Министерство народного образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

Кафедра „Технология машиностроения“

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям по дисциплине „Теория автоматического управления технологическими системами“ для студентов специальности 12.01 — „Технология машиностроения“

Минск 1992

Министерство народного образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКАЯ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ
Кафедра "Технология машиностроения"

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям по дисциплине
"Теория автоматического управления
технологическими системами" для студентов
специальности I2.0I – "Технология машиностроения"

Минск I992

УДК 621.002:658.012.011. 5(075,4)

Методические указания к практическим занятиям подготовлены в соответствии с учебным планом.

Содержание практических занятий соответствует типовой программе дисциплины "Теория автоматического управления", утвержденной учебно-методическим объединением по специальностям автоматизированного машиностроительного производства Государственного комитета СССР по народному образованию от 21.02.89 г.

В работе изложены основные методические положения и рекомендации по практическому использованию основ теории автоматического управления линейными САУ, приведены решения задач и рекомендуемая литература, а также излагаются содержание и порядок выполнения практических занятий.

Методические указания направлены на закрепление знаний по теории автоматического управления и приобретению навыков их практического применения.

Составители:
Г.П.Комлик, И.В.Коновалов, И.С.Фролов

Рецензенты:
И.И.Демидович, И.А.Каштальян

В в е д е н и е

Программа практических занятий по дисциплине "Теория автоматического управления технологическими системами" направлена на закрепление знаний основ ТАУ и ознакомление с приемами и способами их практического использования для линейных САУ: составление уравнений динамики, структурных схем систем управления, определения их передаточных функций, анализа устойчивости и т.д. Изучение основных понятий ТАУ предполагает знание студентами основ электротехники и электроники, высшей математики и теоретической механики, а также знакомство с элементами и устройствами автоматики из других дисциплин.

Студенты обязаны заранее готовиться к проведению каждого занятия. Эта подготовка включает: изучение теоретического материала по теме занятия путем самостоятельной работы с рекомендуемой литературой; усвоение основных понятий, определений и методических указаний по данному практикуму; самопроверка по контрольным вопросам к занятию.

Контроль знаний студентов осуществляется путем устного опроса, письменных контрольных работ и результатов расчета соответствующих примеров.

Отчеты по практическим занятиям оформляются разборчиво и аккуратно на листах писчей бумаги формата А4. Отчеты проверяются и подписываются преподавателем по мере их оформления, но не позже следующего занятия. Все отчеты по практическим занятиям предъявляются преподавателю при сдаче зачета.

П р а к т и ч е с к о е з а н я т и е № I

СХЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ РАЗЛИЧНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Цель работы: ознакомление с видами и типами схем различного назначения, основными требованиями к их выполнению.

Основные понятия и определения

Исполнительные органы рабочих машин, технологических установок и агрегатов приводятся в движение с помощью электро-, гидро- и пневмодвигательных устройств в основном с механическими передачами. Весь этот комплекс различных автоматических устройств и элементов, соединенных электрическими, гидравлическими, пневматическими и механическими /кинематическими/ связями, изображают на чертежах схемами различного назначения. Виды и типы схем (табл. I.I), общие требования к их выполнению устанавливает ГОСТ 2.701-76.

Таблица I.I

Виды и типы схем

Виды схем		Типы схем	
Электрические	Э	Структурные	I
Гидравлические	Г	Функциональные	2
Пневматические	П	Принципиальные	3
Кинематические	К	Соединений	4
Оптические	Л	Подключения	5
Вакуумные	В	Общие	6
Газовые	Х	Расположения	7
Автоматизации	А	Прочие	8
Энергетические, комбинированные	С	Объединенные	0

Виды схем зависят от устройств, элементов и связей, входящих в состав изделия. Эти схемы разрабатываются для механических, электрических, гидравлических и других систем, а также для технологических установок и агрегатов, в которых различные устройства и элементы могут быть взаимосвязаны между собой. Типы схем зависят от устройств и элементов назначения. Вид и тип схемы определяют ее наименование и шифр. Например, схема электрическая /вид/ структурная /тип/ имеет шифр ЭI; схема гидравлическая принципиальная - шифр Г3.

Рассмотрим основные типы схем.

Структурная схема определяет основные функциональные части изделия, их назначение и взаимосвязи.

Функциональная схема разъясняет определенные процессы, протекающие в отдельных функциональных частях или в изделии в целом.

Принципиальная схема определяет полный состав элементов функциональных частей изделия и связи между ними и, как правило, дает детальное представление о принципах работы изделия.

Схема соединений показывает соединения составных частей изделия и определяет провода, жгуты, кабели, шины или трубопроводы, которыми осуществляются эти соединения, а также места их присоединения и ввода.

Схема подключений показывает внешние подключения составных частей изделия между собой или с устройствами и элементами, расположенными на технологической установке, и определяет провода, жгуты, кабели или трубопроводы, которыми осуществляются подключения.

Общая схема определяет составные части комплекса, а также соединяющие их провода, жгуты, кабели или трубопроводы.

Схема расположения показывает относительное расположение составных частей изделий на технологической установке и вне ее, а при необходимости также проводов, жгутов, кабелей, шин или трубопроводов, соединяющих их.

Методические указания

При изучении систем автоматического управления САУ наибольшее значение имеют структурные, функциональные и принципиальные схемы.

Структурные схемы разрабатываются при проектировании систем управления на стадиях, предшествующих разработке схем других типов, и используются при анализе и синтезе систем на стадии разработки и для общего ознакомления с ними в условиях эксплуатации.

На структурной схеме изображают все основные устройства системы или их функциональные части, группы, элементы и основные взаимосвязи между ними. Устройства, функциональные части и элементы изображаются в виде прямоугольников или условных графических обозначений, соединенных линиями связи, дающих представление о взаимосвязи устройств, функциональных частей и элементов изделия. На линиях связи стрелками обозначаются направления хода процессов, т.е. направления сигналов управления и обратных связей, параметров и координат системы. Наименования самих функциональных элементов указываются внутри прямоугольников, изображающих элемент.

Пример электрической структурной схемы приведен на рис. I.I, где AS - задающее устройство; AW - суммирующий элемент; U - преобразующее устройство (управляемый преобразователь); M - электродвигатель; ПУ - передаточное устройство; ИО - исполнительный орган; BV - датчик обратной связи по скорости.

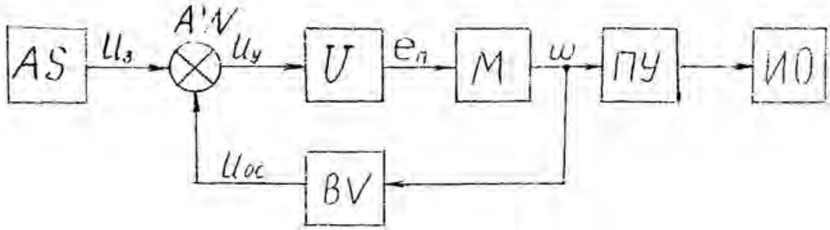

Рис.I.I. Структурная схема электропривода главного движения

При большом количестве функциональных элементов допускается вместо наименований, обозначений и типов проставлять порядковые номера, как правило, слева направо и сверху вниз. Номера можно проставлять в прямоугольниках и над ними. В этом случае на чертеже наименования элементов, соответствующие номеру, указываются в таблице, помещаемой над основной надписью.

Гидравлическая структурная схема показана на рис.I.2, где I - задающее устройство /копир/; 2 - следящий золотник; 3 - элемент сравнения; 4 - гидроусилитель; 5 - гидроцилиндр; 6 - суппорт.

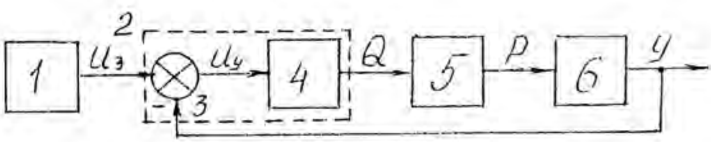

Рис.I.2. Структурная схема гидропривода подачи

Функциональные схемы используются для изучения принципов работы элементов, устройств и систем, а также при их наладке, регулировке, контроле и ремонте. На функциональной схеме изображаются функциональные элементы и части системы или отдельные устройства и функциональные группы, участвующие в процессе, иллюстрируемом схемой, и связи между этими частями или конкретные электрические, магнитные и механические соединения (провода, обмотки, валы и т.д.).

Функциональные элементы на такой схеме, как правило, изображаются в виде условных графических обозначений. Отдельные устройства или элементы допускается изобрежать прямоугольниками.

Графическое построение схемы должно давать наиболее наглядное представление о последовательности процессов, иллюстрируемых схемой. При этом функциональные группы, устройства и элементы, изображенные на функциональной схеме прямоугольниками или в виде условных графических обозначений, должны иметь наименование, обозначение или тип. Все это рекомендуется вписывать в прямоугольники.

Пример электрической функциональной схемы автоматизированного электропривода постоянного тока показан на рис.I.3.

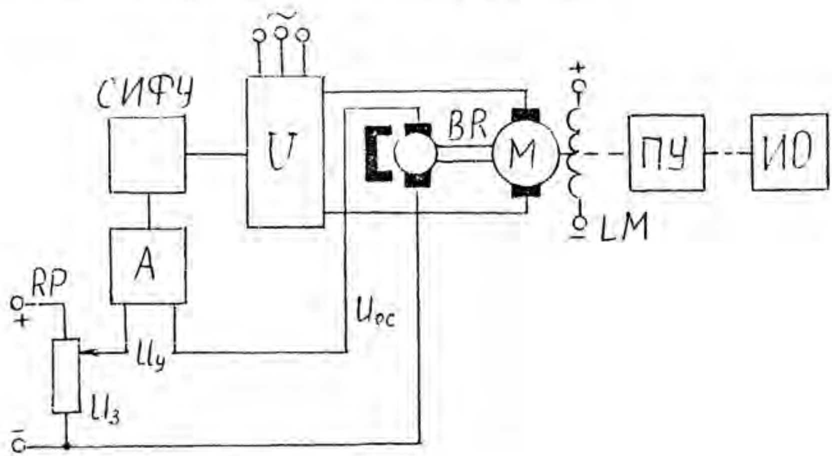

Рис.I.3.Функциональная схема электропривода главного движения

Схема содержит управляемый тиристорный преобразователь напряжения U с системой импульсно-фазового управления тиристорами СИФУ и двигатель постоянного тока независимого возбуждения М, механическая мощность от которого через передаточное устройство ПУ передается исполнительному органу ИО. Обратная связь по скорости двигателя осуществляется датчиком скорости, в качестве которого принят тахогенератор BR. Задающее напряжение $И_з$ снимается с датчика скорости RP потенциометрического типа. Сигнал управления $И_у$ усиливается усилителем А.

Принципиальные схемы служат основанием для разработки других конструкторских документов, например схем соединений, подключений и т.д. Ими пользуются для изучения работы САУ, а также при их наладке, регулировке, контроле и ремонте.

На принципиальной схеме изображают все элементы или устройства, необходимые для осуществления и контроля в системе заданных статических и динамических процессов и все связи между ними.

Элементы и устройства на принципиальной схеме изображают в виде условных графических обозначений по ЕСКД. Сложные устройства, имеющие свои принципиальные схемы, разрешается вычерчивать в виде прямоугольника или другого обозначения с выходными цепями. ГОСТ устанавливает графические обозначения общего применения для электрических, гидравлических, пневматических и кинематических схем и специальные обозначения для каждого вида схем.

Всем элементам,устройствам и функциональным частям, изображенным на схеме, присваиваются буквенно-цифровые позиционные обозначения. Они содержат информацию о виде элемента, устройства, функциональной части /буквенное обозначение/ и их порядковых номерах в пределах данного вида.

Правила построения и выполнения схем различных видов и типов установлены стандартами ЕСКД, например:

ГОСТ 2.701-76 Схемы. Виды и типы. Общие требования к выполнению.

ГОСТ 2.702-75 Правила выполнения электрических схем.

ГОСТ 2.703-68 Правила выполнения кинематических схем.

ГОСТ 2.704-76 Правила выполнения гидравлических и пневматических схем.

ГОСТ 23336-78 Машины вычислительные аналоговые и аналогово-цифровые. Правила выполнения схем моделирования.

Основные правила выполнения электрических схем всех типов: структурных, функциональных, принципиальных, схем соединений, подключения, общих, расположения определяются ГОСТ 2.702-75.

Элементы электрических принципиальных схем показывают условными графическими обозначениями, установленными стандартами ЕСКД /ГОСТ 2.721 ... 2.756/. Некоторые сведения об этих обозначениях, наиболее часто встречающихся в схемах, приведены в /I,2/.

Особенности оформления электрических схем цифровой вычислительной техники определяются в соответствии с требованиями ГОСТ 2.751-73, 2.702-75, 2.708-81 и 2.743.82.

Позиционные обозначения электрических принципиальных схем регламентированы ГОСТ 2.710-81 и публикациями Международной электротехнической комиссии № 113-2 и 204-1, которые вводят единообразие в построение обозначений, ориентированное на применение машинных способов обработки информации. Позиционное обозначение состоит в общем случае из трех частей, имеющих самостоятельное смысловое значение. В первой части указывают вид элемента /устройства, функциональной части/ одной или двумя буквами, например, U - преобразователь электрической величины в электрическую; BV - датчик скорости, RP - потенциометр. Во второй части - порядковый номер элемента /устройства, функциональной части /в пределах данного вида, например, R1,R2, ..., R7 - резисторы. В третьей части допускается использовать дополнительное буквенное обозначение - для указания функционального назначения, например, C4J - конденсатор C4, используемый как интегрирующий /1,2/.

ГОСТ 2.704-76 устанавливает правила выполнения для гидравлических, пневматических и комбинированных /пневмогидравлических/ схем установленных типов - структурных, принципиальных и др.

Элементы и устройства на принципиальных схемах изображают в виде условных графических обозначений /ГОСТ 2.721,2.780... 2.793/. Наиболее употребительные обозначения даны в /1/.

На комбинированной схеме элементы гидравлики или пневматики изображают в виде условных графических обозначений или в виде прямоугольников в зависимости от типа схемы.

Позиционные обозначения этих схем представляют собой сокращенное наименование элемента /устройства/, составленное из его начальных или характерных букв, например, К - клапан; рДР - дроссель, и соответствующего порядкового номера.

Кинематические схемы в зависимости от основного назначения подразделяются на структурные, функциональные и принципиальные. Правила выполнения кинематических схем устанавливают стандарты: 2.701-76, 2.703-68, 2.770-68, 2.721-74.

На кинематической принципиальной схеме механизма с помощью условных графических обозначений или упрощенных контурных очертаний показывают совокупность кинематических элементов и их соединений. Схема показывает, как осуществляется регулирование, управление и контроль заданных движений исполнительного органа.

Буквенные коды /например, В - валы; К - элементы рычажных механизмов/ и наиболее употребительные графические обозначения для кинематических схем даны в /I/.

