

УДК 621.311

МЕТОД НЬЮТОНА ПРИ ЗАДАНИИ НАГРУЗКИ УЗЛАМИ ТИПА PU

Гославский П.С.

Научный руководитель – старший преподаватель Мышковец Е. В.

Алгоритмы большинства современных расчетов на электронно-вычислительных машинах (ЭВМ) и анализ расчета установившихся режимов электрических сетей (ЭС) и систем передачи электроэнергии базируются на методах первого порядка и их сочетаниях, в первую очередь на методе Ньютона. Основное достоинство метода заключается в быстрой и устойчивой сходимости, что позволяет определить параметры нормальных эксплуатационных, а также тяжелых и близких к предельным электрическим режимов.

Наиболее распространенными в алгоритмах, реализующих метод Ньютона, являются уравнения в форме баланса мощностей. Причина тому - удобство расчета напряжений основных генераторных узлов типа $P, U = \text{const}$.

Рассмотрим решение уравнений узловых напряжений (УУН) в форме баланса мощности в прямоугольной системе координат, которые с учетом уравнений для n -генераторных узлов, имеющих регулирование напряжения (узлы типа PU), в итоге запишем в виде:

$$\omega_{P_i}(\bar{U}', \bar{U}'') = g_{ii}(U_i'^2 + U_i''^2) - \sum_{j=1, j \neq i}^{n+1} g_{ij}(U_i' U_j' + U_i'' U_j'') - \sum_{j=1, j \neq i}^{n+1} b_{ij}(U_i' U_j'' + U_i'' U_j') - P_i = 0, \quad i = \overline{1, n} \quad (1a)$$

$$\omega_{Q_i}(\bar{U}', \bar{U}'') = b_{ii}(U_i'^2 + U_i''^2) - \sum_{j=1, j \neq i}^{n+1} b_{ij}(U_i'' U_j' + U_i' U_j'') - \sum_{j=1, j \neq i}^{n+1} b_{ij}(U_i' U_j'' + U_i'' U_j') - Q_i = 0, \quad i = \overline{1, n} \quad (1б)$$

$$\omega_{Q_i}(\bar{U}', \bar{U}'') = U_i'^2 + U_i''^2 - U_i^2 = 0, \quad i = \overline{1, n_2}, \quad n_1 + n_2 = n \quad (1в)$$

где $\omega_{P_i}, \omega_{Q_i}$ – небаланс активной и реактивной мощности в i -м узле

$Y_{ii} = g_{ii} - jb_{ii}$ – собственная проводимость узлов;

$Y_{ij} = g_{ij} - jb_{ij}$ – взаимная проводимость узлов;

Основу алгоритмов ряда программных комплексов представляет, как правило, полный метод Ньютона, в соответствии с которым решение систем нелинейных уравнений (1) заменяется решением последовательности систем линейных уравнений (СЛУ).

При данном выборе переменных U', U'' получим следующее $2n$ мерное представление СЛУ:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial W_P}{\partial U'} & \frac{\partial W_P}{\partial U''} \\ \frac{\partial W_Q}{\partial U'} & \frac{\partial W_Q}{\partial U''} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \bar{U}' \\ \Delta \bar{U}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{W}_P \\ \bar{W}_Q \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\text{где } \frac{\partial W_P}{\partial U'} = \left[\frac{\partial W_{P_i}}{\partial U'_j} \right], \frac{\partial W_P}{\partial U''} = \left[\frac{\partial W_{P_i}}{\partial U''_j} \right], \frac{\partial W_Q}{\partial U'} = \left[\frac{\partial W_{Q_i}}{\partial U'_j} \right], \frac{\partial W_Q}{\partial U''} = \left[\frac{\partial W_{Q_i}}{\partial U''_j} \right]$$

- квадратные матрицы-блоки размера n производных небалансов активной и реактивной мощностей по действительным и мнимым составляющим напряжений узлов

\bar{W}_P, \bar{W}_Q – вектор-функций небалансов активных и реактивных мощностей в узлах.

$\Delta U', \Delta U''$ - векторы поправок искомым переменных U', U'' .

