

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра « Высшая математика №3 »

ПРОГРАММНЫЕ ВОПРОСЫ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
по курсу «Математика» для студентов-
заочников строительных специальностей

Минск 2009

УДК 51(075.4)

Издание содержит перечень программных вопросов по всем разделам курса математики. В данной работе приводятся тексты контрольных задач, соответствующих программе. Издание предназначено для студентов-заочников первого и второго курсов строительных специальностей.

С о с т а в и т е л и:

В.Ф. Бубнов, Т.Н. Гурина, В.И. Ерошевская,
Л.А. Яблонская

Р е ц е н з е н т

А.Д.Корзников, Н.И.Дичковский

Учебное издание

ПРОГРАММНЫЕ ВОПРОСЫ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
по курсу «Математика» для студентов-
заочников строительных специальностей

Составители: БУБНОВ Владимир Федорович
ГУРИНА Татьяна Николаевна
ЕРОШЕВСКАЯ Вера Ивановна
ЯБЛОНСКАЯ Людмила Алексеевна
Редактор Н.А. Школьникова

Подписано в печать

Формат 60×84 1/16. Бумага тип №2. Офсет. Печать.

Усл.печ.л. 3,9. Уч.-изд.л. 3,1. Тираж 350. Зак.1.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет.

Лицензия ЛВ № 1049. 220027, Минск, пр. Ф.Скорины, 65.

© Бубнов В.Ф., Гурина Т.Н.,
Ерошевская В.И., Яблонская Л.А., составление, 2008.

Содержание

Введение	4
Программа курса	6
Рекомендуемая литература	15
Задания для контрольных работ	17

ВВЕДЕНИЕ

Курс математики является фундаментом образования студента, имеющим большое значение не только для изучения общетехнических дисциплин, но и для специальных дисциплин в особенности. Цель преподавания математики состоит в том, чтобы ознакомить студентов с основами математического аппарата, необходимого для решения как теоретических, так и практических задач; развить логическое мышление и повысить общий уровень математической культуры; выработать навыки математического исследования прикладных задач и умение сформулировать задачи по специальности на математическом языке.

В процессе изучения курса математики студент должен выполнить ряд контрольных работ, главная цель которых — оказать студенту помощь в его работе. Рецензии на контрольные задания позволяют студенту судить о степени усвоения им соответствующего раздела курса, указывают на имеющиеся у него проблемы, на желательное направление дальнейшей работы.

При выполнении контрольных работ необходимо строго придерживаться указанных ниже правил.

1. Каждая работа должна быть выполнена в отдельной тетради в клетку чернилами любого цвета, кроме красного и зеленого. Необходимо оставлять поля шириной 4—5 см, для замечаний рецензента.

2. В заголовке на обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, учебный номер (шифр), название дисциплины, номер контрольной работы; здесь же следует указать название учебного заведения, дату отсылки работы в институт и адрес студента. В конце работы следует поставить дату ее выполнения и подпись студента.

3. Решение задач надо располагать в порядке возрастания их номеров, указанных в заданиях.

4. Перед решением каждой задачи надо полностью написать ее условие.

5. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

6. После полученной прорецензированной контрольной работы, как недопущенной, так и допущенной к собеседованию, студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочеты и выполнить все рекомендации рецензента.

ПРОГРАММА КУРСА

Раздел 1. Элементы линейной и векторной алгебры

1. Матрицы (основные понятия). Линейные операции над матрицами, их свойства.
2. Умножение матриц. Свойства умножения.
3. Определители 2-го и 3-го порядков. Понятие определителя n -го порядка.
4. Миноры, алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по элементам ряда.
5. Свойства определителей.
6. Обратная матрица. Необходимое и достаточное условия существования обратной матрицы.
7. Системы линейных уравнений. Основные определения. Матричная запись.
8. невырожденные системы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
9. Ранг матрицы. Теорема об инвариантности ранга матрицы.
10. Теорема Конекера—Капелли. Решение произвольных систем.
11. Системы однородных линейных уравнений.
12. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.
13. Базис и координаты вектора.
14. Прямоугольная система координат. Линейные операции над векторами в линейной форме.
15. Скалярное произведение векторов: его свойства.
16. Векторное произведение векторов: его свойства.
17. Смешанное произведение векторов: его свойства.
18. Необходимое и достаточное условия компланарности векторов.

Раздел 2. Аналитическая геометрия

1. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках.
2. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.

3. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
4. Взаимное расположение плоскостей. Угол между плоскостями.
5. Канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
6. Сведение общего уравнения прямой в пространстве к каноническим уравнениям.
7. Способы задания прямой на плоскости: а) прямая, проходящая через точку перпендикулярно данному вектору; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) уравнение прямой с угловым коэффициентом; д) уравнение прямой, проходящей через точку в данном направлении.
8. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми.
9. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
10. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между прямыми.
11. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
12. Эллипс (определение, каноническое уравнение, исследование формы).
13. Гипербола (определение, каноническое уравнение, исследование формы).
14. Парабола (определение, каноническое уравнение, исследование формы).
15. Исследование общего уравнения линии второго порядка в случае отсутствия члена с произведением текущих координат.
16. Поверхности второго порядка.

Раздел 3. Введение в математический анализ

1. Числовая последовательность и ее предел.
2. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности. Теорема Вейерштрасса.

3. Предел функции при $x \rightarrow a$ и при $x \rightarrow \infty$. Односторонние пределы.
4. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Связь между ними.
5. Свойства бесконечно малых функций.
6. Теорема о разложении функции, имеющей предел, на постоянную и бесконечно малую функцию.
7. Теорема об единственности предела функции. Предел суммы, произведения и частного функций.
8. Первый замечательный предел.
9. Второй замечательный предел.
10. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые.
 11. Теоремы об эквивалентных бесконечно малых.
 12. Непрерывность функции в точке. Действия над непрерывными функциями.
 13. Классификация точек разрыва.
 14. Односторонняя непрерывность. Свойства непрерывных на отрезке функций.

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Производная. Геометрический и механический смысл.
2. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции.
3. Основные правила дифференцирования.
4. Производная сложной функции.
5. Производные основных и элементарных функций.
6. Производная функции, заданной неявно.
7. Производная функции, заданной параметрически.
8. Логарифмическое дифференцирование.
9. Производные высших порядков.
10. Дифференциал функции, его свойства, геометрический смысл.
 11. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
 12. Дифференциалы высших порядков.
 13. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.

14. Раскрытие неопределенностей вида $\frac{0}{0}$ (правило Лопиталья).
15. Раскрытие неопределенностей других видов по правилу Лопиталья.
16. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума (теорема Ферма).
17. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
18. Достаточные условия существования экстремума.
19. Выпуклость, вогнутость графика функции; достаточные условия.
20. Точки перегиба графика функции; достаточные условия.
21. Асимптоты графика функции.
22. Общая схема исследования функции и построения графика.
23. Наименьшее и наибольшее значения непрерывной на отрезке функции.

Раздел 5. Функции нескольких переменных

1. Функции двух и трех переменных как функции точки.
2. Геометрическое изображение функции двух переменных с помощью поверхностей и линий уровня.
3. Предел функции. Непрерывность в точке и в области.
4. Частные производные функции нескольких переменных; геометрический смысл частных производных функции двух переменных.
5. Полный дифференциал функции нескольких переменных.
6. Частные производные высших порядков.
7. Экстремум функции двух переменных. Необходимые условия экстремума.
8. Достаточные условия экстремума функции двух переменных.
9. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой ограниченной области.
10. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Раздел 6. Неопределенный интеграл

1. Первообразная. Неопределенный интеграл.
2. Таблица основных интегралов.
3. Основные свойства неопределенного интеграла.
4. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.
5. Метод интегрирования по частям.
6. Интегралы от некоторых функций, содержащих квадратный трехчлен.
7. Рациональные дроби. Интегрирование элементарных рациональных дробей.
8. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших.
9. Интегрирование функций
 вида $R\left(x, x^{\frac{m}{n}}, \dots, x^{\frac{r}{s}}\right)$, $R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m}{n}}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{r}{s}}\right)$.
10. Интегрирование тригонометрических функций.
11. Вычисление интегралов вида
 $\int R(x, \sqrt{x^2 - a^2}) dx$, $\int R(x, \sqrt{a^2 - x^2}) dx$, $\int R(x, \sqrt{a^2 + x^2}) dx$.
12. Интегрирование дифференциальных биномов.
13. Интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.

