$

Обозначив заданное время разгона $T_{\text{зд1}} = \alpha T_{\text{оп}}^*$, получим

$$k_{\text{р}} = \frac{1}{k_{\text{оп}} \alpha}, \quad (8.46)$$

где α – коэффициент, учитывающий долю $T_{\text{оп}}^*$ в заданном значении $T_{\text{зд1}}$, который целесообразно выбирать в соответствии с правилом золотого сечения с учетом максимальной величины регулирующего воздействия:

$$\alpha \in [1; 0,618; 0,56; 0,44; 0,382; 0,236; 0,146]. \quad (8.47)$$

С учетом (8.40), (8.42) передаточная функция полной модели в упредителе Смита примет следующий вид:

$$W_{\text{п.м.}}(p) = W_{\text{зд1}}(p)W_{\text{ин}}(p) = \frac{k_{\text{ин}}}{(T_{\text{зд1}}p + 1)(T_{\text{ин}}p + 1)(\sigma_{\text{ин}}p + 1)} e^{-\tau_y p}, \quad (8.48)$$

а неполной модели

$$W_{\text{н.м.}}(p) = \frac{k_{\text{ин}}}{(T_{\text{зд1}}p + 1)(T_{\text{ин}}p + 1)(\sigma_{\text{ин}}p + 1)}. \quad (8.49)$$

Однако так как численные значения постоянных времени $\sigma_{\text{ин}}$ и $T_{\text{зд1}}$ меньше $T_{\text{ин}}$, передаточную функцию (8.49) можно представить в упрощенном виде:

$$W_{\text{н.м.}}(p) = \frac{k_{\text{ин}}}{(T_{\text{ин}}p + 1)(T_1p + 1)}, \quad (8.50)$$

где численное значение постоянной времени $T_1 = T_{\text{зд1}} + \sigma_{\text{ин}}$.

В соответствии с этим заданную передаточную функцию системы регулирования по задающему воздействию целесообразно представить в виде инерционного звена второго порядка с одинаковыми постоянными времени $T_{\text{зд2}}$ с учетом звена условного запаздывания:

$$W_{\text{зд2}}(p) = \frac{e^{-\tau_y p}}{(T_{\text{зд2}}p + 1)^2}, \quad (8.51)$$

так как при этом переходный процесс в системе будет аperiodическим с заданной скоростью изменения регулируемого параметра.

В результате преобразований с учетом передаточных функций (8.50) и (8.51) оптимальная передаточная функция корректирующего регулятора упредителя Смита примет вид реального ПИД-регулятора:

$$\begin{aligned} W_{\text{р2}}(p) &= \frac{1}{W_{\text{н.м.}}(p)} \frac{W_{\text{зд2}}(p)}{1 - W_{\text{зд2}}(p)} = \\ &= \frac{(T_{\text{ин}}p + 1)(T_1p + 1)}{k_{\text{ин}}} \frac{1}{2T_{\text{зд2}}p \left(\frac{T_{\text{зд2}}}{2}p + 1 \right)} = \\ &= \frac{k_{\text{р}}(T_{\text{и}}p + 1)(T_{\text{д}}p + 1)}{T_{\text{и}}p(T_2p + 1)}, \end{aligned} \quad (8.52)$$

где $T_{\text{и}} = T_{\text{ин}}$;

$$T_{\text{д}} = T_1;$$

$$T_2 = \frac{T_{\text{зд2}}}{2};$$

$$k_{\text{р}} = \frac{T_{\text{ин}}}{2k_{\text{ин}}T_{\text{зд2}}}.$$

В этом случае за целое в правиле золотого сечения целесообразно принять численное значение условного запаздывания τ_y , а коэффициент передачи регулятора представить в виде

$$k_p = \frac{T_{\text{ин}}}{2k_{\text{ин}}\tau_y\gamma}, \quad (8.53)$$

где γ – коэффициент, учитывающий долю τ_y в заданном значении $T_{\text{зд2}}$, численную величину которого целесообразно выбирать из ряда чисел золотого сечения

$$\gamma \in [1; 0,618; 0,56; 0,44; 0,382; 0,236; 0,146]\tau_y. \quad (8.54)$$

8.4. Структурно-параметрическая оптимизация инвариантной системы автоматического регулирования для объектов без самовыравнивания и неизмеряемыми возмущениями