Порядок выполнения работы:I) изучить виды и типы схем различного назначения; 2) изучить основные правила выполнения структурных, функциональных и принципиальных схем; 3) рассмотреть примеры схем различного назначения; 4) ознакомиться с основными правилами применения буквенно-цифровых позиционных обозначений для электрических, гидравлических, пневматических и кинематических схем.

Содержание отчета: I) название работы и ее цель; 2) виды и типы схем, общие требования к их выполнению; 3) примеры различного назначения; 4) основные стандарты ЕСКД по построению и выполнению схем различных видов и типов.

Контрольные вопросы

I. Какие виды и типы схем определены ГОСТом? Их условные обозначения.

2. Что изображается на структурных схемах?

3. Что изображается на функциональных схемах?

4. Что изображается на принципиальных схемах?

5. Каковы основные общие требования к выполнению схем?

Практическое занятие №2
ПОСТРОЕНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТОВ И СИСТЕМ

Цель работы: изучение статических свойств объектов, элементов и систем управления, правил определения и построения их статических характеристик.

Основные понятия и определения

САУ может быть представлена двумя основными частями: объектом управления /ОУ/ и управляющим устройством /УУ/. На рис.2.I показана простейшая схема разомкнутой системы, где $И_з$ – задающее воздействие; X – управляющее воздействие; Y – контролируемое возмущающее воздействие; Z - неконтролируемое возмущающее воздействие; У - управляемая величина.

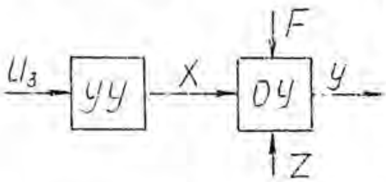

Рис.2.1. Система автоматического управления

В качестве ОУ может рассматриваться любой технологич ский агрегат /например, металлорежущий станок, промышленный робот, транспортный конвейер, бункер-накопитель и т.д./.

Состояние ОУ определяется рядом величин, характеризующих как воздействие на объект внешней среды и управляющих устройств, так и протекание процессов внутри самого объекта.

В общем случае ОУ может быть представлен схемами, показанными на рис.2.2.

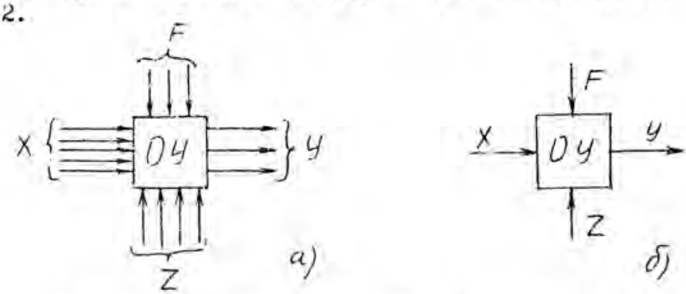

Рис.2.2. Объект управления: а - многосвязный; б) односвязный

Совокупность управляющих воздействий обозначена вектором $X=\{X_1, X_2, \ldots X_n\}$; управляемых величин - вектором $У=\{У_1, У_2, \ldots У_m\}$; контролируемых внешних возмущающих воздействий - вектором $Z=\{z_1, z_2, \ldots z_r\}$; неконтролируемых внешних возмущающих воздействий - вектором $F=\{f_1, f_2, \ldots f_k\}$.

При наличии нескольких взаимно связанных координат векторов X и У объект называется многосвязным /рис.2.2а/. Если же ОУ характеризуется одной управляющей и одной управляемой величинами, т.е. векторы X и У имеют по одной координате, то объект называется односвязным или простым /рис.2.2б/.

Каждый ОУ может рассматриваться в условиях статики и динамики. В первом случае основные параметры, характеризующие условия протекания технологического процесса /например, скорость, усилие, температура и т.п./, в установившемся состоянии остаются неизменными. При этом каждому значению входной величины ОУ в установившемся состоянии соответствует определенное значение его выходной величины. Характеристиками объекта являются зависимости управляемых величин от внешних воздействий $У = \{X, Z, F\}$.

При изучении статики основной интерес представляет зависимость управляемой величины У от управляющего воздействия X. Эта зависимость $У = f(X)$ называется статической характеристикой ОУ. Ее обычно изображают графически.

По статической характеристике объекта выбирают его рабочий режим и допускаемые диапазоны изменений входных и выходных координат.

Статические характеристики ОУ могут быть линейными, с различными коэффициентами наклона, и нелинейными /рис.2.3а/, причем большинство реальных объектов обычно имеют нелинейные статические характеристики.

Статические характеристики ОУ позволяют оценить степень связи между различными входными и выходными величинами объекта. Например, на рис.2.3б видно, что выходная величина $У_I$ зависит от входной величины X значительно больше, чем другие выходные величины.

Если выходная величина ОУ зависит от нескольких входных величин, то статическая характеристика объекта представляет собой не одну кривую, а семейство кривых /рис.2.3в/.

Статические характеристики могут быть монотонными, когда $dУ/dX$ нигде не меняет знака /рис.2.3г и д/, и экстремальными, когда при некоторых, обычно оптимальных, значениях управляющей величины $X=X_{опт}$ производная $dУ/dX = 0$ меняет знак /рис.2.3е/.

Элементы /звенья/ САУ - это части или компоненты системы, условно принятые неделимыми (например, усилитель, датчик и т.д.).

Статической характеристикой элемента называется зависимость между его выходной У и входной X величинами в установившемся режиме, т.е. это уравнение статики $У = f(X)$.

Под входной величиной понимается воздействие, приложенное к входу элемента, а под выходной - величину на его выходе.

Элементы, применяемые в САУ, обладают детектирующим свойством, т.е. каждый последующий элемент системы не оказывает обратной реакции на предыдущий /сигнал от одного элемента к другому передается в одном направлении/.

Статическая характеристика элемента называется аналитической, если функция $f(X)$ и ее производная во всех точках непрерывны.

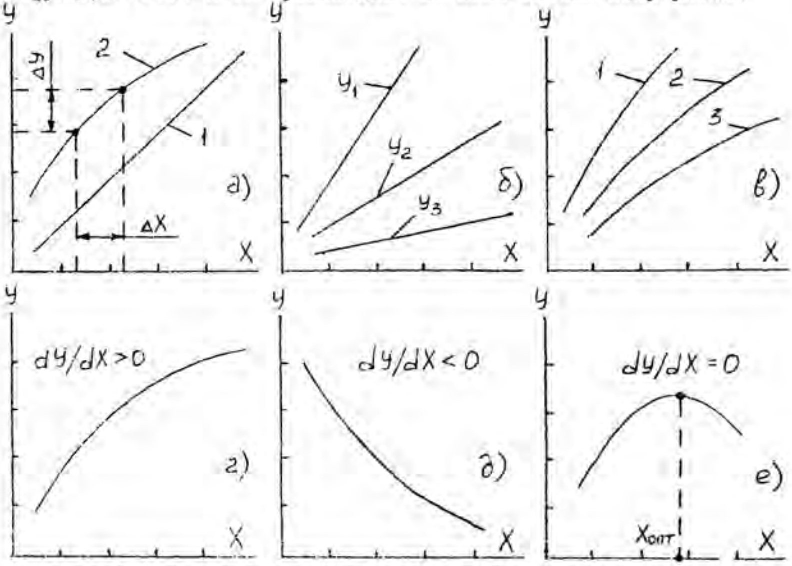

Рис.2.3. Статические характеристики объектов управления: а - объекты с линейной /I/ и нелинейной /2/ характеристиками; б - семейство характеристик выходных величин У при одной входной величине X; в - семейство характеристик выходной величины У при различных входных величинах X; г,д - монотонные характеристики; е - экстремальная характеристика

Если выходная величина или ее производные имеют разрывы непрерывности, то статическая характеристика элемента называется неаналитической.

Статические характеристики элементов САУ также могут быть линейными и нелинейными, монотонными и экстремальными, непрерывными и релейными.

Методические указания

При автоматизации технологических производств для предварительной оценки работоспособности САУ, а также для выбора или расчета УУ требуется определение статических и динамических характеристик ОУ как по управляющим, так и по возмущающим каналам. Эти характеристики могут быть получены аналитическим или экспериментальным методами.

В первом случае уравнения статики и динамики составляются на основе анализа физико-химических процессов, происходящих в ОУ, и применения законов сохранения энергии и вещества. Для определения коэффициентов уравнений требуются специальные исследования.

Экспериментальные методы требуют минимальных сведений о сущности процессов, протекающих в исследуемых объектах, однако позволяют с приемлемой для практики точностью определять коэффициенты уравнений статики и динамики.

Для экспериментального определения статических зависимостей применяют активный и пассивный методы исследования. Выбор метода экспериментального исследования действующего ОУ определяется характером поставленной задачи, допустимыми по технологическим требованиям условиями проведения опытов, возможными отклонениями исследуемой величины и характером эксплуатационных возмущений. При этом получение необходимой информации возможно путем пассивного и активного экспериментирования. Метод пассивного эксперимента основан на регистрации контролируемых параметров процесса в режиме нормальной работы ОУ, без внесения каких-либо преднамеренных возмущений. Метод активного эксперимента основан на использовании определенных искусственных возмущений, вводимых в объект по заранее составленной программе /3,4/.

Определение статических характеристик методом активного эксперимента является трудоемким процессом и часто сопряжено с нарушением нормального хода технологического процесса. Однако этот метод часто используют на практике, так как в большинстве случаев он дает положительный результат. Метод активного эксперимента неосуществим в случаях, когда по условиям технологического процесса нельзя нарушать режим. В этих случаях для определения статических характеристик используют метод пассивного эксперимента. Он сводится к регистрации большого числа случайных изменений входных величин и соответствующих им изменений выходной величины. Для обработки результатов наблюдений используется аппарат корреляционного и регрессионного анализов.

Статические характеристики САУ определяются видом характеристик ее звеньев и способами их соединений. В сложных системах ОУ и элементы УУ могут быть соединены между собой разными способами: последовательное и параллельное соединение, схват обратной связью. Если статические характеристики звеньев заданы графиками, то результирующая статическая характеристика САУ может быть построена графически /5-7/.

При последовательном соединении выходная величина каждого предыдущего звена является входной для последующего /рис.2.4а/. Результирующая статическая характеристика находится графическим построением /рис.2.4б/, порядок которого показан пунктиром и стрелками для одной точки А искомой зависимости.

При параллельном соединении входная величина - общая для всех звеньев, а выходная величина системы равна алгебраической сумме выходных величин звеньев /рис.2.4в/. Статическую характеристику системы /рис.2.4г/ получают суммированием ординат характеристик звеньев, если $У=У_1+У_2=У_+$ /точка А/, или вычитанием ординат кривых, если $У=У_1-У_2=У_-$ /точка Б/.

При наличии в САУ обратной связи выходная величина $И_{ос}$ звена, включенного в эту связь, воздействует на входную величину Х основного звена /рис.2.4д/. Если в результате воздействия входная величина Х увеличивается, то такая связь называется положительной, если уменьшается, то отрицательной. При построении статической характеристики системы /рис.2.4е/ абсциссы этой кривой $У=f(И)$ находят из условия: $И=Х+И_{ос}$ / при отрицательной обратной связи/ - точка А или $И=Х-И_{ос}$ / при положительной обратной связи/ - точка Б.

Задачи и упражнения

Пример 2.1. Определить статические характеристики режимов резания $V=f(S)$ для различных видов обработки, если входной величиной считать подачу S, а выходной - скорость резания V.

Исходные данные для расчета приведены в табл.2.2, где V - скорость резания, м/мин; C_v - коэффициент, учитывающий вид и условия обработки, материал детали и инструмента; K_v - поправочный коэффициент на условия обработки; D - диаметр инструмента, мм;

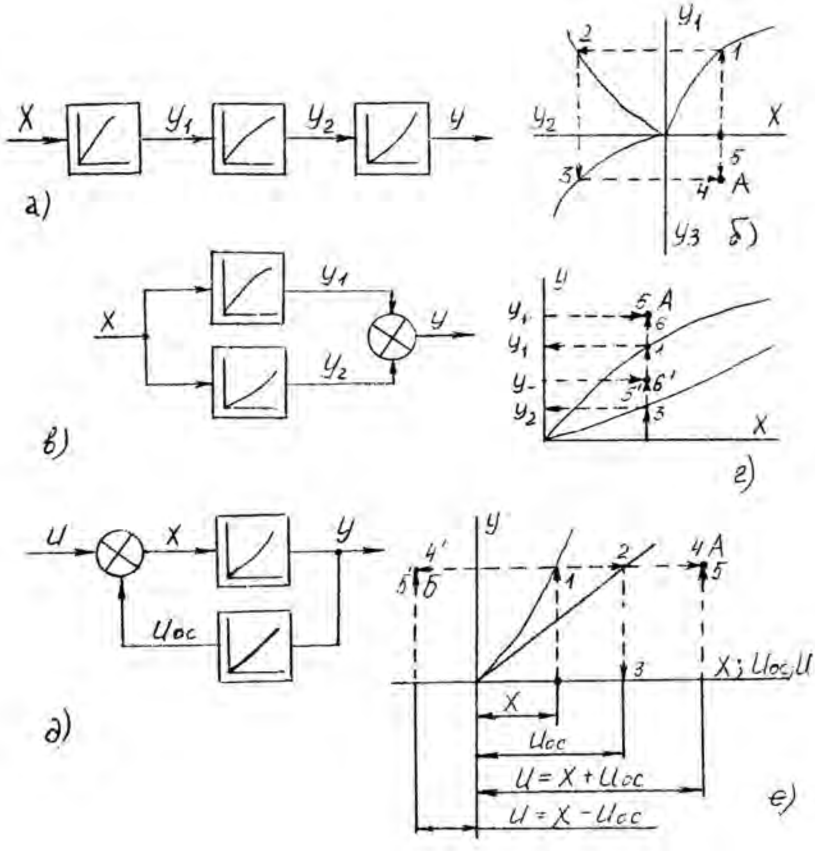

Рис.2.4. Построение статических характеристик разомкнутых замкнутых САУ:
а - последовательное соединение звеньев; б - построение статической характеристики последовательного соединения звеньев; в - параллельное соединение звеньев; г - построение статической характеристики параллельного соединения звеньев; д - охват звена обратной связью; е - построение статической характеристики при наличии обратной связи

Т а б л и ц а 2.2

Исходные данные для расчета статических характеристик

Вид обработки	Формула	Материал режущей части	C_v	D	q	T	m	t	X	S	S_z	У	В	И	Z	Р	K_v
Точение	$V=\frac{C_v K_v}{T^m t^x S^y}$	Твердый сплав Т15К6	350	-	-	60	0,2	3	0,15	0,3–-0,7	-	0,35	-	-	-	-	1,25
Сверление	$V=\frac{C_v D^q k_v}{T^m S^y}$	Быстрорежущая сталь Р6М5	9,8	12	0,4	45	0,2	-	-	0,2–-0,35	-	0,50	-	-	-	-	1,22
Торцевое фрезерование	$V=\frac{C_v D^q K_v}{T^m t^x S_z^y B Z^p}$	Твердый сплав Т15К6	332	125	0,2	180	0,2	3	0,1	-	0,09–-0,18	0,4	100	0,2	12	0	1,25

П р и м е ч а н и е. Материал детали - сталь 45/ $\sigma_в$ = 600 МПа/

T - стойкость инструмента, мин; t - глубина резания, мм; S - подача, мм/об; S_z - подача на один зуб фрезы, мм; В - ширина фрезерования, мм; Z - число зубьев фрезы; X, У, m, q, И, P - показатели степеней.

