



**Министерство образования
Республики Беларусь**

**БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Кафедра «Организация автомобильных перевозок
и дорожного движения»**

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМАХ

Лабораторный практикум

**Минск
БНТУ
2011**

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Организация автомобильных перевозок
и дорожного движения»

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМАХ

Лабораторный практикум

Минск
БНТУ
2011

УДК 656.13:519.876.5(076.5)

~~ББК 39.3я7~~

М 34

Составители:

Д.В. Рожанский, В.Н. Седюкевич

Рецензенты:

Ч.И. Жданович, Л.А. Молибошко

М 34 Математические модели в транспортных системах: лабораторный практикум / сост.: Д.В. Рожанский, В.Н. Седюкевич. – Минск: БНТУ, 2011. – 26 с.

В практикуме приводятся исходные данные, алгоритмы, программы и краткие методические указания для выполнения отдельных лабораторных работ по дисциплине «Математические модели в транспортных системах» для студентов всех форм обучения специальностей 1-44 01 01 «Организация перевозок и управление на автомобильном и городском транспорте» и 1-44 01 02 «Организация дорожного движения».

ВВЕДЕНИЕ

Лабораторные работы выполняются на компьютерах с применением готовых программ и (или) программ, разработанных студентом.

Исходные данные принимаются студентом по вариантам или из заданного диапазона значений по согласованию с преподавателем.

Алгоритмы и компьютерные программы, необходимые для выполнения лабораторной работы, студент применяет на основе приведенных ссылок, данных в указаниях к ней.

Другие лабораторные работы по дисциплине, не приведенные в данном лабораторном практикуме, выполняются по источнику [6]. При этом могут использоваться алгоритмы и программы, приведенные в источнике [8] и других литературных источниках.

Оформление лабораторных работ должно отвечать требованиям, установленным стандартом предприятия СТП 10-02.01-87 «Отчет о лабораторной работе».

Лабораторная работа № 1

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ ВЕКТОРНОМ КРИТЕРИИ

Цель работы: приобрести знания и навыки в объединении частных критериев.

Исходные данные

*Зависимость трудовых затрат
от скорости движения автомобиля*

$$Z_1 = 100(1,2 + a_1 v_T)(1/v_T + a_2 / a_3) = \min_{v_T},$$

где a_1 задается в диапазоне от 0,0025 до 0,005;

a_2 – от 0,2 до 1,0;

a_3 – от 5,0 до 40,0;

v_T – техническая скорость движения автомобиля, км/ч.

*Зависимость расхода топлива
от скорости движения автомобиля*

$$Z_2 = a_4(1 + a_5 v_T + a_6 v_T^2) = \min_{v_T},$$

где a_4 задается в диапазоне от 8,0 до 40;

a_5 – от -0,012 до -0,015;

a_6 – от 0,00015 до 0,00020.

Весовые коэффициенты для Z_1 принять равным $C_1 = 8,0$;
для Z_2 – $C_2 = 2,5$.

Предельно допустимая максимальная скорость движения – 80 км/ч.

Исходные данные принимаются студентом из установленного интервала самостоятельно по согласованию с преподавателем.

Целевые функции могут быть заданы и других видов, например, в качестве Z_1 затраты на движение автомобиля

$$Z_1 = (a_0 + a_1 v_T) / v_T = \min_{v_T}$$

и Z_2 затраты от аварийности дорожного движения в виде

$$Z_2 = a_2 + a_3 v_T + a_4 v_T^2 = \min_{v_T},$$

где a_0 задается в диапазоне от 1100 до 3800;

a_1 – от 5,2 до 7,8;

a_2 – от 2,0 до 3,3;

a_3 – от 0,20 до 0,85;

a_4 – от 0,0034 до 0,0008.

В этом случае $C_1 = C_2 = 1,0$.

Содержание работы

1. Сформировать одним из способов обобщенный критерий эффективности Z_0 и произвести расчет значений целевых функций Z_1, Z_2, Z_0 в расчетных точках для v_T от 30 до 110 с шагом не более 10 км/ч.

2. Построить графики для Z_1, Z_2, Z_0 .

3. Произвести анализ полученных результатов и принять оптимальное значение v_T по минимуму Z_0 с учетом предельно допустимой максимальной скорости движения.

Указания к выполнению работы

Возможные способы формирования обобщенного критерия Z по частным Z_i необходимо изучить по литературным источникам [2, 8]. Например, одним из распространенных способов формирования обобщенного критерия Z_0 является следующий:

$$Z_0 = \sum_{i=1}^n C_i Z_i = \min_{v_T},$$

где C_i – весовые коэффициенты частных критериев Z_i .

