

621.01  
ДЧБ

3817



Министерство образования  
Республики Беларусь

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

Кафедра «Теория механизмов и машин»

**ДИНАМИКА МАШИН  
И МЕХАНИЗМОВ  
В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ  
ДВИЖЕНИЯ**

Минск  
БНТУ  
2010

Министерство образования Республики Беларусь  
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

---

Кафедра «Теория механизмов и машин»

**ДИНАМИКА МАШИН И МЕХАНИЗМОВ  
В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ  
ДВИЖЕНИЯ**

Учебно-методическое пособие  
к курсовому проектированию по дисциплине  
«Теория механизмов, машин и манипуляторных»

Издание шестое

Минск  
БНТУ  
2010

УДК 621.01(075.8)

ББК 34.41я7

Д 46

Издается с 2002 года

Авторы:

*П.П. Анципорович, В.К. Акулич, Е.М. Дубовская,  
А.Б. Дворянчикова*

Рецензенты:

*А.Т. Скойбеда, А.В. Чижарев*

Д 46. Динамика машин и механизмов в установившемся режиме движения: учебно-методическое пособие по курсовому проектированию по дисциплине «Теория механизмов, машин и манипуляторов» / П.П. Анципорович [и др.]. – Изд. шестое. – Минск: БНТУ, 2010. – 42 с.

ISBN 978-985-525-465-3.

В пособии рассматриваются основные задачи динамического исследования машин и механизмов в установившемся режиме движения, решаемые при выполнении курсового проекта по теории механизмов, машин и манипуляторов студентами инженерно-технических специальностей вузов. Методика основана на использовании аналитических методов. Большое внимание уделяется математической алгоритмизации решаемых задач с целью их последующего программирования.

Пятое издание вышло в БНТУ в 2008 г.

УДК 621.01(075.8)

ББК 34.41я7

ISBN 978-985-525-465-3

© БНТУ, 2010

## Содержание

В в е д е н и е . . . . .	4
1. Исследование динамики машинного агрегата. . . . .	5
1.1. Задачи исследования. Динамическая модель машинного агрегата и ее характеристики. Блок-схема исследования динамики машинного агрегата. . . . .	5
1.2. Определение динамических характеристик и закона вращения звена приведения. . . . .	9
1.2.1. Определение кинематических характеристик рычажных механизмов. . . . .	9
1.2.2. Определение приведенных моментов сил сопротивления и движущих сил. . . . .	18
1.2.3. Определение переменной составляющей приведенного момента инерции $I_{\Pi}^{\text{II}}$ . . . . .	22
1.2.4. Определение постоянной составляющей приведенного момента инерции $I_{\Pi}^{\text{I}}$ и момента инерции маховика $I_M$ . . . . .	23
1.2.5. Определение закона вращения звена приведения. . . . .	25
1.2.6. Схема алгоритма программы исследования динамической нагруженности машинного агрегата. . . . .	26
2. Динамический анализ рычажных механизмов. . . . .	31
2.1. Задачи динамического анализа рычажных механизмов. . . . .	31
2.2. Кинематический анализ. . . . .	31
2.3. Силовой расчет. . . . .	33
Л и т е р а т у р а . . . . .	41

## Введение

Современная инженерная практика требует решения задач, связанных с оценкой материалоемкости и энергопотребления проектируемых машин, технологического оборудования и средств автоматизации, с расчетом их деталей на прочность. В связи с этим интенсификация учебного процесса в вузе нацеливает на развитие у студентов навыков использования полученных знаний для решения указанных задач в процессе самостоятельной работы, в частности при выполнении курсового проекта по теории механизмов и машин.

Решение задач по оценке материалоемкости и энергопотребления машин, их динамической нагруженности особенно важно на стадии выбора и обоснования той или иной схемы машины. Оценка динамических свойств включает в себя обоснование и составление динамической модели (расчетной схемы) машины с учетом механических характеристик двигателя и выполняемого ею процесса, математическое моделирование и проведение численного исследования с помощью ЭВМ.

На начальном этапе проектирования динамическую нагруженность машины в целом оценивают неравномерностью вращения главного приводного вала (звена приведения) и коэффициентом динамичности. Динамическая же нагруженность передаточных и исполнительных механизмов машины, определяемая величиной и направлением реакций в кинематических парах, может быть установлена только после определения действительных скоростей и ускорений их звеньев, зависящих от закона движения звена приведения (обобщенных скоростей и ускорений). Использование ЭВМ в данном случае не только значительно повышает производительность счетных работ, но и позволяет на основе численной информации выявить и оценить взаимосвязь параметров технологического процесса (его механических характеристик) с типом исполнительного механизма, используемого в конкретной машине, с длиной кинематической цепи привода, величиной и распределением масс подвижных звеньев.

Наиболее эффективно используются ЭВМ в диалоговом режиме с выводом на экран дисплея промежуточных и конечных результатов в виде графической информации. При этом пользователю будет необходимо творчески осмысливать свои решения и действия.

Графическая и численная информация, получаемая с помощью ЭВМ, может быть использована как в учебных целях для освоения методов теории механизмов и машин, так и в решении инженерных задач по совершенствованию схем механизмов и машин. В частности, к числу таких задач можно отнести следующие:

1) освоение методики количественной оценки динамических характеристик и динамической нагруженности машины, методов ее снижения;

2) установление количественной взаимосвязи динамических характеристик и динамической нагруженности с материалоемкостью и энергопотреблением машины, с износом в кинематических парах, с погрешностью позиционирования рабочего органа, с кинематическими и динамическими ошибками;

3) количественная и качественная оценка влияния характеристик приводного двигателя, масс звеньев и длины кинематической цепи привода на выходные параметры процесса, выполняемого машиной.

Данное пособие посвящено исследованию динамики машинного агрегата в установившемся режиме движения, который является основным режимом работы для большинства технологических машин.

## **1. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ МАШИННОГО АГРЕГАТА**

### **1.1. Задачи исследования. Динамическая модель машинного агрегата и ее характеристики. Блок-схема исследования динамики машинного агрегата**

Задачами исследования динамики машинного агрегата являются:

- 1) оценка динамической нагруженности машины в целом;
- 2) оценка динамической нагруженности отдельных механизмов, входящих в состав машины.

Оценка динамической нагруженности машины включает определение уровня неравномерности вращения главного вала проектируемой машины и приведение его в соответствие с заданным коэффициентом неравномерности вращения (динамический синтез машины по заданному коэффициенту неравномерности движения), а также определение закона вращения главного вала машины после достижения заданной неравномерности вращения (динамический

анализ машины). Параметром, характеризующим динамическую нагруженность машины, является коэффициент динамичности.

Динамическая нагруженность отдельных механизмов машины оценивается величиной и направлением реактивных сил и моментов сил в кинематических парах (динамический анализ механизмов). Поскольку при определении реактивных нагрузок используется кинестатический метод расчета, то динамический анализ механизмов включает последовательное выполнение кинематического анализа, а затем кинестатического силового расчета.

Блок-схема машинного агрегата показана на рис. 1.1.

В движении входного звена исполнительного рычажного механизма имеют место колебания угловой скорости, основными причинами которых являются:

- 1) несовпадение законов изменения сил сопротивления и движущих сил в каждый момент времени;
- 2) непостоянство приведенного момента инерции звеньев исполнительного и некоторых вспомогательных механизмов.



Рис. 1.1

Чтобы учесть влияние названных причин на закон движения входного звена исполнительного механизма, составляется упрощенная динамическая модель машинного агрегата и на ее основе – математическая модель, устанавливающая функциональную взаимосвязь исследуемых параметров.

Наиболее простой динамической моделью машинного агрегата может быть одномассовая модель, представленная на рис. 1.2.

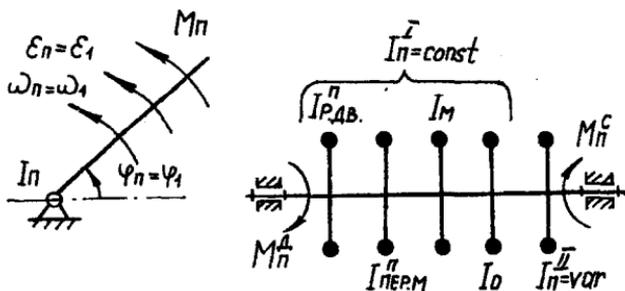


Рис. 1.2

В качестве такой модели рассматривается условное вращающееся звено – звено приведения, которое имеет момент инерции  $I_{\Pi}$  относительно оси вращения (приведенный момент инерции) и находится под действием момента сил  $M_{\Pi}$  (приведенного момента сил). В свою очередь  $M_{\Pi} = M_{\Pi}^D + M_{\Pi}^C$ , где  $M_{\Pi}^D$  – приведенный момент движущих сил;  $M_{\Pi}^C$  – приведенный момент сил сопротивления. Кроме того,  $I_{\Pi} = I_{\Pi}^I + I_{\Pi}^{II}$ , где  $I_{\Pi}^I$  – постоянная составляющая приведенного момента инерции;  $I_{\Pi}^{II}$  – переменная составляющая приведенного момента инерции. В величину  $I_{\Pi}^{II}$  входят собственный момент инерции кривошипа ( $I_0$ ), приведенные моменты инерции ротора электродвигателя и передаточного механизма ( $I_{РДВ}^{\Pi}$ ,  $I_{ПЕРМ}^{\Pi}$ ), а также момент инерции  $I_M$  добавочной массы (маховика), причем необходимость установки маховика определяется на основании заданной степени неравномерности движения звена приведения.