Пример 2.2. Построить область допустимых значений режимов резания $V = f(S)$ при обработке валика на токарном полуавтомате с учетом ограничений, накладываемых допустимой мощностью резания $N_{пр}$ = 5 кВт, предельными значениями скорости и подачи / S_{min} = 0,I мм/об; S_{max} = 0,8 мм/об; V_{min} = 30 м/мин; V_{max} = I45 м/мин/, если связь между ними определяется зависимостью $V = (к\, N_{пр}/t^x S^y)^{1/z}$, где К = 20,4; X = I,0; У = 0,75; Z = 0,85. Глубина резания t принимается в интервале 2 - 6 мм.

Пример 2.3. Построить статическую характеристику ОУ - токарного станка при обработке детали в центрах, если входной величиной является перемещение X суппорта, а выходной - податливость станка, которая определяется зависимостью

$$\omega_c = f(x) = \omega_{суп} + \omega_{п.б.}\left(\frac{\ell - x}{\ell}\right)^2 + \omega_{з.б.}\left(\frac{x}{\ell}\right)^2,$$

где $\omega_{суп}$, $\omega_{п.б.}$, $\omega_{з.б.}$ - податливости суппорта, передней и задней бабок; ℓ - расстояние между передней и задней бабками.

Для станка мод.I6К20 $\omega_{суп}$ = 0,0416 мкм/Н; $\omega_{п.б.}$ = 0,0334 мкм/Н; $\omega_{з.б.}$ = 0,0549 мкм/Н; ℓ =400 мм. Текущую координату X изменять с шагом $0{,}2\ell$ (0; $0{,}2\ell$; $0{,}4\ell$ ... ℓ).

Пример 2.4. Построить статическую характеристику бункерного загрузочного устройства, если входной величиной является окружная скорость движения захватных органов V, а выходной - действительная производительность $П_д$, которая определяется зависимостью $П_д = f(V) = \eta\,\frac{60V}{b}$, где $\eta = (0{,}78 - 0{,}32\,V^4)$ - коэффициент выдачи; $b = 2\pi R/K$ - шаг захватных органов; К = I2 - число захватных органов; R = 0,I60 м - радиус захватных органов.

Диапазон изменения окружной скорости V = 0 - I,0 м/с.

Порядок выполнения работы: I) изучить виды статических характеристик; 2) изучить способы определения и построения статических характеристик.

Содержание отчета: I) название работы и ее цель; 2) виды статических характеристик; 3) методы получения статических характеристик; 4) построение статических характеристик разомкнутых и замкнутых САУ; 5) примеры определения и построения статических характеристик.

Контрольные вопросы

I. Какие виды воздействий бывают в САУ?
2. Назовите основные виды статических характеристик.
3. Назовите методы получения статических характеристик.
4. Для чего применяются статические характеристики?

Практическое занятие № 3

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ, СОСТАВЛЕНИЕ И РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ

Цель работы: изучение методики линеаризации, составления и решения исходных дифференциальных уравнений отдельных звеньев и систем.

Основные понятия и определения

Исследование переходных процессов в САУ основывается на использовании дифференциальных или интегральных уравнений, называемых уравнениями динамики. В общем случае эти уравнения элементов или систем нелинейны. Сложность анализа и решения таких уравнений привела к необходимости их упрощения, т.е. линеаризации.

Линеаризацией называется замена реальных нелинейных уравнений или статических характеристик элементов и систем управления близкими к ним линейными уравнениями или характеристиками.

Линеаризация всегда производится относительно некоторого, заранее выбранного режима работы динамического звена или системы. Чаще всего за исходный принимают установившийся режим, характеризуемый постоянством всех переменных, которые связаны между собой уравнением статики.

Существуют следующие методы линеаризации: метод малых отклонений и метод осреднения.

Метод малых отклонений применяется для аналитических статических характеристик. Он основан на разложении нелинейной функции в ряд Тейлора с последующим отбрасыванием членов ряда выше первого порядка малости. Условие возможности линеаризации этим методом - дифференцируемость и однозначность исходной функции.

Для неаналитических статических характеристик используется метод осреднения. Он применим только в тех случаях, когда участки линеаризируемых статических характеристик элементов существенно шире нелинеаризуемых участков. В этом случае уравнения элементов можно представить усредненными статическими характеристиками.

Для составления уравнений динамики САУ разбивается на отдельные динамические звенья направленного действия /безинерционные, колебательные, интегрирующие и т.д./ и нелинейные безинерционные, элементы /звенья/. Для каждого из них составляется соответствующее уравнение на основании того физического закона, который определяет процесс, протекающий в данном звене. Совокупность уравнений динамики, составленных для всех звеньев и элементов системы, определяет процесс автоматического управления.

Уравнения динамики составляются как аналитически,так и с помощью экспериментально определяемых статических характеристик. Порядок уравнений зависит от сложности САУ и принятых допущений при их составлении.

В общем случае полученные уравнения нелинейны, и если это допустимо, стремятся провести линеаризацию дифференциальных уравнений. Это возможно при малых отклонениях координат системы от положения равновесия. Условие достаточной малости динамических отклонений переменных величин от некоторых установившихся значений обычно выполняется.

Линеаризация производится методом малых отклонений с помощью разложения нелинейных функций многих переменных в ряды Тейлора по степеням малых отклонений этих переменных, взятых в окресности их значений, соответствующих установившемуся режиму /6,7/. Полученные в результате линеаризации дифференциальные уравнения обладают очень важным свойством - постоянством коэффициентов.

Следует отметить, что к ряду объектов и систем применить линеаризацию невозможно, например, если нелинейные характеристики не имеют первой производной или она равна бесконечности /электромагнитные муфты, гидравлические и пневматические двигатели и т.д./.

Существуют и такие ОУ и САУ, поведение которых в динамике описывается только нелинейными дифференциальными уравнениями, линеаризация которых практически невозможна.

Расчет динамических процессов в линейных САУ может быть произведен аналитически путем решения дифференциальных уравнений или с некоторым приближением частотным методом.

Аналитические методы расчета основаны на решении дифференциального уравнения системы, полностью определяющего переходный процесс в виде зависимости искомых координат от времени. При этом решение дифференциального уравнения может быть произведено классическим, операторным, либо частотным методами.

Методические указания

При линеаризации предполагают, что отклонения координат системы от состояния равновесия малы. Составление линеаризованного уравнения элемента с нелинейными свойствами предполагает замену его статической характеристики в окрестности установившегося состояния X_0, Y_0 линейной характеристикой. Применительно к уравнению статической характеристики $Y = f(X)$ элемента САУ, разложение в ряд Тейлора будет записано следующим образом: $Y = f(X) \approx f(X_0) + f'(X_0)(X - X_0) = f(X_0) + f'(X_0)\Delta X = Y_0 + f'(X_0)\Delta X$, откуда

$$y = Y - Y_0 = f'(X_0)\Delta X. \tag{3.1}$$

Если выходная величина элемента является функцией двух входных величин, то необходимо использовать формулу Тейлора для функции нескольких переменных. Примером такого элемента может служить ОУ, которому приложено управляющее X и возмущающее F воздействия /рис.2.2б при $Z = 0$/. Разлагая нелинейную функцию $Y = \varphi(X,F)$ в ряд Тейлора и ограничиваясь членами первого порядка малости, получим

$$Y = \varphi(X,F) \simeq \varphi(X_0,F_0) + \frac{\partial \varphi}{\partial X}\Delta X + \frac{\partial \varphi}{\partial F}\Delta F.$$

При расчете динамики систем режим, соответствующий установившемуся состоянию, для упрощения записи уравнений исключают из рассмотрения. Для малых отклонений переменных линеаризованное уравнение статической характеристики принимает вид

$$\Delta Y = \varphi(X,F) - \varphi(X_0,F_0) = \frac{\partial \varphi}{\partial X}\Delta X + \frac{\partial \varphi}{\partial F}\Delta F = K_1\Delta X + K_2\Delta F \tag{3.2}$$

Коэффициенты линеаризованного уравнения зависят от выбора рабочей точки на статической характеристике элемента. При этом запись уравнения в отклонениях эквивалентна переносу начала координат в точку установившегося состояния.

Получив линеаризованные статические характеристики элементов, можно составить для них уравнение динамики. При этом поступают следующим образом /8-10/.

Устанавливают физический закон, лежащий в основе работы элемента. Им обычно является один из основных законов природы - сохранения материи, энергии, количества движения, второй закон Ньютона, законы электрических цепей и т.д. Математическое выражение соответствующего закона является исходным дифференциальным уравнением рассматриваемого элемента.

Записывают уравнение статики элемента для установившегося режима, характеризующегося определенными начальными значениями входного X_o и выходного Y_o параметров.

Вычитая из уравнения динамики уравнение статики, получают уравнение динамики элемента в приращениях.

На основании уравнений /1/ или /2/ находят полные приращения каждой из величин.

Подставляют полученные выражения в уравнение динамики в приращениях.

Перенося все члены, содержащие приращения выходной величины, влево, а входных величин - вправо, получают линеаризованное дифференциальное уравнение, выраженное в абсолютных единицах. Часто используют форму записи дифференциального уравнения элемента в относительных единицах, с коэффициентами, имеющими размерность времени и степень, равную порядку производной, при которой стоит данный коэффициент.

Для получения такой формы записи необходимо разделить все члены дифференциального уравнения на некоторую постоянную величину, имеющую размерность членов этого уравнения. В качестве такой постоянной принимают минимальное, номинальное или максимальное значение этой величины. Умножая и деля каждый член дифференциального уравнения на выбранную постоянную величину и вводя обозначения относительных единиц и коэффициентов, получают уравнение динамики в относительных единицах.

Если исходные уравнения динамики нелинейны, то стремятся эти уравнения линеаризовать, т.е. заменить их приближенными линейными дифференциальными уравнениями, решения которых достаточно близки к решениям исходных уравнений.

Следует отметить, что несмотря на линеаризацию, нахождение решения дифференциального уравнения САУ в большинстве случаев является достаточно трудоемкой задачей. Из линейных методов решения дифференциальных уравнений получили распространение классический, операторный и частотный.

Классический метод исходит из того, что вид решения неоднородного дифференциального уравнения известен и зависит от корней характеристического уравнения. При решении этим методом возникает необходимость определения постоянных интегрирования, связанная с учетом начальных условий, что при дифференциальных уравнениях третьего и более высоких порядков затруднительно.

Операторный метод также требует определения корней характеристического уравнения. Но он позволяет находить постоянные интегрирования более простым способом, чем в классическом методе. Для этого дифференциальное уравнение записывается в определенной форме, т.е. каждый член уравнения заменяется своим изображением.

Уравнение системы в операторном виде может быть получено путем преобразования по Лапласу дифференциального уравнения, либо на основании операторных уравнений динамических звеньев.

Достоинством классического и операторного методов является высокая точность расчетов по сравнению с другими методами. Недостатком является необходимость нахождения корней характеристического уравнения, что представляет определенные трудности при уравнениях выше третьего порядка. Решения уравнений 4-6 порядков требуют большой затраты времени. Следует учесть также, что постоянные интегрирования могут представлять собой сложные алгебраические выражения.

Частотный метод не требует определения корней характеристического уравнения. Он базируется на рассмотрении поведения системы по ее частотным характеристикам.

Достоинством частотного метода по сравнению с классическим и операторным является отсутствие необходимости нахождения корней, хотя на расчет частотных характеристик затрачивается тоже не малое время. К недостаткам метода можно отнести пониженную точность расчета, связанную погрешностями графических построений и аппроксимации кривой прямолинейными отрезками.

Задачи и упражнения

Пример 3.1. Линеаризовать уравнение статической характеристики множительного элемента /рис.3.1а/ $Y = X_1 X_2$ относительно точки, в которой $Y_0 = X_{01} X_{02}$.

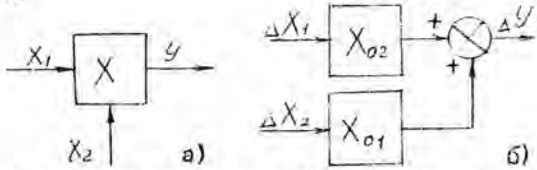

Рис.3.1. Схема нелинейного /а/ и линеаризованного/б/ множительного элементов

Р е ш е н и е. Рассматриваем небольшие отклонения переменных X_1 и X_2 от своих номинальных значений X_{01} и X_{02}. Тогда

$$y_0 + \Delta y = (x_{01} + \Delta x_1)(x_{02} + \Delta x_2) = x_{01} x_{02} + x_{01} \Delta x_2 + x_{02} \Delta x_1 + \Delta x_1 \Delta x_2$$

Вычитая из этого выражения значение y_0 и пренебрегая малыми высшего порядка, получим $\Delta y = X_{01} \Delta X_2 + X_{02} \Delta X_1 = K_1 \Delta X_1 + K_2 \Delta X_2$, где $K_1 = X_{02}$; $K_2 = X_{01}$.

В результате такого преобразования нелинейный множительный элемент может быть приближенно представлен в виде сумматора и двух линейных звеньев /рис.3.1 б/.

Пример 3.2. Линеаризовать статическую характеристику нелинейного элемента в точке А/0;0/, если $y = a(1 - e^{-bx})$, где a и b - постоянные коэффициенты.

Пример 3.3. По данным примера 3.2 определить диапазон допустимых значений величины X, внутри которого относительная погрешность линеаризации статической характеристики $f(x)$ методом осреднения $\delta \leq 0,1$.

Р е ш е н и е. Из условия $\delta = [f(x) - y_л(x)]/f(x) = [a(1 - e^{-bx}) - abx]/a(1 - e^{-bx}) \leq 0,1$, разложив выражение e^{-bx} в ряд Тейлора и ограничившись первыми двумя членами этого ряда, получим $X \leq 0,2/b$.

Пример 3.4. Составить уравнение динамики исполнительного электродвигателя, являющегося одним из элементов САУ, если его входной величиной является управляющее воздействие X, а выходной – угловая скорость вала двигателя ω.

Р е ш е н и е. В качестве физического закона, определяющего процесс, протекающий в двигателе, выбираем второй закон Ньютона. Тогда

$$J\frac{d\omega}{dt} = M - M_c , \tag{3.3}$$

где J – момент инерции движущихся частей, приведенный к валу двигателя; M – момент вращения двигателя; M_c – момент сопротивления на валу двигателя; t – время. Это исходное уравнение динамики.