Расчеты и построение графиков рекомендуется производить с применением компьютерной программы Microsoft Excel.

Отчет о работе

1. Цель работы.
2. Исходные данные.
3. Формирование обобщенного критерия.
4. Результаты расчетов (в виде таблицы для Z_1, Z_2, Z_0) в зависимости от v_T .
5. Графики зависимостей Z_1, Z_2, Z_0 от v_T .
6. Вывод.

Лабораторная работа № 2 ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ РИСКА И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Цель работы: закрепить теоретические знания в вопросе принятия решений в условиях риска и неопределенности по различным критериям оптимальности.

Исходные данные

Возможные значения управляемого параметра. Число значений k управляемого параметра принять равным по одному из вариантов:

$$1\text{-й} - k = 4;$$

$$2\text{-й} - k = 5.$$

Значения параметра, определяющего состояние среды. Число значений n управляемого параметра принять равным по одному из вариантов:

$$1\text{-й} - n = 5;$$

$$2\text{-й} - n = 4.$$

Вероятности состояния среды (для принятия решений в условиях риска).

Программа, обеспечивающая ввод данных и расчет полезности результатов (эффектов). Текст программы приведен в прил. 1.

Значения эффектов для i -го значения при j -м состоянии среды V_{ij} вычисляются по формулам:

$$V_{1,1} = 2(a + 1); V_{2,1} = -2 + b; V_{3,1} = -5 + b; V_{4,1} = -18 + c; \\ V_{5,1} = -25 + c; V_{ij} = V_{ij-1} + 2j + 2i, i = 1, 2, 3, \dots, k; j = 2, 3, \dots, n,$$

где a – номер группы на потоке;

b – первая цифра порядкового номера студента по списку группы (0, 1, 2, 3);

c – вторая цифра порядкового номера студента по списку группы (0–9).

Значения a , b , c могут быть заданы студенту преподавателем в индивидуальном порядке.

Содержание работы

1. Составить алгоритм оптимизации в условиях риска и по заданному критерию в условиях неопределенности.

2. Произвести расчеты по заданной программе для определения эффектов.

3. Выполнить расчеты вручную по оптимизации X_r в условиях риска и по всем критериям в условиях неопределенности.

4. Разработать компьютерную программу согласно алгоритму по пункту 1.

5. Выполнить расчеты по разработанной программе.
6. Произвести анализ полученных результатов.

Указания к выполнению работы

Алгоритм и программа для принятия решений в условиях риска и и по различным критериям в условиях неопределенности разрабатываются в соответствии с теоретическим материалом, изложенным в литературных источниках [2, 8].

Отчет о работе

1. Цель работы.
2. Исходные данные.
3. Схема алгоритма программы для принятия решений (в условиях риска и по одному из критериев в условиях неопределенности – задается преподавателем).
4. Результаты расчета эффектов.
5. Результаты расчетов вручную в условиях риска и по различным критериям в условиях неопределенности.
6. Компьютерная программа для расчета эффектов и принятия решений (в соответствии с разработанным алгоритмом).
7. Результаты расчетов по программе (матрица полезности результатов, оптимальное решение).
8. Вывод.

Лабораторная работа № 3 ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ В ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМАХ

Цель работы: приобрести практические навыки разработки и реализации математических моделей в транспортных системах, содержащих интегралы от таблично заданных функций.

Исходные данные

Значения ускорения обгоняющего автомобиля J в зависимости от его скорости V_1 , скорость обгоняемого автомобиля V_2 и шаг интегрирования Δt принимаются по табл. 3.1 в соответствии с номером варианта.

Габаритная длина обгоняющего автомобиля $L_1 = 5$ м, обгоняемого – $L_2 = 15$ м.

Принять, что обгоняемый автомобиль движется с постоянной скоростью $V_2 = \text{const}$ и перед началом обгона скорости обгоняемого и начальная скорость $V_{1н}$ обгоняющего автомобилей равны, т.е. $V_{1н} = V_2$.

Допускаемое значение скорости обгоняющего автомобиля V_d принимается равным от 84 до 108 км/ч (задаются преподавателем).

Исходные данные могут быть заданы студенту преподавателем в индивидуальном порядке.

Содержание работы

1. Составить математическую модель и программу для расчета на компьютере текущего времени обгона и пройденного пути обгоняемого и обгоняющего автомобилей в зависимости от их скорости в процессе обгона.

