

УДК 621.311

АНАЛИЗ ОПЕРАЦИЙ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ УЗЛОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ МЕТОДОМ ГАУССА И ПРИ РАСЧЕТЕ РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Зайцев П.А.

Научный руководитель – м.т.н., старший преподаватель Волков А.А.

Для расчета режима электрической сети необходимо составить систему уравнений узловых напряжений. Данная система может быть решена различными способами, в том числе методом Гаусса. Метод основан на приведении матрицы системы уравнений к треугольному виду посредством преобразований ее строк, а затем решению полученной системы уравнений, и, таким образом, состоит из двух этапов. Первый этап (прямой ход метода Гаусса) состоит из $(n-1)$ шагов исключения. На первом шаге первое уравнение системы используется для исключения первого неизвестного из всех последующих уравнений. На втором этапе (обратный ход метода Гаусса) вычисляются неизвестные. То есть после первого шага по методу Гаусса во всех уравнениях, начиная со второго, коэффициенты при первом неизвестном будут равны нулю. Возникает вопрос - если для схемы мы можем составить систему уравнений, то можно ли провести обратную операцию и для полученной после первого шага преобразований системы уравнений изобразить соответствующую схему электрической сети?

Из курса «Теоретические основы электротехники» мы знаем, что для расчета режима может быть применен метод эквивалентных преобразований, согласно которому электрическую сеть или ее часть заменяют более простой по структуре электрической сетью. Поэтому второй вопрос, на который предстоит ответить в данной работе, заключается в следующем - существует ли связь между операциями, осуществляемыми при решении узловых уравнений по методу Гаусса и по методу эквивалентных преобразований?

Проведем расчеты по этим двум методам для простейшей электрической сети переменного тока (рисунок 1) при задании нагрузок в токах.

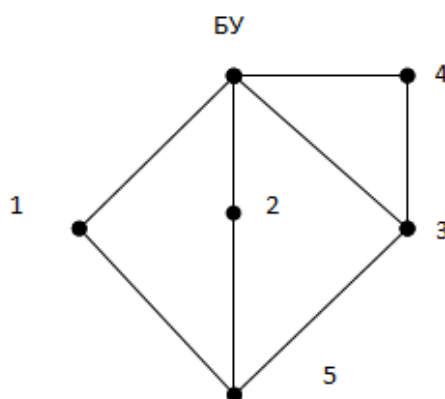


Рисунок 1 – Схема электрической сети

Номинальное напряжение электрической сети равно 110 кВ, а напряжение в балансирующем узле (БУ) принимаем равным 119 кВ.

Метод Гаусса.

В матричной форме система уравнений узловых напряжений имеет вид:

$$Y_{\Sigma} \cdot U_{\Delta} = J.$$

Для рассматриваемого примера матрицы узловых проводимостей и задающих токов:

$$Y_y = \begin{pmatrix} 0.053 - 0.081i & 0 & 0 & 0 & -0.019 + 0.033i \\ 0 & 0.046 - 0.121i & 0 & 0 & -0.02 + 0.034i \\ 0 & 0 & 0.07 - 0.19i & -0.023 + 0.049i & -0.021 + 0.054i \\ 0 & 0 & -0.023 + 0.049i & 0.046 - 0.107i & 0 \\ -0.019 + 0.033i & -0.02 + 0.034i & -0.021 + 0.054i & 0 & 0.06 - 0.121i \end{pmatrix} J = \begin{pmatrix} -0.218 + 0.124i \\ 0 \\ 0.482 - 0.361i \\ -0.4 + 0.131i \\ -0.373 + 0.17i \end{pmatrix}$$

В результате первого шага прямого хода метода Гаусса получаем преобразованные матрицы:

$$Y_{y1} := \begin{pmatrix} 0.053 - 0.081i & 0 & 0 & 0 & -0.019 + 0.033i \\ 0 & 0.046 - 0.121i & 0 & 0 & -0.02 + 0.034i \\ 0 & 0 & 0.07 - 0.19i & -0.023 + 0.049i & -0.021 + 0.054i \\ 0 & 0 & -0.023 + 0.049i & 0.046 - 0.107i & 0 \\ 0 & -0.02 + 0.034i & -0.021 + 0.054i & 0 & 0.053 - 0.108i \end{pmatrix} J_1 := \begin{pmatrix} -0.218 + 0.124i \\ 0 \\ 0.482 - 0.361i \\ -0.4 + 0.131i \\ -0.456 + 0.223i \end{pmatrix}$$