Объекты регулирования без самовыравнивания описывают передаточными функциями в виде идеального интегрирующего звена с запаздыванием

$$W_1(p) = \frac{e^{-\tau_1 p}}{T_1 p}, \quad (8.55)$$

где T_1 – постоянная времени интегрирующего звена;

τ_1 – время запаздывания по каналу регулирующего воздействия;

p – оператор Лапласа

или в виде реального интегрирующего звена:

$$W_1^*(p) = \frac{1}{T_1 p(\tau_1 p + 1)}. \quad (8.56)$$

На регулируемую величину влияют возмущающие воздействия. При этом самым опасным является возмущение, приложенное к вы-

ходу САР. В инвариантных САР компенсацию влияния возмущения на регулируемую величину достигают за счет введения дополнительного сигнала (с выхода устройства компенсации) на вход регулятора. На рис. 8.7 представлена инвариантная САР с неизмеряемым внешним возмущением.

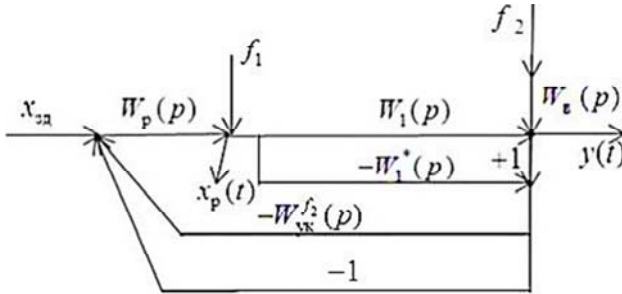


Рис. 8.7. Структурная схема моделирования инвариантной САР:
 $y(t)$ – основная регулируемая величина; $x_{зд}$ – заданное значение основной регулируемой величины; $x_p(t)$ – регулирующее воздействие; f_1 – внутреннее возмущение; f_2 – внешнее возмущение; $W_p(p)$ – передаточная функция регулятора; $W_1(p)$ – передаточная функция объекта регулирования; $W_1^*(p)$ – передаточная функция модели объекта регулирования; $W_к(p)$ – передаточная функция внешнего возмущения; $W_{к}^{f_2}(p)$ – передаточная функция устройства компенсации внешнего возмущения

Для определения структуры и оптимальных параметров динамической настройки регулятора применим метод структурно-параметрической оптимизации на основе передаточной функции оптимального регулятора. Для этого запишем передаточную функцию критерия оптимальности с учетом передаточной функции объекта (8.56):

$$W_{зд}(p) = \frac{1}{(T_{зд}p + 1)^2}, \quad (8.57)$$

где $T_{зд}$ – заданная постоянная времени критерия оптимальности.

Подставив передаточные функции (8.56) и (8.57) в передаточную функцию оптимального регулятора (8.4), получим

$$\begin{aligned}
 W_p(p) &= \frac{T_1 p(\tau_1 p + 1)}{(T_{зд} p + 1)^2} \frac{1}{1 - \frac{1}{(T_{зд} p + 1)^2}} = \\
 &= \frac{T_1 p(\tau_1 p + 1)}{T_{зд}^2 p^2 + 2T_{зд} p} = \frac{T_1(\tau_1 p + 1)}{2T_{зд} \left(\frac{T_{зд}}{2} p + 1 \right)},
 \end{aligned} \tag{8.58}$$

то есть интегродифференцирующее звено.

Динамику объектов регулирования с самовыравниванием описывают передаточными функциями инерционных звеньев, а динамику объектов регулирования без самовыравнивания – передаточными функциями интегрирующих звеньев. При этом графики переходных функций у данных объектов при единых исходных данных будут совпадать до момента времени t_1 , когда у объекта регулирования с самовыравниванием переходная характеристика не начнет стабилизироваться на установившемся значении. Исходя из этого свойства до момента времени t_1 нет разницы, какой передаточной функцией описывают объект регулирования (передаточной функцией интегрирующего звена или передаточной функцией инерционного звена). Более того, если до момента времени t_1 , регулятор питания завершит переходный процесс, то его настройка будет считаться оптимальной. Исходя из этого передаточную функцию объекта регулирования (8.56) для вывода передаточной функции оптимального регулятора представим в виде апериодического звена второго порядка (8.59), как для объекта регулирования с самовыравниванием:

$$W_1^*(p) = \frac{1}{(T_1 p + 1)(\tau_1 p + 1)}. \tag{8.59}$$

В этом случае передаточная функция регулятора (8.58) будет иметь вид реального ПИД-регулятора:

$$W_p(p) = \frac{(T_1 p + 1)(\tau_1 p + 1)}{(T_{зд} p + 1)^2} \frac{1}{1 - \frac{1}{(T_{зд} p + 1)^2}} = \frac{(T_1 p + 1)(\tau_1 p + 1)}{2T_{зд} p \left(\frac{T_{зд}}{2} p + 1 \right)}. \quad (8.60)$$