2. Рассчитать на компьютере время $t_{\text{обг}}$ и путь S_{10} , необходимые для завершения обгона. При расчете заданные в таблице значения ускорения определять на каждом шаге интегрирования интерполяцией. На каждом шаге печатать текущие значения времени обгона t , скорости V_1 и ускорения J обгоняющего автомобиля и пути, пройденного обгоняющим S_1 и обгоняемым S_2 автомобилями.

3. Построить графики зависимости пути, пройденного обгоняющим и обгоняемым автомобилями, от времени (графики «время–путь»).

Исходные данные по вариантам

№ варианта	Скорость V_1 , м/с					Скорость V_2 , м/с	Шаг интегрирования Δt , м/с
	≤ 14	19,0	24,0	29,0	$> 34,0$		
	Ускорение J , м/с ²						
1	1,28	1,31	1,22	1,06	0,78	15(14)	0,25
2	1,34	1,37	1,28	1,11	0,82	15(14)	
3	1,41	1,44	1,34	1,17	0,86	16(15)	
4	1,47	1,50	1,40	1,22	0,90	16(15)	
5	1,22	1,25	1,16	1,01	0,74	14(13)	
6	1,15	1,18	1,10	0,95	0,70	13(12)	
7	1,09	1,11	1,04	0,90	0,66	12(11)	
№ варианта	Скорость V_1 , м/с					Скорость V_2 , м/с	Шаг интегрирования Δt , м/с
	≤ 16	19,0	24,0	29,0	$> 38,0$		
	Ускорение J , м/с ²						
8	0,85	0,78	0,67	0,42	0,118	17(16)	0,5
9	0,89	0,82	0,70	0,44	0,124	18(17)	
10	0,93	0,86	0,74	0,46	0,130	19(18)	
11	0,98	0,90	0,77	0,48	0,136	20(19)	
12	0,81	0,74	0,64	0,40	0,112	16(15)	
13	0,76	0,70	0,60	0,38	0,106	15(14)	
14	0,72	0,66	0,52	0,36	0,100	14(13)	

Теоретические основы работы

Схема обгона и примерный вид графиков зависимости пути от времени приведены на рис. 3.1.

Путь S_{10} , который должен пройти обгоняющий автомобиль 1 за время до завершения обгона $t_{обг}$, складывается из пути S_2 , пройденного за данное обгоняемым автомобилем 2, расстояний D_1 и D_2 между автомобилями соответственно до и после обгона, габаритных длин автомобилей L_1 и L_2 :

$$S_{10} = S_2 + D_1 + D_2 + L_1 + L_2. \quad (3.1)$$

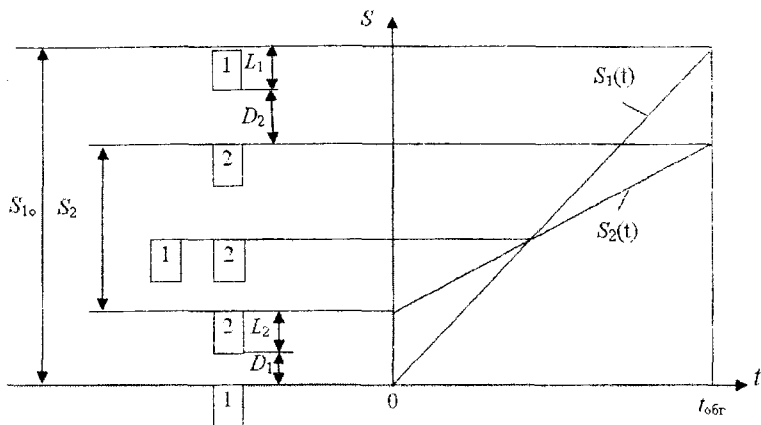


Рис. 3.1. Схема обгона

Расстояния D_1 и D_2 определяются по эмпирическим формулам:

$$D_1 = 0,05V_1^2 + 4;$$

$$D_2 = 0,75D_1,$$

где V_1 – скорость обгоняющего автомобиля, м/с.

Из теории движения следует, что

$$V_1 = \int_0^t J dt; \quad (3.2)$$

$$S_1 = \int_0^t V_1 dt; \quad (3.3)$$

$$S_2 = V_2 t,$$

где V_1 и V_2 – соответственно скорость обгоняющего и обгоняемого автомобилей в момент времени t_1 ;

J – ускорение движения автомобиля 1;

t – текущее время обгона ($t = 0$ – момент начала обгона);

S_1 – путь, пройденный обгоняющим автомобилем к моменту времени t от начала обгона;

S_2 – путь, пройденный обгоняемым автомобилем к моменту времени t от начала обгона.

