

УДК 621.3

ЦИФРОВЫЕ ФИЛЬТРЫ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Хомяков Э.А.

Научный руководитель – к.т.н., доцент РУМЯНЦЕВ В.Ю.

Преобразование Фурье – это разложение функций на синусоиды (далее косинусные функции мы тоже называем синусоидами, т. к. они отличаются от самых «настоящих» синусоид только фазой).

Анализ Фурье закладывает основы многих методов, применяющихся в области цифровой обработки сигналов (ЦОС). По сути дела, преобразование Фурье (фактически существует несколько вариантов таких преобразований) позволяет сопоставить сигналу, заданному во временной области, его эквивалентное представление в частотной области. Наоборот, если известна частотная характеристика сигнала, то обратное преобразование Фурье позволяет определить соответствующий сигнал во временной области.

Несимметричные КЗ рассчитываются на основе метода симметричных составляющих, в соответствии с которым любую n -фазную систему несимметричных векторов можно разложить на n симметричных n -фазных систем. Трехфазную систему несимметричных векторов раскладывают на три симметричные трехфазные системы прямой, обратной и нулевой последовательности.

В дополнение к частотному анализу, эти преобразования полезны при проектировании фильтров. Частотная характеристика фильтра может быть получена посредством преобразования Фурье его импульсной реакции. И наоборот, если определена частотная характеристика сигнала, то требуемая импульсная реакция может быть получена с помощью обратного преобразования Фурье над его частотной характеристикой. Цифровые фильтры могут быть созданы на основе их импульсной реакции, поскольку коэффициенты фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ) идентичны дискретной импульсной реакции фильтра.

Семейство преобразований Фурье представляет собой преобразование Фурье, ряды Фурье, дискретные ряды Фурье и дискретное преобразование Фурье. С течением времени принятые определения получили развитие (не обязательно вполне логичное) в зависимости от того, является ли сигнал непрерывно-апериодическим, непрерывно-периодическим, дискретно-апериодическим или дискретно-периодическим.

Единственный член этого семейства, который имеет отношение к цифровой обработке сигналов, – это дискретное преобразование Фурье (ДПФ), которое оперирует дискретной по времени выборкой периодического сигнала во временной области. Для того, чтобы быть представленным в виде суммы синусоид, сигнал должен быть периодическим. Но в качестве набора входных данных для ДПФ доступно только конечное число отсчетов (N). Эту дилемму можно разрешить, если мысленно поместить бесконечное число одинаковых групп отсчетов до и после обрабатываемой группы, образуя, таким образом, математическую (но не реальную) периодичность. Фундаментальное уравнение для получения N -точечного ДПФ выглядит следующим образом:

$$X(k) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j2\pi nk/N} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot \left[\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) - j \cdot \sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) \right] \quad (1)$$

По отношению к этому уравнению следует сделать некоторые терминологические разъяснения. $X(k)$ представляет собой частотный выход ДПФ в k -ой точке спектра. N представляет собой число отсчетов при вычислении ДПФ.

Выходной спектр ДПФ $X(k)$ является результатом вычисления свертки между выборкой, состоящей из входных отсчетов во временной области, и набором из N пар гармонических базисных функций (косинус и синус).

Существует два основных типа ДПФ: вещественное ДПФ и комплексное ДПФ. Так как входные отсчеты во временной области являются вещественными и не имеют мнимой части, мнимая часть входных отсчетов всегда принимается равной нулю. Выход ДПФ $X(k)$ содержит вещественную и мнимую компоненты, которые могут быть преобразованы в амплитуду и фазу. Вещественное ДПФ выглядит несколько проще и, в основном, является упрощением комплексного ДПФ. Уравнения описывают комплексное ДПФ, где и входные, и выходные величины являются комплексными числами.

Большинство алгоритмов вычисления быстрого преобразования Фурье (БПФ) составлено с использованием формата комплексного ДПФ, поэтому важно понимать, как работает комплексное ДПФ и как оно соотносится с вещественным ДПФ. В частности, если известны выходные частоты вещественного ДПФ и требуется использовать обратное комплексное ДПФ для вычисления отсчетов во временной области, надо знать, как разместить выходные точки вещественного ДПФ в формате комплексного ДПФ перед выполнением обратного комплексного ДПФ.

Преобразования Фурье полезны при проектировании фильтров. Частотная характеристика фильтра может быть получена посредством преобразования Фурье его импульсной реакции. И наоборот, если определена частотная характеристика сигнала, то требуемая импульсная реакция может быть получена с помощью обратного преобразования Фурье над его частотной характеристикой. Цифровые фильтры могут быть созданы на основе их импульсной реакции, поскольку коэффициенты фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ) идентичны дискретной импульсной реакции фильтра.

Литература

1 Умняшкин, С.В. Теоретические основы цифровой обработки и представления сигналов / С.В. Умняшкин. – М. : ДМК Пресс, 2012. – 249 с.

Матюшкин, Б.Д. Цифровые фильтры / Б.Д. Матюшкин. – СПб. : НОУ «Центр подготовки кадров энергетики», 2012. – 98 с.