УДК 621.3

ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

Жиркова К.Ю.

Научный руководитель – к.т.н. БУЛОЙЧИК Е.В.

С развитием цифровой техники изменились и способы хранения данных измерений (сигналов). Если раньше сигнал мог записываться на магнитофон и храниться на ленте в аналоговом виде, то сейчас сигналы оцифровываются и хранятся в файлах в памяти компьютера в виде набора чисел (отсчетов).

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) – это одно из преобразований Фурье, широко применяемых в алгоритмах цифровой обработки сигналов, а также в других областях, связанных с анализом частот в дискретном сигнале. Дискретное преобразование Фурье требует в качестве входа дискретную функцию. Такие функции часто создаются путем дискретизации через равные интервалы времени – интервалы дискретизации (выборки значений из непрерывных функций или аналоговых сигналов). Дискретные преобразования Фурье помогают решать дифференциальные уравнения в частных производных и выполнять такие операции, как свертка функций. Дискретные преобразования Фурье также активно используются в статистике, при анализе временных рядов. Существуют многомерные дискретные преобразования Фурье.

Основная область использования ДПФ – спектральный анализ физических данных. При этом интерес обычно представляют только амплитуды отдельных гармоник, а не их фазы, и спектр отображается в виде графика зависимости амплитуды (модуля спектра) от частоты. На практике обычно используется логарифмическая амплитудно-частотная характеристика $L(\omega) = 20\lg k(\omega)$, при этом за единицу изменения $L(\omega)$ принимается десятикратное изменение мощностей выходного и входного воздействий на фильтр – децибел:

$$1\,\text{дБ} = 10\lg\frac{P_{\text{вых}}(\omega)}{P_{\text{вх}}} = 10\lg k^2(\omega) = 20\lg k(\omega). \tag{1}$$

Например, разница на 20 дБ означает различие амплитуд в 10 раз, разница на 40 дБ – 100 раз. Различию амплитуд в 2 раза отвечает разница примерно в 6 дБ. Шкала частот часто градуируется в декадах, где 1 декада – изменение частоты в 10 раз.

При вычислении спектра возможен следующий нежелательный эффект. При разложении участка сигнала в ряд Фурье мы тем самым принимает этот участок за один период T, который периодически повторяется за пределами участка с фундаментальной частотой $1/T$. При ДПФ вычисляется спектр именно такого периодического сигнала. При этом на границах периодов такая функция наверняка будет иметь разрывы или скачки, тем самым существенно искажая спектр. Для устранения этого эффекта применяются так называемые весовые окна размер, которых равен размеру участка. Анализируемый участок умножается на весовое окно, что плавно сводят сигнал на нет вблизи краев анализируемого участка и в значительной степени устраняют рассмотренные искажения спектра. Методика применения весовых окон подробно рассматривается в курсе цифровой обработки сигналов.

Дискретное преобразование Фурье имеет тесную связь с дискретным преобразованием Лапласа. При выполнении определенных условий преобразование Лапласа превращается в одностороннее преобразование Фурье, а для казуальных сигналов – в полную аналогию преобразования Фурье. Наиболее существенной особенностью преобразования Лапласа является возможность его применения для спектрального анализа функций, не имеющих фурье-образов из-за расходимости интегралов Фурье. Связь между преобразованиями Фурье и Лапласа часто используется для того, чтобы определить частотный спектр сигнала или динамической системы.

Пример реализации сопоставления дискретного преобразований Фурье и Лапласа был выполнен в системе компьютерной алгебры MathCAD. Результаты сопоставления приведены на рисунке 1.