Для получения матрицы Якоби системы необходимо выражения четырех собственных

$$\frac{\partial W_{P_i}}{\partial U'_i}; \frac{\partial W_{P_i}}{\partial U''_i}; \frac{\partial W_{Q_i}}{\partial U'_j}; \frac{\partial W_{Q_i}}{\partial U''_j}$$

и четырех взаимных элементов

$$\frac{\partial W_{P_i}}{\partial U'_j}; \frac{\partial W_{P_i}}{\partial U''_j}; \frac{\partial W_{Q_i}}{\partial U'_i}; \frac{\partial W_{Q_i}}{\partial U''_i}$$

Производные вычисляются следующим образом:

собственные (диагональные) элементы

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_{P_i}}{\partial U'_i} &= 2g_{ij}U'_i - \sum_{j+1, j \neq i}^{n+1} (g_{ij}U'_j - b_{ij}U''_j) & \frac{\partial \omega_{P_i}}{\partial U''_i} &= 2g_{ii}U'_i - \sum_{j+1, j \neq i}^{n+1} (g_{ij}U''_j - b_{ij}U'_j) \\ \frac{\partial \omega_{Q_i}}{\partial U'_i} &= 2b_{ij}U'_i - \sum_{j+1, j \neq i}^{n+1} (b_{ij}U'_j - g_{ij}U''_j) & \frac{\partial \omega_{Q_i}}{\partial U''_i} &= 2b_{ii}U'_i - \sum_{j+1, j \neq i}^{n+1} (b_{ij}U''_j - g_{ij}U'_j) \end{aligned} \quad (4)$$

взаимные (недиагональные) элементы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_{P_i}}{\partial U'_j} &= -g_{ij}U'_i + b_{ij}U''_i & \frac{\partial \omega_{P_i}}{\partial U''_j} &= -g_{ij}U''_i + b_{ij}U'_i \\ \frac{\partial \omega_{Q_i}}{\partial U'_j} &= -b_{ij}U'_i - g_{ij}U''_i & \frac{\partial \omega_{Q_i}}{\partial U''_j} &= -b_{ij}U''_i + g_{ij}U'_i \end{aligned} \quad (5)$$

Недиагональные элементы матрицы Якоби нулевые, если узел j непосредственно не связан с узлом i . Для схем реальных ЭС размером в несколько сотен узлов n количество ненулевых элементов в матрице Якоби значительно меньше нулевых. Такие матрицы большого размера ($2n \times 2n$) характеризуются как слабозаполненные или разреженные. Заполненность матриц СЛУ аналогично матрице Y для таких схем составляет несколько процентов.

В общем случае, если схема ЭС содержит n_r опорных генераторных узлов типа $P_i, U_i - const$, то в матрице Якоби диагональные элементы производных реактивных небалансов $\partial \omega_{Q_i} / \partial U'_i$; $\partial \omega_{Q_i} / \partial U''_i$ заменяются производными уравнений (1 б) вида:

$$\frac{\partial \omega_{Q_i}}{\partial U'_i} = 2U'_i; \quad \frac{\partial \omega_{Q_i}}{\partial U''_i} = 2U''_i; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

Число уравнений узловых напряжений (1) в этом случае также остаётся равным $2n$.

Решение СЛУ (2) выполняется преимущественно методом упорядоченного исключения переменных по Гауссу, например, с разделением матрицы коэффициентов на верхнюю и нижнюю треугольные части, что может дать значительную экономию в количестве вычислений и объеме памяти, и, в итоге, увеличить точность и скорость решения СЛУ. Отмеченная операция (2) выполняется неоднократно, а поэтому эффективность решения СЛУ во многом определяет эффективность алгоритма Ньютона в целом.

Определение поправок переменных $\Delta U', \Delta U''$ из линеаризованных уравнений (2) соответствует внутреннему итерационному процессу метода Ньютона. Уточнение значений переменных выполняется на внешнем k -м шаге метода в соответствии с выражениями:

$$U_i^{(k)} = U_i^{(k-1)} + \Delta U_i^{(k)}, \quad U''_i^{(k)} = U''_i^{(k-1)} + \Delta U''_i^{(k)}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

При таком выборе переменных для узлов типа $P_i, U_i - const$ неизвестные значения Q_i^r вычисляются в процессе расчета по формуле:

$$Q_i^c = b_{ii}U_i^2 - \sum_{j+1, j \neq i}^{n+1} b_{ij}(U'_i U'_j + U''_i U''_j) + \sum_{j+1, j \neq i}^{n+1} g_{ij}(U'_i U'_j - U''_i U''_j), \quad i = 1, 2, \dots, n_2$$