Условие компенсации эквивалентного внешнего возмущения f_2 примет вид

$$W_{ук}^{f_2}(p) W_{y, x_{зд}}(p) = [1 - W_{y, x_{зд}}(p)], \quad (8.61)$$

где $W_{ук}^{f_2}(p)$ – передаточная функция устройства компенсации внешнего возмущения;

$W_{y, x_{зд}}(p)$ – передаточная функция САР по задающему воздействию, равная критерию оптимальности:

$$W_{зд}(p) = \frac{1}{(T_{зд1} p + 1)^2}. \quad (8.62)$$

Из равенства (8.61) получаем:

$$W_{ук}^{f_2}(p) = \frac{(1 - W_{y, x_{зд}}(p))}{W_{y, x_{зд}}(p)} = \frac{1 - W_{зд1}(p)}{W_{зд1}(p)} = [W_{зд1}^{pc}(p)]^{-1}, \quad (8.63)$$

где $W_{зд1}^{pc}(p)$ – передаточная функция разомкнутой системы по каналу внешнего возмущения.

$$\begin{aligned} W_{ук}^{f_2}(p) &= [W_{зд1}^{pc}(p)]^{-1} - 1 = \frac{(T_{зд1} p + 1)^2 - 1}{(T_{зд2} p + 1)^2} = \\ &= \frac{2T_{зд1} p \left(\frac{T_{зд1}}{2} p + 1 \right)}{(T_{зд2} p + 1)^2}, \end{aligned} \quad (8.64)$$

где $T_{зд2}$ – заданная постоянная времени критерия оптимальности устройства компенсации внешнего возмущения.

Приняв $T_{зд2} = \frac{T_{зд1}}{2}$ и подставив в (8.64), получим передаточную функцию дифференциатора:

$$W_{ук}^{f_2}(p) = \frac{2T_{зд1}p}{\frac{T_{зд1}}{2}p + 1}. \quad (8.65)$$

Выбор численных значений $T_{зд1}$ осуществляют в соответствии с правилом золотого сечения. При этом за целое принимают эквивалентную постоянную времени запаздывания по каналу регулирующего воздействия τ_1 .

Пример 8.3. Структурная схема инвариантной САР представлена на рис. 8.7. Передаточная функция объекта регулирования представлена выражением (8.56), где $\tau_1 = 21$ с, $T_1 = 37$ с. Передаточная функция внешнего возмущения расходом перегретого пара с явлением «набухания уровня» воды в барабане котла имеет следующий вид:

$$W_B^*(p) = W_2(p) - W_3(p) = \frac{k_3}{T_3p + 1} - \frac{1}{T_4p}, \quad (8.66)$$

где $T_3 = 20$ с;

$T_4 = 67$ с;

$k_3 = 1,5$.

Передаточная функция топочного возмущения имеет вид:

$$W_B(p) = \frac{k_B}{T_Bp + 1} = \frac{5}{30p + 1}, \quad (8.67)$$

где k_B – коэффициент усиления возмущения;

T_B – постоянная времени возмущения.

В качестве передаточной функции модели объекта регулирования $W_1^*(p)$ примем передаточную функцию (8.45), а в качестве значений заданной постоянной времени критерия оптимальности:

$$T_{зд1} = 0,146\tau_1 = 3,06 \text{ с};$$

$$T_{зд1}^* = 0,318\tau_1 = 8,02 \text{ с}; \quad (8.68)$$

$$T_{зд1}^{**} = 0,618\tau_1 = 12,97 \text{ с}.$$

Графики переходных процессов САР с реальным ПИД-регулятором (8.60) при основных возмущениях представлены на рис. 8.8.