Раздел 7. Определенный интеграл

1. Задачи геометрического и физического содержания, приводящие к понятию определенного интеграла.
2. Определение определенного интеграла. Основные свойства.
3. Теорема об интеграле с переменным верхним пределом.
4. Формула Ньютона—Лейбница.
5. Замена переменной в определенном интеграле.
6. Интегрирование по частям при вычислении определенного интеграла.
7. Вычисление площадей плоских фигур в прямоугольных координатах.

8. Вычисление площадей плоских фигур в полярных координатах.
9. Вычисление длины дуги плоской кривой.
10. Вычисление объема тела по площадям параллельных сечений.
11. Объем тела вращения.
12. Площадь поверхности тела вращения.
13. Правило применения определенного интеграла в конкретных задачах.
14. Интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
15. Интегралы от разрывных функций.
16. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Раздел 8. Дифференциальные уравнения

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения (основные понятия).
2. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (формулировка).
3. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
4. Дифференциальные уравнения с однородными функциями.
5. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли.
6. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
7. Линейные однородные уравнения n -го порядка; свойства его решений.
8. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.
9. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
10. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

Раздел 9. Кратные криволинейные и поверхностные интегралы

1. Двойной интеграл; его основные свойства.
2. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
3. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
4. Тройной интеграл; его основные свойства.
5. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
6. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических.
7. Приложение кратных интегралов к решению задач в геометрии.
8. Приложение кратных интегралов к решению задач механики.
9. Криволинейные интегралы первого рода; их свойства и вычисление.
10. Криволинейные интегралы второго рода; их свойства и вычисление.
11. Поверхностные интегралы первого рода; их свойства и вычисление.
12. Поверхностные интегралы второго рода; их свойства и вычисление.

Раздел 10. Элементы теории поля

1. Скалярное поле. Поверхности и линии уровня.
2. Производная по направлению.
3. Градиент скалярного поля; его свойства.
4. Векторное поле. Векторные линии и их дифференциальные уравнения.
5. Поток векторного поля через поверхность. Физический смысл потока в поле скоростей жидкости.
6. Способы вычисления потока векторного поля.
7. Дивергенция векторного поля.
8. Теорема Остроградского—Гаусса.
9. Циркуляция векторного поля.
10. Ротор векторного поля.
11. Теорема Стокса.

12. Соленоидальные поля.
13. Потенциальное поле. Условие потенциальности поля.
14. Гармоническое поле.

Раздел 11. Ряды

1. Числовой ряд. Сумма и остаток ряда.
2. Необходимый признак сходимости ряда.
3. Сравнение рядов с положительными членами.
4. Достаточные признаки сходимости Даламбера и Коши.
5. Интегральный признак Коши.
6. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
7. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
8. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости.
9. Свойства степенных рядов.
10. Ряды Тейлора и Маклорена.
11. Разложение функций $\sin x$, $\cos x$, e^x , $\ln(1 \pm x)$, $(1 + x)^m$ в ряды Маклорена.
12. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.

Раздел 12. Элементы теории вероятностей

1. Предмет теории вероятностей.
2. Элементы комбинаторного анализа (перестановки, размещения, сочетания).
3. Событие. Пространство элементарных событий. Классификация событий. Алгебра событий.
4. Относительная частота события.
5. Классическое определение вероятности.
6. Геометрическое определение вероятности.
7. Определение условной вероятности. Независимость событий.
8. Вероятность произведения событий.
9. Теоремы сложения и следствия из них.
10. Формула полной вероятности.
11. Вероятность гипотез. Формулы Байеса.

12. Последовательность независимых испытаний, схема Бернулли.
13. Предельные теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона.
14. Дискретные и непрерывные случайные величины.
15. Функция распределения и её свойства.
16. Плотность распределения непрерывной случайной величины и её свойства.
17. Числовые характеристики случайной величины (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение).
18. Закон биномиального распределения, закон Пуассона и их числовые характеристики.
19. Нормальный закон распределения.
20. Равномерное распределение.
21. Показательный закон распределения.

Раздел 13. Элементы математической статистики

1. Выборочный метод описания и анализа статистических данных.
2. Статистический вариационный ряд.
3. Интервальные статистические ряды.
4. Графическое представление статистических распределений выборки (полигон, гистограмма).
5. Эмпирическая функция распределения; её основные свойства.
6. Основные числовые характеристики выборки.
7. Начальные и центральные моменты k -го порядка, их использование в статистике.
8. Точечные оценки неизвестных параметров распределения.
9. Интервальные оценки параметров распределения.
10. Доверительная вероятность, доверительный интервал.
11. Статистическая гипотеза.
12. Критерий согласия Пирсона.
13. Корреляционная зависимость.
14. Линейное уравнение регрессии; определение его параметров методом наименьших квадратов.
15. Выборочный коэффициент корреляции; его свойства.
16. Коэффициент детерминации.

Рекомендуемая литература

Учебники

1. Герасимович, А.И., Рысюк, Н.А. Математический анализ. Ч.1.-Мн.: Выш. шк., 1989.
2. Герасимович, А.И., Кеда, Н.П., Сугак, М.Б. Математический анализ. Ч.2.-Мн.: Выш. шк., 1990.
3. Гурский, Е.И. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии. -Мн.: Выш. шк., 1982.
4. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. В 2 ч. -М.: Наука, 1987. Ч.1.
5. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. В 2 ч. -М.: Наука, 1987. Ч.2.
6. Письменный, Д. Конспект лекций по высшей математике. 1часть.-М., Айрис Пресс,2004.
7. Письменный, Д. Конспект лекций по высшей математике. 2часть.-М., Айрис Пресс,2004.

Задачники

8. Гурский, Е.И. Руководство к решению задач по высшей математике. В 2ч. -Мн.: Выш. шк., 1989. Ч.1.
9. Гурский, Е.И. Руководство к решению задач по высшей математике. В 2 ч. -Мн.: Выш. шк., 1990. Ч.2.
10. Данко, П.Е., Попов, А.Г., Кожевникова, Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч., ч.1. -М., Высш. шк., 1986, 1997, 1999.
11. Данко, П.Е., Попов, А.Г., Кожевникова, Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч., Ч.2.-М., Высш. шк., 1986, 1997, 1999.
12. Сухая, Т.А., Бубнов, В.Ф. Задачи по высшей математике. В 2 ч., ч.1.-Мн.: Выш. школа, 1993.
13. Сухая, Т.А., Бубнов, В.Ф. Задачи по высшей математике. В 2 ч., ч.2.-Мн.: Выш. школа, 1993.

14. Индивидуальные задания по высшей математике (под ред. Рябушко, А.П.). В 3 ч. -Мн.: Выш. шк., 2000.