Динамические характеристики  $M_{\Pi}$  и  $I_{\Pi}$  должны быть такими, чтобы закон вращения звена приведения был таким же, как и у главного вала машины (кривошипа 1 основного исполнительного рычажного механизма), т.е.  $\varphi_{\Pi} = \varphi_1$ ,  $\omega_{\Pi} = \omega_1$ ,  $\epsilon_{\Pi} = \epsilon_1$ .

Блок-схема исследования динамики машинного агрегата показана на рис. 1.3.



Рис. 1.3

Из схемы видно, что в исследовании можно выделить следующие этапы:

### 1. Исследование динамики машины:

1.1. Определение кинематических характеристик исполнительного механизма, которое включает нахождение крайних положений рабочего органа и соответствующих ему значений обобщенных координат, вычисление функций положений, аналогов скоростей и ускорений для ряда последовательных положений за цикл движения.

#### 1.2. Определение динамических характеристик звена приведения:

а) приведенных моментов сил полезного сопротивления и движущих сил;

б) приведенного момента инерции ( $I_{II} = I_{II}^I + I_{II}^{II}$ ) и его производной.

1.3. Определение закона вращения звена приведения и оценка динамической нагруженности по коэффициенту динамичности.

### 2. Динамический анализ исполнительного механизма:

2.1. Кинематический анализ, включающий определение скоростей и ускорений точек и звеньев с учетом полученного закона вращения звена приведения.

2.2. Силовой расчет, целью которого является определение реакций в кинематических парах и уравновешивающего момента.

## **1.2. Определение динамических характеристик и закона вращения звена приведения**

### **1.2.1. Определение кинематических характеристик рычажных механизмов**

При решении задач динамики машины необходимо знать кинематические характеристики механизмов машины, зависящие от обобщенной координаты  $\varphi_1$ . Такими характеристиками являются функции положений точек и звеньев, передаточные функции (аналоги скоростей) и их производные (аналоги ускорений). Определить их можно либо графически (построением планов положений, аналогов скоростей и ускорений), либо аналитически. Во втором случае целесообразно использовать метод замкнутых векторных контуров [3].

Ниже рассмотрены примеры аналитического решения указанных задач для простейших рычажных механизмов.

### Шарнирный четырехзвенник (рис. 1.4).

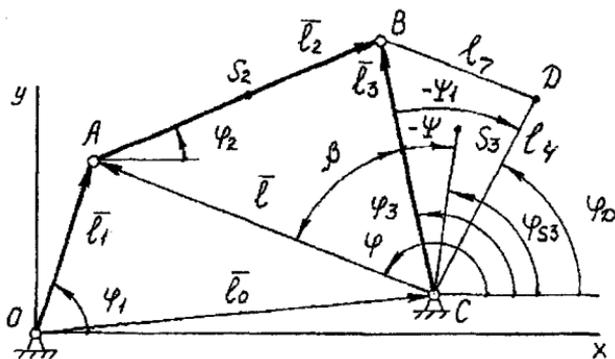


Рис. 1.4

$$l_1 = l_{OA}, \quad l_2 = l_{AB}, \quad l_3 = l_{CB}, \quad l_4 = l_{CD},$$

$$l_5 = l_{AS_2}, \quad l_6 = l_{CS_3}, \quad l_7 = l_{BD}, \quad l_0 = l_{OC}.$$

За положительное направление отсчета углов примем направление против часовой стрелки.

Звенья механизма представляются как замкнутый векторный контур. Для него составляется уравнение замкнутости в виде проекций на оси координат:

$$l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 - l_3 \cos \varphi_3 = x_C; \quad (1.1)$$

$$l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 - l_3 \sin \varphi_3 = y_C. \quad (1.2)$$

Решив систему уравнений (1.1) и (1.2), можно было бы определить углы  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$ . Однако решение можно получить проще, введя в рассмотрение дополнительный вектор  $\bar{l} = \bar{l}_{CA}$ , равный

$$l = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2},$$

где  $x_A = l_1 \cos \varphi_1$ ,  $y_A = l_1 \sin \varphi_1$ .

Угол  $\varphi$  наклона вектора  $\vec{l}$  определяется из выражений

$$\cos \varphi = \frac{x_A - x_C}{l}; \quad \sin \varphi = \frac{y_A - y_C}{l}.$$

Угол  $\beta$  между векторами  $\vec{l}$  и  $\vec{l}_3$  на основании теоремы косинусов определяется как

$$\cos \beta = \frac{l_3^2 + l^2 - l_2^2}{2l_3 l}; \quad \sin \beta = a \sqrt{1 - \cos^2 \beta},$$

где  $a$  – признак сборки шарнирного четырехзвенника:

$a = +1$ , если обход контура  $ABC$  совершается по часовой стрелке;

$a = -1$ , если обход контура  $ABC$  происходит против часовой стрелки.

Тогда

$$\varphi_3 = \varphi - \beta.$$

Координаты точки  $B$

$$x_B = x_C + l_3 \cos \varphi_3; \quad y_B = y_C + l_3 \sin \varphi_3.$$

Угол  $\varphi_2$  определяется из выражений

$$\cos \varphi_2 = \frac{x_B - x_A}{l_2}; \quad \sin \varphi_2 = \frac{y_B - y_A}{l_2}.$$

Координаты точки  $S_2$

$$x_{S2} = l_1 \cos \varphi_1 + l_5 \cos \varphi_2; \quad y_{S2} = l_1 \sin \varphi_1 + l_5 \sin \varphi_2. \quad (1.3)$$

Аналогично определяются координаты точек  $S_3$  и  $D$ .

После дифференцирования уравнения (1.1) по обобщенной координате  $\varphi_1$  получим

$$-l_1 \sin \varphi_1 - l_2 i_{21} \sin \varphi_2 + l_3 i_{31} \sin \varphi_3 = 0, \quad (1.4)$$

где  $i_{21} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}$ ,  $i_{31} = \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1}$  — аналоги угловых скоростей (передаточные функции) звеньев 2 и 3. После поворота осей координат на угол  $\varphi_3$  из (1.4) находим

$$i_{21} = -\frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)},$$

а после поворота осей координат на угол  $\varphi_2$  получим

$$i_{31} = \frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}.$$

Дифференцируя уравнения (1.3) по  $\varphi_1$ , получим проекции аналога скорости точки  $S_2$ :

$$x'_{S_2} = -l_1 \sin \varphi_1 - i_{21} l_5 \sin \varphi_2; \quad (1.5)$$

$$y'_{S_2} = l_1 \cos \varphi_1 + i_{21} l_5 \cos \varphi_2. \quad (1.6)$$

Подобным образом определяются аналоги скоростей точек  $S_3$  и  $D$ . Для получения аналогов ускорений (производных передаточных функций)  $i'_{21} = \frac{d^2 \varphi_2}{d\varphi_1^2}$  и  $i'_{31} = \frac{d^2 \varphi_3}{d\varphi_1^2}$  выражение (1.4) продифференцируем по  $\varphi_1$  и последовательно повернем оси координат на углы  $\varphi_3$  и  $\varphi_2$ . Тогда

$$i'_{21} = \frac{-l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - l_2 i_{21}^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + l_3 i_{31}^2}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)};$$

$$i'_{31} = \frac{l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + l_2 i_{21}^2 - l_3 i_{31}^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_2)}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}.$$

Проекция аналога ускорения точки  $S_2$  получим после дифференцирования (1.5) и (1.6) по  $\varphi_1$ :

$$x''_{S_2} = -l_1 \cos \varphi_1 - i_{21}^2 l_5 \cos \varphi_2 - i'_{21} l_5 \sin \varphi_2;$$

$$y''_{S_2} = -l_1 \sin \varphi_1 - i_{21}^2 l_5 \sin \varphi_2 + i'_{21} l_5 \cos \varphi_2.$$

Подобным образом определяются аналоги ускорений точек  $S_3$  и  $D$ .