Поскольку зависимость $J(V_1)$ задана таблично и текущие значения ускорения на каждом шаге интегрирования определяются по таблице с учетом интерполяции, а также в связи с наличием ограничений на скорость движения обгоняющего автомобиля, то интегралы (3.2) и (3.3) следует вычислять численным методом. Расчет заканчивается при выполнении условия окончания обгона, т.е. $S_1 \geq S_{10}$, при этом S_{10} определяется уравнением (3.1).

Схема алгоритма расчета параметров обгона с применением численного интегрирования по методу прямоугольников приведена на рис. 3.2.

Отчет о работе

1. Цель работы.
2. Исходные данные.
3. Схема обгона и расчетные формулы.
4. Схема алгоритма расчета.
5. Распечатка компьютерной программы.
6. Распечатка результатов расчета.
7. Графики зависимости «путь–время».
8. Выводы.

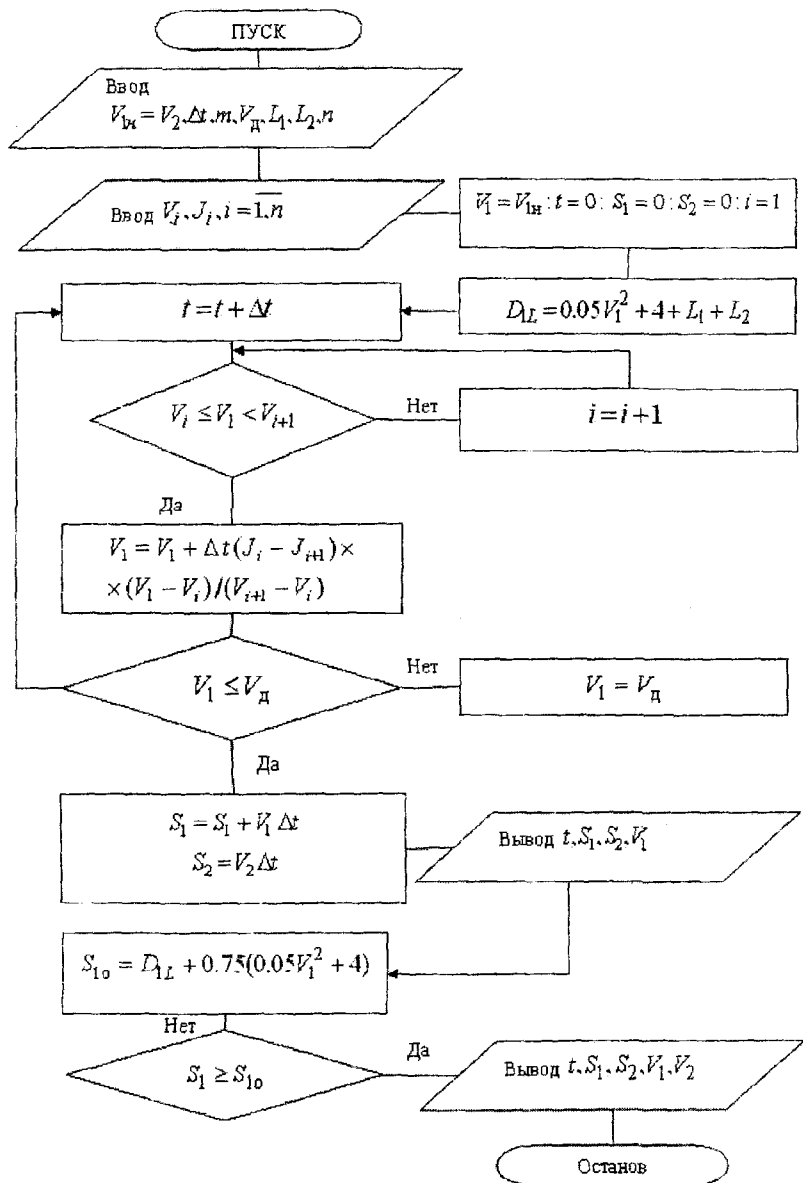


Рис. 3.2. Схема алгоритма расчета параметров обгона

Лабораторная работа № 4

ГЕНЕРАЦИЯ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ ПО РАЗЛИЧНЫМ ЗАКОНАМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Цель работы: научиться программным способом генерировать псевдослучайные числа, равномерно распределенные в интервале $[0, 1]$, и на их основе получать случайные числа по заданному закону распределения.