15. Рябушко, А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. Мн.: Выш. шк., 2006.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Раздел 1. Элементы линейной и векторной алгебры

- Задания 1—10.** 1. Исследовать систему линейных уравнений.
2. В случае совместности, решить систему методом Гаусса.

$$1. \begin{cases} x - y + z = 9 \\ 3x + 3y + 2z = 5 \\ 2x + 7y + 4z = -1 \\ 2x - 5y - z = 15 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 3y + 2z = 1 \\ 3x + 2y + z = -1 \\ 5x + 3y + z = -4 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + y - 3z = -1 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ x + y + z = 3 \\ 3x + 2y - 3z = 2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + 5y - 4z = -5 \\ 2x - 3y + z = 2 \\ 4x + y - 3z = -4 \\ x + 2y - 2z = -3 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x - 3y + z = -1 \\ x + 5y - 4z = -3 \\ 4x + y - 3z = -5 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} -2x + 3y + 4z = -6 \\ 3x - y - 3z = 3 \\ x - 2y - 2z = 3 \\ x - 6y - 5z = 9 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x + 5y - z = 8 \\ y - z = 3 \\ 2x - y + 2z = -3 \\ 3x + 3y + 2z = 2 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x + 4y + 3z = 5 \\ 9x + 8y + 5z = 11 \\ 7x + 5y + 3z = 7 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 6x + 7y + 3z = 4 \\ 3x + y = 7 \\ 2x + 2y + z = 2 \\ 7x + 6y + 2z = 9 \end{cases}$$

Задания 11–20. Даны векторы

$$\bar{a} = (a_1, a_2, a_3), \bar{b} = (b_1, b_2, b_3), \bar{c} = (c_1, c_2, c_3), \bar{d} = (d_1, d_2, d_3)$$

в некотором базисе. Показать, что векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ образуют базис и найти координаты вектора \bar{d} в этом базисе. Систему линейных уравнений решить по формулам Крамера.

11. $\bar{a} = (1; 2; 3), \bar{b} = (-1; 3; 2), \bar{c} = (7; -3; 5),$
 $\bar{d} = (6; 10; 17).$

12. $\bar{a} = (4; 7; 8), \bar{b} = (9; 1; 3), \bar{c} = (2; -4; 1),$
 $\bar{d} = (1; -13; -13).$

13. $\bar{a} = (8; 2; 3), \bar{b} = (4; 6; 10), \bar{c} = (3; -2; 1),$
 $\bar{d} = (7; 4; 11).$

14. $\bar{a} = (10; 3; 1), \bar{b} = (1; 4; 2), \bar{c} = (3; 9; 2),$
 $\bar{d} = (19; 30; 7).$

15. $\bar{a} = (2; 4; 1), \bar{b} = (1; 3; 6), \bar{c} = (5; 3; 1),$
 $\bar{d} = (24; 20; 6).$

16. $\bar{a} = (1; 7; 3), \bar{b} = (3; 4; 2), \bar{c} = (4; 8; 5),$
 $\bar{d} = (7; 32; 14).$

17. $\bar{a} = (1; -2; 3), \bar{b} = (4; 7; 2), \bar{c} = (6; 4; 2),$
 $\bar{d} = (14; 18; 6).$

18. $\bar{a} = (1; 4; 3), \bar{b} = (6; 8; 5), \bar{c} = (3; 1; 4),$
 $\bar{d} = (21; 18; 33).$

$$19. \quad \bar{a} = (2; 7; 3), \quad \bar{b} = (3; 1; 8), \quad \bar{c} = (2; -7; 4), \\ \bar{d} = (16; 14; 27).$$

$$20. \quad \bar{a} = (7; 2; 1), \quad \bar{b} = (4; 3; 5), \quad \bar{c} = (3; 4; -2), \\ \bar{d} = (2; -5; -13).$$

Раздел 2. Аналитическая геометрия

Задания 21—30. Даны координаты вершин пирамиды A_1, A_2, A_3, A_4 . Найти:

- 1) площадь грани $A_1A_2A_3$;
- 2) объем пирамиды;
- 3) уравнения прямой A_1A_2 ;
- 4) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;
- 5) уравнение высоты A_4D , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$;
- 6) длину высоты A_4D ;
- 7) координаты точки пересечения высоты A_4D с плоскостью $A_1A_2A_3$.

$$21. \quad A_1 (4; 2; 5), \quad A_2 (0; 7; 2), \quad A_3 (0; 2; 7), \quad A_4 (1; 5; 0).$$

$$22. \quad A_1 (4; 4; 10), \quad A_2 (4; 10; 2), \quad A_3 (2; 8; 4), \quad A_4 (9; 6; 4).$$

$$23. \quad A_1 (4; 6; 5), \quad A_2 (6; 9; 4), \quad A_3 (2; 10; 10), \quad A_4 (7; 5; 9).$$

$$24. \quad A_1 (3; 5; 4), \quad A_2 (8; 7; 4), \quad A_3 (5; 10; 4), \quad A_4 (4; 7; 8).$$

$$25. \quad A_1 (10; 6; 6), \quad A_2 (-2; 8; 2), \quad A_3 (6; 8; 9), \quad A_4 (7; 10; 3).$$

$$26. \quad A_1 (1; 8; 2), \quad A_2 (5; 2; 6), \quad A_3 (5; 7; 4), \quad A_4 (4; 10; 9).$$

$$27. \quad A_1 (6; 6; 5), \quad A_2 (4; 9; 5), \quad A_3 (4; 6; 11), \quad A_4 (6; 9; 3).$$

$$28. \quad A_1 (7; 2; 2), \quad A_2 (5; 7; 7), \quad A_3 (5; 3; 1), \quad A_4 (2; 3; 7).$$

29. $A_1 (8; 6; 4)$, $A_2(10; 5; 5)$, $A_3 (5; 6; 8)$, $A_4 (8; 10; 7)$.

30. $A_1 (7; 7; 3)$, $A_2(6; 5; 8)$, $A_3 (3; 5; 8)$, $A_4 (8; 4; 1)$.

31. Прямые $2x + y - 1 = 0$ и $4x - y - 11 = 0$ являются сторонами треугольника, а точка $P(1; 2)$ – точкой пересечения третьей стороны с высотой, опущенной на нее . Составить уравнение третьей стороны. Сделать чертеж.

32. Прямая $5x - 3y + 4 = 0$ является одной из сторон треугольника, а прямые $4x - 3y + 2 = 0$ и $7x + 2y - 13 = 0$ его высотами. Составить уравнения двух других сторон треугольника. Сделать чертеж.

33. Точки $A (3; -1)$ и $B (4; 0)$ являются вершинами треугольника, а точка $D (2; 1)$ - точкой пересечения его медиан. Составить уравнение высоты, опущенной из третьей вершины. Сделать чертеж.

34. Прямые $3x - 4y + 17 = 0$ и $4x - y - 12 = 0$ являются сторонами параллелограмма, а точка $P (2; 7)$ – точкой пересечения его диагоналей. Составить уравнения двух других сторон параллелограмма. Сделать чертеж.

35. Прямые $x - 2y + 10 = 0$ и $7x + y - 5 = 0$ являются сторонами треугольника, а точка $D (1; 3)$ – точкой пересечения его медиан. Составить уравнение третьей стороны. Сделать чертеж.

36. Прямые $5x - 3y + 14 = 0$ и $5x - 3y - 20 = 0$ являются сторонами ромба, а прямая $x - 4y - 4 = 0$ – его диагональю. Составить уравнения двух других сторон ромба. Сделать чертеж.

37. На прямой $4x + 3y - 6 = 0$ найти точку, равноудаленную от точек $A (1; 2)$ и $B (- 1; - 4)$. Сделать чертеж.

38. Найти координаты точки, симметричной точке $A (5; 2)$ относительно прямой $x + 3y - 1 = 0$. Сделать чертеж.

39. Прямые $x - 3y + 6 = 0$ и $3x + y - 12 = 0$ являются сторонами прямоугольника, а точка $P(7; 2)$ – точкой пересечения его диагоналей. Составить уравнения двух других сторон прямоугольника. Сделать чертеж.