### Кривошипно-ползунные механизмы

Рассмотрим схемы механизмов с горизонтальным (рис. 1.5, а, б) и с вертикальным (рис. 1.5, в, г) движением ползуна.

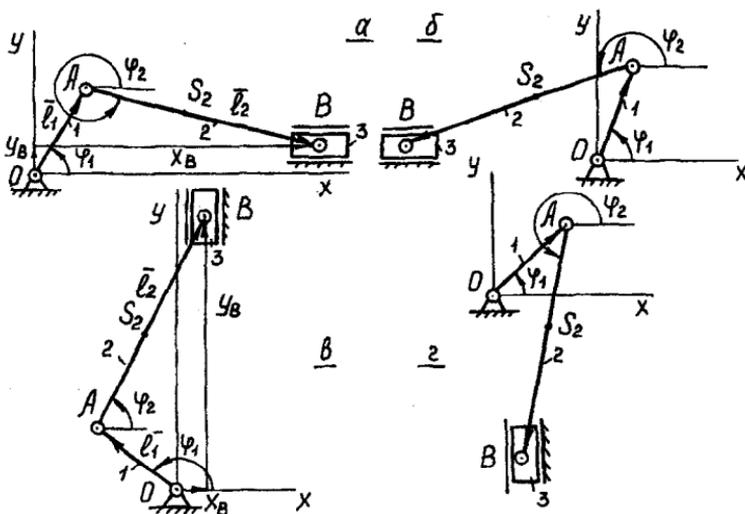


Рис. 1.5

$$l_1 = l_{OA}, \quad l_2 = l_{AB}, \quad l_3 = l_{AS_2}.$$

Для горизонтальных механизмов выражения кинематических характеристик получаем следующим образом.

Координаты точки  $A$

$$x_A = l_1 \cos \varphi_1; \quad y_A = l_1 \sin \varphi_1.$$

Тогда координата точки  $B$

$$x_B = x_A + a \sqrt{l_2^2 - (y_B - y_A)^2},$$

где  $a$  – признак сборки механизма:

$a = +1$ , если ползун расположен справа от начала координат;

$a = -1$ , если ползун расположен слева от начала координат.

Перемещение ползуна, отсчитываемое от крайнего положения, равно

$$S_B = |x_{B \text{ MAX}}| - |x_B|.$$

Координата  $x_{B \text{ MAX}}$  точки  $B$  равна

$$x_{B \text{ MAX}} = \sqrt{(l_1 + l_2)^2 - y_B^2}.$$

Угол  $\varphi_2$  определяется из выражений

$$\cos \varphi_2 = \frac{x_B - x_A}{l_2}; \quad \sin \varphi_2 = \frac{y_B - y_A}{l_2}.$$

Уравнения замкнутости векторного контура в проекциях имеют вид

$$x_B = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2; \quad (1.7)$$

$$0 = -y_B + l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2. \quad (1.8)$$

После дифференцирования (1.7) и (1.8) по  $\varphi_1$  и преобразований получим

$$i_{31} = x'_B = -l_1 \sin \varphi_1 - l_2 i_{21} \sin \varphi_2; \quad (1.9)$$

$$0 = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 i_{21} \cos \varphi_2, \quad (1.10)$$

откуда

$$i_{21} = -\frac{l_1 \cos \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2}. \quad (1.11)$$

Подставив (1.11) в (1.9), определим значение  $i_{31}$ . Аналоги ускорений  $i'_{31} = \frac{d^2 x_B}{d\varphi_1^2}$  и  $i'_{21} = \frac{d^2 \varphi_2}{d\varphi_1^2}$  получим после дифференцирования (1.9) и (1.10) по  $\varphi_1$  и преобразований:

$$i'_{21} = \frac{l_1 \sin \varphi_1 + l_2 i_{21}^2 \sin \varphi_2}{l_2 \cos \varphi_2};$$

$$i'_{31} = -l_1 \cos \varphi_1 - l_2 i'_{21} \sin \varphi_2 - l_2 i_{21}^2 \cos \varphi_2.$$

Кинематические характеристики точки  $S_2$  имеют вид, аналогичный выражениям (1.3) для шарнирного четырехзвенника.

Как правило, требуется определять кинематические характеристики для ряда последовательных положений механизма, например через  $30^\circ$  по углу поворота кривошипа. Предварительно определяется значение начальной обобщенной координаты  $\varphi_0$ , соответствующей наиболее удаленному крайнему положению ползуна. Так, для схемы (рис. 1.6) получим

$$\varphi_0 = \arcsin \frac{y_B}{l_1 + l_2}.$$

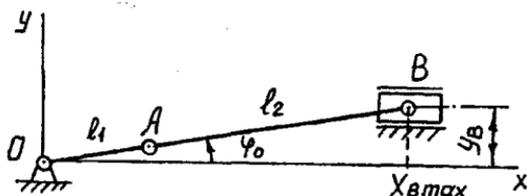


Рис. 1.6

Начальное положение считается первым.

Текущее значение обобщенной координаты  $\varphi_1$  для  $i$ -го положения равно

$$\varphi_{1i} = \varphi_0 + (i-1)\Delta\varphi_1,$$

где  $\Delta\varphi_1 = \pm \frac{360}{n}$  (град)- шаг изменения обобщенной координаты;

знак “плюс” соответствует вращению кривошипа против часовой стрелки;

знак “минус” – вращению кривошипа по часовой стрелке;

$n$  - число интервалов деления одного оборота кривошипа.

При делении через  $30^\circ$

$$\Delta\varphi_1 = 360 / 12 = 30 \text{ град.}$$

Алгоритм вычислений, полученный на основании приведенного вывода, для горизонтальных механизмов имеет вид:

$$1. x_A = l_1 \cos \varphi_1.$$

$$2. y_A = l_1 \sin \varphi_1.$$

$$3. x_B = x_A + a \sqrt{l_2^2 - (y_B - y_A)^2}.$$

$$4. \cos \varphi_2 = \frac{x_B - x_A}{l_2}.$$

$$5. \sin \varphi_2 = \frac{y_B - y_A}{l_2}.$$

$$6. i_{21} = -\frac{l_1 \cos \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2}.$$

$$7. i_{31} = -l_1 \sin \varphi_1 - l_2 i_{21} \sin \varphi_2.$$

$$8. i'_{21} = \frac{l_1 \sin \varphi_1 + l_2 i_{21}^2 \sin \varphi_2}{l_2 \cos \varphi_2}.$$

$$9. i'_{31} = -l_1 \cos \varphi_1 - l_2 i'_{21} \sin \varphi_2 - l_2 i_{21}^2 \cos \varphi_2.$$

$$10. x_{S2} = x_A + l_3 \cos \varphi_2.$$

$$11. y_{S2} = y_A + l_3 \sin \varphi_2.$$

$$12. x'_{S2} = -l_1 \sin \varphi_1 - i_{21} l_3 \sin \varphi_2.$$

$$13. y'_{S2} = l_1 \cos \varphi_1 + i_{21} l_3 \cos \varphi_2.$$

$$14. x''_{S2} = -l_1 \cos \varphi_1 - l_3 i'_{21} \sin \varphi_2 - l_3 i_{21}^2 \cos \varphi_2.$$

$$15. y''_{S2} = -l_1 \sin \varphi_1 - l_3 i'_{21} \cos \varphi_2 + l_3 i_{21}^2 \sin \varphi_2.$$

$$16. |x_{BMAX}| = \sqrt{(l_1 + l_2)^2 - y_B^2}.$$

$$17. S_B = |x_{BMAX}| - |x_B|.$$

**Примечания:** 1. В формуле (3)  $a = +1$ , если ползун расположен справа от начала координат, или  $a = -1$ , если слева;

2.  $y_B = e$  со знаком «плюс» или «минус» в системе координат  $XOY$ .