Модуль напряжения U_i в опорных узлах поддерживается неизменным, если расчётные значения реактивной мощности Q_i находятся в допустимых пределах: $Q_i^{\min} \leq Q_i \leq Q_i^{\max}$. Другими словами, напряжение может поддерживаться неизменным только при наличии достаточного резерва реактивной мощности в узле. Если полученное значение Q_i^F таково, что нарушаются указанные ограничения то расчетная величина Q_i^F заменяется нарушенным предельным значением Q_i^{\max} или Q_i^{\min} . Данный генераторный узел становится неопорным ($P_i, U_i - const$), а его напряжение как зависимая величина определяется из решения СЛУ (2). Выполняется смена состава зависимых и независимых переменных генераторных узлов (смена базиса). Определяются по (7) новые значения переменных, в том числе напряжение неопорного генераторного узла, т.е.:

$$U_i^z = \sqrt{U_i'^2 + U_i''^2}$$

После того как на k -й итерации получены значения неизвестных $U^{(k)}, U''^{(k)}$ и соответствующие им невязки уравнений (1), расчет напряжений заканчивается, если погрешность балансирования уравнений не более допустимой величины η :

$$\omega_i(U^{(k)}) = \sqrt{\omega_{P_i}^2(U^{(k)}) + \omega_{Q_i}^2(U^{(k)})} \leq \eta, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

Величина допустимой невязки УУН зависит от назначения расчета, класса номинального напряжения рассчитываемой сети и других факторов. Так, при расчете режимов местных и районных ЭС значения η следует принять в пределах 0.1 – 0.5 МВ·А.

В итоге отметим, что итерационный процесс вычисления напряжений методом Ньютона осуществляется в соответствии со следующей схемой:

- а) определение расчетных мощностей узлов и небалансов уравнений (1);
- б) вычисление элементов, формирование матрицы Якоби (4) – (6) и решение линейаризованных уравнений (2);
- в) уточнение искомых напряжений в узлах по (7);
- г) контроль точности решения в соответствии (9) и так далее до сходимости итерационного процесса или фиксации его расходимости.

Расчет практической задачи проведем в программе RastrWin3, так как внутренний цикл расчета в программе производится по методу Ньютона. Схема и исходные данные приведены на рисунке 1.

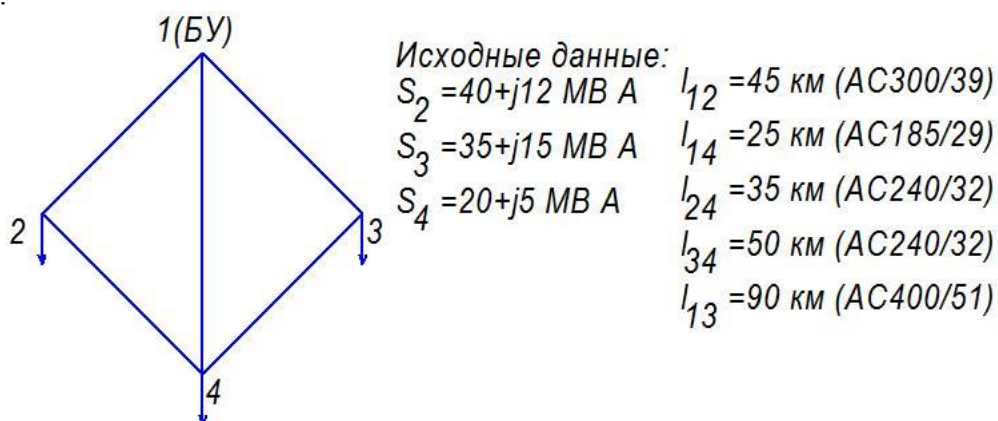


Рисунок 1 – Схема электрической сети и ее исходные данные

Узел 1 задается как балансирующий, узлы 2 и 3 принимаются за генераторные, узел 4 как нагрузочный. Предел регулирования значений для генераторных узлов примем в

пределах от $Q_i^{\min} = -0.5P_i$ и $Q_i^{\max} = 0.5P_i$. Тогда таблица с данными для ветвей и узлов в программе RastrWin3 запишется в следующем виде:

Таблица 1 – Параметры ветвей и узлов в программе RastrWin3

Ветви																		
O	S	Тип	N_нач	N_кон	N_л	I...	Название	R	X	B	Кт/л	N_янк	БД...	P_нач	Q_нач	Na	I max	I загр.
1		ЛЭП	1	2			-	4,41	19,30	-118,0				-33	10		92	
2		ЛЭП	2	4			-	6,75	37,80	-243,0				7	6		23	
3		ЛЭП	3	4			-	6,05	21,75	-130,0				-2	9		24	
4		ЛЭП	1	4			-	4,24	15,22	-91,0				-25	12		73	
5		ЛЭП	1	3			-	4,05	10,32	-68,8				-32	7		85	

Узлы																		
O	S	Тип	Номер	Название	U_ном	N...	Район	P_н	Q_н	P_г	Q_г	V_зд	Q_min	Q_max	V_ш	V	Delta	Тер...
1		База	1		220					90,3	-29,4					220,00		
2		Ген	2		220			40,0	12,0		11,1	220,0	-20,0	20,0		220,00	-0,80	
3		Ген+	3		220			30,0	15,0		10,0	220,0	-10,0	10,0		219,67	-0,42	
4		Нагр	4		220			20,0	5,0		9,7					220,21	-0,50	

Как видно из таблицы «узлы» в узле 2 генерации реактивной мощности достаточно, чтобы поддерживать напряжение в заданном значении, а вот в узле 3 генерации реактивной мощности недостаточно, поэтому значение реактивной мощности принимается предельным для этого диапазона и этот узел становится неопорным, а его напряжение как зависимая величина определяется из решения СЛУ.

Схема электрической сети с рассчитанными параметрами приведена на рисунке 2.

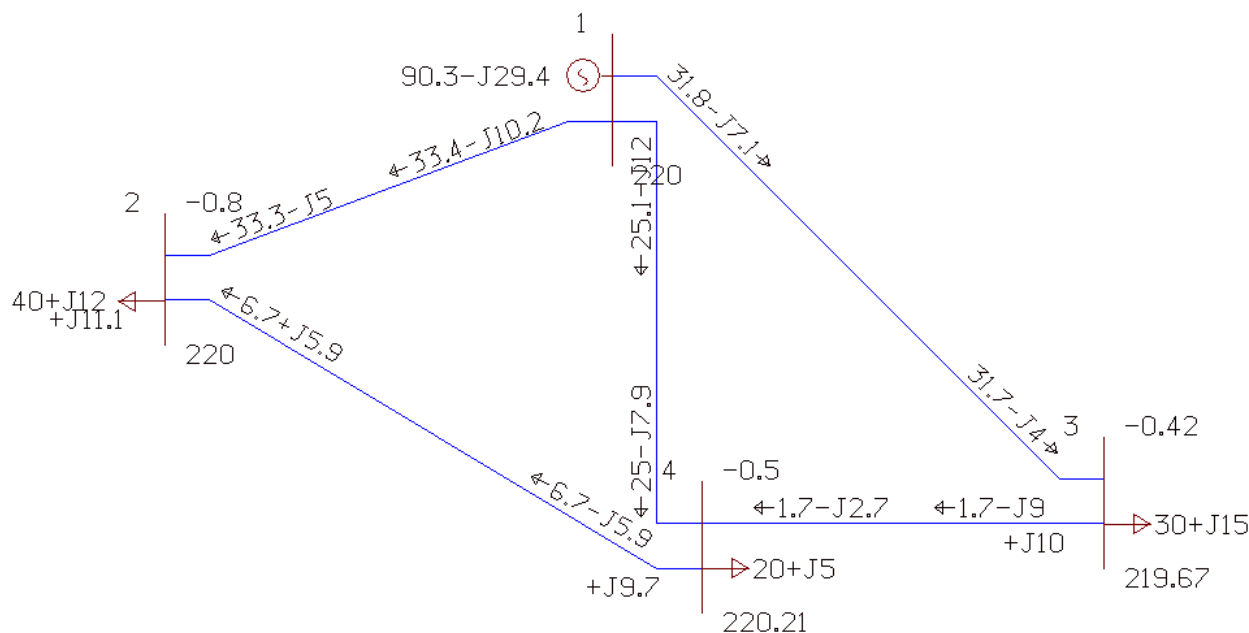


Рисунок 2 – Схема электрической сети в программе RastrWin3

Литература

1. Герасименко А.А., Федин В.Т. Передача и распределение электрической энергии/ Герасименко А.А., Федин В.Т. – Изд. 2-е – Ростов н/Д: Феникс, 2008. – 715, [2]с. – (Высшее образование).