40. Точки $A(4; 5)$ и $C(2; -1)$ являются двумя противоположными вершинами ромба, а прямая $x - y + 1 = 0$ – одной из его сторон. Составить уравнения остальных сторон ромба. Сделать чертеж.

Раздел 3. Введение в математический анализ

Задания 41–50. Вычислить пределы.

41.

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 4x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 3}{2x + 5} \right)^{x-1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - \arctg 3x}$$

42.

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{x^2 + 6x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin 5x}{6x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 2}{3x - 4} \right)^{2-x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^{2x} - 7^{-2x}}{\sin 3x - 2x}$$

43.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x - x^2}{x^2 + 4x + 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 7x + 3}{2x^2 + x - 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10x^2}{1 - \cos x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 3} (7 - 2x)^{\frac{1}{x^2 - 9}}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-2x}}{2 \arcsin x - \sin x}$

44.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 4}{x^3 - x + 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{3+x}}{x - x^2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cdot \operatorname{tg} x}{\sin^2 3x}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-1} \right)^{3-x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{3x} - 3^{2x}}{\operatorname{tg} x + x^3}$

45.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 4}{3 + x - 4x^2}$

2. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x - x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 - \cos x)}{\operatorname{tg}^3 5x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 3} (10 - 3x)^{\frac{1}{x-3}}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x + \operatorname{tg} x^2}$

46.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 7x + 1}{3x^3 + x + 3}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 3}{\sqrt{8 + x} - 3}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^5 x}{4x^2}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x - 1}{5x + 4} \right)^{2x+1}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{2x}}{x + \arcsin x^3}$

47.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 5x + 4}{2x^2 - x + 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 4x + 3}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3}{(1 - \cos 4x)\sin 2x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 2)^{\frac{3}{x^2 - 1}}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9^x - 2^{3x}}{\operatorname{arctg} 2x - 7x}$

48.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x + 1}{3x^2 + 4x + 2}$

2. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 7} - 3}{x^2 - 4x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2}{\sin^2 5x}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x + 1}{4x - 3} \right)^{1-2x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{3x}}{\sin 3x - \operatorname{tg} 2x}$

49.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x - 3x^2}{x^2 + x + 3}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{5x^2 - 4x - 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3 3x}{(1 - \cos 2x)x}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x - 2}{5x + 3} \right)^{3-2x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{2x} - 2^{3x}}{\sin x + \sin x^2}$

50.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^3 + 5x - 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{8 - x^3}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \operatorname{ctg}^2 3x$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} (5 - 4x)^{\frac{3}{x^2 - 1}}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x}$

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Задания 51—60. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ следующих функций:

51.

1. $y = \ln \cos \frac{x-1}{x} + \arcsin \frac{1}{x};$

2. $y = -\frac{1}{3 \sin^3 \frac{x}{2}} + \sqrt[3]{5x^2 - x^3};$

$$3. y = (\operatorname{tg} x)^{\sqrt{x}}$$

$$4. \begin{cases} x = \operatorname{arctg} \frac{1}{t^2}, \\ y = \frac{1}{t^4 + 1}. \end{cases}$$

52.

$$1. y = x - 2\sqrt{x} + 2\ln(1 + \sqrt{x});$$

$$2. y = 2^{\arcsin 3x} + (1 - \sqrt{\sin x})^2;$$

$$3. y = \left(\operatorname{arctg} \frac{2}{x} \right)^{\cos x};$$

$$4. \begin{cases} x = \sin^3 \frac{t}{2}, \\ y = \cos^4 t. \end{cases}$$

53.

$$1. y = \operatorname{arctg} e^{\frac{x}{2}} - \ln \sqrt{\frac{e^x}{e^x + 1}};$$

$$2. y = \frac{\sin^2 x}{\sin x^3};$$

$$3. y = (\cos x)^{\sqrt{x^2 - x^5}};$$

$$4. \begin{cases} x = \ln \left(\sin \frac{t}{2} \right), \\ y = \frac{1}{\sin \frac{t}{2}}. \end{cases}$$

54.

$$1. y = \frac{1}{\sqrt{2}} \arcsin \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \sin x \right);$$

$$2. y = \frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x + \ln(\sin x);$$

$$3. y = x^{2\sin x};$$

$$4. \begin{cases} x = \sqrt[4]{t^2 - 1}, \\ y = \frac{1}{t^2 - 1}. \end{cases}$$

55.

$$1. y = x - \ln \sqrt{1 + e^{2x}} - e^{-x} \operatorname{arctg} x$$

$$2. y = e^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}};$$

$$3. y = x^{\frac{1}{x}};$$

$$4. \begin{cases} x = t(1 - \sin t), \\ y = t \cos t. \end{cases}$$

56.

$$1. y = x + \operatorname{ctg} x \ln(1 + \sin x) - \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2};$$

$$2. y = \log_5(x^2 - \sin x);$$

$$3. y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x;$$

$$4. \begin{cases} x = \frac{1+t^3}{t^2-1}, \\ y = \frac{1}{t^2-1}. \end{cases}$$

57.

$$1. y = \ln \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2} \cos x}{\sqrt{3} + \sqrt{2} \cos x};$$

$$2. y = 10^{\operatorname{arctg} x} + e^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}};$$

$$3. y = x^{\sin^2 3x};$$

$$4. \begin{cases} x = \sqrt[3]{1-t^2}, \\ y = \frac{1}{1-t^2}. \end{cases}$$

58.

$$1. y = \frac{3}{4} \ln \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} + \frac{1}{4} \ln \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x;$$

$$2. y = \arcsin \sqrt{1-x} + \sqrt{1-x^2};$$

$$3. y = (\ln x)^{\operatorname{tg} \frac{x}{2}};$$

$$4. \begin{cases} x = \sin^2 \frac{t}{2}, \\ y = \cos^2 t. \end{cases}$$

59.

$$1. y = x(\arcsin x)^2 + 2\sqrt{1-x^2} \arcsin x - 2x;$$

$$2. y = \frac{\cos x}{2 \sin^2 x};$$

$$3. y = (\log_5(3x+1))^{\arctg\sqrt{x}}; \quad 4. \begin{cases} x = e^{-4t}, \\ y = e^{\frac{1}{t}}. \end{cases}$$

60.

$$1. y = x \arctg x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) - \frac{1}{2} (\arctg x)^2;$$

$$2. y = \sin(\cos^2 x) \cos(\sin^2 x);$$

$$3. y = (\arcsin \sqrt{2x-1})^{\lg \frac{x}{2}}; \quad 4. \begin{cases} x = t^2 + 6t + 5, \\ y = \frac{t^3 - 54}{t}. \end{cases}$$

Раздел 5. Функции нескольких переменных

Задания 61—70. Найти частные производные первого порядка и указанную производную второго порядка от функции:

$$61. z = \ln(x^2 + y^2); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$$

$$62. z = e^{x \sin 2y}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

$$63. z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

$$64. z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}.$$

$$65. z = y \cdot e^{\frac{y}{x}}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}.$$

$$66. z = \ln(xy^2 - e^{-y}); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

$$67. z = e^{-(x+3y)} \cdot \sin(x+3y); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$$

$$68. z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$$

$$69. z = e^{-\cos(2x+7y)}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

$$70. z = \sin^2(x-ay); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

Задания 71–80. Дана функция $u = f(x, y, z)$, точка $M_0(x_0, y_0, z_0)$ и вектор $\vec{S} = (m, n, p)$. Найти:

- 1) градиент функции в точке M_0 ;
- 2) производную функции в точке M_0 по направлению вектора \vec{S} .