Для вертикальных механизмов (см. рис. 1.5, в, г) алгоритм вычислений имеет вид:

$$1. x_A = l_1 \cos \varphi_1.$$

$$2. y_A = l_1 \sin \varphi_1.$$

$$3. y_B = y_A + a \sqrt{l_2^2 - (x_B - x_A)^2}.$$

$$4. \cos \varphi_2 = \frac{x_B - x_A}{l_2}.$$

$$5. \sin \varphi_2 = \frac{y_B - y_A}{l_2}.$$

$$6. i_{21} = -\frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_2 \sin \varphi_2}.$$

$$7. i_{31} = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 i_{21} \cos \varphi_2.$$

$$8. i'_{21} = -\frac{l_1 \cos \varphi_1 + l_2 i_{21}^2 \cos \varphi_2}{l_2 \sin \varphi_2}.$$

$$9. i'_{31} = -l_1 \sin \varphi_1 - l_2 i_{21}^2 \sin \varphi_2 + l_2 i'_{21} \cos \varphi_2.$$

$$10. x_{S2} = x_A + l_3 \cos \varphi_2.$$

$$11. y_{S2} = y_A + l_3 \sin \varphi_2.$$

$$12. x'_{S2} = -l_1 \sin \varphi_1 - i_{21} l_3 \sin \varphi_2.$$

$$13. y'_{S2} = l_1 \cos \varphi_1 + i_{21} l_3 \cos \varphi_2.$$

$$14. x''_{S2} = -l_1 \cos \varphi_1 - l_3 i'_{21} \sin \varphi_2 - l_3 i_{21}^2 \cos \varphi_2.$$

$$15. y''_{S2} = -l_1 \sin \varphi_1 + l_3 i'_{21} \cos \varphi_2 - l_3 i_{21}^2 \sin \varphi_2.$$

$$16. |y_{BMAX}| = \sqrt{(l_1 + l_2)^2 - x_B^2}.$$

$$17. S_B = |y_{BMAX}| - |y_B|.$$

**Примечание:** 1. В формуле (3)  $a = +1$ , если ползун расположен сверху от начала координат, или  $a = -1$ , если снизу;

1.  $x_B = e$  со знаком «плюс» или «минус» в системе координат  $XOY$ .

### 1.2.2. Определение приведенных моментов сил сопротивления и движущих сил

Для рабочих машин приведенный момент движущих сил  $M_{II}^D$  принимается постоянным ( $M_{II}^D = const$ ), а приведенный момент сил сопротивления  $M_{II}^C$  определяется в результате приведения си-

лы полезного сопротивления  $F_{ПС}$  и сил тяжести звеньев. Сила полезного сопротивления  $F_{ПС}$ , действующая на рабочий орган, определяется из механической характеристики технологического процесса. Чаще всего такая характеристика представлена в виде графической зависимости от хода ползуна  $F_{ПС}(S_B)$ . Для решения динамических задач необходимо получить зависимость  $F_{ПС}$  от обобщенной координаты. Для этого производится привязка механической характеристики к крайним положениям ползуна и ее обработка в соответствии с технологическим процессом. Так, для показанной на рис. 1.7 механической характеристики процесса высадки рабочий ход происходит при движении ползуна слева направо (точки 6', 7, ..., 13), а холостой ход – справа налево (точки 1, 2, ..., 6'). Следует обратить внимание, что крайнее правое положение характеризуется двумя значениями силы  $F_{ПС}$ : в начале холостого хода (пол. 1), когда  $F_{ПС1} = 0$ , в конце рабочего хода (пол. 13), когда  $F_{ПС13} = F_{ПСМАХ}$ .

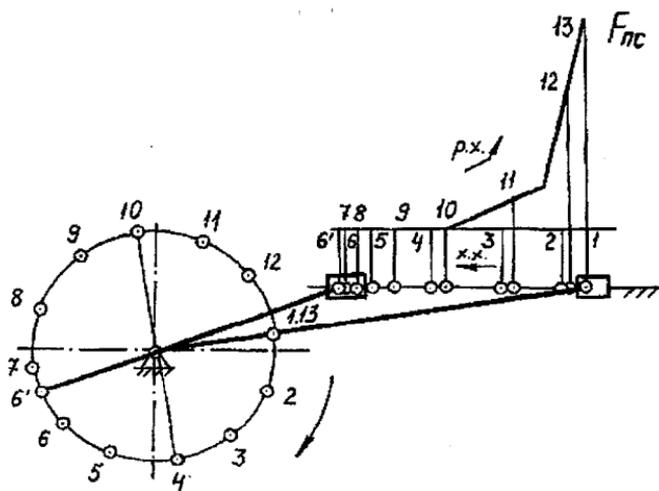


Рис. 1.7

Как отмечено ранее, приведенный момент сил  $M_{II}$  представляется в виде алгебраической суммы

$$M_{II} = M_{II}^D + M_{II}^C.$$

Определение  $M_{II}^C$  выполняется из условия равенства мгновенных мощностей

$$M_{II}^C \omega_1 = \Sigma \bar{F}_i \bar{V}_i + \Sigma M_i \omega_i.$$

Откуда

$$M_{II}^C = \left[ \Sigma (F_X x'_i + F_Y y'_i) + \Sigma M_i i_{i1} \right] \text{sign}(\omega_1), \quad (1.12)$$

где  $F_X$  и  $F_Y$  – проекции силы  $F_i$  на оси координат;

$x'_i$  и  $y'_i$  – проекции аналога скорости точки приложения силы  $F_i$ ;

$i_{i1}$  – передаточная функция от  $i$ -го звена, к которому приложен момент  $M_i$ , к звену 1;

$\text{sign}(\omega_1) = +1$  при направлении вращения звена 1 против часовой стрелки;

$\text{sign}(\omega_1) = -1$  при направлении вращения звена 1 по часовой стрелке.

В формуле  $M_{II}^C$  (1.12) силы  $F_X$ ,  $F_Y$  и моменты  $M_i$  берутся со знаками, соответствующими правой системе координат (положительное направление вращения – против часовой стрелки).

Так, для горизонтального механизма (рис. 1.8, а)  $M_{II}^C$  определяется из равенства

$$M_{II}^C \omega_1 = \bar{F}_{PC} \bar{V}_B + \bar{G}_2 \bar{V}_{S2} + \bar{G}_3 \bar{V}_B,$$

откуда

$$M_{II}^C = (F_{ПС} x'_B - G_2 y'_S - G_3 y'_B) \text{sign}(\omega_1).$$

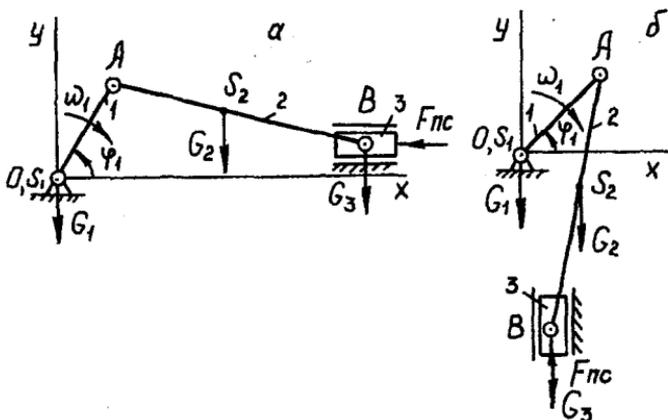


Рис. 1.8

Учитывая, что  $x'_B = i_{31}$ ,  $y'_B = 0$ ,  $\text{sign}(\omega_1) = -1$ , получим

$$M_{II}^C = -(F_{ПС} i_{31} - G_2 y'_S).$$

В рассматриваемом положении сила  $F_{ПС}$  имеет отрицательное значение, так как она направлена против положительного направления оси  $X$ .

Для вертикального механизма (рис. 1.8, б) аналогичным образом можно получить

$$M_{II}^C = (F_{ПС} y'_B - G_2 y'_S - G_3 y'_B) \text{sign}(\omega_1) = -(F_{ПС} i_{31} - G_2 y'_S - G_3 i_{31}).$$

Сила  $F_{ПС}$  в изображенном случае положительна.

Приведенный момент движущих сил  $M_{II}^D$  определяется из условия, что при установившемся режиме движения изменение кинетической энергии машины за цикл равно нулю, т.е.

$$\Delta T = A_{ДЦ} + A_{СЦ} = 0,$$

откуда за цикл  $A_{ДЦ} = -A_{СЦ}$ .

Работа сил сопротивления вычисляется по формуле

$$A_{С} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} M_{П}^C d\varphi_1.$$

Интегрирование выполняется численным методом по правилу трапеций:

$$A_{Сi} = A_{С(i-1)} + \frac{M_{Пi}^C + M_{П(i-1)}^C}{2} |\Delta\varphi_1|,$$

где  $\Delta\varphi_1$  - шаг интегрирования в радианах.  $\Delta\varphi_1 = \pm \frac{2\pi}{n}$ ,

$n$  - число интервалов деления одного оборота кривошипа.