Момент M зависит от скорости ω и управляющего воздействия X: $M = M(\omega, X)$. Момент сопротивления M_c полагаем зависящим только от скорости вращения: $M_c = M_c(\omega)$.

С учетом этого уравнение /3.3 / принимает вид

$$J\frac{d\omega}{dt} = M(\omega, x) - M_c(\omega). \tag{3.4}$$

Записываем уравнение статики $M_c - M_{co} = 0$, (3.5)

где M_c, M_{co} – установившиеся значения переменных.

Вычитая из уравнения динамики /3.4/ уравнение статики /3.5/, получаем уравнение динамики двигателя в приращениях

$$J\frac{d\omega}{dt} = M(\omega, x) - M_c - (M_c - M_{co}) = M(\omega, x) - M_c - (M_c - M_{co}) = \Delta M - \Delta M_{co}. \tag{3.6}$$

На основании уравнений /3.1/ и /3.2/ произведем линеаризацию зависимостей M и M_c и найдем полные приращения

$$\Delta M = \left(\frac{\partial M}{\partial \omega}\right)_c \Delta\omega + \left(\frac{\partial M}{\partial X}\right)_c \Delta X \ ; \ \Delta M_c = \left(\frac{\partial M_c}{\partial \omega}\right)_c \Delta\omega .$$

Подставляем полученные выражения в уравнение /3.6/, получаем

$$J\frac{d\omega}{dt} = \left(\frac{\partial M}{\partial \omega}\right)_c \Delta\omega + \left(\frac{\partial M}{\partial X}\right)_c \Delta X - \left(\frac{\partial M}{\partial \omega}\right)_c \Delta\omega = \left(\frac{\partial M}{\partial \omega} - \frac{\partial M_c}{\partial \omega}\right)_c \Delta\omega + \left(\frac{\partial M}{\partial X}\right)_c \Delta X .$$

Перенеся в левую часть уравнения члены, содержащие приращение угловой скорости $\Delta\omega$, запишем его следующим образом:

$$J\frac{d\omega}{dt} + \left(\frac{\partial M_c}{\partial \omega} - \frac{\partial M}{\partial \omega}\right)_c \Delta\omega = \left(\frac{\partial M}{\partial x}\right)_c \Delta X . \tag{3.7}$$

Таким образом получаем уравнение динамики двигателя, выраженное в абсолютных единицах.

Для записи уравнения динамики в относительных величинах разделим каждый член уравнения /3.7/, имеющего размерность момента вращения, на величину номинального момента вращения двигателя $M_н$. В левой части этого уравнения содержится величина приращения угловой скорости $\Delta\omega$, а в правой – приращение управляющего воздействия ΔX. Поэтому каждый член левой части умножим и разделим на величину номинальной угловой скорости двигателя $\omega_н$, а правую часть – на величину полного управляющего воздействия $X_п$:

$$\frac{J\omega_н}{M_н}\cdot\frac{1}{\omega_н}\cdot\frac{d\omega}{dt}+\left(\frac{\partial M_c}{\partial\omega}-\frac{\partial M}{\partial\omega}\right)_0\frac{\Delta\omega}{\omega_н}\cdot\frac{\omega_н}{M_н}=\left(\frac{\partial M}{\partial x}\right)_0\frac{\Delta X}{X_п}\,\frac{X_п}{M_н}. \quad (3.8)$$

Обозначим

$$\frac{J\omega_н}{M_н}=T_1;\quad \frac{d\omega}{\omega_н}=d\omega_{отн},\quad \left(\frac{\partial M_c}{\partial\omega}-\frac{\partial M}{\partial\omega}\right)_c\frac{\omega_н}{M_н}=K_1;\quad \frac{\Delta\omega}{\omega_н}=\omega_{отн},$$

$$\left(\frac{\partial M}{\partial x}\right)_0\frac{X_п}{M_н}=K_2,\quad \frac{\Delta X}{X_п}=X_{отн}.$$

С учетом этих обозначений перепишем уравнение /3.8/:

$$T_1\frac{d\omega_{отн}}{dt}+K_1\omega_{отн}=K_2X_{отн} \quad (3.9)$$

В результате получаем дифференциальное уравнение в относительных единицах. Иногда уравнение типа /3.9/ преобразуют таким образом, чтобы коэффициент при выходном параметре $\omega_{отн}$ был равен единице. Для этого делят левую и правую части уравнения на коэффициент K_1. Обозначив $T_1/K_1=T$, $K_2/K_1=K$, получим

$$T\frac{d\omega_{отн}}{dt}+\omega_{отн}=KX_{отн}$$

Здесь величина T является постоянной времени элемента, а K – его коэффициентом передачи /усиления/. Обе эти величины называются динамическими параметрами элемента.

Приняв за переменные не их абсолютные значения, а приращения и имея в виду, что $d\omega/dt=d(\omega-\omega_c)/dt=d\Delta\omega/dt$, выражение /3.7/ можно записать так:

$$J\frac{d\Delta\omega}{dt}+\left(\frac{\partial M_c}{\partial\omega}-\frac{\partial M}{\partial\omega}\right)_c\Delta\omega=\left(\frac{\partial M}{\partial x}\right)_c\Delta X$$

Введя обозначения

$$T_Д=J\Big/\left(\frac{\partial M_c}{\partial\omega}-\frac{\partial M}{\partial\omega}\right)_0;\quad K_Д=\left(\frac{\partial M}{\partial x}\right)_0\Big/\left(\frac{\partial M_c}{\partial\omega}-\frac{\partial M}{\partial\omega}\right)_0,$$

получим

$$T_Д\frac{d\Delta\omega}{dt}+\Delta\omega=K_Д\Delta X \quad (3.10)$$

Выражение /3.10/ является линеаризованным уравнением динамики в приращениях. Если $M=C_1x-C_2\omega$, а $M_c=const$, то $T_Д=J/C_2$, и $K_Д=C_1/C_2$.

Пример 3.5. Составить уравнение динамики термометра /рис.3.2/.

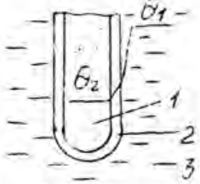

Рис.3.2. Температурный градиент в ртутном термометре: 1 - ртуть; 2 - стекло; 3 - вода

Р е ш е н и е. Динамическое уравнение теплового баланса имеет вид.

Приход - Расход = Накопление

или $\lambda S(\theta_1-\theta_2)-0=mC_p\dfrac{d\theta_2}{dt}$,

где m - масса ртути; C_p - удельная теплоемкость ртути; λ - общий коэффициент теплопроводности; S - поверхность теплообмена; t - время.

Преобразовывая, получаем

$$\frac{mC_p}{\lambda S}\frac{d\theta_2}{dt}+\theta_2=\theta_1 \quad \text{или} \quad T\frac{d\theta_2}{dt}+\theta_2=\theta_1 ,$$

где T - постоянная времени, с.

Пример 3.6. Составить дифференциальное уравнение следящей САУ /рис.3.3/, если уравнение ее отдельных звеньев в приращениях равны:

1/ уравнение сигнала ошибки $\Delta\varphi=\Delta\varphi_{вх}-\Delta\varphi_{вых}$;

2/ уравнение измерительного элемента /ИЭ/ $\Delta U_{иэ}=K_{иэ}\Delta\varphi$;

3/ уравнение электронного усилителя /У/ $\Delta U_у=K_у\Delta U_{иэ}$;

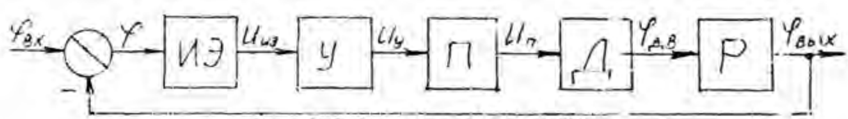

Рис.3.3.Схема следящей САУ

4/ уравнение тиристорного преобразователя /П/

$$T_п\frac{d\Delta U_п}{dt}+\Delta U_п=k_п\Delta U_у ;$$

5/ уравнение исполнительного двигателя /Д/

$$T_{дв}\frac{d^2\Delta\varphi_{дв}}{dt^2}+\frac{d\Delta\varphi_{дв}}{dt}=k_{дв}\Delta U_п ;$$

6/ уравнение редуктора /Р/ $\Delta\varphi_{вых}=k_р\Delta\varphi_{дв}$.

Пример 3.7. Выполнить прямое преобразование Лапласа для интегродифференциального уравнения $a\,d^2y(t)/dt^2+b\,dy(t)/dt+c\,y(t)+d\int_0^t y(t)dt=kx(t)$ при нулевых начальных условиях.

Р е ш е н и е. С помощью таблицы прямого преобразования Лапласа получим $(ap^2+bp+c+d/p)\,Y(P)=kX(P)$.

Пример 3.8. Решить уравнение динамики, используя преобразование Лапласа /операторный метод/: $25\frac{d^2X}{dt^2}+X=1$, где $X(0)=0$.

Порядок выполнения работы: 1) изучить методы линеаризации нелинейных уравнений и характеристик; 2) освоить методику составления уравнений динамики; 3) изучить методы решения дифференциальных уравнений.

Содержание отчета: 1) название работы и ее цель; 2) методы линеаризации и их основные положения; 3) методика составления уравнений динамики элементов и САУ; 4) методы решения дифференциальных уравнений, их особенности, достоинства и недостатки; 5) примеры линеаризации, составления и решения уравнений динамики.

Контрольные вопросы

1. Какие существуют методы линеаризации нелинейных уравнений и характеристик?
2. В чем сущность метода малых отклонений?
3. Какие существуют формы записи дифференциальных уравнений?
4. Назовите основные линейные методы решения дифференциальных уравнений.
5. Назовите достоинства и недостатки классического и операторного методов решения дифференциальных уравнений.

Практическое занятие № 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ И ПОСТРОЕНИЕ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ САУ

Цель работы: определение передаточных функций звеньев, их соединений и САУ, а также изучение методики составления структурных схем и правил их преобразования.

Основные понятия и определения

С целью упрощения методов расчетов и проектирования САУ в ТАУ для описания линеаризованных динамических звеньев и систем широко используют передаточные функции, отличающиеся бóльшей наглядностью и существенно облегчающие решение задач анализа и синтеза.

Передаточная функция $W(P)$ – это отношение изображения по Лапласу выходной величины $У(P)$ ОУ, динамического звена или САУ к изображению по Лапласу входной величины $X(P)$ при нулевых начальных условиях.

Передаточная функция полностью определяет динамические свойства звена или системы и является правильной рациональной дробью вида

$$W(P)=(b_m p^m+b_{m-1}p^{m-1}+\ldots+b_1 p+b_0)/(a_n p^n+a_{n-1}p^{n-1}+\ldots+a_0), \quad (4.1)$$

где b_i, a_j – коэффициенты, выражающиеся через параметры ОУ, динамического звена или САУ и являющиеся вещественными числами $/n \geq m/$.

Как указывалось выше, все элементы САУ обладают свойством детектирования, поэтому передаточная функция системы может быть найдена по передаточным функциям ее отдельных звеньев.

Приравняв к нулю знаменатель выражения /I/, получим:

$$a_n p^n+a_{n-1}p^{n-1}+\ldots+a_1 p+a_0=0. \quad (4.2)$$

Это алгебраическое уравнение /2/ называется характеристическим. Его корни $p_1, \ldots p_n$ будут определять характер переходного процесса в системе.

Математическую модель САУ удобно изображать при помощи развернутой структурной схемы. Она представляет собой графическое изображение САУ, отображающее систему дифференциальных уравнений, описывающих процессы управления в этой САУ. На схеме указаны все переменные величины, записаны передаточные функции всех динамических звеньев, на которые разбивается система, и показаны все связи между звеньями. Применяемые условные изображения показаны на рис.4...

Динамические звенья, входящие в состав САУ, образуют основную цепь воздействия и цепи обратных связей. Звенья соединяются между собой линиями связей, стрелки которых показывают направление действия сигнала. Структурные схемы содержат элементы сравнения и точки разветвления сигнала. Линии связи, отходящие от таких точек, несут одни и те же сигналы.

Для упрощения структурных схем, получения передаточных функций разомкнутых и замкнутых систем по различным воздействиям применяются структурные преобразования. Они основаны на принципе суперпозиции и поэтому применимы только к линейным системам.

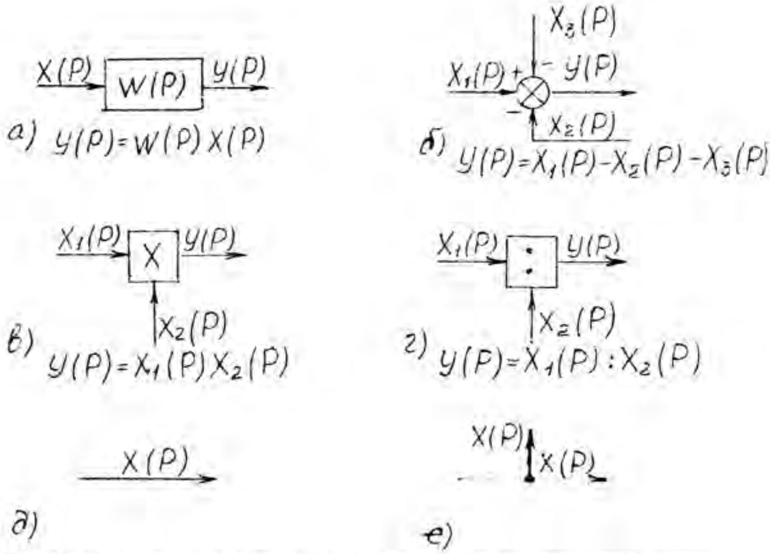

Рис.4.I. Условные обозначения элементов структурных схем: а – динамическое звено; б – элемент сравнения; в – множительное устройство; г – делительное устройство; д – линия связи; е – точка разветвления сигнала

Различные варианты структурной схемы обладают одинаковыми передаточными функциями, т.е.являются динамически эквивалентными, поскольку передаточная функция системы в целом не изменяется и независит от того, насколько и какие элементарные звенья разбита система и какие структурные связи имеются между ее звеньями.

Основные правила эквивалентного преобразования структурных схем приведены в /4-7, 9, I0/.

Структурные схемы значительно упрощают задачу нахождения передаточных функций САУ.

Методические указания

Передаточные функции звеньев находят по их дифференциальным уравнениям. Эти уравнения удобно записывать в символической /операторной/ форме, т.е. с заменой символа дифференцирования d/dt оператором p.

Если рассматривать оператор p как комплексную переменную функционального преобразования по Лапласу, то $Y(P)=\int_0^\infty y(t)e^{-Pt}dt=$ $=L[y(t)]$ - изображение выходной величины, $X(P)=\int_0^\infty x(t)e^{-Pt}dt=$ $=L[x(t)]$ - изображение входной величины, а $W(P)=Y(P)/X(P)$ - передаточная функция.