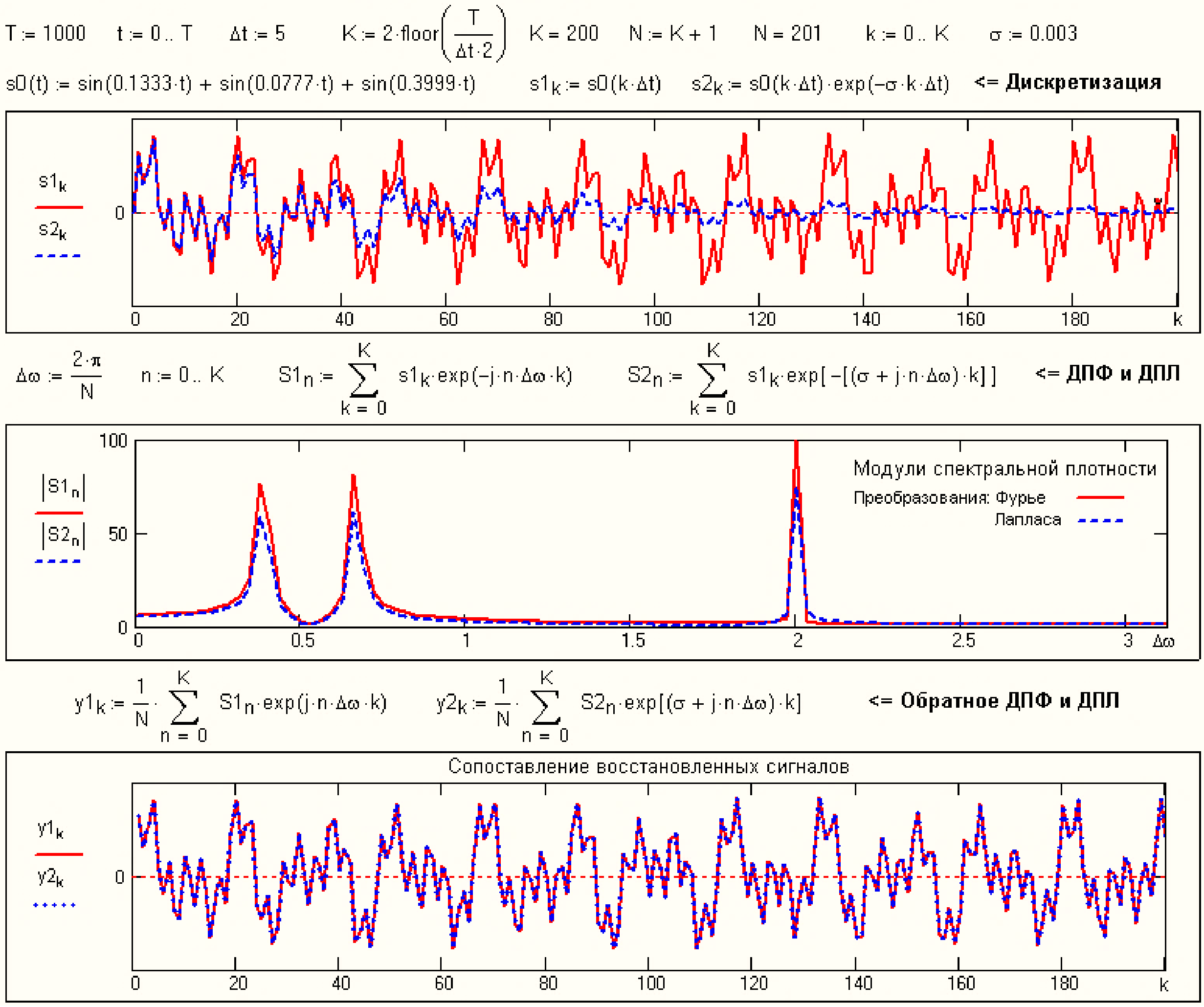

Рисунок 1 – Сопоставление преобразований Фурье и Лапласа

Литература

1 Овчаренко, Н.И. Элементы автоматических устройств энергосистем : учебник для вузов / Н.И. Овчаренко. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Энергоатомиздат, 1995. – 256 с.