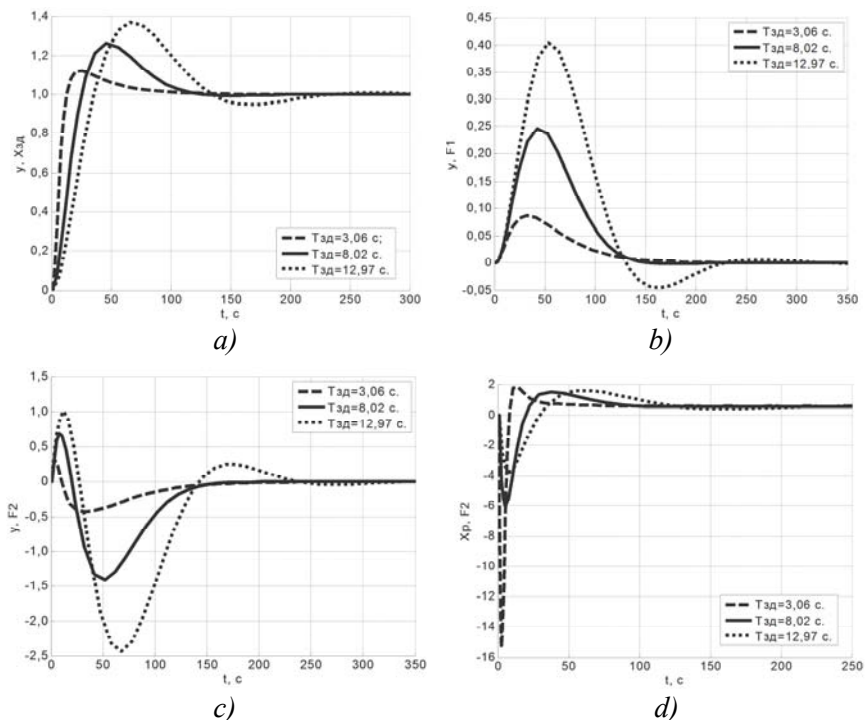


Рис. 8.8. Графики переходных процессов:
a – отработка скачка задающего воздействия; *b* – отработка внутреннего возмущения;
c – отработка внешнего возмущения; *d* – изменения регулирующего воздействия при отработке внешнего возмущения; *t* – время

Из анализа графиков переходных процессов видно, что с уменьшением численного значения $T_{зд1}$ качество регулирования улучшается, но при этом увеличивается величина регулирующего воздействия.

9. СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕЙТРОННОЙ МОЩНОСТЬЮ ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА АЭС

Структурная схема системы автоматического управления (САУ) нейтронной мощностью ядерного реактора АЭС приведена на рис. 9.1.

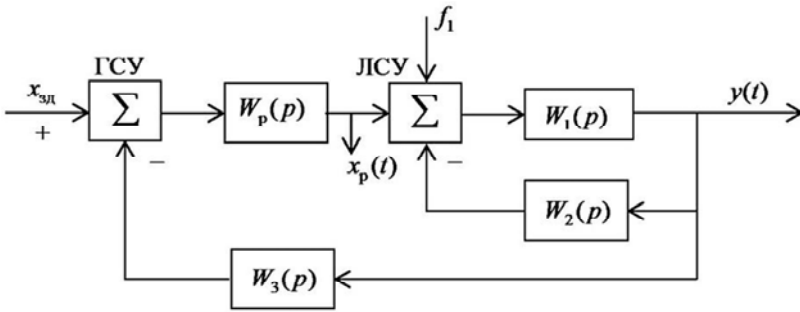


Рис. 9.1. Структурная схема САУ нейтронной мощностью ядерного реактора АЭС:

$W_1(p)$ – передаточная функция кинетики нейтронов; $W_2(p)$ – передаточная функция температурной обратной связи; $W_3(p)$ – передаточная функция запаздывания; $x_{зд}$ – задающее воздействие от задачика мощности ядерного реактора; $y(t)$ – относительное отклонение нейтронной мощности; f_1 – возмущение по реактивности ядерного реактора; $x_p(t)$ – регулирующее воздействие; ГСУ – главное сравнивающее устройство; ЛСУ – локальное сравнивающее устройство

Объект регулирования с передаточной функцией $W_1(p)$, описывающий кинетику нейтронов, соответствует типовому колебательному звену вида

$$W_1(p) = \frac{k_1}{T_1^2 p^2 + 2T_1 \xi p + 1}, \quad (9.1)$$

где k_1 – коэффициент передачи звена;

T_1 – постоянная времени;

ξ – коэффициент демпфирования.

Местная температурная обратная связь с передаточной функцией $W_2(p)$ соответствует инерционному звену первого порядка:

$$W_2(p) = \frac{k_2}{T_2 p + 1}, \quad (9.2)$$

где k_2 – коэффициент передачи звена;

T_2 – постоянная времени.