Таким образом, передаточные функции динамических звеньев могут быть получены на основании их операторных уравнений, составленных в приращениях переменных при нулевых начальных условиях слева от нуля.

На практике переход от оригиналов искомых функций $X(t)$, $Y(t)$ к их изображениям $X(P)$, $Y(P)$ /прямое преобразование Лапласа/ и обратный переход от изображений к оригиналу /обратное преобразование Лапласа/ осуществляется по таблицам преобразования Лапласа

При составлении структурной схемы должны выполняться следующие правила: I/ структурная схема должна обязательно иметь входные и выходные внешние связи, задаваемые из физических соображений; 2/ каждый входной сигнал, являющийся независимой функцией времени, должен иметь только вход в структурную схему; 3/ выходной сигнал может замыкаться внутри структурной схемы и иметь выход в виде ответвления /система, замкнутая по выходному сигналу/ или не замыкаться внутри структурной схемы/ система, разомкнутая по выходному сигналу/; 4/ все внутренние связи, определяемые системой уравнений, должны обязательно иметь входы и выходы.

Последовательность построения структурной схемы по заданной системе дифференциальных уравнений ее отдельных элементов следующая: I/ система дифференциальных уравнений записывается в операторной форме; 2/ для каждого уравнения системы условно выбирается входная и выходная величины; 3/ каждое уравнение решается относительно выходной величины или члена, содержащего ее старшую производную; 4/ строится графические отображения каждого из дифференциальных уравнений; 5/ строится общая структурная схема как совокупность графических отображений каждого дифференциального уравнения.

Определив исходную структурную схему САУ в виде определенным образом соединенных элементарных звеньев и найдя их передаточные функции,можно,пользуясь правилами преобразования структурных схем,привести исходную многоконтурную схему к простейшему стандартному виду: УУ-ОУ-ОС. Эта схема и является расчетной

Расчетные схемы применяются для определения передаточных функций разомкнутых и замкнутых систем по задающему воздействию и возмущению. Передаточные функции составляются по отношению к одному из воздействий, прикладываемому к системе при = 0. Другие воздействия, если они существовали при 0, приращений не получают, что равносильно их отсутствию в момент 0. Поэтому при составлении передаточной функции по задающему, либо возмущающему воздействию одно из них приравнивается нулю.

Задачи и упражнения

Пример 4.I. Определить передаточную функцию динамического звена, дифференциальное уравнение которого при нулевых начальных условиях имеет вид

$$T_1 T_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + (T_1 + T_2)\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k X(t)$$

, где T_I, T_2 - постоянные времени звена; К - коэффициент преобразования.

Р е ш е н и е. Выполнив прямое преобразование Лапласа, найдем

$$\left[T_I T_2 p^2 + (T_I + T_2)p + I \right] У(P) = кX(P).$$

Используя соответствующее определение, получим передаточную функцию динамического звена

$$W(P) = У(P)/X(P) = К/\left[T_I T_2 p^2 + (T_I + T_2)p + I \right].$$

Пример 4.2. Определить передаточную функцию исполнительного устройства САУ - двигателя постоянного тока (Д), управляемого со стороны якоря помощи тиристорного преобразователя (ТГ) /рис.4.2/, если уравнение движения пр равенстве нулю момента может быть представлено в виде $(T_я T_м p^2 + T_м p + I)p\theta_д(P) = k U_{вх}(P)$, где $T_я, T_м$ – соответственно, электромагнитная и электромеханическая постоянные времени; $\theta_д$ – угол поворота вала двигателя; К – общий коэффициент передачи двигателя совместно с преобразователем; $U_{вх}$ – входное напряжение.

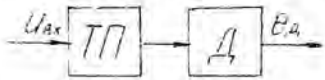

Рис.4.2. Схема управления использованным устройством САУ

Пример 4.3. Определить передаточную функцию апериодического звена, если его реакция на единичное входное воздействие /переходная характеристика/ имеет вид, показанный на рис.4.3.

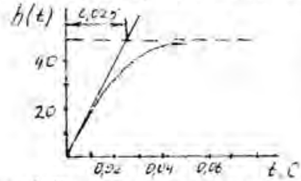

Рис.4.3. Переходная характеристика апериодического звена

Пример 4.4. Построить структурную схему САУ, если ее движение может быть описано управлением динамики вида

$$a_1 dY(t)/dt + a_0 Y(t) = b_1 dX(t)/dt + b_0 X(t).$$

Р е ш е н и е. 1/ исходное уравнение динамики в операторной форме примет вид $(a_1 p + a_0) Y(p) = (b_1 p + b_0) X(p)$;

2/ входной величиной этого уравнения является X, в качестве выходной примем У;

3/ решаем уравнение в операторной форме относительно первой производной У и получаем $a_1 p Y(p)/(b_1 p + b_0) = X(p) - a_0 Y(p)/(b_1 p + b_0)$;

4/ в соответствии с полученным выражением строим структурную схему САУ /рис.4.4/.

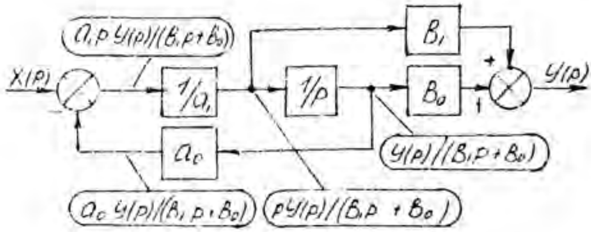

Рис.4.4. Структурная схема САУ к примеру 4.4

Пример 4.5. Для структурной схемы САУ, показанной на рис.4.5, определить: 1/ передаточную функцию разомкнутой системы при отсутствии возмущений; 2/ передаточную функцию замкнутой системы по задающему воздействию; 3/ передаточные функции замкнутой системы по возмущениям; 4/ изображение выходной величины системы У(Р).

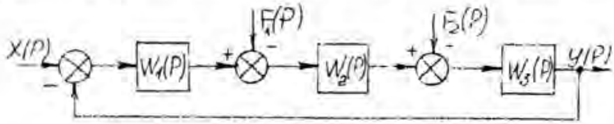

Рис.4.5. Структурная схема САУ к примеру 4.5

Порядок выполнения работы: 1/ изучить правила определения передаточных функций динамических звеньев, их соединений и САУ; 2) освоить методику составления структурных схем; изучить правила преобразования структурных схем; 4) изучить правила определения передаточных функций разомкнутых и замкнутых систем по задающему и возмущающему воздействию.

Содержание отчета: 1) название работы и ее цель; 2) передаточная функция и ее основные свойства; 3) структурная схема и ее назначение, правила и методика составления; 4) условные обозначения элементов структурных схем; 5) основные правила преобразования структурных схем; 6) порядок определения передаточных функций САУ при различных воздействиях; 7) примеры определения передаточных функций звеньев и систем, составления и преобразования структурных схем САУ.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение передаточной функции.

2. Как определить характеристическое уравнение, если известна передаточная функция?

3. Что представляет собой структурная схема САУ?

4. Дайте определение преобразованию Лапласа.

5. Какие виды соединений динамических звеньев вы знаете? Как определяются передаточные функции при различных включениях звеньев?

Практическое занятие № 5

ПОСТРОЕНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК САУ

Цель работы: изучение временных и частотных характеристик динамических звеньев и САУ, правил их построения и анализа.

Основные понятия и определения

Для количественного описания и качественной оценки свойств динамических звеньев и САУ в процессе их работы в зависимости от постановки задачи, применяются следующие взаимно связанные функции и характеристики: переходная, импульсная и передаточная функции, а также частотные характеристики.

Переходная $h(t)$, и импульсная функции относятся к временным функциям. Их практическая значимость заключается в том, что, будучи полученными экспериментально, они позволяют определить динамические свойства звена, объекта или системы без решения дифференциальных уравнений. Разработаны также инженерные методы нахождения передаточных функций по экспериментальным временным функциям /3,4,6,12/. Основные свойства передаточных функций были рассмотрены выше.

При оценке динамических свойств звеньев и систем широкое распространение получили частотные характеристики. Они определяют реакцию ОУ, динамического звена или САУ на гармоническое воздействие на входе при изменении частоты ω от 0 до ∞.

В ТАУ используют комплексную амплитудно-фазовую частотную характеристику /АФЧХ/, которая определяет изменение соотношения между амплитудами Y_m, X_m и фазами φ_y, φ_x выходной и входной величин ОУ, динамического звена или САУ в установившемся режиме при гармоническом воздействии на входе

$$K(j\omega) = Y(j\omega)/X(j\omega) = Y_m e^{j(\omega t+\varphi_y)}/X_m e^{j(\omega t+\varphi_x)} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)},$$

где $Y_m e^{j(\omega t+\varphi_y)}$, $X_m e^{j(\omega t+\varphi_x)}$ – соответственно выходная и входная величины в комплексной показательной форме записи; $A(\omega) = Y_m/X_m$ – амплитудно-частотная характеристика

/АЧХ/; $\varphi(\omega)=\varphi_y-\varphi_x$ – фазо-частотная характеристика /ФЧХ/.

АЧХ выражает отношение амплитуды колебаний на выходе СУ, динамического звена или САУ к амплитуде колебаний на входе в зависимости от частоты колебаний. ФЧХ выражает зависимость разности фаз между выходными и входными колебаниями СУ, динамического звена или САУ от частоты входного сигнала.

АФЧХ $K(j\omega)$ можно рассматривать как одну из форм записи передаточной функции $W(P)$ для случая синусоидального воздействия на входе. Тогда для получения $K(j\omega)$ из $W(P)$ необходимо заменить P на $j\omega$.

Выражение для АФЧХ можно представить в комплексной форме записи: $K(j\omega)=U(\omega)+jV(\omega)$, где $U(\omega)$ и $V(\omega)$ – соответственно вещественная и мнимая частотные характеристики. $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ – это соответственно модуль и аргумент АФЧХ, где $A(\omega)=|K(j\omega)|=\sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)}$;

$$\varphi(\omega)=\arg K(j\omega)=\operatorname{arctg}[V(\omega)/U(\omega)]$$

Функции $h(t)$, $k(t)$, $W(P)$, $K(j\omega)$ связаны между собой. Эти связи приведены в табл.5.I. Каждая из функций может быть получена непосредственно из дифференциального уравнения.

Таблица 5.I

Связь между динамическими функциями

Функция	$h(t)$	$k(t)$	$K(j\omega)$	$W(P)$
$h(t)$	–	$\int_0^t k(t)dt$	$F^{-1}[K(j\omega)/j\omega]$	$L^{-1}[W(P)/p]$
$k(t)$	$dh(t)/dt$	–	$F^{-1}[K(j\omega)]$	$L^{-1}[W(P)]$
$K(j\omega)$	$j\omega F[h(t)]$	$F[k(t)]$	–	$W(P)\|_{p=j\omega}$
$W(P)$	$pL[h(t)]$	$L[k(t)]$	$K(j\omega)\|_{j\omega=p}$	–

Примечание. L – прямое преобразование Лапласа, L^{-1} – обратное преобразование Лапласа; F – прямое преобразование Фурье; F^{-1} – обратное преобразование Фурье.

В теории и практике расчетов линейных САУ чаще всего используют логарифмические частотные характеристики (ЛХЧ): амплитудную и фазовую.

Логарифмической амплитудно-частотной характеристикой (ЛАЧХ) называют зависимость модуля АФХЧ от частоты, представленную в логарифмическом масштабе. $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$.

Логарифмической фазо-частотной характеристикой (ЛФЧХ) называют зависимость аргумента АФЧХ от логарифма частоты.

Характеристика $L(\omega) < 0$ при $A(\omega) < 1$ проходит через нуль при $A(\omega) = 1$ и $L(\omega) > 0$ при $A(\omega) > 1$. Так как при $\omega \to \infty$ в реальных системах $K(j\omega) \to 0$, то $L(\omega) \to -\infty$.

Методические указания

АФЧХ, АЧХ и ФЧХ могут быть построены на основании соответствующих передаточных функций. Общая форма передаточной функции может быть представлена в виде

$$W(P) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0} = \frac{E(P)}{D(P)}.$$

Подставив в полученное выражение $P = j\omega$, найдем, что $E(j\omega) = B(\omega) + jC(\omega)$; $D(j\omega) = M(\omega) + jN(\omega)$. Тогда АФЧХ

$$K(j\omega) = [B(\omega) + jC(\omega)] / [M(\omega) + jN(\omega)] = U(\omega) + jV(\omega),$$

где $$U(\omega) = \frac{B(\omega)M(\omega) + C(\omega)N(\omega)}{M^2(\omega) + N^2(\omega)}; \quad V(\omega) = \frac{C(\omega)M(\omega) - B(\omega)N(\omega)}{M^2(\omega) + N^2(\omega)}$$

С учетом этих зависимостей АЧХ

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)} = \sqrt{[B^2(\omega) + C^2(\omega)] / [M^2(\omega) + N^2(\omega)]}.$$

ФЧХ примет вид

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{V(\omega)}{U(\omega)} = \operatorname{arctg} \frac{C(\omega)M(\omega) - B(\omega)N(\omega)}{B(\omega)M(\omega) + C(\omega)N(\omega)}.$$

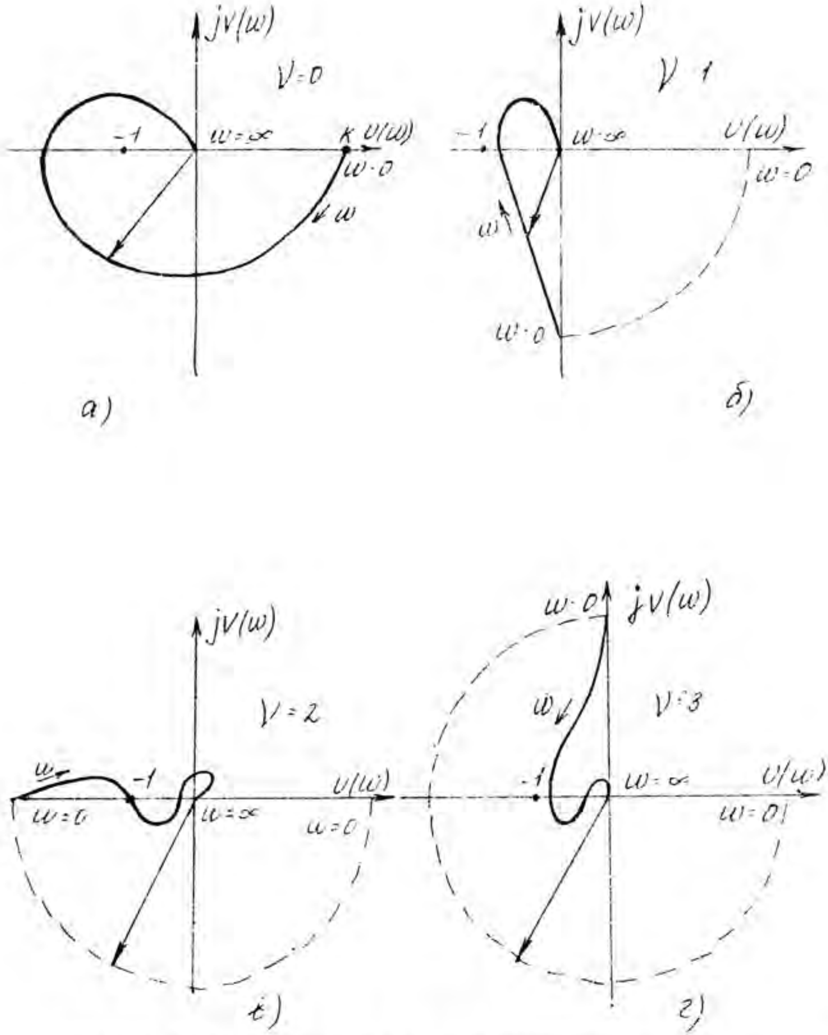

Рис.5.1. АФЧХ разомкнутых систем с различным порядком астатизма

Задаваясь различными значениями ω и пользуясь этими формулами, можно построить частотные характеристики.