$$71. u = \sqrt{1+x^2+y^2+z^2}; \quad M_0(1; 1; 1); \quad \vec{S} = (2; 1; -2)$$

$$72. u = x + \ln(y^2 + z^2); \quad M_0(2; 1; 1); \quad \vec{S} = (-2; 2; -1)$$

$$73. u = xe^y + ye^x - z^2; \quad M_0(3; 0; 2); \quad \vec{S} = (1; 1; 1)$$

$$74. u = x^y - 3xyz; \quad M_0(1; 2; -4); \quad \vec{S} = (-1; -2; 2)$$

$$75. u = \ln(x^3 + y^3 + z + 1); \quad M_0(1; 3; 0); \quad \vec{S} = (-3; 0; 4)$$

$$76. u = \frac{z^2 + y}{x}; \quad M_0(1; 2; 1); \quad \vec{S} = (-1; 2; -2)$$

$$77. u = x^2 + y^2 - \sqrt{x^2 + z^2}; \quad M_0(-3; 0; 4); \quad \vec{S} = (-2; 1; -2)$$

$$78. u = \frac{z^2}{xy}; \quad M_0(1; 2; 1); \quad \vec{S} = (3; 2; 6)$$

$$79. u = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + 2z; \quad M_0(-1; 1; 1); \quad \vec{S} = (2; 1; 2)$$

$$80. u = \frac{z}{x + y}; \quad M_0(1; 1; 2); \quad \vec{S} = (3; 4; 0)$$

Раздел 6. Неопределенный интеграл

Задания 81—90. Найти неопределенные интегралы. В пунктах 1, 2 выполнить проверку дифференцированием.

81.

$$1. \int \frac{5 - \cos^3(6-x)}{\cos^2(6-x)} dx$$

$$2. \int x \arctg x dx$$

$$3. \int \frac{dx}{x^4 + x^2}$$

$$4. \int \frac{\sqrt[6]{x+2} \cdot dx}{\sqrt[3]{x+2} - \sqrt{x+2}}$$

$$5. \int \frac{dx}{\sin 2x + 4 \cos 2x + 5}$$

82.

$$1. \int \frac{8 - \arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$2. \int x \cdot 5^x dx$$

$$3. \int \frac{2x dx}{(x+1)^2 (x^2+1)}$$

$$4. \int \frac{\sqrt[3]{x} + 2}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2}} dx$$

$$5. \int \sin 4x \cdot \cos^2 5x dx$$

83.

$$1. \int \left(\frac{4}{\sqrt[3]{5x-3}} + \sin(3x-8) \right) dx$$

$$2. \int x \cdot e^{-4x} dx$$

$$3. \int \frac{x dx}{(x-1)^2 \cdot (x^2+4)}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt[5]{x^4} - \sqrt[3]{x^2}}$$

$$5. \int \cos^4 \frac{x}{16} \cdot \sin^2 \frac{x}{16} dx$$

84.

$$1. \int \frac{dx}{x(3 + \ln^2 7x)}$$

$$2. \int x \cos 4x dx$$

$$3. \int \frac{2x^2 + 4x - 1}{x^4 + x^2} dx$$

$$4. \int \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt[4]{x^3} + 2\sqrt{x}} dx$$

$$5. \int \frac{\sin x dx}{(1 + \sin x + \cos x)^2}$$

85.

$$1. \int \frac{3 - 7\arctg^4 x}{1 + x^2} dx$$

$$2. \int x \ln 2x dx$$

$$3. \int \frac{7 - 10x - 4x^2}{x^4 + 4x^3 + 12x^2} dx$$

$$4. \int \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

$$5. \int \frac{\cos^2 2x dx}{\sin^4 2x}$$

86.

$$1. \int \frac{3^{\operatorname{tg} 3x} - 3}{\cos^2 3x} dx$$

$$2. \int \ln(2x + 1) dx$$

$$3. \int \frac{x^2 + 7x}{(x^2 + 3)(x + 3)^2} dx$$

$$4. \int \frac{2x + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x^4}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x^4}} dx$$

$$5. \int \frac{\cos^2 x dx}{(1 + \cos x - \sin x)^2}$$

87.

$$1. \int \frac{7 - 5 \ln^4 2x}{x} dx$$

$$2. \int x \cdot \sin \frac{x}{3} dx$$

$$3. \int \frac{2x^2 - x + 1}{x^4 + x^3 + x^2} dx$$

$$4. \int \frac{\sqrt{1 + 4x^2}}{x^4} dx$$

$$5. \int \cos^5 \frac{x}{3} \cdot \sin^2 \frac{x}{3} dx$$

88.

$$1. \int \frac{5x - \arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$$

$$2. \int x \cdot \ln(x^2 + 1) dx$$

$$3. \int \frac{x^3 dx}{(x - 1)^2 (x^2 + 1)}$$

$$4. \int \frac{x^2 + \sqrt{1 + x}}{\sqrt[3]{1 + x}} dx$$

$$5. \int \sin^2 6x \cdot \cos 9x dx$$

89.

$$1. \int \left(\frac{x^5}{\sqrt{16 + x^6}} - x^{5x^2} \right) dx$$

$$2. \int \frac{\arcsin x dx}{\sqrt{1 + x}}$$

$$3. \int \frac{(5 - 8x) dx}{x^4 + 2x^3 + 5x^2}$$

$$4. \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x^2 + 1}}$$

$$5. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^7 x} dx$$

90.

$$1. \int (4 + ctg^2 x) \frac{dx}{\sin^2 x}$$

$$2. \int x^3 \cdot e^{-x^2} dx$$

$$3. \int \frac{(5 - 6x - 4x^2)dx}{x^4 + 4x^3 + 5x^2}$$

$$4. \int \frac{dx}{(x+1) \cdot \sqrt{x^2 + 2x}}$$

$$5. \int \frac{(3\operatorname{tg}x + 5)dx}{\sin^2 x + 2\cos^2 x}$$

Раздел 7. Определенный интеграл

91. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $y = 4$.

92. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси oy фигуры, ограниченной линиями $x = 0$, $y = 0$, $x = 2$, $y = x^2 + 1$.

93. Найти длину кривой $y = \ln \sin x$, $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

94. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x$, $x = 0$ ($x > 0$).

95. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси ox фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x$ (одной полуволны), $y = 0$.

96. Найти длину кривой $y = \ln(1 - x^2)$, $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$.

97. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 4 - x^2$, $y = x^2 - 2x$.

98. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси ox фигуры, ограниченной линиями $y = e^x$, $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$.

99. Найти длину кривой $y = 1 + \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}$, $0 \leq x \leq \frac{3}{4}$.

100. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $xy = 8$, $x = 6$.

Раздел 8. Дифференциальные уравнения

Задания 101–110. Найти частное решение дифференциального уравнения первого порядка, удовлетворяющее условию $y(x_0) = y_0$.

101. $(\sqrt{xy} - x)dy + ydx = 0$, $y(1) = 1$

102. $xy' - y - x^2 \sin x = 0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

103. $y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{-y}{x}}$, $y(1) = 0$.