Исходные данные

1. Математическое ожидание случайной величины x .
2. Среднеквадратическое отклонение s случайной величины x .
3. Величина сдвига распределения случайной величины x_c — для сдвинутых (со смещением) распределений.
4. Закон распределения непрерывной случайной величины.
5. Способ (алгоритм) получения псевдослучайных чисел r , равномерно распределенных в интервале $[0, 1]$.

Численные значения по подпунктам 1–3 задаются преподавателем для каждого студента индивидуально. Исходные данные по подпунктам 4 и 5 принимаются по табл. 4.1 в соответствии с номером варианта. Схемы алгоритмов получения равномерно распределенных случайных чисел приведены на рис. 4.1–4.3.

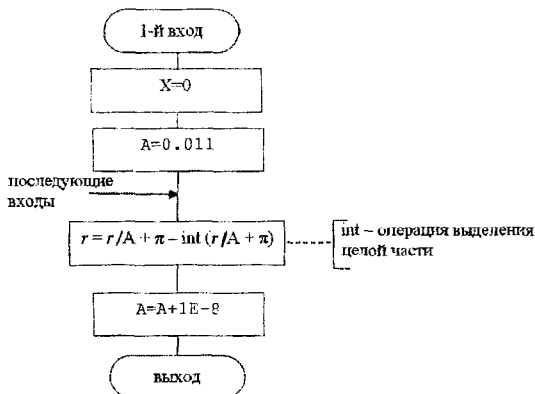


Рис. 4.1. Схема алгоритма № 1 получения псевдослучайных чисел r

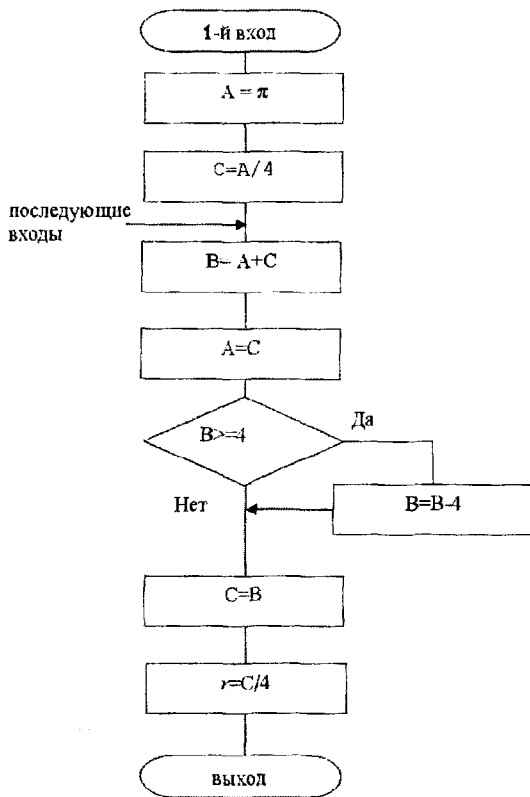


Рис. 4.2. Схема алгоритма № 2 получения псевдослучайных чисел r

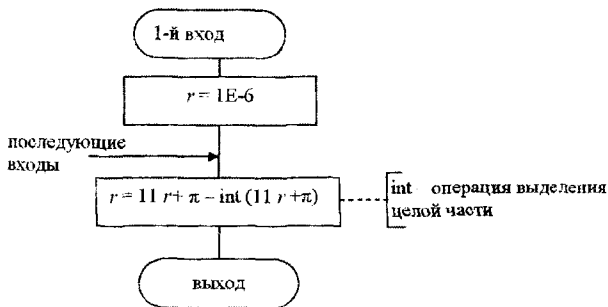


Рис. 4.3. Схема алгоритма № 3 получения псевдослучайных чисел r

Варианты исходных данных

№ варианта	Закон распределения x	Вариант алгоритма генерации r (номер рисунка)
1	Нормальный	4.1
2	Логарифмически нормальный	4.1
3	Логарифмически нормальный со смещением	4.1
4	Экспоненциальный	4.1
5	Экспоненциальный со смещением	4.1
6	Эрланга	4.1
7	Эрланга со смещением	4.1
8	Релея	4.1
9	Релея со смещением	4.1
10	Нормальный	4.2
11	Логарифмически нормальный	4.2
12	Логарифмически нормальный со смещением	4.2
13	Экспоненциальный	4.2
14	Экспоненциальный со смещением	4.2
15	Эрланга	4.2
16	Эрланга со смещением	4.2
17	Релея	4.2
18	Релея со смещением	4.2
19	Нормальный	4.3
20	Логарифмически нормальный	4.3
21	Логарифмически нормальный со смещением	4.3
22	Экспоненциальный	4.3
23	Экспоненциальный со смещением	4.3
24	Эрланга	4.3
25	Эрланга со смещением	4.3
26	Релея	4.3
27	Релея со смещением	4.3
28	Равномерной плотности	4.1
29	Равномерной плотности	4.2
30	Равномерной плотности	4.3

Содержание работы

1. Разработать алгоритм получения псевдослучайных чисел по заданному закону распределения. При этом псевдослучайные числа в интервале $[0, 1]$ получать программно по одному из алгоритмов согласно заданному варианту.

2. Составить компьютерную программу по разработанному алгоритму.

3. Произвести расчеты по составленной программе (получить сорок случайных чисел) по заданному закону распределения.

4. Полученные случайные значения представить в виде интервального статистического ряда. Построить гистограмму для эмпирического распределения случайной величины, полученной программным способом, теоретическую кривую плотности вероятности. Число равных интервалов статистического ряда принять равным 6.