АФЧХ разомкнутой системы представляет собой кривую, описываемую концом вектора $K(j\omega)$ на комплексной плоскости в отрицательном направлении /по часовой стрелке/ при изменении ω от 0 до ∞.

Строится характеристика в координатах $U(\omega)$, $jV(\omega)$.

В случае статической системы /$a_0 \neq 0$/ АФЧХ при $\omega = 0$ начинается на положительной вещественной полуоси в точке $K(j\omega) = b_0/a_0 = K$, где К – коэффициент преобразования системы по положению. При $\omega = \infty$ АФЧХ реальной системы по условию физической осуществимости равна нулю.

В случае астатической системы ν -го порядка /$a_0 = a_1 = \ldots = a_{\nu-1} = 0$/ при $\omega \to 0$ $K(j\omega) = b_0/a_\nu (j\omega)^\nu = (b_0/a_\nu \omega^\nu) e^{-j\nu\frac{\pi}{2}}$, где $b_0/a_\nu = K_\nu$ – коэффициент преобразования системы по ν -й производной.

АФЧХ астатической системы, начинаясь вещественной положительной полуоси, при $\omega \to 0$ дугой бесконечно большого радиуса перемещается на угол, равный $-\nu\frac{\pi}{2}$.

На рис.5.I показаны АФЧХ статической /а/ и астатической первого /б/, второго /в/ и третьего /г/ порядков систем.

Так как для построения частотных характеристик используется очень широкий диапазон частот, то эти характеристики целесообразно строить в логарифмическом масштабе. Это также связано с тем,что при переходе к логарифмам операции умножения или деления величин заменяются более простыми операциями сложения или вычитания их логарифмов. Кроме того, наклон графических зависимостей в логарифмическом масштабе существенно изменяется. Это дает возможность аппроксимировать частотные характеристики в виде ломаных линий из прямых отрезков. Для практических целей удобнее использовать десятичные логарифмы и строить отдельно ЛАЧХ и ЛФЧХ.

При построении ЛЧХ используется стандартная логарифмическая шкала, расчет которой производят по формуле $\ell = m \lg K$, где ℓ – искомая величина отрезка шкалы; m – масштабный коэффициент шкалы, равный длине декады и выбираемый с точки зрения удобства построения и требуемой относительной погрешности; К – числа от одного до десяти.

Если на оси диаграммы длиной L нужно разместить М - декад, то очевидно, $m = L/M$. На логарифмической шкале указывают не логарифм числа, а само число. Шкала начинается с числа 10^n, где n - нуль или любое целое число /2,5/.

При построении ЛАЧХ по оси ординат откладывается $L(\omega)$ в децибеллах, а по оси абсцисс - в логарифмическом масштабе частота в декадах. Декадой называют отрезок между частотами, отличающимися друг от друга в 10 раз. На логарифмической шкале декаду изображают отрезком единичной длины $\lg 10\omega - \lg \omega = 1$. Поэтому относительно величины $\lg \omega$ логарифмическая шкала является равномерной, а относительно частоты ω - неравномерной.

При построении ЛФЧХ по оси ординат откладывают углы в градусах или радианах, а по оси абсцисс - частоту ω в логарифмическом масштабе в декадах.

Для построения ЛАЧХ надо пользоваться следующими указаниям:

1. Определить значения сопрягающих частот ω_i, в которых ЛАЧХ имеет изломы. По оси абсцисс в логарифмическом масштабе отложить значения сопрягающих частот, полученных из выражения $\omega_i = 1/T_i$, где T_i - постоянная времени соответствующего звена.

2. Построить низкочастотную прямую ЛАЧХ для $\omega < \omega_i$ с наклоном -20μ дБ/дек, где μ - число интегрирующих звеньев в главной цепи системы. Эта прямая при $\omega = 1$ должна иметь ординату, равную $20 \lg K$, где К - передаточный коэффициент системы.

3. Для каждой из сопрягающих частот ω_i изменить наклон ЛАЧХ по отношению к предшествующему участку, причем наклон характеристики зависит от вида звена для данной сопрягающей частоты. Для дифференцирующего звена наклон изменяется на +20 дБ/дек, для апериодического и интегрирующего на -20 дБ/дек и для колебательного - на 40 дБ/дек.

Для построения ЛФЧХ следует помнить, что каждое звено дает сдвиг по фазе выходных сигналов по отношению входных: апериодическое $/-\mathrm{arctg}\, T\omega/$; идеальное дифференцирующее $\pi/2$; реальное дифференцирующее $/\pi/2 - \mathrm{arctg}\, T\omega/$; интегрирующее $/-\pi/2/$; колебательное $/-\mathrm{arctg}\, T_1\omega/(1-T_2^2\omega^2)/$. ЛФЧХ строится по точкам.

Пример 5.I. Построить АФЧХ интегрирующего звена с передаточной функцией $W(P) = K/P$.

Пример 5.2. Построить АФЧХ динамического звена с передаточной функцией $W(P)=K/P^2$.

Пример 5.3. Построить частотные характеристики апериодического звена с передаточной функцией $W(P) = K/(Tp+I)$, где $K = I$, $T=0,I$ с.

Р е ш е н и е. Получим АФЧХ путем замены p в передаточной функции звена на $j\omega$: $K(j\omega) = K/(Tj\omega+1)$.

Выделим вещественную и мнимую части $K(j\omega)$, умножая числитель и знаменатель на сопряженное число $(I-Tj\omega)$: $K(j\omega)=K/(Tj\omega+I)=K(I-Tj\omega)/(I+Tj\omega)(I-Tj\omega)=K/(I+T^2\omega^2)-jT\omega/(I+T^2\omega^2)=U(\omega)+jV(\omega)$.

Тогда $U(\omega)=I/(I+0,0I\,\omega^2)$; $V(\omega)=-0,I\,\omega/(I+0,0I\,\omega^2)$.

Получим модуль $A(\omega)=\sqrt{K^2/(1+T^2\omega^2)^2+T^2\omega^2/(1+T^2\omega^2)^2}=$

$$= 1/\sqrt{1+T^2\omega^2} = 1/\sqrt{1+0{,}01\omega^2}$$

и аргумент $\varphi(\omega)=arctg\,[-T\omega/(1+T^2\omega^2)]/[K/(1+T^2\omega^2)]=$

$$=-arctg\,T\omega=-arctg\,0{,}1\omega.$$

Задаваясь значениями частоты, проводим расчеты, результаты которых представляются в таблице, по данным которой строим частотные характеристики.

Пример 5.4. Построить частотные характеристики динамического звена с передаточной функцией $W(P)=Tp/(Tp+I)$, где $T=0,0I$ с.

Пример 5.5. Построить АФЧХ двух САУ, имеющих в разомкнутом состоянии передаточные функции: $I/\ W(P)=20/p(0,Ip+I)$; $2/\ W(P)=200/p(0,05p+I)(0,02p+I)$.

Пример 5.6. По данным примера 5.3 построить ЛЧХ апериодического звена.

Р е ш е н и е. Запишем выражение для ЛАЧХ

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg I/\sqrt{I+T^2\omega^2} = 20\lg I - 20\lg\sqrt{I+T^2\omega^2},$$

где $20\lg I = 0$дБ.

Тогда $L(\omega) = -20\lg\sqrt{I+T^2\omega^2}$.

Для низких частот $\omega < I/T$ и $T^2\omega^2 \ll I$, следовательно, им можно пренебречь, т.е. считать, что $L(\omega)=-20\lg\sqrt{1+T^2\omega^2}\approx-20\lg 1=0$дБ.

Для высоких частот $\omega \geq 1/T$ и $T^2\omega^2 >> 1$, следовательно, можно пренебречь единицей по сравнению с $T^2\omega^2$ и считать, что

$$L(\omega) = -20 \lg \sqrt{1+T^2\omega^2} \approx -20 \lg T\omega.$$

Для низких частот $/\omega < 1/T/$ ЛАЧХ представляет собой прямую линию, совпадающую с осью абсцисс. Для высоких частот $/\omega \geq 1/T/$ ЛАЧХ с некоторым приближением представляет собой прямую, наклоненную под отрицательным углом по отношению к оси абсцисс. Значение угла можно определить, найдя значение $L(\omega)$ для частот, отстоящих друг от друга на одну декаду. Например, для $\omega_1 = 10$ и $\omega_2 = 100$ получим

$$-20 \lg 100T - (-20 \lg 10T) = -20 \lg 10 = -20 дБ.$$

Таким образом, наклон прямой, представляющий $L(\omega) = -20 \lg T\omega$, составляет -20 дБ/дек. Точка перелома характеристики соответствует значению сопрягающей частоты ω, которую находят из условия $20 \lg T\omega = 0$. Тогда $T\omega = 1$, следовательно, $\omega = 1/T$, где $T = 0,1$ с, тогда $\omega = 10$ c^{-1}.

Для построения ЛФЧХ надо использовать данные, полученные в примере 5.3.

Порядок выполнения работы: 1) изучить временные и частотные характеристики динамических звеньев и систем; 2) изучить правила построения АФЧХ, АЧХ, ФЧХ, ЛАЧХ, ЛФЧХ.

Содержание отчета: 1) название работы и ее цель; 2) временные и частотные характеристики, их основные свойства и связь между ними; 3) методика построения АФЧХ, АЧХ и ФЧХ; 4) методика построения ЛЧХ; 5) примеры расчета и построения частотных характеристик.

Контрольные вопросы

1. Какова физическая сущность временных функций?
2. Какова физическая сущность частотных характеристик?
3. Как строится логарифмическая шкала?
4. Чему соответствует один Бел /децибел/?
5. Чему соответствует одна декада /октава/?

Практическое занятие №6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ САУ

Цель работы: изучение практических приемов определения устойчивости САУ с помощью алгебраических и частотных критериев устойчивости, а также расчет запасов и областей устойчивости.

Основные понятия и определения

Необходимым условием работоспособности САУ является ее устойчивость. Под устойчивостью понимают свойство системы восстанавливать состояние равновесия, из которого она была выведена под влиянием возмущений, после прекращения их действия. Неустойчивая система не возвращается к состоянию равновесия, а непрерывно удаляется от него или совершает около него недопустимо большие колебания.

Любая реальная САУ должна быть устойчивой. Общее условие устойчивости линейной САУ сформулировано А.М.Ляпуновым: для устойчивости линейной системы необходимо и достаточно, чтобы все корни ее характеристического уравнения имели отрицательные вещественные части. Несмотря на то, что реальные САУ в большинстве случаев являются нелинейными, А.М.Ляпунов показал, что судить об их устойчивости по линейным математическим моделям нельзя лишь в том случае, когда линейная система находится на границе устойчивости /при этом необходим дополнительный анализ отброшенных при линеаризации членов/.

На практике для определения устойчивости САУ используют критерии устойчивости, т.е. правила, позволяющие определить устойчивость системы, не прибегая к решению дифференциальных уравнений. В настоящее время наиболее часто применяются алгебраические критерии Рауса и Гурвица, а также частотные - Михайлова и Найквиста.

С помощью критериев не только устанавливается факт устойчивости или неустойчивости системы, но и оценивается влияние тех или иных параметров и структурных изменений в системе на устойчивость. Математически все формы критериев эквивалентны, так как определяют условия, при которых корни характеристического уравнения лежат в левой полуплоскости комплексной плоскости корней.

Так как уравнения динамики, описывающие САУ, как правило, идеализированы, а ее параметры определяются с некоторой погрешностью и изменяются под действием различных факторов, то любая система для нормальной работы должна иметь запас устойчивости.

Понятия запаса устойчивости по амплитуде /по модулю/ и по фазе вводятся для характеристики степени удаления системы от границы устойчивости.

Численно запас устойчивости по модулю показывает, насколько должен измениться модуль АФЧХ разомкнутой системы при неизменных фазовых соотношениях, чтобы системы вышла за границу устойчивости.

Численно запас устойчивости по фазе показывает, насколько должно увеличиваться отставание по фазе в разомкнутой системе при неизменном модуле АФЧХ, чтобы система вышла за границу устойчивости. В ряде случаев при проектировании и наладке САУ предоставляется некоторая свобода в выборе одного-двух параметров. Поэтому может ставиться задача не только проверки устойчивости системы при заданных значениях ее параметров, но также и определение некоторой области изменения отдельных параметров, внутри которой система остается устойчивой. Эти значения могут быть определены в случае выделения области устойчивости в плоскости искомых параметров.

Методические указания

Алгебраический критерий Гурвица позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по коэффициентам ее характеристического уравнения, которым является знаменатель передаточной функции. Необходимые и достаточные условия устойчивости системы определяются различными соотношениями коэффициентов в зависимости от порядка системы.

Критерий Гурвица целесообразно применять, когда характеристическое уравнение имеет порядок не выше пятого /$n \leq 5$/, так как с повышением порядка увеличивается трудоемкость вычислений.

Алгебраический критерий Рауса позволяет судить об устойчивости по коэффициентам характеристического уравнения замкнутой системы. Необходимые и достаточные условия устойчивости системы определяются с помощью Рауса.

Особенно удобен этот критерий в тех случаях, когда коэффициенты характеристического уравнения заданы численно, а порядок уравнения высокий / $n > 5$/ и использование критерия Гурвица затруднительно.

Частотный критерий устойчивости Михайлова основан на связи характера переходного процесса системы с амплитудой и фазой вынужденных колебаний, устанавливающихся в системе при синусоидальном воздействии. Анализ устойчивости системы этим методом сводится к построению по характеристическому многочлену замкнутой системы /знаменатель передаточной функции/ на комплексной плоскости кривой, по виду которой можно судить об устойчивости системы.

Критерий Михайлова целесообразно применять при исследовании сложных многоконтурных систем, когда необходимо выяснить влияние изменения структуры системы и средств стабилизации на ее устойчивость.