104. $y' - \frac{y}{x \ln x} + 2x \ln x = 0$, $y(e) = \frac{e^2}{2}$

105. $xy' = y\left(1 + \ln \frac{y}{x}\right)$, $y(1) = \frac{1}{\sqrt{e}}$

106. $y' + 2xy = 4xe^{-x^2}$, $y(0) = 2$

107. $(y + \sqrt{x^2 + y^2})dx - xdy = 0$, $y(1) = 0$

108. $(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x$, $y(\sqrt{2}) = 1$

109. $(y + \sqrt{xy})dx - xdy = 0$, $y(1) = 0$

$$110. y' \cdot \operatorname{ctgx} - y - 2 \cos^2 x \cdot \operatorname{ctgx} = 0, \quad y(0) = 0$$

Задания 111–120. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$111. y'' + 4y' + 5y = \cos x$$

$$112. y'' + 3y' = 3xe^{-3x}$$

$$113. y'' + 4y' + 8y = e^{2x} \cdot \cos 2x$$

$$114. y'' + 2y' - 3y = 12xe^x$$

$$115. y'' + 3y' - 4y = 3 \sin x$$

$$116. y'' + 2y' + y = 2e^{-x}$$

$$117. y'' + 4y' - 12y = 8 \sin 2x$$

$$118. y'' - 4y' + 13y = 2x^2 \cdot e^{3x}$$

$$119. y'' - 14y' + 49y = 144 \sin 7x$$

$$120. y'' - 4y' - 5y = 2xe^{-x}$$

*Раздел 9. Кратные, криволинейные
и поверхностные интегралы*

Задания 121–130. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле.

$$121. \int_0^1 dx \int_{1-x^2}^1 f(x, y) dy + \int_1^e dx \int_{\ln x}^1 f(x, y) dy$$

$$122. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt[3]{y}} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx$$

$$123. \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy$$

$$124. \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f(x, y) dx + \int_1^e dy \int_{-1}^{-\ln y} f(x, y) dx$$

$$125. \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^0 f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_{-\sqrt{2-x}}^0 f(x, y) dy$$

$$126. \int_0^1 dx \int_0^{x^3} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$$

$$127. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f(x, y) dx$$

$$128. \int_0^{\frac{\pi}{4}} dx \int_0^{\sin x} f(x, y) dy + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^{\cos x} f(x, y) dy$$

$$129. \int_0^{\sqrt{3}} dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 f(x, y) dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f(x, y) dy$$

$$130. \int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f(x, y) dx$$

Задания 131–140. Вычислить объем тела, ограниченного данными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость xOy .

$$131. z = 0, \quad z - x = 0, \quad y = 0, \quad y = 4, \quad x = \sqrt{25 - y^2}.$$

$$132. z = 0, \quad z - 4\sqrt{y} = 0, \quad x = 0, \quad x + y = 4.$$

$$133. z = 0, \quad z - 9 + y^2 = 0, \quad x^2 + y^2 = 9.$$

$$134. z = 0, \quad z - 1 + x^2 = 0, \quad y = 0, \quad y = 3 - x.$$

$$135. z = 0, \quad y + z - 2 = 0, \quad x^2 + y^2 = 4.$$

$$136. z = 0, \quad z - 1 + y^2 = 0, \quad x = y^2, \quad x = 2y^2 + 1.$$

$$137. z = 0, \quad 4z - y^2 = 0, \quad 2x - y = 0, \quad x + y = 9.$$

$$138. z = 0, \quad x^2 + y^2 - z = 0, \quad x^2 + y^2 = 4.$$

$$139. z = 0, \quad z - y^2 = 0, \quad x^2 + y^2 = 9.$$

$$140. z = 0, \quad z - 4 + x + y = 0, \quad x^2 + y^2 = 4.$$

Раздел 10. Элементы теории поля

Задания 141–150. Вычислить работу силы $\vec{F}(x, y, z)$ при перемещении материальной точки вдоль линии L от точки A до точки B .

$$141. \vec{F}(x, y) = \frac{y^2}{x} \vec{i} + x^2 \vec{j}, \quad L: y = \ln x, \quad A(1; 0), \quad B(e, 1)$$

$$142. \vec{F}(x, y, z) = xy^2 \vec{i} + yz^2 \vec{j} - x^2 z \vec{k}, \quad L - \text{отрезок прямой,} \\ A(0; 0; 0), \quad B(-2; 4; 5)$$

$$143. \vec{F}(x, y) = -y \vec{i} + x \vec{j}, \\ L - \text{дуга астроида } x = 2 \cos^3 t, \quad y = 2 \sin^3 t, \quad A(2; 0), \quad B(0; 2)$$

144.

$$\vec{F}(x, y) = (x^2 + y^2)\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j}, \quad L: \quad y = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2, \end{cases}$$
$$A(2; 0), B(0, 0)$$

145. $\vec{F}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + (x + y - 1)\vec{k}$, L – отрезок прямой,
 $A(1; 1; 1)$, $B(2; 3; 4)$

146. $\vec{F}(x, y) = \left(\frac{x}{y} - x^2\right)\vec{i} + \frac{1}{x}\vec{j}$, $L: y = x^2$, $A(1; 1)$, $B(2; 4)$

147. $\vec{F}(x, y, z) = 2xy\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$, L – дуга одного витка винтовой линии $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = 2t$, $A(1; 0; 0)$, $B(1; 0; 4\pi)$.

148. $\vec{F}(x, y, z) = 2yz\vec{j} - y^2\vec{k}$, L – ломаная ACB ,
 $A(0; 0; 0)$, $B(0; 2; 1)$, $C(0; 2; 0)$.

149. $\vec{F}(x, y) = \left(x + y\sqrt{y^2 + x^2}\right)\vec{i} + \left(y - \sqrt{x^2 + y^2}\right)\vec{j}$, L – дуга окружности $x^2 + y^2 = 16$, $(x \geq 0, y \geq 0)$, $A(4; 0)$, $B(0; 4)$.

150. $\vec{F}(x, y, z) = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$, L – дуга винтовой линии
 $x = 2\cos t$, $y = 2\sin t$, $z = \frac{3t}{2\pi}$, A – точка пересечения линии с плоскостью $z = 0$, B – точка пересечения линии с плоскостью $z = 3$.

Задания 151–160. Проверить, является ли векторное поле \vec{F} соленоидальным и потенциальным. В случае потенциальности поля \vec{F} найти его потенциал.

151. $\vec{F} = (5x + 6yz)\vec{i} + (5y + 6xz)\vec{j} + (5z + 6xy)\vec{k}$

$$152. \vec{F} = (12x - yz)\vec{i} + (12y - xz)\vec{j} + (12z - xy)\vec{k}$$

$$153. \vec{F} = (4x - 5yz)\vec{i} + (4y - 5xz)\vec{j} + (4z - 5xy)\vec{k}$$

$$154. \vec{F} = (10x + 3yz)\vec{i} + (10y + 3xz)\vec{j} + (10z + 3xy)\vec{k}$$

$$155. \vec{F} = (8x - 7yz)\vec{i} + (8y - 7xz)\vec{j} + (8z - 7xy)\vec{k}$$

$$156. \vec{F} = (x + 2yz)\vec{i} + (y + 2xz)\vec{j} + (z + 2xy)\vec{k}$$

$$157. \vec{F} = (7x + 4yz)\vec{i} + (7y + 4xz)\vec{j} + (7z + 4xy)\vec{k}$$

$$158. \vec{F} = (5x - 2yz)\vec{i} + (5y - 2xz)\vec{j} + (5z - 2xy)\vec{k}$$

$$159. \vec{F} = (9x - 5yz)\vec{i} + (9y - 5xz)\vec{j} + (9z - 5xy)\vec{k}$$

$$160. \vec{F} = (3x + yz)\vec{i} + (3y + xz)\vec{j} + (3z + xy)\vec{k}$$

Раздел 11. Ряды

Задания 161–170. Записать общий член ряда и исследовать ряд на сходимость.

