

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ
АКАДЕМИЯ

Кафедра "Технология машиностроения"

И.П.Филонов, Ю.Б.Герасимов, Л.В.Курч

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ
МАНИПУЛЯТОРАМИ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССАХ**

Учебное пособие по курсам: "Автоматизация
производственных процессов в машиностроении", "Теория
движения манипуляционных механизмов" для студентов
специальностей 12.01 - "Технология машиностроения",
12.02 - "Металлорежущие станки и инструменты", 21.06 -
"Робототехнические системы и комплексы", 21.03 -
"Автоматизация технологических процессов"

В 3-х частях

Часть 1

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛОВЫХ,
СКОРОСТНЫХ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ
МАНИПУЛЯТОРОВ, СПОСОБЫ УПРАВЛЕНИЯ**

Минск 1993

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

=====

Кафедра "Технология машиностроения"

И.П. Филонов, Ю.Б. Герасимов, Л.В. Курч

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРАМИ
В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Учебное пособие по курсам: "Автоматизация
производственных процессов в машиностроении", "Теория
движения манипуляционных механизмов" для студентов
специальностей I2.01 - "Технология машиностроения",
I2.02 - "Металлорежущие станки и инструменты", 2I.06 -
"Робототехнические системы и комплексы", 2I.03 -
"Автоматизация технологических процессов"

В 3-х частях

Часть I

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛОВЫХ, СКОРОСТНЫХ
И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ МАНИПУЛЯТОРОВ, СПОСОБЫ
УПРАВЛЕНИЯ

М и н с к 1 9 9 3

УДК ~~621.865.8~~

Филонов И.П. и др. Моделирование движения и управления манипуляторами в технологических процессах: Учеб. пособие по курсам: "Автоматизация производственных процессов", "Теория движения манипуляционных механизмов" для студ. спец. 12.01, 12.02, 21.06, 21.03. - Мн.: БГА, 1993. - В 3 ч. - Ч. 1: Математическое моделирование силсвых, скоростных и энергетических связей манипуляторов, способы управления. - 130 с.

Учебное пособие рассчитано на студентов широкого круга инженерно-технических специальностей, изучающих вопросы автоматизации с применением промышленных роботов.

В данном учебном пособии детально проработаны вопросы структурного синтеза схем манипуляторов. Дано описание обучающей программы исследования кинематики, динамики и энергопотребления манипуляторов промышленных роботов при перемещении схвата по заданной траектории в пространстве. На основе авторских свидетельств дано описание возможных способов управления манипуляторами, основанных на моделировании силовых и скоростных характеристик.

Рецензент Ю.И. Матвеев

JSBN5-7830-0418-9

© Филонов И.П. и др.,
1993.

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛОВЫХ, СКОРОСТНЫХ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ МАНИПУЛЯТОРОВ

Цель работы:

1. Изучение особенностей структурного синтеза схем манипуляторов промышленных роботов (МНР).
2. Ознакомление с методикой математического моделирования перемещения детали в пространстве по заданной траектории с различными законами изменения скорости.
3. Владение навыками кинематического анализа, а также определения динамической нагруженности и энергозатрат манипуляторов при движении схвата с деталью по заданной траектории.
4. Изучение методики определения обобщенных сил. Определение сил (моментов) движущих и сопротивления. Постановка задачи для прочностных и точностных расчетов, а также оценка долговечности манипуляторов.

1.1. Структурный синтез схем манипуляторов

1.1.1. Особенности структурного синтеза схем манипуляторов промышленных роботов

Структурный синтез предусматривает проектирование структурной схемы манипулятора промышленного робота (МНР), обеспечивающей заданные условия перемещения в пространстве объекта, находящегося в схвате. При этом каждая схема манипулятора рассматривается с возможностью многовариантной компоновки определенного сочетания кинематических пар (КП) как соединений звеньев, допускающих их относительное движение. Составление (синтез) схем на этом этапе основано на понятии связей, наложенных на механическую систему.

Особенностью структурного синтеза МНР является то, что минимальное число его степеней свободы определяется заданными условиями движения объекта, расположенного в схвате. В качестве модели перемещаемого объекта могут быть точка, отрезок прямой, плоскость, твердое тело. Число степеней свободы перемещаемого объекта равно числу независимых обобщенных координат.