Указания к выполнению работы

Формулы для получения непрерывных случайных чисел по различным законам распределения на основе заданных исходных данных приведены в табл. 4.2. При проведении вычислений по получению псевдослучайных чисел r число π следует задавать с повышенной точностью: $\pi = 3,141592653$.

Гистограмму построить по значениям f_3 , полученных делением частот p_3 попадания случайной величины в каждый интервал на величину интервала h :

$$f_3 = p_3 / h.$$

Формулы для вычисления плотности вероятности теоретического распределения случайной величины по различным законам приведены ниже.

Получение случайных чисел
по различным законам распределения

Закон распределения	Получение случайных чисел для базового закона	Получение случайных чисел для усеченных ($x_n < x < x_b$) или сдвинутых распределений ($x > x_c$)
Равномерной плотности	$x = a + r(b - a)$ $a = x_m - s\sqrt{3}; b = x_m + s\sqrt{3}$	—
Нормальный	$x = a + \sigma\sqrt{12/n} \left(\sum_{i=1}^n r_i - n/2 \right),$ $n \geq 6;$ $a = x_m; \sigma = s$	Для усеченного по выражению для базового, если полученное $x_n < x < x_b$, иначе попытка повторяется
Логарифмически нормальный	$x = \exp(a_1 + \sigma_1\sqrt{12/n} \left(\sum_{i=1}^n r_i - n/2 \right)), n \geq 6;$ $\sigma_1 = \sqrt{\ln(1 + (s/x_m)^2)};$ $a_1 = \ln x_m - \sigma_1^2/2$	Для сдвинутого $x = x_c + \exp(a_{1c} + \sigma_{1c}\sqrt{12/n} \times \left(\sum_{i=1}^n r_i - n/2 \right)), n \geq 6;$ $\sigma_{1c} = \sqrt{\ln(1 + (s/(x_m - x_c))^2)}$ $a_{1c} = \ln(x_m - x_c) - \sigma_{1c}^2/2$
Экспоненциальный	$x = -1/\lambda \ln r;$ $\lambda = 1/x_m$	Для сдвинутого $x = x_c - 1/\lambda_c \ln r;$ $\lambda_c = 1/(x_m - x_c)$
Релея	$x = \sigma_p \sqrt{-2 \ln r};$ $\sigma_p = x_m \sqrt{2/\pi}$	Для сдвинутого $x = x_c + \sigma_{pc} \sqrt{-2 \ln r};$ $\sigma_{pc} = (x_m - x_c) \sqrt{2/\pi}$
	$x = -1/\lambda_3 \sum_{i=1}^k \ln r_i;$ $k = x_m^2/s^2, k = 1, 2, 3, \dots;$ $\lambda_3 = k/x_m$	Для сдвинутого $x = x_c - 1/\lambda_{3c} \sum_{i=1}^{kc} \ln r_i;$ $k_c = (x_m - x_c)^2/s^2, k_c = 1, 2, 3, \dots;$ $\lambda_{3c} = k_c/(x_m - x_c)$

Закон равномерной плотности

$$f(x) = 1/(b - a), \quad a \leq x \leq b;$$

точечная оценка параметра закона распределения:

$$a = x_M - s\sqrt{3};$$

$$b = x_M + s\sqrt{3}.$$

Нормальный закон распределения

$$f(x) = 1/(\sigma \sqrt{2\pi}) \exp(-(x - a)^2 / (2\sigma^2)),$$

где a и σ – параметры закона распределения; $\pi = 3,1415\dots$;
точечные оценки параметров нормального закона распределения равны: $a = x_M = s$.