$$161. 1 \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + 2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} + 3 \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{16} + 4 \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{32} + \dots$$

$$162. \frac{1}{2 \ln^3 2} + \frac{1}{3 \ln^3 3} + \frac{1}{4 \ln^3 4} + \frac{1}{5 \ln^3 5} + \dots$$

$$163. \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{2}{5} \right)^3 + \frac{1}{4} \left(\frac{2}{5} \right)^4 + \dots$$

$$164. \frac{1}{3} \cdot 2 + \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{3}{2} \right)^4 + \frac{1}{27} \cdot \left(\frac{4}{3} \right)^9 + \frac{1}{81} \left(\frac{5}{4} \right)^{16} + \dots$$

$$165. \frac{1}{5!} + \frac{2}{7!} + \frac{3}{9!} + \frac{4}{11!} + \dots$$

$$166. \frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln^2 3} + \frac{1}{\ln^3 4} + \frac{1}{\ln^4 5} + \dots$$

$$167. \frac{1}{4} + \frac{2}{4^4} + \frac{3}{4^9} + \frac{4}{4^{16}} + \dots$$

$$168. \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{8} + \dots$$

$$169. \frac{1}{3} + \frac{2}{6} + \frac{3}{11} + \frac{4}{18} + \dots$$

$$170. \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{16} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{64} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{256} + \dots$$

Задания 171–180. Найти область сходимости следующих рядов:

$$171. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x+2)^n}$$

$$172. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(3n-1) \cdot 2^n}$$

$$173. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{(2x+5)^n}$$

$$174. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (x-1)^n}{4^n \cdot \sqrt[3]{n}}$$

$$175. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(x-4)^n}$$

$$176. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n\sqrt{n}}$$

$$177. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(x-3)^n}$$

$$178. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3^n \cdot \ln(n+1)}$$

$$179. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(x-1)^n}$$

$$180. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+4)^n}{n^3+1}$$

Раздел 12. Элементы теории вероятностей

181. Для сообщения об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора-автомата. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор, равна 0,95; второй – 0,9. Найти вероятность того, что при аварии поступит сигнал а) хотя бы от одного сигнализатора; б) только от одного сигнализатора.

182. Рабочий обслуживает четыре станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует внимания рабочего, равна 0,7; второй – 0,4; третий – 0,4; четвертый – 0,3. Найти вероятность того, что в течение часа а) хотя бы один станок не потребует внимания рабочего; б) только один станок не потребует внимания рабочего.

183. Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый, второй вопрос равны по 0,9; на третий – 0,8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить а) на все вопросы; б) по крайней мере на два вопроса билета.

184. Для одной бригады вероятность выполнения нормы равна 0,8, для другой – 0,9. Найти вероятность того, что а) обе бригады выполнят норму; б) хотя бы одна бригада выполнит норму.

185. Издательство отправляет газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,9, во второе – 0,95, в третье – 0,8. Найти вероятность того, что а) два отделения получают газеты вовремя, а одно с опозданием; б) хотя бы одно отделение получит газеты с опозданием.

186. Игра проводится до выигрыша одним из двух игроков двух партий подряд. Вероятность выигрыша партии первым игроком равна 0,6, вторым – 0,4 (ничьи исключены). Найти вероятность того, что а) игра закончится после двух партий; б) игра закончится до четырех партий.

187. Предприятие состоит из трех независимо работающих подразделений. Предполагается, что вероятность их рентабельной работы в течение времени t соответственно равна 0,7; 0,6; 0,8. Найти вероятность того, что в течение времени t рентабельным будет а) только одно предприятие; б) хотя бы одно предприятие.

188. Четыре стрелка договорились стрелять по мишени до попадания в определенной последовательности: следующий стрелок производит выстрел лишь в случае промаха предыдущего. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,7, для третьего – 0,8, для четвертого – 0,6. Найти вероятность того, что будет произведено а) не более трех выстрелов; б) четыре выстрела.

189. Два шахматиста играют три партии в шахматы. Вероятность выигрыша для первого шахматиста в первой партии – 0,3; во второй – 0,6; в третьей – 0,7. Найти вероятность того, что первый шахматист выиграет а) две партии; б) не менее двух партий.

190. Прибор комплектуется деталями трех типов. Вероятность того, что поступающие на сборку детали будут высшего сорта, для первого типа равна 0,9, для второго типа – 0,7; для третьего типа – 0,8. Найти вероятность того, что среди деталей прибора будет а) две высшего сорта; б) не менее двух высшего сорта.

191. В цехе работают 25 станков. Из них 10 станков типа А, 8 станков – типа Б, 7 станков – типа В. Вероятность брака при обработке детали на каждом из станков, соответственно, равна 0,02, 0,03, 0,01. Какой процент деталей без брака изготавливается в цехе?

192. Вероятности того, что во время работы ЭВМ произойдет сбой в арифметическом устройстве, в оперативной памяти, в остальных устройствах, относятся как 3 : 2 : 5. Вероятности обнаружения сбоя в арифметическом устройстве, в оперативной памяти, в остальных устройствах соответственно равны 0,6; 0,9; 0,9. Найти вероятность того, что возникший в ЭВМ сбой будет обнаружен.

193. Имеются две партии деталей. Известно, что в одной партии все детали удовлетворяют техническим условиям, а в другой – пятая часть деталей недоброкачественная. Деталь, взятая из произвольно выбранной партии, оказалась доброкачественной. Определить вероятность того, что деталь была взята из второй партии.

194. Рабочий обслуживает три станка, на которых обрабатываются однотипные детали. Вероятность брака для первого станка равна 0,02, для второго – 0,04, для третьего – 0,03. Обработанные детали складываются в один ящик. Производительность первого станка в три раза больше, чем второго, а третьего – в два раза меньше, чем второго. Определить вероятность того, что взятая наудачу деталь будет бракованной.

195. Среди поступающих на сборку деталей с первого станка 0,1 % бракованных, со второго – 0,2 %, с третьего – 0,25 %, с четвертого – 0,5 %. Производительности их относятся как 4:3:2:1 соответственно. Взятая наудачу деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что она изготовлена на первом станке.

196. Аппаратура в 80 % случаев работает в нормальном режиме и в 20 % случаев – в аварийном. Вероятность сбоя в нормальном режиме работы (за некоторое время T) равна 0,05; в аварийном – 0,5. Найти вероятность сбоя аппаратуры (за время T).

197. Вероятность для конструкций некоторого производства удовлетворять стандарту 0,95. Предполагается упрощенная система проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для конструкций, удовлетворяющих стандарту и 0,04 – для прочих конструкций. Найти вероятность того, что конструкция, признанная при проверке стандартной, действительно является таковой.

198. В ящике лежат 20 теннисных мячей, в том числе 15 новых и 5 игранных. Для игры наудачу выбирают два мяча и после игры возвращают их обратно. Затем для второй игры также наудачу извлекаются еще два мяча. Какова вероятность, что вторая игра будет проводится новыми мячами?

199. Среди студентов института – 25 % первокурсники, 30 % студентов учатся на втором курсе, на третьем и четвертом курсах учатся 25 % и 20 % соответственно. По данным деканатов известно, что на первом курсе 10 % студентов сдали сессию только на отличные оценки, на втором – 15 %, на третьем – 18 %, на четвертом – 20 % отличников. Наудачу вызванный студент оказался отличником. Какова вероятность, что он третьекурсник?

200. Станок третью часть своего времени обрабатывает детали типа А, остальную часть детали типа Б. При обработке детали типа А он стоит 10 % времени, а детали типа Б – 5 %. Какова вероятность застать станок стоящим?

201. Производство дает 1 % брака. Какова вероятность того, что из взятых на исследование 2000 изделий выбраковано будет не больше 1 % изделий?

202. В институте 12000 студентов. Вероятность того, что студент занимается спортом 0,2. Найти вероятность того, что число спортсменов в институте превышает 2500.

203. В партии пять приборов. Вероятность безотказной работы каждого составляет 0,8. Найти вероятность того, что при проверке откажут не более двух приборов.

204. Рабочий обслуживает шесть станков. Вероятность того, что станок потребует внимания рабочего в течение часа, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение часа этих требований будет не больше трех.