При этом ЛСУ обеспечивает отрицательную обратную связь, работающую в режиме обычного вычитания.

Запаздывание главной обратной связи системы управления соответствует звену чистого запаздывания:

$$W_3(p) = e^{-\tau p}, \quad (9.3)$$

где τ – время чистого запаздывания.

Необходимо определить тип регулятора, обеспечивающего при отработке задающего воздействия требуемое быстродействие и отсутствие или минимальную величину перерегулирования, а также рассчитать значения параметров его оптимальной динамической настройки.

Передаточная функция внутреннего контура системы управления с учетом передаточных функций (9.1) и (9.2) примет следующий вид:

$$W_{\text{экр}}^0(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} = \frac{b_0(b_1 p + 1)}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1}, \quad (9.4)$$

$$\text{где } b_0 = \frac{k_1}{1 + k_1 k_2}; \quad (9.5)$$

$$b_1 = T_2; \quad (9.6)$$

$$a_1 = \frac{2T_1 \xi + T_2}{T + k_1 k_2}; \quad (9.7)$$

$$a_2 = \frac{T_1^2 + 2T_1T_2\xi}{1 + k_1k_2}; \quad (9.8)$$

$$a_3 = \frac{T_1^2T_2}{1 + k_1k_2}. \quad (9.9)$$

9.1. Структурно-параметрическая оптимизация САУ на основе передаточной функции оптимального регулятора

С учетом структуры передаточной функции эквивалентного объекта (9.4) заданная передаточная функция системы управления по задающему воздействию $W_{зд}^0(p)$ примет вид

$$W_{зд}^0(p) = \frac{1}{(T_{зд}p + 1)^2}, \quad (9.10)$$

где $T_{зд}$ – заданная постоянная времени, численное значение которой определяют по правилу золотого сечения, приняв за целое численное значение времени чистого запаздывания главной обратной связи с учетом максимальной величины регулирующего воздействия.

Таким образом, заданная передаточная функция системы управления относительно задающего воздействия (9.10) является критерием оптимальности при выборе структуры системы управления и параметров динамической настройки управляющего устройства.

Передаточная функция оптимального управляющего устройства с учетом запаздывания сигнала главной обратной связи (9.3) представим в следующем виде:

$$W_y^{opt}(p) = \frac{W_{зд}^0(p)}{W_{эКВ}^0(p) \left[1 - W_{зд}^0(p)e^{-\tau p} \right]}. \quad (9.11)$$

Подставив передаточные функции (9.4) и (9.10) в (9.11), получим искомую передаточную функцию оптимального управляющего устройства:

$$\begin{aligned}
 W_y^{\text{opt}}(p) &= \frac{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1}{b_0 (b_1 p + 1)(T_{3д} p + 1)^2} \frac{1}{1 - \frac{e^{-\tau p}}{(T_{3д} p + 1)^2}} = \\
 &= W_\phi(p) \frac{1}{1 - \frac{e^{-\tau p}}{(T_{3д} p + 1)^2}},
 \end{aligned}
 \tag{9.12}$$

где передаточная функция фильтра $W_\phi(p)$

$$W_\phi(p) = \frac{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1}{b_0 (b_1 p + 1)(T_{3д} p + 1)^2}.
 \tag{9.13}$$

В результате структурная схема моделирования переходных процессов системы управления примет вид, представленный на рис. 9.2.

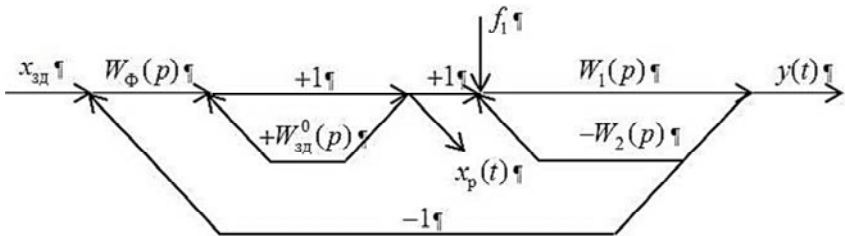


Рис. 9.2. Структурная схема моделирования переходных процессов САУ нейтронной мощностью ядерного реактора АЭС на основе передаточной функции оптимального регулятора

Графики переходных процессов структурной схемы моделирования переходных процессов САУ нейтронной мощностью ядерного реактора АЭС на основе передаточной функции оптимального регулятора представлены на рис. 9.3.