Частотный критерий Найквиста позволяет судить об устойчивости замкнутой САУ по АФЧХ разомкнутой системы. Критерий формулируется по-разному в зависимости от того, устойчива разомкнутая система или нет. При отсутствии местных обратных связей разомкнутая система всегда устойчива, если состоит из устойчивых звеньев. При наличии местных обратных связей система может оказаться неустойчивой в разомкнутом состоянии.

Если считать, что на рис.5.I приведены АФЧХ устойчивых разомкнутых систем, то, согласно критерию Найквиста, в замкнутом состоянии будет устойчива система $V = 1$ /рис.5.Iб/, системы с $V=0$ и $V = 3$ /рис.5.Iа, г/ будут устойчивы, а система с $V = 2$ /рис.5.Iв / будет находиться на границе устойчивости.

Этот критерий целесообразно применять при исследовании сложных систем. Он применим при анализе систем, описываемых аналитическими функциями, отличными от дробно-рациональных, например, иррациональными, показательными, трансцендентными и др. Им удобно пользоваться при анализе систем с запаздыванием.

Критерий Найквиста легко интерпретируется в логарифмической форме. При этом полученный лагарифмический критерий позволяет судить об устойчивости замкнутой САУ с помощью совместного анализа ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы. Критической точке, где модуль АФЧХ равен I, соответствует точка пересечения ЛАЧХ с осью абсцисс на частоте среза ω_c , а точке, в которой фазовый сдвиг равен 180°, соответствует точка пересечения ЛФЧХ линии $-\pi$.

ЛЧХ удобно использовать для определения запаса устойчивости САУ. Запас устойчивости по амплитуде ΔL есть число децибел, на которое нужно увеличить коэффициент усиления на частоте, соответствующей фазовому сдвигу $\varphi = -\pi$, чтобы система потеряла устойчивость. На ЛАЧХ ΔL представляет собой отрезок, заключенный между осью абсцисс и ординатой ЛАЧХ при частоте, соответствующей фазовому сдвигу $-\pi$. Запас устойчивости по фазе есть угол $\Delta\varphi = 180^0 - |\varphi(\omega_c)|$. На ЛФЧХ - это угол превышения фазовой характеристики над линией $\varphi = -\pi$ при частоте среза ω_c.

В принципе для выделения областей устойчивости могут быть использованы частотные критерии или критерий Гурвица. Однако в первом случае нужно будет производить многократное построение соответствующих частотных характеристик. Во втором случае решение задачи может оказаться связанным с анализом сложных и громоздких выражений или с построением кривых зависимостей определителей Гурвица от рассматриваемых параметров.

Наиболее удобно производить выделение областей устойчивости на основе понятия о Д-разбиении, разработанного А.А.Соколовым и Ю.А.Неймарком.

Д-разбиением называется разбиение пространства коэффициентов характеристического уравнения или параметров системы на области, соответствующие одному и тому же числу корней, расположенных слева от мнимой оси, а граница области устойчивости в плоскости коэффициентов или параметров называется границей Д-разбиения.

Метод построения границы Д-разбиения заключается в том, что в исследуемом уравнении производится замена p на $j\omega$, а ω получает значения от $-\infty$ до $+\infty$. Для каждого значения ω находятся коэффициенты или параметры, обращающие левую часть характеристического уравнения в нуль. Геометрическое место таких значений и даст границу области устойчивости.

Задачи и упражнения

Пример 6.1. Используя критерий Гурвица, определить устойчивость САУ, если ее характеристическое уравнение имеет вид

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p + K = 0,$$

где $T_1 = 0{,}01$ с; $T_2 = 0{,}1$ с; $K = 100$.

Р е ш е н и е. Подставляя численные значения, получим

$$0,001p^3 + 0,11p^2 + p + 100 = 0.$$

Условия устойчивости: $a_0 = 100 > 0$; $a_1 = 1 > 0$; $a_2 = 0,11 > 0$; $a_3 = 0,001 > 0$; $a_2 a_1 - a_3 a_0 = 1 \cdot 0,11 - 100 \cdot 0,001 = 0,11 - 0,1 = 0,01 > 0$, следовательно система устойчива.

Пример 6.2. Дано характеристическое уравнение САУ четвертого порядка

$$4p^4 + 7p^3 + 3p^2 + p + 2 = 0$$

Определить устойчивость системы с помощью критерия Гурвица.

Пример 6.3. Определить устойчивость с помощью критерия Рауса для САУ с характеристическим уравнением в виде

$$0,104p^7 + 0,33p^6 + 5,5p^5 + 15,5p^4 + 25p^2 + 19,7p + 9,5 = 0$$

Р е ш е н и е. Построив таблицу Рауса /табл.6.1/, убедимся, что все коэффициенты первого столбца положительны, и, следовательно, система устойчива.

Т а б л и ц а 6.1

Коэффициенты Рауса

Номер строки	Значение параметра	Номер столбца			
		1	2	3	4
1	–	0,104	5,5	25	19,7
2	–	0,33	15,5	25	9,5
3	0,315	0,6	17,1	16,7	0
4	0,55	6,0	15,8	9,5	0
5	0,1	15,52	15,75	0	0
6	0,386	9,7	9,5	0	0
7	1,6	0,55	0	0	0
8	0	9,5	0	0	0

Пример 6.4. Дано характеристическое уравнение САУ

$$p^6 + 6p^5 + 21p^4 + 44p^3 + 62p^2 + 52p + 100 = 0.$$

Оценить устойчивость системы с помощью критерия Рауса.

Пример 6.5. Определить устойчивость САУ с помощью критерия Михайлова, если характеристическое уравнение имеет вид

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0,$$

где $a_3 = 0,04$; $a_2 = 0,5$; $a_1 = 2$; $a_0 = 10$.

Р е ш е н и е. Подставляя в левую часть характеристического уравнения $p = j\omega$ и отделяя вещественную часть от мнимой, получим

$$D(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega),$$

где $U(\omega) = a_0 - a_2\omega^2 = 10 - 0,5\,\omega^2$,

$V(\omega) = \omega(a_1 - a_3\omega^2) = (2 - 0,4\,\omega^2)\,\omega$.

Задаваясь значениями ω от 0 до ∞, строим годограф Михайлова. По его виду делаем вывод об устойчивости системы.

Пример 6.6. С помощью критерия Михайлова оценить устойчивость САУ, динамические свойства которой определены уравнением

$$D(p) = p^3 + p^2 + p + 1 = 0.$$

Пример 6.7. Используя данные примера 5.5, с помощью критерия Найквиста определить устойчивость замкнутых САУ.

Пример 6.8. Определить устойчивость и запасы устойчивости по амплитуде и фазе САУ методом ЛЧХ, если задана передаточная функция разомкнутой системы $W(P) = K/(T_1p+1)(T_2p+2)p$, где $K = 50$; $T_1 = 0,04$ с; $T_2 = 0,01$ с.

Р е ш е н и е. Для построения ЛАЧХ и ЛФЧХ определим значения сопрягающих частот: $\omega_1 = 1/T_1 = 25\ \text{с}^{-1}$; $\omega_2 = 1/T_2 = 100\ \text{с}^{-1}$.

ЛАЧХ представляет собой ломаную линию, состоящую из трех прямых участков с навлонами -20, -40, -60 дБ. Для построения первой прямой определим значение $L(\omega)$ при частоте $\omega = 1\ \text{с}^{-1}$:

$$L(\omega) = 20\lg K = 20\lg 50 = 34\ \text{дБ}.$$

Следовательно, при $\omega = 1\ \text{с}^{-1}$; $L(\omega) = 34$ дБ и ЛАЧХ имеет наклон -20 дБ/дек, В точке $\omega_1 = 25\ \text{с}^{-1}$ крутизна ЛАЧХ изменяется до -40 дБ/дек. Последняя прямая с наклоном -60 дБ/дек начинается от точки с частотой $\omega_2 = 100\ \text{с}^{-1}$.

Находим выражения для построения ЛФЧХ

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \operatorname{arctg} T_1\omega - \operatorname{arctg} T_2\omega = -90^\circ - \operatorname{arctg} 0,04\omega - \operatorname{arctg} 0,01\omega.$$

Задаваясь значениями ω, вычисляем соответствующие значения фазы

ω, с$^{-1}$	...0,1	1	10	60	100	1000
$\varphi(\omega)$, град	...-90°	-93°	-118°	-180°	-211°	-263°

По результатам вычислений строим ЛЧХ рассматриваемой системы. Система устойчива. Запас устойчивости по амплитуде $\Delta L \approx 8$ дБ, по фазе $\Delta \varphi \approx 20^{\circ}$.

Пример 6.9. Определить область устойчивости замкнутой САУ в плоскости параметра К, если передаточная функция разомкнутой системы $W(p) = K/(T_1p+1)(T_2p+1)p$, где $T_1 = 0{,}1$ с, $T_2 = 0{,}05$ с.

Порядок выполнения работы: 1) изучить алгебраические критерии устойчивости; 2) изучить частотные критерии устойчивости; 3) изучить метод Д-разбиения.

Содержание отчета: 1) название работы и ее цель; 2) общее условие устойчивости линейной САУ; 3) алгебраические и частотные критерии устойчивости; 4) понятие о запасе устойчивости системы; 5) метод Д-разбиения; 6) примеры определения устойчивости, расчета запасов и областей устойчивости САУ.

Контрольные вопросы

1. Какова физическая сущность понятия "устойчивость системы"?
2. Когда целесообразно применять алгебраические критерии устойчивости?
3. Когда целесообразно применять частотные критерии устойчивости?
4. Как можно определить запас устойчивости САУ по ЛЧХ?
5. В чем суть метода Д-разбиения?

Практическое занятие № 7

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: изучение основных показателей качества управления, инженерных методов их определения и оценки.

Основные понятия и определения

Устойчивость является необходимым, но недостаточным условием работоспособности САУ. Понятие устойчивости отражает наличие или отсутствие затухания переходного процесса в системе. Характер его может быть самым разнообразным, а регулируемый параметр может иметь различные отклонения от заданного значения в установившемся режиме. Поэтому необходимо оценить качество процессов, протекающих в САУ.

Комплекс требований, определяющих поведение САУ в установившемся и переходном процессах отработки заданного воздействия, объединяется понятием качества процесса управления /качества системы/.

Под качеством управления понимают свойство САУ поддерживать с достаточными точностью и быстродействием заданный закон изменения регулируемого параметра /рис.7.I/. Требования качества управления могут быть самыми разнообразными. Основными показателями

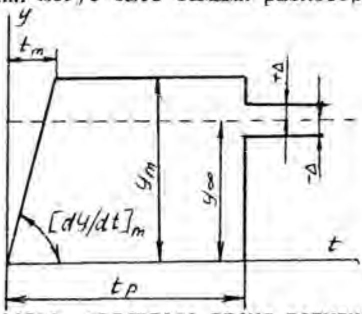

Рис.7.I. Область допустимых отклонения регулируемой величины: y_m – максимальное отклонение регулируемой величины; y_∞ – установившееся значение регулируемой величины; t_m – время достижения максимального значения регулируемой величины; t_p – время регулирования; $[dy/dt]_m$ – максимальная скорость изменения регулируемой величины; Δ – установившаяся ошибка

качества являются: время регулирования, перерегулирование, колебательность и точность. Кроме этого, в конкретных условиях к качеству системы могут предъявляться и другие требования: максимальная скорость изменения регулируемой величины, собственная частота колебаний системы и т.д.

Методические указания

Качество процесса управления определяют прямыми и косвенными методами. К прямым методам анализа качества относятся методы, позволяющие непосредственно осуществить построение исследуемого процесса. Как было доказано выше /практическое занятие № 3/, процессы управления замкнутой системы при заданном воздействии описываются неоднородными линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, поэтому прямые методы анализа качества совпадают с методами решения уравнений этого типа /5-7,9-12/.

Обычно прямые методы предусматривают решение дифференциального или операторного уравнения системы и построение кривой переходного процесса. Эти методы наиболее точны, но с ростом порядка уравнений их решения усложняются. Решения характеристического уравнения не требуется, если пользоваться частотным методом, основанным на обратном преобразовании Фурье или осуществлять моделирование САУ непосредственно по ее структурной схеме с помощью АВМ или ЦВМ. Широкое применение математического моделирования САУ позволяет эффективно решать основную задачу исследования качества процесса управления - установить, какое влияние оказывает структура системы и значения ее параметров на процесс управления и показатели его качества, а также выяснить, насколько та или иная система удовлетворяет предъявленным к ней требованиям.

В инженерной практике также находят широкое применение косвенные оценки качества. Это целесообразно, если не требуется особой точности и можно ограничиться приближенной оценкой показателей качества управления. Косвенными оценками называются некоторые величины, в той или иной мере характеризующие отдельные особенности переходного процесса. Эти величины можно определить сравнительно просто без выполнения трудоемкой работы по построению кривой переходного процесса. Косвенные методы оценки не требуют решения дифференциального или операторного уравнения и позволяют обойтись без сложных вычислений. К ним относятся: метод распределения корней, интегральные и частотные методы.

Метод распределения корней дает возможность по значениям корней характеристического уравнения, лежащих в плоскости корней слева от мнимой оси приближенно оценить их влияние на переходной процесс.

Косвенными показателями качества этого метода являются /рис. 7.2/: 1 - собственная частота колебаний $\omega_0 = |\sqrt[n]{p_1 p_2 \cdots p_n}| = |\sqrt[n]{a_0/a_n}|$, которая представляет среднее геометрическое значение модулей корней и может служить относительной мерой быстродействия системы; 2 - степень устойчивости $\alpha = |Re\, p_{i\,min}|$ - расстояние от мнимой оси до ближайшего корня, которое характеризует запас устойчивости системы и равно вещественной части этого корня; 3 - степень колебательности $\mu = |tg\, \varphi| = |\beta/\alpha|$, где φ - наибольший из углов, образованных отрицательной вещественной полуосью и лучами, проведенными из начала координат через корни $/p_i = -\alpha_i \pm j\beta_i/$ и характеризующий колебательность системы; 4/ степень затухания ψ - отношение разности двух соседних амплитуд одного знака

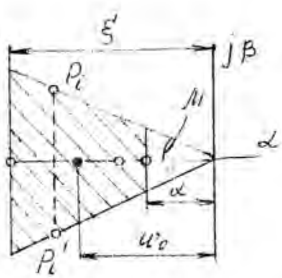

Рис.7.2. Оценка качества управления с помощью метода распределения корней

кривой переходного процесса к большей из них, причем степень колебательности и степень затухания связаны между собой выражением $\psi = 1 - e^{-2\pi/\mu}$; 5 - максимальное удаление корня от мнимой оси $\xi = |Re\, p_{i\,max}|$.

Зная эти показатели, можно сравнить качество близких по типу систем при сходных воздействиях. Так, например, чем больше степень устойчивости α , тем быстрее в этих условиях затухает переходной процесс. Чем больше степень колебательности μ , тем больше максимальное перерегулирование σ_m и колебательность N . Чем больше отношение ξ/α , тем меньше влияние малых постоянных времени и больше возможность вместо исходной системы рассматривать упрощенную систему более низкого порядка.