С учетом  $A_{ДЦ} = M_{П}^Д \cdot \varphi_{Ц}$  при  $\varphi_{Ц} = 2\pi$

$$M_{П}^Д = -\frac{A_{СЦ}}{2\pi}.$$

### 1.2.3. Определение переменной составляющей приведенного момента инерции $I_{П}^{II}$

Переменная составляющая  $I_{П}^{II}$  определяется из условия равенства кинетических энергий, т.е. кинетическая энергия звена приведения, имеющего момент инерции  $I_{П}^{II}$ , равна сумме кинетических энергий звеньев, характеризуемых переменными передаточными функциями:

$$\frac{I_{П}^{II} \omega_1^2}{2} = \sum \frac{I_{S_i} \omega_i^2}{2} + \sum \frac{m_i V_{S_i}^2}{2}.$$

Разделив это выражение на  $\omega_1^2$ , с учетом того что  $V_{S_i}^2 = \dot{x}_{S_i}^2 + \dot{y}_{S_i}^2$ , получим

$$I_{II}'' = \sum I_{S_i} i_{i1}^2 + \sum m_i \left[ \left( x'_{S_i} \right)^2 + \left( y'_{S_i} \right)^2 \right].$$

Для звеньев 2, 3 кривошипно-ползунного механизма (см. рис. 1.8)

$$I_{II}'' = m_2 \left[ \left( x'_{S_2} \right)^2 + \left( y'_{S_2} \right)^2 \right] + I_{S_2} i_{21}^2 + m_3 i_{31}^2.$$

Производная  $\frac{dI_{II}}{d\varphi_1}$ , необходимая в последующем для определения закона движения звена приведения, имеет вид

$$\frac{dI_{II}}{d\varphi_1} = 2 \left[ m_2 \left( x'_{S_2} x''_{S_2} + y'_{S_2} y''_{S_2} \right) + I_{S_2} i_{21} i'_{21} + m_3 i_{31} i'_{31} \right] \text{sign}(\omega_1).$$

#### **1.2.4. Определение постоянной составляющей приведенного момента инерции $I_{II}^I$ и момента инерции маховика $I_M$**

В основу расчета положен метод Н.И Мерцалова [5]. Для определения изменения кинетической энергии машины  $\Delta T$  предварительно определяем работу движущих сил  $A_{Дi}$ . Для  $i$ -го положения

$$A_{Дi} = M_{II}^D \varphi_{1i},$$

где

$$\varphi_{1i} = \left| \Delta \varphi_1 \right| (i-1).$$

Тогда

$$\Delta T_i = A_{Дi} + A_{Ci}.$$

Изменение кинетической энергии  $\Delta T_I$  звеньев с постоянным приведенным моментом инерции  $I^I$  равно

$$\Delta T_{II} = \Delta T_i - T_{IIi},$$

где  $T_{IIi}$  – кинетическая энергия звеньев, создающих переменную составляющую  $I^{II}$ . По методу Н.И. Мерцалова  $T_{IIi}$  определяется приближенно по средней угловой скорости  $\omega_{1cp}$ :

$$T_{IIi} \approx \frac{I_{IIi}^{\text{II}} \omega_{1cp}^2}{2}.$$

Далее из полученного за цикл массива значений  $\Delta T_I$  (рис. 1.9) находим максимальную  $\Delta T_{Ia}$  и минимальную  $\Delta T_{Ib}$  величины, используя которые вычисляем максимальный перепад кинетической энергии:

$$\Delta T_{Iab} = \Delta T_{Ia} - \Delta T_{Ib}.$$

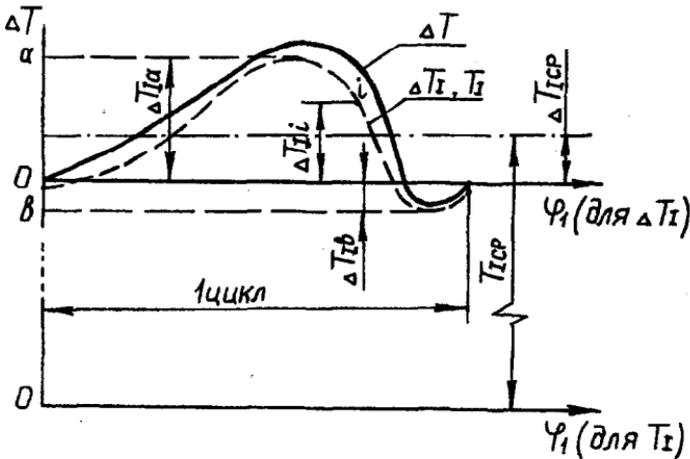


Рис. 1.9

Тогда необходимая величина  $I_{II}^I$ , при которой имеет место вращение звена приведения с заданным коэффициентом неравномерности  $\delta$ , равна

$$I_{II}^I = \frac{\Delta T_{Iab}}{\delta \omega_{1cp}^2}, \quad \text{где } \omega_{1cp} = \frac{\pi n_1}{30}. \quad (1.13)$$

Момент инерции маховика определяется по формуле

$$I_M = I_{II}^I - I_{II}^0,$$

где  $I_{II}^0$  – приведенный момент инерции всех вращающихся масс машины (ротора двигателя, зубчатых колес, кривошипа).

Иногда величина  $I_{II}^0$  может оказаться больше полученного значения  $I_{II}^I$ . В этом случае не требуется установки маховика. Тогда реальный коэффициент неравномерности вращения из (1.13) равен

$$\delta = \frac{\Delta T_{Iab}}{I_{II}^0 \omega_{1cp}^2}.$$

### 1.2.5. Определение закона вращения звена приведения

С помощью зависимости  $\Delta T_I(\varphi_1)$ , используемой при определении постоянной составляющей приведенного момента инерции  $I_{II}^I$  по методу Мерцалова, можно получить зависимость угловой скорости звена приведения  $\omega_1(\varphi_1)$ .

Из рис. 1.9 видно, что для любого положения кинетическая энергия звеньев, обладающих постоянным приведенным моментом инерции  $I_{II}^I$ , равна

$$T_{II} = T_{Icp} - \Delta T_{Icp} + \Delta T_{II},$$

$$\text{где } T_{Icp} = \frac{I_{II}^I \omega_{Icp}^2}{2}, \quad \Delta T_{Icp} = \frac{\Delta T_{Ia} + \Delta T_{Ib}}{2}.$$

Так как  $T_{Ii} = \frac{I_{II}^I \omega_{Ii}^2}{2}$ , то текущее значение угловой скорости

$$\omega_{Ii} = \sqrt{\frac{2T_{Ii}}{I_{II}^I}} \text{sign}(\omega_1).$$

Угловое ускорение  $\varepsilon_1$  определяется из дифференциального уравнения движения звена приведения:

$$\varepsilon_{1i} = \frac{M_{II}^D + M_{IIi}^C - \frac{\omega_{Ii}^2}{2} \frac{dI_{IIi}}{d\varphi_1}}{I_{II}^I + I_{IIi}^{II}} \text{sign}(\omega_1).$$

### **1.2.6. Схема алгоритма программы исследования динамической нагруженности машинного агрегата**

Рассмотренные в предыдущих параграфах материалы позволяют разработать программу исследования динамической нагруженности машинного агрегата. В качестве объекта исследования взята технологическая машина, в которой основным исполнительным механизмом является кривошипно-ползунный механизм (например, горизонтально-ковочная машина). Примерная схема алгоритма такой программы приведена на рис. 1.10.

Осуществляется ввод исходных данных (блок 1). Пример подготовки исходных данных показан в табл. 1.1. Следует обратить внимание на соответствие направления вращения кривошипа  $\omega_{Icp}$ , знака  $F_{IIc}$  по отношению к положительному направлению соответствующей оси координат, а также на знак величины эксцентриситета  $e$ .

В блоке 2 вычисляются угловой шаг  $\Delta\varphi_1$ , максимальная координата ползуна  $x_{B\text{MAX}}$  (или  $y_{B\text{MAX}}$ ) и присваивается начальное значение обобщенной координате  $\varphi_1 = \varphi_0$ .