205. Вероятность того, что прибор потребует дополнительной регулировки 0,45. Какова вероятность того, что из 500 приборов большая часть не потребует дополнительной регулировки.

206. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность наименее вероятнейшего числа попаданий при пяти выстрелах.

207. Вероятность отклонения размера каждой детали от номинала равна 0,1. Найти вероятность того, что среди 900 деталей не будут иметь отклонения размера от номинала от 790 до 820 деталей.

208. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,2. Найти вероятность того, что в результате 500 выстрелов промахов окажется от 410 до 430.

209. Вероятность того, что изделие – высшего сорта, равна 0,52. Найти вероятность того, что из 1000 изделий половина высшего сорта.

210. По каналу связи передается 1000 знаков. Каждый знак может быть искажен независимо от остальных с вероятностью 0,005. Найти вероятность того, что будет искажено не более трех знаков.

Задания 211–220. Составить закон распределения указанной дискретной случайной величины (СВ) и вычислить ее числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

211. В урне два белых и три черных шара. Два раза из урны вынимается шар с возвращением первого вынутого шара в урну. СВ X – число вынутых белых шаров.

212. Вероятность перевыполнения плана для строительного управления (СУ) 1 равна 0,4, для СУ-2 – 0,5, для СУ-3 – 0,8. СВ X – число СУ, перевыполнивших план.

213. Стрелок имеет четыре патрона и стреляет в цель до первого попадания или полного израсходования патронов. Вероятность попадания при одном выстреле 0,8. СВ X – число израсходованных патронов.

214. Вероятность успешной сдачи первого экзамена для данного студента равна 0,9, второго экзамена – 0,6, третьего – 0,8. СВ X – число сданных экзаменов.

215. В урне имеется четыре шара с номерами от 1 до 4. Одновременно извлекли два шара. СВ X – сумма номеров шаров.

216. В партии из восьми деталей шесть стандартных. Наугад взяты две детали. СВ X – число стандартных деталей среди выбранных.

217. Два шахматиста играют две партии в шахматы. Вероятность для первого шахматиста выиграть первую партию равна 0,4, вторую – 0,6. СВ X – число партий, выигранных первым шахматистом.

218. Испытываются три прибора. Вероятность безотказной работы каждого прибора за время T равна 0,6. СВ X – число приборов, проработавших безотказно время T .

219. Студент знает 20 вопросов из 25. Билет содержит три вопроса. СВ X – число вопросов данного билета, которые знает студент.

220. При установившемся технологическом процессе предприятие выпускает $4/5$ своих изделий первым сортом и $1/5$ вторым сортом. СВ X – число изделий первого сорта из взятых наугад трех.

Задания 221–230. Задана непрерывная СВ X своей функцией распределения $F(x)$. Требуется:

- 1) определить коэффициент A ;
- 2) найти плотность распределения вероятностей $f(x)$;
- 3) вычислить математическое ожидание СВ X ;
- 4) определить вероятность того, что X примет значение из интервала (a, b) .

$$221. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ Ax^3, & \text{при } 0 \leq x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x \geq 3. \end{cases} \quad a = 1, b = 2.$$

$$222. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1, \\ Ax - 1/3, & \text{при } 1 \leq x \leq 4, \\ 1, & \text{при } x \geq 4. \end{cases} \quad a = 2, b = 5.$$

$$223. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ A \cos x + 1, & \text{при } 0 \leq x \leq \pi/2, \\ 1, & \text{при } x \geq \pi/2. \end{cases} \quad a = \pi/3, b = \pi.$$

$$224. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ A \sin 2x, & \text{при } 0 \leq x \leq \pi/4, \\ 1, & \text{при } x \geq \pi/4. \end{cases} \quad a = 0, b = \pi/6.$$

$$225. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1, \\ A(x^2 - x), & \text{при } 1 \leq x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x \geq 2. \end{cases} \quad a = 1, b = 3.$$

$$226. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{A}, & \text{при } 0 \leq x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x \geq 3. \end{cases} \quad a = 1, b = 4.$$

$$227. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 3\pi/4, \\ A \cos 2x, & \text{при } 3\pi/4 \leq x \leq \pi, \\ 1, & \text{при } x \geq \pi. \end{cases} \quad a = 5\pi/6, b = 3\pi/2.$$

$$228. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 2, \\ (x - A)^2, & \text{при } 2 \leq x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x \geq 3. \end{cases} \quad a = 2,5, b = 4.$$

$$229. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ A(1 - \cos x), & \text{при } 0 \leq x \leq \pi, \\ 1, & \text{при } x \geq \pi. \end{cases} \quad a = \pi/3, b = \pi/2.$$

$$230. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1, \\ A(x^3 - x), & \text{при } 1 \leq x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x \geq 2. \end{cases} \quad a = 1,2, b = 1,5.$$

231. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ее контролируемого размера от проектного не превышает 10 мм. Случайные отклонения контролируемого размера от проектного подчинены нормальному закону со средним квадратичным отклонением равным 5 мм и математическим ожиданием равным нулю. Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат?

232. Станок изготавливает деталь, длина которой есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами $a = 15$ см и $\sigma = 0,2$ см. Найти вероятность брака, если допустимые размеры детали $(15 \pm 0,3)$ см.

233. Считается, что отклонение длины изготавливаемой детали от стандарта является случайной величиной, распределенной нормально. Какую точность длины изделия можно гарантировать с вероятностью 0,8, если параметры распределения $a = 40$ см; $\sigma = 0,4$ см?

234. При измерении детали получаются случайные ошибки, подчиненные нормальному закону с параметром $\sigma = 10$ мм. Найти вероятность того, что измерение произведено с ошибкой, не превосходящей 15 мм.

235. Автомат изготавливает подшипники, которые считаются годными, если отклонение X от проектного размера по модулю не превышает 0,77 мм. Каково наиболее вероятное число годных подшипников из 100, если случайная величина X распределена нормально с параметром $\sigma = 0,4$ мм?

236. Среднее квадратичное отклонение случайной величины, распределенной по нормальному закону, равно 2 см, а математическое ожидание равно 16 см. Найти границы, в которых с вероятностью 0,95 следует ожидать значение случайной величины.

237. На станке изготавливаются детали. Длина детали представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону, имеет среднее значение 20 см и дисперсию $- 0,04$ см². Найти вероятность того, что длина детали заключена между 19,7 см и 20,3 см.

238. Рост мужчины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием равным 174 см и дисперсией равной 49 см². Найти вероятность того, что трое наугад выбранных мужчин будут иметь рост от 172 до 180 см.

239. Производят взвешивание вещества без систематических ошибок. Случайная ошибка взвешивания распределена нормально с математическим ожиданием 20 кг и средним квадратичным откло-

нением 2 кг. Найти вероятность того, что следующее взвешивание отличается от математического ожидания не более чем на 100 г.

240. Диаметр втулок, изготовленных на заводе, можно считать нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием 2,5 см и среднеквадратичным отклонением 0,01 см. В каких границах можно гарантировать величину диаметра втулки, если за вероятность практической достоверности принимается 0,9973?

Раздел 13. Элементы математической статистики

Задания 241–250. По результатам N измерений случайной величины, имеющей нормальное распределение, с дисперсией D , получена оценка для математического ожидания \bar{X} . Построить 95 %-й доверительный интервал для математического ожидания этой случайной величины.

№ задания	N	\bar{X}	D
241	40	24,5	0,49
242	50	83,6	5,76
243	35	112,1	5,29
244	55	56,7	1,21
245	70	35,9	0,64
246	75	52,4	0,81
247	85	94,1	1,44
248	45	120,5	4,41
249	70	96,3	1,21
250	65	161,8	6,25