Достоинство метода распределения корней состоит в том, что для оценки времени регулирования нет необходимости в построении переходного процесса по полному дифференциальному уравнению. Однако он требует определения корней по характеристическому уравнению n -го порядка.

В основе интегральных методов оценки качества лежит предположение, что качество управления тем выше, чем меньше площадь между кривой переходного процесса и заданным значением управляемой величины, так как эта площадь косвенно характеризует качество переходного процесса /рис.7.3/.

В этом случае критерием оценки качества будет определенный интеграл по времени от функций $\varepsilon(t)$, характеризующий разность между заданным и действительным значением координаты системы. Такие определенные интегралы называют интегральными оценками. Наибольшее применение находят интегральные оценки следующего вида:

$$I_л = \int_0^\infty \varepsilon(t)dt \;; \quad I_{кв} = \int_0^\infty \varepsilon^2(t)dt \;; \quad I_{кв.ул.} = \int_0^\infty \left\{\varepsilon^2(t) + T^2\left[\frac{d\varepsilon(t)}{dt}\right]^2\right\}dt ,$$

где $\varepsilon(t)$ - отклонение параметра от заданного значения: T - постоянная времени некоторой экспоненты, по которой желательно изменение переходного процесса для данной системы.

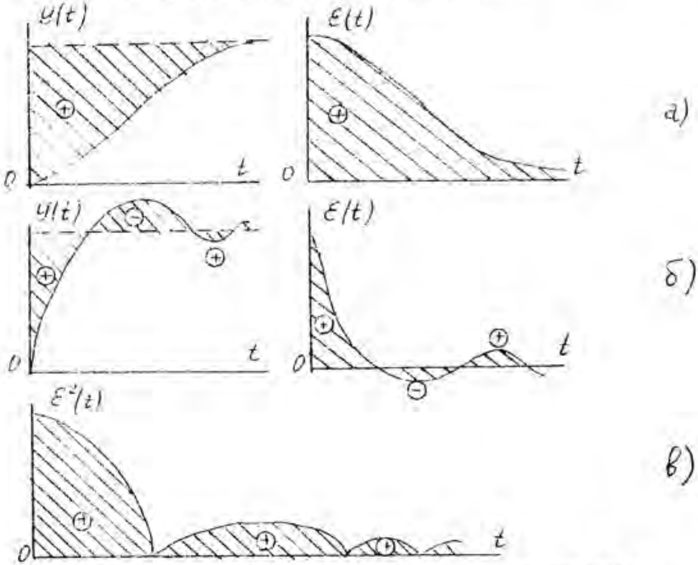

Рис.7.3. Геометрическая интерпретация интегральных оценок качества управления

Минимизируя эти интегралы, можно получить те значения параметров САУ, которые обеспечивают наибольшее быстродействие системы.

Интеграл $I_л$ определяет собой алгебраическую / т.е. с учетом знаков /сумму площадей, ограниченных кривой переходного процесса и заданным значением управляемого параметра. Поэтому он может быть применен только для оценки неколебательных монотонных процессов $У(t)$ /рис.7.3а/. Качество колебательного переходного процесса $У(t)$ /рис.7.3б/ лучше оценивать интегралом $I_{кв}$. Однако следует заметить, что интегралы $I_л$ и $I_{кв}$ при определенных условиях могут иметь соотношение, при котором сильно колебательный процесс представляется лучшим, чем монотонный, что в ряде случаев будет неверно. Если наличие колебаний существенно, то рекомендуется пользоваться оценкой по интегралу $I_{кв.эл}$ /рис.7.3в/.

Удобство интегральных оценок заключается в том, что они дают единый числовой критерий качества . Недостатком же является то, что одному и тому же значению интегральной оценки могут отвечать различные формы переходного процесса, что создает недостаточную определенность решения задачи.

Частотный метод анализа качества позволяет по свойствам различных частотных характеристик замкнутой и разомкнутой систем судить о том, удовлетворяет ли САУ условиям качества управления. Математической основой этого метода является обратное преобразование Лапласа, позволяющее получать частотные характеристики систем по изображению выходного сигнала системы $У(t)$. В свою очередь, по частотным характеристикам можно построить переходной процесс в системе во временной области.

Качество процессов управления может быть оценено,например, по АЧХ замкнутой системы.

Показатель колебательности определяют по величине относительного максимума характеристики $A_з(\omega)$: $M = A_{з\,max}/A_з(0) = A_з(\omega_{рез})/A_з(0)$.

Для большинства САУ АЧХ $A_з(\omega)$ имеет резонансный пик на частоте $\omega_{рез}$ /кривая 2 на рис.7.4/. Переходной процесс в этом случае носит колебательный характер, причем амплитуда колебаний возрастает с увеличением М. Если $A_з(\omega)$ – не возрастающая функция частоты /кривая I/, то $M=A_з(0)/A_з(0)=I$, и переходная функция системы неколебательная. Чем больше показатель колебательности, тем САУ менее устойчивая /кривая 3/. Обычно допустимые значения показателя колебательности М=I,I–I,5.

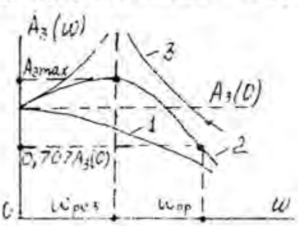

Рис.7.4. Оценка качества процесса управления по виду АЧХ замкнутой САУ: I – устойчивая система без перерегулирования; 2 – устойчивая система с перерегулированием; 3 – неустойчивая система

Полоса пропускания $\omega_{пр}$ системы, определяемая по виду АЧХ /рис.7.4/, служит качественной мерой быстродействия САУ. Чем шире полоса пропускания, тем выше быстродействия системы. Полоса пропускания – чисто инженерное понятие и не имеет строгого математического определения. Полосой пропускания называют обычно диапазон частот $0 - \omega_{пр}$, за пределами которого значения $A_з(\omega)$ становятся меньше $0,707A_з(0)$, что соответствует уменьшению амплитуды более чем на 3 дБ.)

Время регулирования t_p может быть приближенно оценено по резонансной частоте $\omega_{рез}$: $t_p \approx (1 \div 2)\, 2\pi/\omega_{рез}$.

Основные показатели качества переходного процесса могут быть оценены по виду вещественной частотной характеристики. Связь между временной и частотной характеристиками можно установить на основании возможности разложения любой функции времени, удовлетворяющей условиям Дирихле, в ряд Фурье. Для определения показателей качества САУ существует два способа: I/ оценка качества по виду вещественной частотной характеристики и 2/ по номограммам В.В.Солодовникова /7,9,12-15/.

Для оценки показателей качества процесса управления в замкнутой системе можно применять ЛЧХ разомкнутой САУ, если руководствоваться некоторыми правилами, определяющими связь между ЛЧХ и этими показателями: I/ динамические свойства системы определяются в основном участками ЛАЧХ, близкими к частоте среза ω_c; 2/ с ростом частоты ω_c увеличивается быстродействие системы /уменьшается время регулирования t_p; 3/ в правильно спроектированной системе наклон ЛАЧХ на частоте среза ω_c должен составить -20 дБ/дек. Длина участка с наклоном -20 дБ/дек должна быть не менее одного дек; 4/ переходная характеристика будет иметь малую колебательность, если ЛАЧХ системы в области частоты среза ω_c имеет достаточно широкий участок наклона не более -20 дБ/дек. Чем протяженнее этот участок, тем меньше колебательность /при ширине этого участка около I дек перерегулирование в системе не будет превышать 20-30%/; 5/ для обеспечения перерегулирования 10-30% необходимо обеспечить запас по фазе $\Delta\varphi = 30 - 50^\circ$ на частоте среза и запас по амплитуде около 20 дБ.

Основное преимущество частотного метода - возможность использования не только расчетных, но и экспериментальных характеристик для определения качества управления. К этому добавляется простота и наглядность оценки изменений в характеристиках, которые вызываются изменением структуры и параметров системы.

Пример 7.I. Оценить качество процесса управления САУ по кривой переходного процесса, если система описывается операторным уравнением $[(T_1P+1)(T_2P+1)(T_3P+1)+K]\ У(P)=KU(P)$, где $T_1 = 0,4$ с; $T_2 = 0,04$ с; $T_3 = 0,1$ с; $K = 12$.

Р е ш е н и е. Уравнение системы при скачкообразном изменении входного воздействия $U(P) = 1/P$ в операторной форме $(a_3p^3+a_2p^2+a_1p+a_0)У(P)=K\,U(P)=12/P$, где $a_3=0,0016$; $a_2=0,06$; $a_1=0,054$; $a_0=13$; $K=12$.

Воспользовавшись численным методом отыскания корней характеристического уравнения $a_3p^3+a_2p^2+a_1p+a_0=0$, путем последовательных приближений получим: $p_1=-34,5\ c^{-1}$; $p_{2,3} = -1,5 \pm j\cdot 15,3\ c^{-1}$.

На основании теоремы разложения решение заданного уравнения после подстановки значений a_0, a_1, a_2, a_3, K будет:
$У(t) = 0,925 - 0,165e^{-34,5t} - e^{-1,5t}(0,76\cos 15,3t + 0,44\sin 15,3t)$.

Задаваясь значениями $t = 0;\ 0,1;\ 0,2;\ \ldots\ 2,0$ и построив кривую переходного процесса при $\Delta = \pm\, 0,05$, определяем время регулирования t_p, перерегулирование σ_m и колебательность N.

Пример 7.2. Оценить качество процесса управления при $\Delta = \pm\, 0,05$, если переходная характеристика имеет вид

$$h(t) = 1 - 0,0545e^{-53,4t} + 1,08e^{-3,29t}\sin(11,3t + 1,064).$$

Пример 7.3. Используя данные примера 7.1, оценить качество процесса управления САУ с помощью метода распределения корней.

Р е ш е н и е. С учетом приведенных выше корней характеристического уравнения получим: степень устойчивости $\alpha = |Re\, p_{2,3\,min}| = 1,5c^{-1}$; степень колебательности $\mu = |\beta/\alpha_{2,3}| = |15,3/1,5| = 10,2$; степень затухания $\Psi = 1 - e^{-2\pi/\mu} = 1 - e^{-6,16} = 0,46$; максимальное удаление корня от мнимой оси $\xi_0 = |Re\, p_{1\,max}| = 34,5c^{-1}$; время регулирования $t_p \approx 3/\alpha = 2$ c.

Пример 7.4. Определить значения интегральных линейных оценок качества САУ, если на ее вход поступило единичное ступенчатое воздействие, а сама система в динамическом отношении является:
а/апериодическим звеном; б/ реальным дифференцирующим звеном;
в/ интегро-дифференцирующим звеном.

Пример 7.5. Используя данные примера 7.4 , определить значения интегральных квадратичных оценок САУ.

Пример 7.6. На рис.7.5 изображена АЧХ замкнутой САУ. Определить показатель колебательности, полосу пропускания, резонансную частоту и время регулирования.

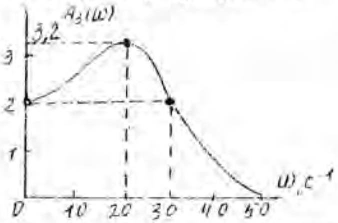

Рис.7.5. АЧХ замкнутой системы

Порядок выполнения работы: I) изучить основные показатели качества процесса управления; 2) изучить прямые методы определения качества процесса управления; 3) изучить косвенные методы определения качества процесса управления.

Содержание отчета: I) название работы и ее цель; 2) основные показатели качества процесса управления и область допустимых отклонений регулируемой величины; 3) оценка качества управления с помощью прямых методов; 4) оценка качества управления метода распределения корней; 5) оценка качества управления с помощью интегральных оценок; 6) частотные оценки качества процесса управления; 7) примеры оценок качества управления различными методами.

Контрольные вопрсы

I. Чем отличаются прямые показатели качества от косвенных?

2. Перечислите прямые показатели качества.

3. Напишите выражение для определения перерегулирования.

4. Чем объяснить ограничение в применении интегральной линейной оценки качества?

5. В чем состоит основной недостаток интегральных квадратичных оценок качества и как его избежать?

Литература

I. Разработка и оформление конструкторской документации РЭА: Справ. пособие /Э.Т.Романычева и др.-М.: Радио и связь, 1984.- 256 с.

2. В о р о б ь е в Н.И. Проектирование электронных устройств: Учеб.пособие.-М.: Высш.школа, 1989. - 223 с.
3. Б а л а к и р е в В.С. и др. Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов управления.-М.: Энергия, 1967. - 232 с.
4. Наладка автоматических систем и устройств управления технологическими процессами: Справ.пособие /Под ред.А.С.Клюева.-М.: Энергия, 1977. - 400 с.
5. Справочное пособие по теории систем автоматического регулирования и управления /Под общ.ред.Е.А.Санковского. - Мн.: Выш.школа, 1973. - 584 с.
6. К л ю е в А.С. Автоматическое регулирование. - М.: Энергия, 1973. - 392 с.
7. А н х и м ю к В.Л. Теория автоматического управления. - Мн.: Выш.школа, 1979. - 352 с.
8. Т а н а т а р А.И. Элементы промышленной автоматики и их динамические свойства. - Киев: ТехнIка, 1975. - 232 с.
9. С о л о д о в н и к о в В.В., П л о т н и к о в В.И., Я к о в л е в А.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования.-М.: Машиностроение, 1985. - 536 с.
10. Автоматика и автоматизация производственных процессов /Автушко В.П. и др. -Мн.: Выш.школа, 1985. - 302 с.
11. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления /Под ред.В.А.Бесекерского. - М.: Наука, 1978. - 512 с.
12. И в а щ е н к о Н.Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем. -М.: Машиностроение, 1973. - 606 с.
13. Ф е л ь д б а у м А.А., Б у т к о в с к и й А.Г. Методы теории автоматического управления. - М.: Наука, 1971. - 744 с.
14. В о р о н о в А.А. и др. Основы теории автоматического регулирования и управления: Учебн.пособие для вузов. - М.: Высш.школа, 1977. - 519 с.
15. Задания и методические указания к курсовым работам по дисциплине "Автоматизация производственных процессов в машиностроении"/Г.П.Комлик, И.В Коновалов. - Мн.: БПИ, 1990. - 76 с.

Содержание

Учебное издание

КОМЛИК Геннадий Петрович
КОНОВАЛОВ Игорь Васильевич
ФРОЛОВ Игорь Станиславович

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к практическим занятиям по дисциплине
"Теория автоматического управления
технологическими системами" для студентов
специальности I2.01 - "Технология машиностроения"

Редактор Т.Е.Рачковская.Корректор М.П.Антонова.

Подписано в печать I6.01.92.
Формат 60x84 I/I6. Бумага тип.№ 2. Офсет. печать.
Усл.печ.3,5. Уч.-изд.л.2,7. Тир. 300. Зак.6.

Белорусская ордена Трудового Красного Знамени
политехническая академия
Отпечатано на ротапринте БПИ. 220027, Минск, пр.Ф.Скорины,65.