В результате четвертого шага прямого хода метода Гаусса получаем преобразованные матрицы:

$$Y_{y4} := \begin{pmatrix} 0.053 - 0.081i & 0 & 0 & 0 & -0.019 + 0.033i \\ 0 & 0.046 - 0.121i & 0 & 0 & -0.02 + 0.034i \\ 0 & 0 & 0.07 - 0.19i & -0.023 + 0.049i & -0.021 + 0.054i \\ 0 & 0 & 0 & 0.039 - 0.095i & -6.835 \times 10^{-3} + 0.014i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.038 - 0.081i \end{pmatrix} J_4 := \begin{pmatrix} -0.218 + 0.124i \\ 0 \\ 0.482 - 0.361i \\ -0.264 + 0.047i \\ -0.356 + 0.127i \end{pmatrix}$$

Искомые значения падений напряжения в узлах относительно напряжения в балансирующем узле находим при реализации обратного хода метода Гаусса:

$$U_{\Delta_5} := \frac{(Y_{yJ^T})_{(5,6)}}{(Y_{yJ^T})_{(5,5)}} = -2.97 - 2.996i$$

$$U_{\Delta_4} := \frac{(Y_{yJ^T})_{(4,6)} - (Y_{yJ^T})_{(4,5)} \cdot U_{\Delta_5}}{(Y_{yJ^T})_{(4,4)}} = -1.812 - 2.701i$$

$$U_{\Delta_3} := \frac{(Y_{yJ^T})_{(3,6)} - (Y_{yJ^T})_{(3,5)} \cdot U_{\Delta_5} - (Y_{yJ^T})_{(3,4)} \cdot U_{\Delta_4}}{(Y_{yJ^T})_{(3,3)}} = 1.252 - 0.016i$$

$$U_{\Delta_2} := \frac{(Y_{yJ^T})_{(2,6)} - (Y_{yJ^T})_{(2,5)} \cdot U_{\Delta_5} - (Y_{yJ^T})_{(2,4)} \cdot U_{\Delta_4} - (Y_{yJ^T})_{(2,3)} \cdot U_{\Delta_3}}{(Y_{yJ^T})_{(2,2)}} = -0.744 - 1.052i$$

$$U_{\Delta_1} := \frac{(Y_{yJ^T})_{(1,6)} - (Y_{yJ^T})_{(1,5)} \cdot U_{\Delta_5} - (Y_{yJ^T})_{(1,4)} \cdot U_{\Delta_4} - (Y_{yJ^T})_{(1,3)} \cdot U_{\Delta_3} - (Y_{yJ^T})_{(1,2)} \cdot U_{\Delta_2}}{(Y_{yJ^T})_{(1,1)}} = -3.53 - 2.3i$$

Тогда напряжения в узлах равны, кВ:

$$U_y := U_{\Delta} + U_{bu} \cdot e_{din} = \begin{pmatrix} 115.47 - 2.3i \\ 118.256 - 1.052i \\ 120.252 - 0.016i \\ 117.188 - 2.701i \\ 116.03 - 2.996i \end{pmatrix}$$

Метод эквивалентных преобразований.

При исключении узла между каждой парой узлов i и j , смежных исключаемому узлу n , включается дополнительная ветвь. Взаимная проводимость новой эквивалентной ветви между узлами i и j определяется по формуле [1]:

$$Y_{i,j} := Y_{i,j} - \frac{Y_{n,j} \cdot Y_{i,n}}{Y_{n,n}}$$

Нагрузка в исключаемом узле перераспределяется в смежные узлы, и рассчитывается по формуле [1]:

$$J_i := J_i - \frac{J_n \cdot Y_{i,n}}{Y_{n,n}}$$

Исключаем узел 1. Схема электрической сети после исключения узла 1 представлена на рисунке 2.

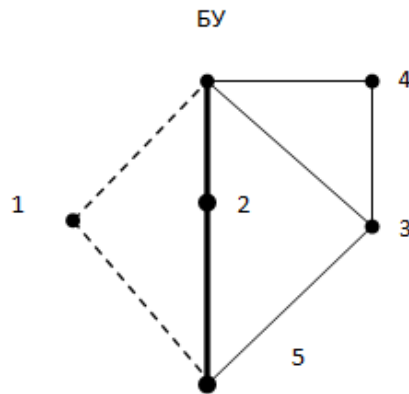


Рисунок 2 – Схема электрической сети

На рисунке 2 линии, изображённые штриховой линией удаляются из схемы при удалении узла. Линии, изображённые толстой линией - это линии у которых меняется проводимость при удалении узла.