Так, для перемещения объекта в пространстве без его ориентации, т.е. для перемещения точки, требуется три степени свободы. В общем случае твердое тело имеет шесть степеней свободы. Число же степеней свободы манипулятора не ограничено, однако для обеспечения заданного движения оно не может быть меньше числа степеней свободы перемещаемого объекта.

Для составления структурной схемы манипулятора можно использовать метод последовательного наложения структурных групп с одной, двумя и более степенями свободы. В этом случае с присоединением каждой новой такой группы степень свободы манипулятора возрастает. Но при этом следует учитывать тот факт, что некоторые добавленные подвижности не увеличивают подвижность схвата с перемещаемым объектом. Такие подвижности называются пассивными по отношению к схвату. Возможность их появления необходимо учитывать при структурном синтезе. Так, структурная схема манипулятора с тремя (А, Б, С) одноподвижными вращательными (В) КП (рис. 1.1 а), оси вращения которых взаимно параллельны, обладая, таким образом, тремя подвижностями, обеспечивает схвату возможность перемещения только в плоскости.

Отличительной особенностью от существующих представлений о структуре как сочетании подвижных соединений звеньев является то, что при структурном синтезе схем манипуляторов приходится учитывать не только вид и порядок расположения КП, но и взаимную ориентацию как осей, так и звеньев, входящих в эти КП.

Схема манипулятора на рис. 1.1б имеет три степени подвижности и отличается от схемы на рис. 1.1а только взаимным расположением КП (А), однако это позволяет обеспечивать пространственное перемещение схвата. В этих схемах звенья 1 - 0, 2 - 1 и 3 - 2 соединены с возможностью относительного вращения, т.е. они могут быть условно обозначены одинаковым сочетанием $B_{10} B_{21} B_{32}$.

На рис. 1.2 представлены структурные схемы с двумя поступательными (П) и одной вращательной парами $P_{10} P_{21} B_{32}$.

Отличие этих двух схем - только в расположении звена 3 (в данном случае это - схват). Первая схема (рис. 1.2а) обеспечивает плоское движение схвата, вторая (рис. 1.2б) - пространственное.

Еще одной отличительной особенностью манипуляторов является переменность их структуры. В большинстве случаев манипуляторы

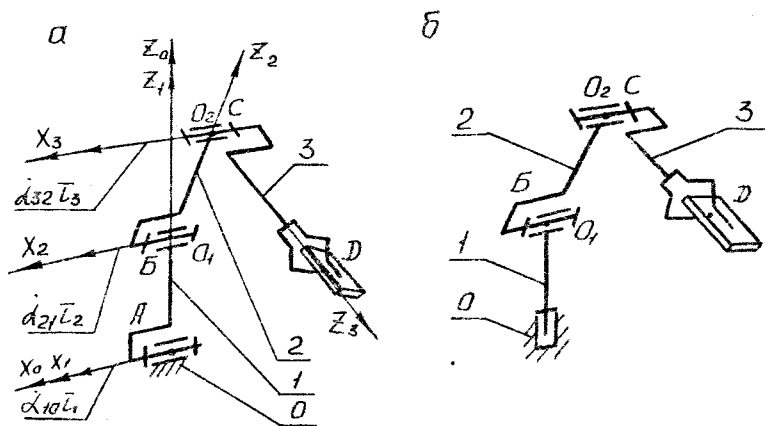


Рис. I.1. Схемы манипуляторов $B_{10} B_{21} B_{32}$

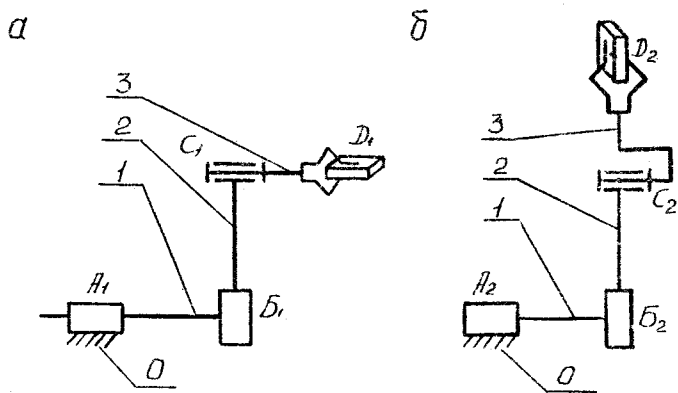


Рис. I.2. Схемы манипуляторов $\Pi_{10} \Pi_{21} B_{32}$

представляют собой простые кинематические цепи которые могут менять свою конфигурацию от разомкнутой до замкнутой и обратно. Во время движения в пространстве манипулятора с некоторым объектом (деталью, инструментом и т. д.) его цепь-разомкнутая, а при выполнении технологической операции (сборка, обработка и т. д.) цепь становится замкнутой.