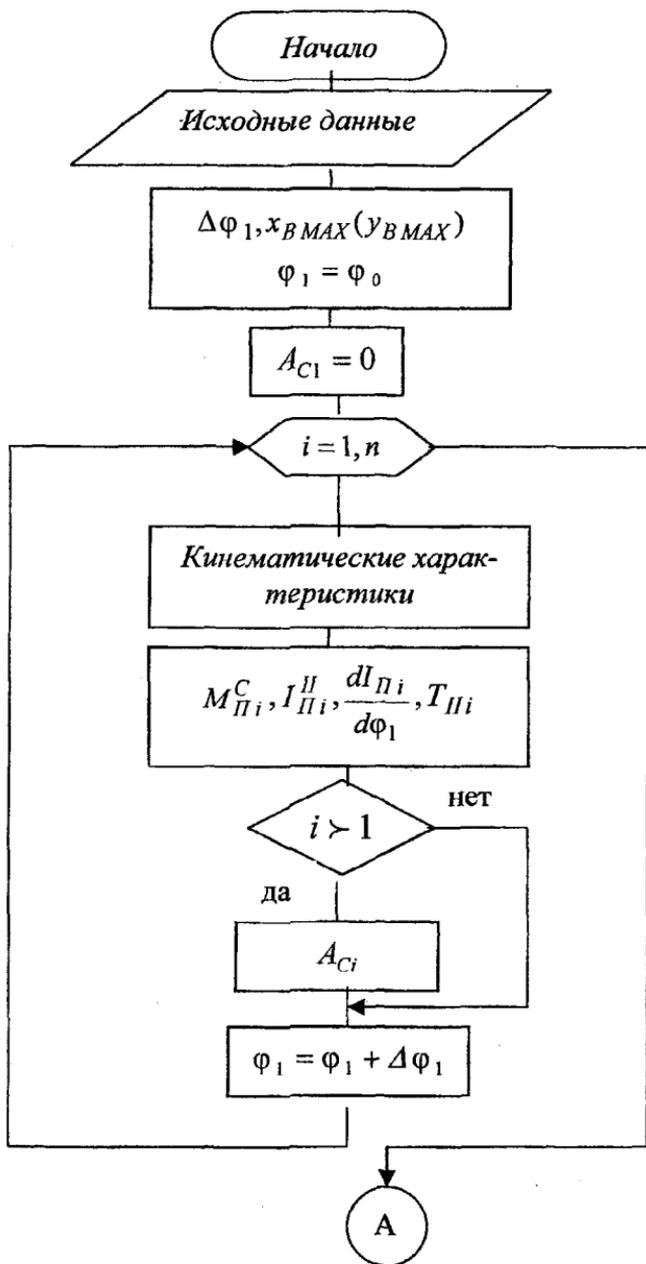
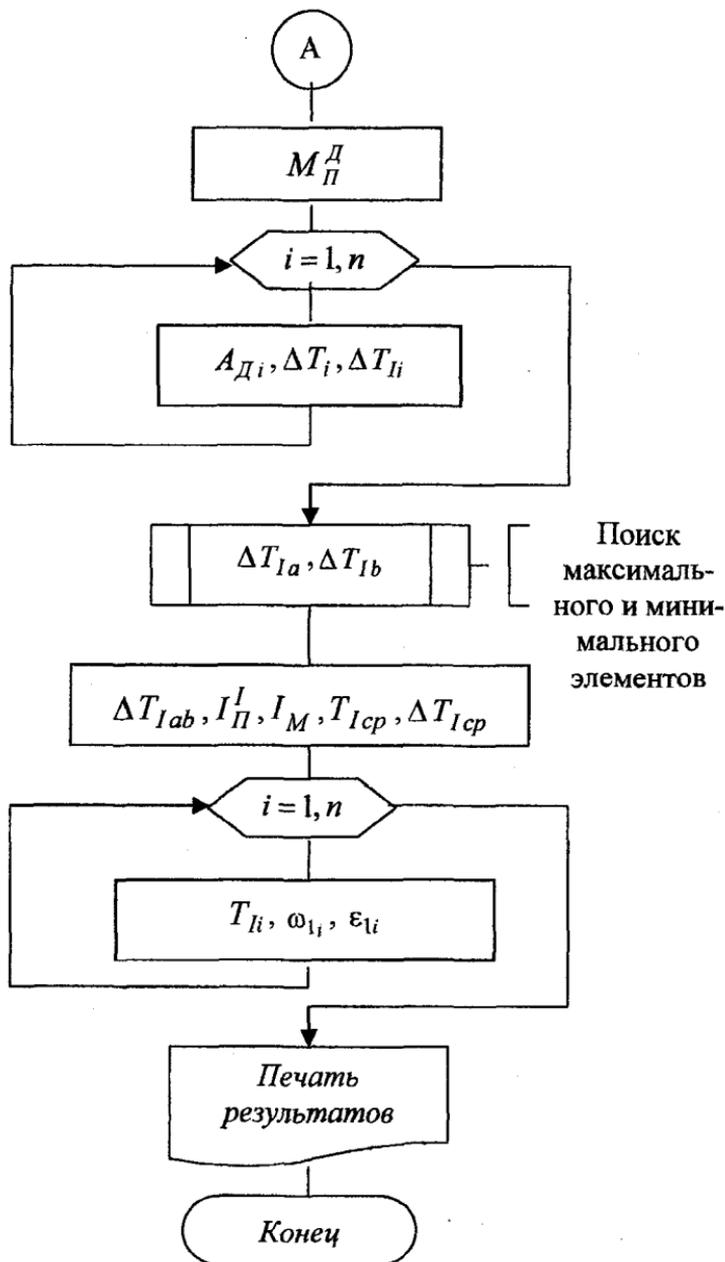
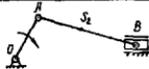


Рис. 1.10



Окончание рис. 1.10

Таблица 1.1

№ цп	Параметр	Условное обозначение	Единица измерений	Величина
1	2	3	4	5
1	Схема кривошипно-ползунного механизма			
2	Размеры звеньев	$l_1 = l_{OA}$	м	0,0742
		$l_3 = l_{AS2}$	м	0,0741
		$l_2 = l_{AB}$	м	0,2225
		$e$	м	0,01335
3	Начальная обобщенная координата	$\varphi_0$	град	2,58
4	Массы и моменты инерции звеньев	$m_2$	кг	400
		$m_3$	кг	500
		$I_{S2}$	кг·м <sup>2</sup>	8,35
5	Сила полезного сопротивления $F_{ПС}$	$F_{ПС1}$	Н	0
		$F_{ПС2}$	Н	0
		$F_{ПС3}$	Н	0
		$F_{ПС4}$	Н	0
		$F_{ПС5}$	Н	0
		$F_{ПС6}$	Н	0
		$F_{ПС7}$	Н	0
		$F_{ПС8}$	Н	0
		$F_{ПС9}$	Н	0
		$F_{ПС10}$	Н	0
		$F_{ПС11}$	Н	-12321
		$F_{ПС12}$	Н	-27142
		$F_{ПС13}$	Н	-125000

1	2	3	4	5
6	Средняя угловая скорость кривошипа	$\omega_{1cp}$	рад/с	-10,472
7	Коэффициент неравномерности вращения вала кривошипа	$\delta$		0,0556
8	Приведенный к кривошипу момент инерции всех вращающихся звеньев	$I_{II}^0$	кг·м <sup>2</sup>	90,264

Далее в цикле по  $\varphi_1$  (блоки 4-9) вычисляются кинематические характеристики рычажного механизма (см. п. 1.2.1), динамические характеристики  $M_{II}^C$ ,  $I_{II}^H$ ,  $\frac{dI_{II}}{d\varphi_1}$ , кинетическая энергия  $T_{II}$ , рабо-

та сил сопротивления  $A_C$ .

По окончании цикла определяется приведенный момент движущих сил  $M_{II}^H$  (блок 10).

В новом цикле (блоки 11-12) производится вычисление  $A_D$ ,  $\Delta T$ ,  $\Delta T_I$ .

В подпрограмме (блок 13) из массива  $\Delta T_I$  находятся экстремальные значения  $\Delta T_{Ia}$  и  $\Delta T_{Ib}$ , что позволяет в блоке 14 определить величины  $I_{II}^I$ ,  $I_M$ , а также  $T_{Icp}$  и  $\Delta T_{Icp}$  (см. 1.2.4 и 1.2.5).

После вычисления в цикле (блоки 15,16)  $T_I$ ,  $\omega_1$ ,  $\varepsilon_1$  производится печать результатов расчета (блок 17).

## 2. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

### 2.1. Задачи динамического анализа рычажных механизмов

Конечной целью динамического анализа рычажного механизма является определение реакций в кинематических парах и уравновешивающего (движущего) момента, действующего на кривошипный вал со стороны привода. Указанные задачи решаются методом кинестатики, основанным на принципе Даламбера. Этот метод предполагает введение в расчет инерционных нагрузок (главных векторов и главных моментов сил инерции), для определения которых требуется знать ускорения центров масс и угловые ускорения звеньев. Поэтому силовому расчету предшествует кинематический анализ механизма по известному уже закону вращения кривошипа ( $\omega_1, \varepsilon_1$ ).

### 2.2. Кинематический анализ

Кинематический анализ рычажного механизма производится после того, как в результате динамического анализа машинного агрегата установлен закон движения звена привода ( $\omega_1(\varphi_1), \varepsilon_1(\varphi_1)$ ). Учитывая, что закон движения кривошипа рычажного механизма такой же, как и звена привода, при кинематическом анализе требуется определить соответствующие этому закону движения линейные скорости и ускорения отдельных точек, а также угловые скорости и ускорения звеньев механизма.