Логарифмически нормальный закон распределения

$$f(x) = 1/(x\sigma_1 \sqrt{2\pi}) \exp(-(\ln x - a_1)^2 / (2\sigma_1^2)), \quad x > 0;$$

точечные оценки параметров закона распределения:

$$\sigma_1 = \sqrt{\ln(1 + (s/x_M)^2)} \quad ;$$

$$a_1 = \ln x_M - \sigma_1^2 / 2.$$

Логарифмически нормальный закон распределения со смещением

$$f_c(x) = 1/(x\sigma_{1c} \sqrt{2\pi}) \exp(-(\ln(x - x_c - a_{1c}))^2 / (2\sigma_{1c}^2)), \quad x > x_c;$$

точечные оценки параметров закона распределения:

$$\sigma_{lc} = \sqrt{\ln(1 + (s/(x_M - x_c))^2)} ;$$

$$a_{lc} = \ln(x_M - x_c) - \sigma_{lc}^2 / 2.$$

Экспоненциальный закон распределения

$$f(x) = \lambda \exp(-\lambda x), \quad x \geq 0;$$

точечная оценка параметра закона распределения $\lambda = 1/x_M$.

Экспоненциальный закон распределения со смещением

$$f(x) = \lambda_c \exp(-\lambda_c (x - x_c)), \quad x \geq x_c;$$

точечная оценка параметра закона распределения $\lambda_c = 1/(x_M - x_c)$.

Закон распределения Релея

$$f(x) = x/\sigma_p^2 \exp(-x^2 / 2\sigma_p^2), \quad x \geq 0;$$

точечная оценка параметра закона распределения:

$$\sigma_p = x_M \sqrt{2/\pi}.$$

Закон распределения Релея со смещением

$$f(x) = (x - x_c)/\sigma_{pc}^2 \exp(-(x - x_c)^2 / 2\sigma_{pc}^2), \quad x \geq x_c;$$

точечная оценка параметра закона распределения:

$$\sigma_{pc} = (x_M - x_c) \sqrt{2/\pi}.$$

Закон распределения Эрланга (гамма-распределение)

$$f(x) = \lambda_3^k x^{k-1} / (k-1)! \exp(-\lambda_3 x), \quad x \geq 0;$$

точечная оценка параметров закона распределения $k' = x_M^2 / s^2$ и по k' принимается k как ближайшее целое ($k = 1, 2, 3, \dots$); $\lambda_3 = k / x_M$.

Закон распределения Эрланга (гамма-распределение) со смещением

$$f(x) = \lambda_{3c}^{k_c} (x - x_c)^{k_c-1} / (k_c-1)! \exp(-\lambda_{3c} (x - x_c)), \quad x \geq x_c;$$

точечная оценка параметров закона распределения $k' = (x_M - x_c) / s^2$ и по k' принимается k_c как ближайшее целое ($k_c = 1, 2, 3, \dots$); $\lambda_{3c} = k_c / (x_M - x_c)$.