Применение в некоторых конструкциях манипуляторов кинематических пар с поступательным относительным движением (телескопические манипуляторы) приводит к тому, что такие манипуляторы отличаются переменной длиной звеньев.

Из вышеизложенного следует, что существует множество вариантов различных схем манипуляторов. Из этих схем, используя соответствующие критерии, необходимо выбрать одну, которая наилучшим образом обеспечивала бы выполнение заданных функций.

Для решения задачи в такой постановке требуется формализовать структурный синтез манипуляторов, т. е. разработать алгоритмы формирования пространственных схем механизмов путем "машинного" перебора наиболее предпочтительных сочетаний звеньев и кинематических пар. В существующих манипуляторах наибольшее распространение получили кинематические пары пятого класса - поступательные и вращательные. Исходя из этого, а также учитывая тот факт, что любую кинематическую пару четвертого, третьего и т. д. классов можно представить комбинацией пар пятого класса, в дальнейшем при структурном синтезе будут использоваться только вращательные и поступательные пары.

1.1.2. Математическое моделирование соединений и относительного расположения звеньев

Приведенный ранее анализ особенностей структурного синтеза схем манипуляторов промышленных роботов показывает, что при формировании различных схем манипуляторов необходимо учитывать взаимное расположение в пространстве осей кинематических пар, а также входящих в них звеньев. Как уже отмечалось, в основу структурного синтеза манипуляторов положены сочетания вращательных и поступательных пар пятого класса.

Рассмотрим входящую в некоторую кинематическую цепь 1 - ту же вращательную пару (рис. 1.3), у которой (1 -1) - звено

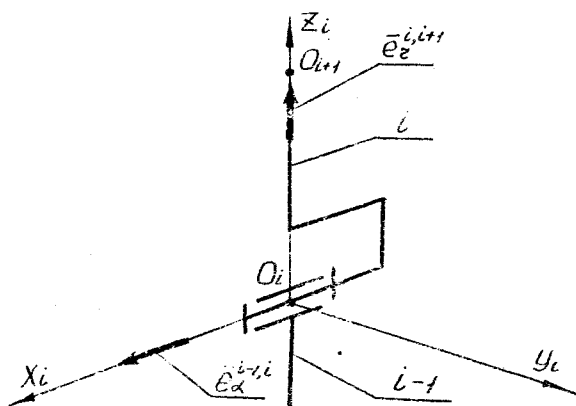


Рис. I.3. Соединение звеньев $i-1$ и i , образующих вращательную КП

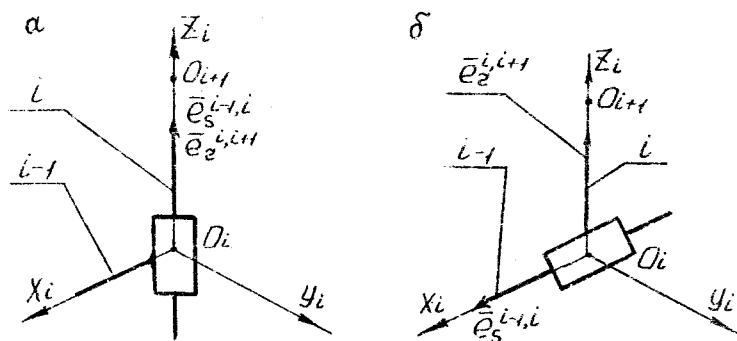


Рис. I.4. Соединение звеньев $i-1$ и i , образующих поступательную КП

входное, i - звено выходное. Индекс i показывает, какой по счету будет располагаться данная пара в кинематической цепи относительно стойки манипулятора.