Известно, что угловая скорость  $k$ -го звена равна

$$\omega_k = \frac{d\varphi_k}{dt} = \frac{d\varphi_k}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} = i_{k1} \omega_1,$$

т.е. угловая скорость  $k$ -го звена равна произведению аналога угловой скорости этого звена на угловую скорость звена привода 1.

Аналогичные выражения можно получить для проекций скорости какой-либо точки звена (например, точки  $M$ ):

$$\dot{x}_M = \frac{dx_M}{dt} = \frac{dx_M}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} = x'_M \omega_1;$$

$$\dot{y}_M = y'_M \omega_1.$$

Угловое ускорение  $k$ -го звена

$$\varepsilon_K = \frac{d\omega_K}{dt} = \frac{d(i_{K1}\omega_1)}{dt} = \frac{di_{K1}}{dt} \omega_1 + i_{K1} \frac{d\omega_1}{dt}.$$

Так как

$$\frac{di_{K1}}{dt} = \frac{di_{K1}}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} = i'_{K1} \omega_1,$$

то

$$\varepsilon_K = i'_{K1} \omega_1^2 + i_{K1} \varepsilon_1.$$

Аналогично рассуждая, получим проекции ускорения точки  $M$ :

$$\ddot{x}_M = x''_M \omega_1^2 + x'_M \varepsilon_1, \quad \ddot{y}_M = y''_M \omega_1^2 + y'_M \varepsilon_1.$$

Алгоритм определения скоростей и ускорений для кривошипно-ползунных механизмов (см. рис. 1.5) имеет вид:

1.  $\omega_2 = i_{21} \omega_1.$
2.  $V_B = i_{31} \omega_1.$
3.  $\dot{x}_{S2} = x'_{S2} \omega_1.$
4.  $\dot{y}_{S2} = y'_{S2} \omega_1.$
5.  $\varepsilon_2 = i'_{21} \omega_1^2 + i_{21} \varepsilon_1.$
6.  $a_B = i'_{31} \omega_1^2 + i_{31} \varepsilon_1.$
7.  $\ddot{x}_{S2} = x''_{S2} \omega_1^2 + x'_{S2} \varepsilon_1.$
8.  $\ddot{y}_{S2} = y''_{S2} \omega_1^2 + y'_{S2} \varepsilon_1.$

Модули и направления векторов абсолютной скорости и ускорения точки  $S_2$  определяются на основании выражений:

$$9. V_{S2} = \sqrt{\dot{x}_{S2}^2 + \dot{y}_{S2}^2}; \quad \cos \varphi_{V_{S2}} = \frac{\dot{x}_{S2}}{V_{S2}}; \quad \sin \varphi_{V_{S2}} = \frac{\dot{y}_{S2}}{V_{S2}}.$$

$$10. a_{S2} = \sqrt{\ddot{x}_{S2}^2 + \ddot{y}_{S2}^2}; \quad \cos \varphi_{a_{S2}} = \frac{\ddot{x}_{S2}}{a_{S2}}; \quad \sin \varphi_{a_{S2}} = \frac{\ddot{y}_{S2}}{a_{S2}}.$$

### 2.3. Силовой расчет

При силовом расчете механизма рассматриваются статически определимые кинематические цепи (группы Ассур), причем расчет начинается с группы, наиболее удаленной от начального звена.

Расчетные схемы группы Ассур 2-го вида показаны на рис 2.1.

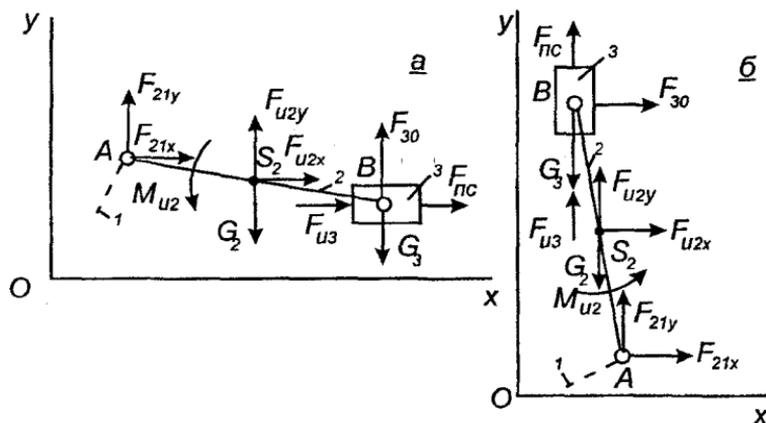


Рис. 2.1

К звеньям (2,3) группы приложим внешнюю нагрузку  $F_{nc}$ , силы тяжести звеньев  $G_2$ ,  $G_3$ . Реакцию  $F_{21}$  во вращательной кинематической паре  $A$  представим в виде проекций  $F_{21x}$  и  $F_{21y}$ . Реакция  $F_{30}$  в поступательной кинематической паре  $B$  перпендикулярна направлению перемещения ползуна и в данном случае проходит через точку  $B$ .

В соответствии с принципом Даламбера приложим к звеньям (2,3) инерционные нагрузки.

Проекция главного вектора сил инерции звена 2

$$F_{И2X} = -m_2 \ddot{x}_{S2}, \quad F_{И2Y} = -m_2 \ddot{y}_{S2},$$

главный момент сил инерции звена 2

$$M_{И2} = -I_{S2} \varepsilon_2,$$

главный вектор сил инерции звена 3

$$F_{И3} = -m_3 a_B.$$

Силы тяжести звеньев равны

$$G_2 = 9,81m_2, \quad G_3 = 9,81m_3.$$

Реакции в кинематических парах группы с горизонтально расположенным ползуном вычисляются в следующей очередности (рис. 2.1, а):

1. Из условия, что  $\Sigma F_X = 0$ , определяется  $F_{21X}$

$$F_{21X} = -F_{И2X} - F_{И3} - F_{ПС}.$$

2. Реакция  $F_{21Y}$  определяется из уравнения равновесия моментов сил для звена 2 относительно точки В:

$$(x_A - x_B)F_{21Y} - (y_A - y_B)F_{21X} + (x_{S2} - x_B)(F_{И2Y} - G_2) - (y_{S2} - y_B)F_{И2X} + M_{И2} = 0,$$

откуда

$$F_{21Y} = [(y_A - y_B)F_{21X} - (x_{S2} - x_B)(F_{И2Y} - G_2) + (y_{S2} - y_B)F_{И2X} - M_{И2}] / (x_A - x_B).$$

3. Реакция  $F_{30}$  определяется из условия равновесия проекций сил, действующих на группу (2,3), на ось  $Y$ , т.е.

$$F_{30} = G_3 - F_{21Y} - F_{И2Y} + G_2.$$

Для определения проекций  $F_{23X}$  и  $F_{23Y}$  реакции во внутренней кинематической паре  $B$  рассмотрим равновесие звена 2 под действием приложенных сил:

$$\bar{F}_{21X} + \bar{F}_{21Y} + \bar{F}_{И2X} + \bar{F}_{И2Y} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{23X} + \bar{F}_{23Y} = 0,$$

откуда, проектируя на оси координат, получим

$$F_{23X} = -F_{21X} - F_{И2X};$$

$$F_{23Y} = -F_{21Y} - F_{И2Y} + G_2.$$

Модули реакций  $F_{21}$  и  $F_{23}$  определяем по формулам

$$F_{21} = \sqrt{F_{21X}^2 + F_{21Y}^2};$$

$$F_{23} = \sqrt{F_{23X}^2 + F_{23Y}^2}.$$

Направление реакций  $F_{21}$  и  $F_{23}$  установим, определив углы наклона их к оси  $X$ :

$$\cos \varphi_{F_{21}} = \frac{F_{21X}}{F_{21}}; \quad \sin \varphi_{F_{21}} = \frac{F_{21Y}}{F_{21}};$$

$$\cos \varphi_{F_{23}} = \frac{F_{23X}}{F_{23}}; \quad \sin \varphi_{F_{23}} = \frac{F_{23Y}}{F_{23}}.$$

Реакции в кинематических парах группы (2,3) с вертикальным расположением ползуна (рис. 2.1, б) вычисляются в следующей очередности:

1. Из условия, что  $\Sigma F_Y = 0$ , определяется  $F_{21Y}$ :

$$F_{21Y} = -F_{И2Y} - F_{И3} - F_{ПС} + G_2 + G_3.$$

2. Реакция  $F_{21X}$  определяется из уравнения равновесия моментов сил для звена 2 относительно точки  $B$ :

$$F_{21X} = [(x_A - x_B) F_{21Y} + (x_{S2} - x_B)(F_{И2Y} - G_2) - (y_{S2} - y_B)F_{И2X} + M_{И2}] / (y_A - y_B).$$

3. Реакция  $F_{30}$  определяется из условия равновесия проекций сил, действующих на группу (2,3), на ось  $X$ :

$$F_{30} = -F_{21X} - F_{И2X}.$$

Определение реакций  $F_{23X}$  и  $F_{23Y}$ , их модулей и направлений осуществляется по тем же формулам, что и для группы с горизонтальным расположением ползуна.