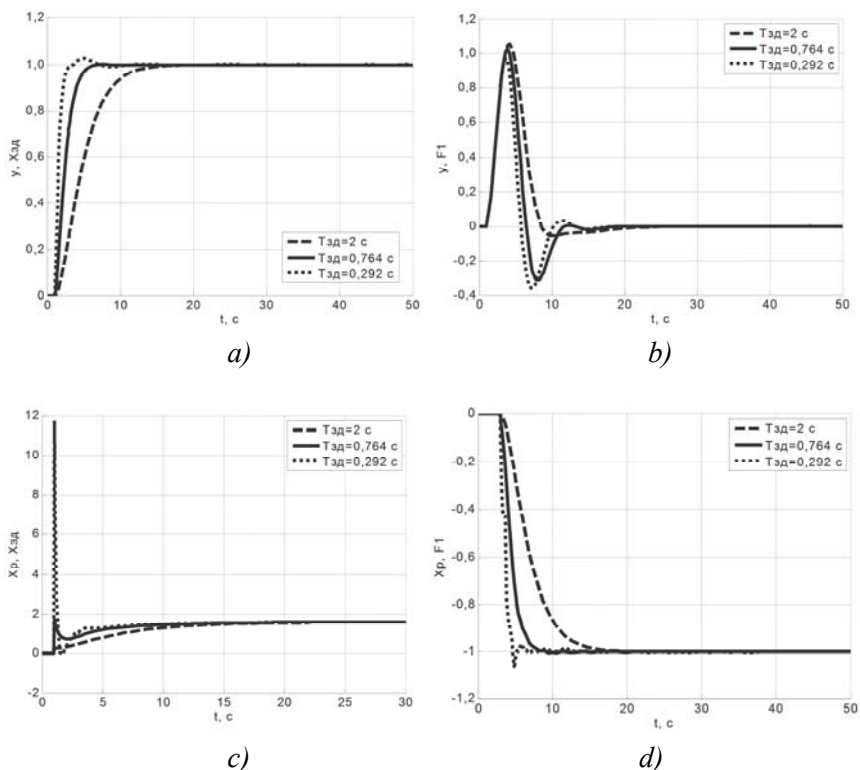


Рис. 9.3. Графики переходных процессов:
a – отработка скачка задающего воздействия; *b* – отработка внутреннего возмущения;
c – изменения регулирующего воздействия при отработке скачка задающего
 воздействия; *d* – изменения регулирующего воздействия при отработке
 внутреннего возмущения; t – время

Из анализа графиков переходных процессов следует, что САУ хорошо обрабатывает задание, однако имеет большую динамическую ошибку при отработке внутреннего возмущения.

9.2. Каскадная система автоматического регулирования мощности ядерного реактора АЭС

Для качественной отработки внутреннего возмущения используем каскадную систему автоматического управления (КАУ), струк-

турная схема которой приведена на рис. 9.4, где внутреннее возмущение оптимально обрабатывается внутренним контуром со стабилизирующим регулятором.

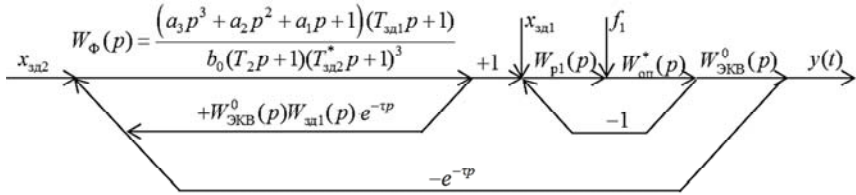


Рис. 9.5 Структурная схема КСАУ мощности ядерного реактора

Здесь эквивалентный участок объекта описывается передаточной функцией (9.4).

При этом передаточная функция формирующего задание фильтра

$$W_{\Phi}(p) = \frac{W_{зд2}(p)}{W_{ЭКВ}^0(p)W_{зд1}(p)}, \quad (9.14)$$

где

$$W_{зд1}(p) = \frac{1}{T_{зд1}p + 1}, \quad (9.15)$$

здесь $T_{зд1}$ – заданная постоянная времени передаточной функции внутреннего контура со стабилизирующим регулятором, передаточная функция которого соответствует передаточной функции оптимального регулятора для опережающего участка объекта регулирования с передаточной функцией в виде инерционного звена первого порядка:

$$W_{оп}^*(p) = \frac{k_{оп}}{T_{оп}^*p + 1}, \quad (9.16)$$

где $k_{оп}$ – коэффициент передачи опережающего участка;

$T_{оп}^*$ – постоянная времени опережающего участка.