Отчет о работе

1. Цель работы
2. Исходные данные
3. Алгоритм компьютерной программы получения случайных чисел
4. Распечатка программы и результатов вычислений
5. Статистический ряд, гистограмма и график функции плотности вероятности теоретического распределения
6. Выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Геронимус, Б.Л. Экономико-математические методы в планировании на автомобильном транспорте / Б.Л. Геронимус, Л.В. Царфин. – М.: Транспорт, 1988. – 192 с.
2. Зайченко, Ю.П. Исследование операций / Ю.П. Зайченко. – Киев: Вища школа, 1988. – 549 с.
3. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Наука, 1988. – 480 с.
4. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 2003. – 479 с.
5. Грипчишин, Я.Т. Алгоритмы и программы на Бейсике / Я.Т. Грипчишин, В.И. Ефимов, А.Н. Ломакович. – М.: Просвещение, 1988. – 160 с.
6. Лабораторные работы по дисциплине «Математические модели в расчетах на ЭВМ» для студентов специальностей 24.01 «Организация перевозок и управление на транспорте» и 24.04 «Организация дорожного движения» / В.Н. Седюкевич, Д.В. Рожанский. – Минск: БГПА, 1993. – 76 с.
7. Лебедева, Г.И. Прикладная математика. Математические модели в транспортных системах / Г.А. Лебедева, Н.А. Микулик. – Минск: Асар, 2009. – 511 с.
8. Седюкевич, В.Н. Математические модели в транспортных системах (конспект лекций): учебное пособие для студентов специальности 1-44 01 01 «Организация перевозок и управление на автомобильном и городском транспорте» [Электронный ресурс] / В.Н. Седюкевич. – Минск: БНТУ, 2009. – Режим доступа: <http://Libsrv24.library.bntu.by/text/trudu/Sedziukevich/konspMMTS.pdf>.
9. Советов, Б.Я. Моделирование систем / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. – М.: Высшая школа, 1985. – 271 с.
10. Харин, Ю.С. Основы имитационного и статистического моделирования / Ю.С. Харин, В.И. Малогин, В.П. Кирлица. – Минск: ДизайнПро, 1997. – 288 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

```
5 CLS
10 PRINT "ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ РИСКА И
НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ"
30 INPUT "Число возможных стратегий (значений) управляе-
мого параметра";K
40 INPUT "Число рассматриваемых состояний среды";N
41 ' *** VS(I,J) - полезность результата при состоянии среды J
относительно стратегии I
42 ' *** P(J) - вероятности состояния среды
43 ' *** EP(J) - полезность для стратегии (ожидаемый эффект)
44 DIM X(K),U(5),V(K,5),VS(K,5),P(5),EP(K)
45 PRINT "X(K)- Значения управляемого параметра"
47 FOR I=1 TO K:PRINT " "I" -ГО":INPUT X(I):NEXT I
50 PRINT "U(J)- Значения параметра состояния среды"
52 FOR I=1 TO N:PRINT " "I" -ГО":INPUT U(I):NEXT I
54 PRINT " *** РАСЧЕТ ЭФФЕКТОВ ***"
56 INPUT "Номер группы на потоке";A
58 INPUT "Порядковый номер студента по списку
группы";BC
60 PRINT "A, BC = ";A,BC
62 B=INT(BC/10):C=BC-B*10
64 PRINT "V(X(I),U(J))- Величины эффекта при указанных
значениях"
66 PRINT "управляемого параметра X(I) и состояниях среды
U(J)"
68 V(1,1)=2*(A+1):V(2,1)=-2+B:V(3,1)=-5+B:V(4,1)=-
18+C:V(5,1)=-25+C
72 FOR I=1 TO K:FOR J=2 TO N
74 V(I,J)=V(I,J-1)+2*J+2*I
75 NEXT J:NEXT I
76 FOR J=1 TO N: P(J)=1/N
77 IF J=1 THEN P(J)=P(J)-0.05
```



```
78 IF J=3 THEN P(J)=P(J)+0.05
80 NEXT J
82 PRINT "    *** ВЫВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ***"
84 PRINT:PRINT" U(J)";:FOR J=1 TO N:PRINT
TAB(J*6)U(J);:NEXT J
86 PRINT:PRINT"X(I)"
88 FOR I=1 TO K:PRINT X(I);:FOR J=1 TO N
90 PRINT TAB(6*J)V(I,J);
92 NEXT J:PRINT
94 NEXT I
95 PRINT "P(J)";:FOR J=1 TO N
96 PRINT TAB(6*J) USING"#.###";P(J);
98 NEXT J:PRINT
300 END
```

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Лабораторная работа № 1. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ ВЕКТОРНОМ КРИТЕРИИ.....	4
Лабораторная работа № 2. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ РИСКА И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ	6
Лабораторная работа № 3. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ В ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМАХ	8
Лабораторная работа № 4. ГЕНЕРАЦИЯ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ ПО РАЗЛИЧНЫМ ЗАКОНАМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ	14
ЛИТЕРАТУРА	22
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	23

Учебное издание

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМАХ

Лабораторный практикум

Составители:

РОЖАНСКИЙ Дмитрий Виленович
СЕДЮКЕВИЧ Владимир Николаевич

Редактор Е.О. Коржуева

Компьютерная верстка Д.А. Исаева

Подписано в печать 21.01.2011.

Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная.

Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 1,51. Уч.-изд. л. 1,18. Тираж 100. Заказ 1150.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет.

ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.

Прспект Независимости, 65. 220013, Минск.