Далее рассматривается кривошип 1 (рис. 2.2).

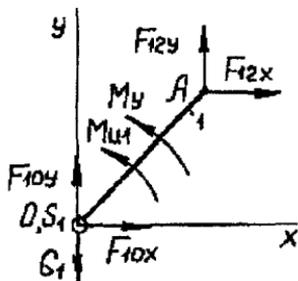


Рис. 2.2

В точке  $A$  приложена известная реакция  $F_{12}$ , проекции которой равны

$$F_{12X} = -F_{21X},$$

$$F_{12Y} = -F_{21Y}.$$

В точке  $O$  расположена сила тяжести  $G_1 = 9,81m_1$  и неизвестная реакция  $F_{10}$ . Кроме того, к звену приложен известный главный момент сил инерции

$$M_{ИГ} = -I_{II}' \varepsilon_1.$$

Для того чтобы звено 1 двигалось по заданному закону, к нему приложен уравновешивающий момент сил  $M_Y$ , который является реактивным моментом со стороны отсоединенной части машины. Его величина определяется из уравнения моментов сил относительно точки  $O$ :

$$M_Y = -x_A F_{12Y} + y_A F_{12X} - M_{И1}.$$

Реакция  $F_{10}$  в проекциях имеет вид

$$F_{10X} = -F_{12X},$$

$$F_{10Y} = -F_{12Y} + G_1.$$

Модуль

$$F_{10} = \sqrt{F_{10X}^2 + F_{10Y}^2}.$$

Направление  $F_{10}$  определяется углом  $\varphi_{F10}$  по формулам

$$\cos \varphi_{F10} = \frac{F_{10X}}{F_{10}} \quad \text{и} \quad \sin \varphi_{F10} = \frac{F_{10Y}}{F_{10}}.$$

На основании вышеизложенного можно представить алгоритм силового расчета кривошипно-ползунных механизмов:

1.  $G_1 = g m_1$ .
2.  $G_2 = g m_2$ .

3.  $G_3 = g m_3$ .
4.  $M_{H1} = -I_{II}^I \varepsilon_1$ .
5.  $F_{H2X} = -m_2 \ddot{x}_{S2}$ .
6.  $F_{H2Y} = -m_2 \ddot{y}_{S2}$ .
7.  $F_{H3} = -m_3 a_B$ .
8.  $M_{H2} = -I_{S2} \varepsilon_2$ .

При горизонтальном расположении ползуна:

9.  $F_{21X} = -(F_{H2X} + F_{H3} + F_{ПС})$ .
10.  $F_{21Y} = [(y_A - y_B) F_{21X} - (x_{S2} - x_B)(F_{H2Y} - G_2) + (y_{S2} - y_B) \times$   
 $\times F_{H2X} - M_{H2}] / (x_A - x_B)$ .
11.  $F_{30} = G_3 - F_{21Y} - F_{H2Y} + G_2$ .

При вертикальном расположении ползуна:

9.  $F_{21Y} = -F_{H2Y} - F_{H3} - F_{ПС} + G_2 + G_3$ .
10.  $F_{21X} = [(x_A - x_B) F_{21Y} + (x_{S2} - x_B)(F_{H2Y} - G_2) - (y_{S2} - y_B) \times$   
 $\times F_{H2X} + M_{H2}] / (y_A - y_B)$ .
11.  $F_{30} = -F_{21X} - F_{H2X}$ .

Далее для обеих схем:

12.  $F_{12X} = -F_{21X}$ .
13.  $F_{12Y} = -F_{21Y}$ .
14.  $F_{23X} = -F_{21X} - F_{H2X}$ .
15.  $F_{23Y} = -F_{21Y} - F_{H2Y} + G_2$ .
16.  $M_Y = -x_A F_{12Y} + y_A F_{12X} - M_{H1}$ .
17.  $F_{10X} = -F_{12X}$ .

18.  $F_{10Y} = -F_{12Y} + G_1.$
19.  $F_{10} = \sqrt{F_{10X}^2 + F_{10Y}^2}.$
20.  $F_{21} = \sqrt{F_{21X}^2 + F_{21Y}^2}.$
21.  $F_{23} = \sqrt{F_{23X}^2 + F_{23Y}^2}.$

Алгоритм динамического анализа реализуется с помощью программы «Динамический анализ кривошипно-ползунных механизмов» [2]. В табл. 2.1 и 2.2 приведены исходные данные, необходимые для работы с программой.

Видно, что параметры  $I_{II}^I$ ,  $\omega_1$  и  $\varepsilon_1$  берутся из результатов исследования динамики машинного агрегата.

Таблица 2.1

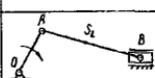
№	Параметр	Условное обозначение	Единица измерений	Величина
1	Схема кривошипно-ползунного механизма			
2	Размеры звеньев	$l_1 = l_{OA}$	м	0,0742
		$l_3 = l_{AS2}$	м	0,0741
		$l_2 = l_{AB}$	м	0,2225
		$e$	м	0,01335
3	Начальная обобщенная координата	$\varphi_0$	град	2,58
4	Массы и моменты инерции звеньев	$m_1$	кг	30
		$m_2$	кг	400
		$m_3$	кг	500
		$I_{S2}$	кг·м <sup>2</sup>	8,35
5	Постоянная составляющая приведенного момента инерции	$I_{II}^I$	кг·м <sup>2</sup>	84,327

Таблица 2.2

№ положения кривошипа	Угловая скорость $\omega_1$ , рад·с <sup>-1</sup>	Угловое ускорение $\varepsilon_1$ , рад·с <sup>-2</sup>	Сила полезного сопротивления $F_{пс}$ , Н
1	9,1631	1,6165	0
2	9,2337	0,9562	0
3	9,2864	1,1061	0
4	9,3660	1,6733	0
5	9,4682	1,8654	0
6	9,5653	1,6277	0
7	9,6441	1,2586	0
8	9,7000	0,4781	0
9	9,7000	-2,4470	0
10	9,5000	-3,9791	0
11	9,3000	-3,0910	-12321
12	9,1000	-0,9313	-27142
13	9,1631	1,6165	-125000

Результаты определения реакций в кинематических парах дают возможность выполнять прочностные расчеты звеньев, правильно подходить к конструктивному оформлению подвижных соединений (выбор подшипников, условий смазки и т.д.), количественно оценивать трение и износ, а также коэффициенты полезного действия.

## Литература

1. Анципорович П.П., Акулич В.К., Дворянчикова А.Б. Методическое пособие по курсовому проектированию по дисциплине «Теория механизмов и машин» для студентов инженерно-технических специальностей. – Мн.: БГПА, 1994. – 86 с.

2. Анципорович П.П., Николаев В.А., Жуков Д.В. Программа «Динамический анализ кривошипно-ползунных механизмов»: Методические указания к курсовому проектированию по курсу «Теория механизмов и машин» для студентов инженерно-технических специальностей. – Мн.: БГПА, 1998. – 18 с.

3. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука; Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 640 с.

4. Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1998. – 351 с.

5. Теория механизмов и механика машин / К.В.Фролов, С.А.Попов, А.К.Мусатов и др. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1998. – 496 с.

6. Филонов И.П., Анципорович П.П., Акулич В.К. Теория механизмов, машин и манипуляторов. – Мн.: Дизайн-ПРО, 1998. – 656 с.

Учебное издание

АНЦИПОРОВИЧ Петр Петрович  
АКУЛИЧ Валерий Константинович  
ДВОРЯНЧИКОВА Алла Борисовна  
ДУБОВСКАЯ Елена Михайловна

**ДИНАМИКА МАШИН И МЕХАНИЗМОВ  
В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ  
ДВИЖЕНИЯ**

Учебно-методическое пособие  
по курсовому проектированию по дисциплине  
«Теория механизмов, машин и манипуляторов»

---

Подписано в печать 12.07.2010.

Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.

Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 2,44. Уч.-изд. л. 1,92. Тираж 550. Заказ 858.

---

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет.

ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.

Проспект Независимости, 65. 220013, Минск.