Передаточная функция стабилизирующего регулятора с учетом передаточной функции (9.15) и (9.16) примет вид

$$W_{p1}(p) = \frac{W_{зд1}(p)}{W_{оп}^*(p)} \frac{1}{1 - W_{зд1}(p)} = \frac{T_{оп}^* p + 1}{k_{оп} T_{зд1} p}. \quad (9.17)$$

Причем численное значение постоянной времени $T_{зд1}$ выбирают из ряда чисел правила золотого сечения. При этом в качестве целого принимают $T_{оп}^*$ с учетом максимальной величины регулирующего воздействия. Причем структуру передаточной функции корректирующего устройства $W_{зд2}$ выбирают с учетом структуры произведения передаточных функций $W_{эkv}^0(p)W_{зд1}(p)$, то есть для выравнивания порядка числителя и знаменателя передаточной функции фильтра $W_{ф}(p)$ должна иметь вид

$$W_{зд2}(p) = \frac{1}{(T_{зд2}^* p + 1)^3}, \quad (9.18)$$

где численное значение постоянной времени $T_{зд2}^*$ выбирают из ряда чисел правила золотого сечения из условия:

$$T_{зд2} = 3T_{зд2}^* \in [\text{ряд чисел правила золотого сечения}] \tau. \quad (9.19)$$

Графики моделирования переходных процессов каскадной системы автоматического управления мощности ядерного реактора АЭС представлены на рис. 9.5.

Из анализа графиков переходных процессов видно, что с уменьшением численного значения $T_{зд}$ качество регулирования улучшается. Максимальная динамическая ошибка регулирования при отработке внутреннего возмущения и величина регулирующего воздействия уменьшаются до 10 раз по сравнению со схемой, приведенной на рис. 9.2 (см. графики на рис. 9.3). Величина регули-

рующего воздействия при отработке скачка задающего воздействия также уменьшается и практически одинакова при рассмотренных значениях $T_{зд}$. Таким образом, структурно-параметрическая оптимизация САР мощности ядерного реактора позволяет изменять нагрузки с заданной допустимой скоростью, а также получать максимально-допустимую величину ошибки регулирования при отработке внутреннего возмущения.

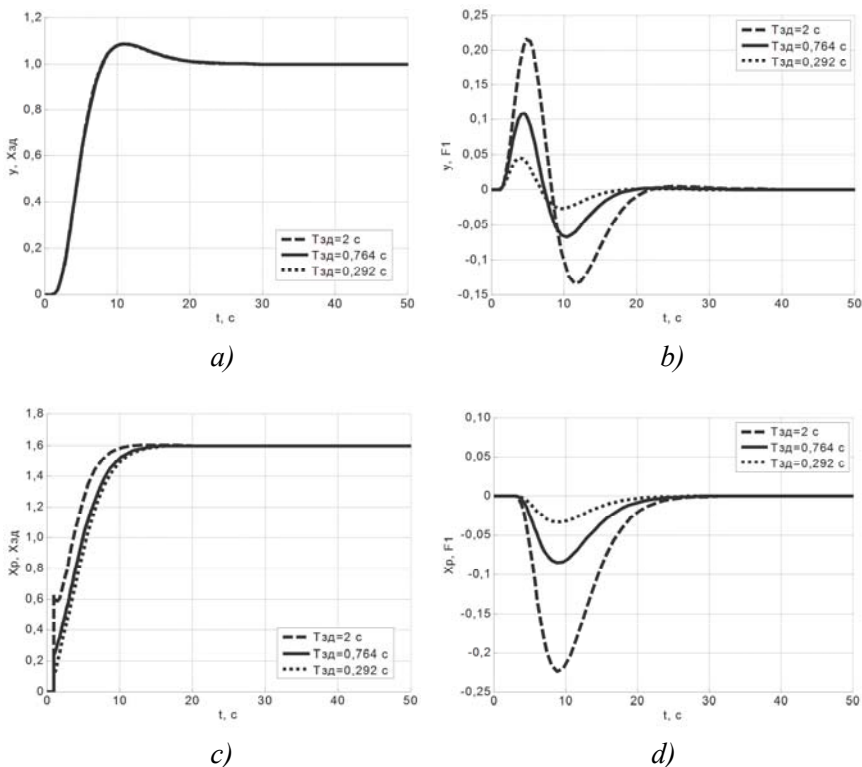


Рис. 9.5. Графики переходных процессов:
a – отработка скачка задающего воздействия; *b* – отработка внутреннего возмущения;
c – изменения регулирующего воздействия при отработке скачка задающего воздействия; *d* – изменения регулирующего воздействия при отработке внутреннего возмущения; *t* – время