Рассчитаем нагрузки и проводимости смежных узлов и ветвей:

$$\begin{aligned}
 J_5 &:= J_5 - \frac{J_1 \cdot Y_{5,1}}{Y_{1,1}} = -0.456 + 0.223i & Y_{5,3} &:= Y_{5,3} - \frac{Y_{1,3} \cdot Y_{5,1}}{Y_{1,1}} = -0.021 + 0.054i \\
 Y_{5,5} &:= Y_{5,5} - \frac{Y_{1,5} \cdot Y_{5,1}}{Y_{1,1}} = 0.053 - 0.108i & Y_{5,2} &:= Y_{5,2} - \frac{Y_{1,2} \cdot Y_{5,1}}{Y_{1,1}} = -0.02 + 0.034i \\
 Y_{5,4} &:= Y_{5,4} - \frac{Y_{1,4} \cdot Y_{5,1}}{Y_{1,1}} = 0 & Y_{5,1} &:= Y_{5,1} - \frac{Y_{1,1} \cdot Y_{5,1}}{Y_{1,1}} = 0
 \end{aligned}$$

После исключения узла 1 получаем схему, представленную на рисунке 3 и соответствующие матрицы узловых проводимостей и токов нагрузок:

$$Y1 = \begin{pmatrix} 0.046 - 0.121i & 0 & 0 & -0.02 + 0.034i \\ 0 & 0.07 - 0.19i & -0.023 + 0.049i & -0.021 + 0.054i \\ 0 & -0.023 + 0.049i & 0.046 - 0.107i & 0 \\ -0.02 + 0.034i & -0.021 + 0.054i & 0 & 0.053 - 0.108i \end{pmatrix} \quad J1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.482 - 0.361i \\ -0.4 + 0.131i \\ -0.456 + 0.223i \end{pmatrix}$$

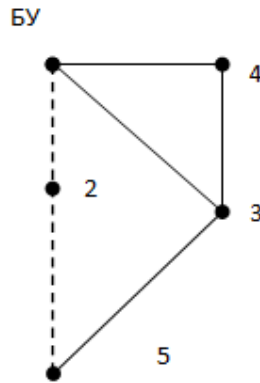


Рисунок 3 – Схема электрической сети

В дальнейшем подобным образом исключаем последовательно узлы 2,3 и 4. В результате проводимых операций получаем схему, представленную на рисунке 4.

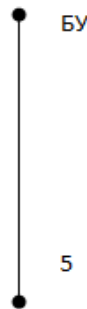


Рисунок 4 – Схема электрической сети после преобразований

Для данной схемы соответствующие матрицы узловых проводимостей и токов нагрузок:

$$Y_4 = (0.038 - 0.081i) \quad J_4 = (-0.356 + 0.127i)$$

Расчёт напряжений будем проводить так называемой "развёрткой". То есть из последней схемы мы найдём напряжение в 5 узле, из предыдущей схемы в узле 4 и так далее.

$$U_5 := \frac{J_5 + U_{6y} \cdot Y_{5,5}}{Y_{5,5}} = 116.03 - 2.996i$$

$$U_4 := \frac{J_4 + U_{6y} \cdot Y_{4,4} + (U_{6y} - U_5) \cdot Y_{44,5}}{Y_{4,4}} = 117.188 - 2.701i$$

$$U_3 := \frac{J_3 + U_{6y} \cdot Y_{3,3} + (U_{6y} - U_5) \cdot Y_{33,5} + (U_{6y} - U_4) \cdot Y_{33,4}}{Y_{3,3}} = 120.252 - 0.016i$$

$$U_2 := \frac{J_2 + U_{6y} \cdot Y_{2,2} + (U_{6y} - U_5) \cdot Y_{22,5}}{Y_{2,2}} = 118.256 - 1.052i$$

$$U_1 := \frac{J_1 + U_{6y} \cdot Y_{1,1} + (U_{6y} - U_5) \cdot Y_{11,5}}{Y_{1,1}} = 115.47 - 2.3i$$

В результате расчётов мы получили напряжения, которые совпадают со значениями, полученными при расчёте методом Гаусса.

Выводы:

1) метод Гаусса и метод эквивалентных преобразований имеют схожую методику нахождения неизвестных и позволяют получить одинаковые результаты. Однако эти методы имеют и значительные различия.

2) метод Гаусса является универсальным методом решения систем линейных алгебраических уравнений. Порядок вычислений по этому методу не зависит от физического смысла величин, составляющих данную систему. Метод эквивалентных преобразований является методом расчета режима электрических сетей. Действия, выполняемые по этому методу, зависят от конфигурации схемы электрической сети.

3) метод Гаусса удобнее использовать при расчёте на ЭВМ, а при использовании метода эквивалентных преобразований мы получаем наглядную демонстрацию свёртки схемы на каждом этапе расчётов.

Литература

1. Меркурьев Г.В., Шаргин Ю.М. Устойчивость энергосистем. Расчеты: Монография. - СПб.: НОУ "Центр подготовки кадров энергетики", 2006. - 300 с.