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Кузьмицкий, И. Ф. Теория автоматического управления: учебник / И. Ф. Кузьмицкий, Г. Т. Кулаков. – Минск: БГТУ, 2010. – 574 с.
2. Ротач, В. Я. Теория автоматического управления: учебник для вузов / В. Я. Ротач. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательский дом МЭИ, 2008. – 396 с.: ил.
3. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник: в 3 т. Т. 2: Синтез регуляторов и теория оптимизации систем автоматического управления / под ред. Н. Д. Егупова. – Москва: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. – 763с.: ил.
4. Демченко, В. А. Автоматизация и моделирование технологических процессов АЭС и ТЭС. – Одесса: Астропринт, 2001 г. – 308 с.
5. Aidan O'Dwyer. Handbook of PI and PID controller tuning rules. (3rd Edition) Copyright © 2009 by Imperial College Press.
6. Кулаков, Г. Т. Анализ и синтез систем автоматического регулирования: учебное пособие / Г. Т. Кулаков. – Минск: УП «Технопринт», 2003. – 136 с.
7. Кулаков, Г. Т. Инженерные экспресс-методы расчета промышленных систем регулирования / Г. Т. Кулаков. – Минск: Вышэйшая школа, 1984. – 192 с.
8. Сороко, Э. М. Золотые сечения, процессы самоорганизации и эволюции систем: введение в общую теорию гармонизации систем / Э. М. Сороко. – Москва: КомКнига, 2006. – 264 с.
9. Справочник по наладке автоматических устройств контроля и регулирования. – Часть 2 / В. А. Дубровский [и др.]. – Киев: Наукова думка, 1981. – 940 с.
10. Изерман, Р. Цифровые системы управления: пер. с англ. / Р. Изерман. – Москва: Мир, 1984. – 541 с.
11. Takahashib, Y. Parametereinstellung bei linearen DDC / Y. Takahasib. – Algorithmen, Regelungstechnik und Prozessdatenverarbeitung, 19, 1971. – 237–244.
12. Экспресс-методы определения коэффициентов передаточных функций пароперегревательных участков котлов при различных нагрузках / Г. Т. Кулаков [и др.] // Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ – Энергетика: международный научно-технический журнал. – 2012. – № 4. – С. 62–70.

13. Кулаков, Г. Т. Методика структурно параметрической оптимизации каскадных систем автоматического регулирования на основе модифицированного упрядителя Смита / Г. Т. Кулаков, А. Т. Кулаков, В. В. Кравченко // Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ – Энергетика: международный научно-технический журнал. – 2012. – № 2. – С. 40–45.

14. Структурно-параметрическая оптимизация систем автоматического регулирования с дифференцированием промежуточного сигнала / Г. Т. Кулаков [и др.] // Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ – Энергетика: международный научно-технический журнал. – 2012. – № 3. – С. 64–71.

15. Кулаков, Г. Т. Определение оптимальных настроек регуляторов теплоэнергетических объектов при отработке задающего воздействия/ Г. Т. Кулаков, А. Т. Кулаков // Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ – Энергетика: международный научно-технический журнал. – 2012. – № 2. – С. 40–45.

Учебное издание

КУЛАКОВ Геннадий Тихонович
КУЛАКОВ Александр Тихонович
КУХОРЕНКО Александр Николаевич
КРАВЧЕНКО Владимир Владимирович

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебно-методическое пособие
для студентов специальностей 1-53 01 04
«Автоматизация и управление теплоэнергетическими процессами»,
1-43 01 04 «Тепловые электрические станции»,
1-43 01 08 «Паротурбинные установки атомных
электрических станций», 1-53 01 01 «Автоматизация
технологических процессов и производств»

Редактор *Е. С. Кочерго*
Компьютерная верстка *О. Ю. Селезневой, Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 25.10.2017. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 7,67. Уч.-изд. л. 6,00. Тираж 100. Заказ 779.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.