Предположим, что центр последующей $(i + 1)$ - ой КП (точка O_{i+1}) лежит на оси Z_i . Зададим единичный вектор $\bar{e}_\alpha^{i-1, i}$, направленный по оси вращения i - той КП, и единичный вектор $\bar{e}_\Gamma^{i, i+1}$, лежащий на прямой $O_i O_{i+1}$, причем эти векторы направлены от точки O_i в положительную сторону осей $X_i Y_i$ соответственно.

Аналогично вышеприведенному правилу, установленному для вращательной пары, с произвольной i - той поступательной КП (рис. 1.4) свяжем правую декартову систему координат $O_i X_i Y_i Z_i$ и введем понятия единичных векторов $\bar{e}_s^{i-1, i}$ и $\bar{e}_\Gamma^{i, i+1}$, где $\bar{e}_s^{i-1, i}$ направлен по оси КП (линии движения выходного звена поступательной пары), а $\bar{e}_\Gamma^{i, i+1}$ - тождественен вектору, введенному для вращательной пары. Отличие заключается в необходимости рассмотрения двух вариантов поступательной пары.

В первом варианте (рис. 1.4 а) ось КП совпадает с выходным i - тым звеном. В этом случае векторы $\bar{e}_s^{i-1, i}$ и $\bar{e}_\Gamma^{i, i+1}$ совпадают и направлены по оси Z_i в положительную сторону. Во втором варианте (рис. 1.4 б) ось КП совпадает с входным $(i-1)$ - ым звеном, и поэтому $\bar{e}_s^{i-1, i}$ направлен по оси X_i , а $\bar{e}_\Gamma^{i, i+1}$ - по оси Z_i .

Рассмотрим разомкнутую кинематическую цепь из трех звеньев $(i-1)$, i , $(i+1)$, образующих две КП - вращательные (В) или поступательные (П). Вариантов их комбинаций (размещений с повторениями) в структурном отношении может быть четыре: ВВ, ВП, ПВ, ПП. В свою очередь, каждый из этих вариантов в зависимости от взаимной ориентации осей относительного движения и оси i -го звена, входящего в две КП, имеет в структурно-компоновочном отношении различные схемы. Каждая такая схема будет определяться комбинацией (относительным расположением) трех единичных векторов $\bar{e}_m^{i, i+1}$, $\bar{e}_m^{i-1, i}$ и $\bar{e}_\Gamma^{i, i+1}$, где $\bar{e}_m^{i-1, i}$ задает ось i -ой КП, т.е.

$\bar{e}_m^{i-1,i}$ является единичным вектором $\bar{e}_\alpha^{i-1,i}$, если i -ая КП-вращательная, или $\bar{e}_s^{i-1,i}$, если i -ая КП-поступательная (аналогично $\bar{e}_m^{i,i+1}$ задает ось $(i+1)$ -ой КП).

Так, на рис. 1.5 приведена комбинация векторов, определяющая схему, у которой оси i -ой и $(i+1)$ -ой КП параллельны.

Всего существует пять различных типов взаимной ориентации трех единичных векторов $\bar{e}_m^{i-1,i}$, $\bar{e}_m^{i,i+1}$ и $\bar{e}_r^{i,i+1}$:

- 1) $\bar{e}_m^{i-1,i} \parallel \bar{e}_m^{i,i+1}$; $\bar{e}_m^{i-1,i} \parallel \bar{e}_r^{i,i+1}$; $\bar{e}_m^{i,i+1} \parallel \bar{e}_r^{i,i+1}$;
- 2) $\bar{e}_m^{i-1,i} \parallel \bar{e}_m^{i,i+1}$; $\bar{e}_m^{i-1,i} \perp \bar{e}_r^{i,i+1}$; $\bar{e}_m^{i,i+1} \perp \bar{e}_r^{i,i+1}$;
- 3) $\bar{e}_m^{i-1,i} \perp \bar{e}_m^{i,i+1}$; $\bar{e}_m^{i-1,i} \parallel \bar{e}_r^{i,i+1}$; $\bar{e}_m^{i,i+1} \perp \bar{e}_r^{i,i+1}$; (1.1)
- 4) $\bar{e}_m^{i-1,i} \perp \bar{e}_m^{i,i+1}$; $\bar{e}_m^{i-1,i} \perp \bar{e}_r^{i,i+1}$; $\bar{e}_m^{i,i+1} \parallel \bar{e}_r^{i,i+1}$;
- 5) $\bar{e}_m^{i-1,i} \parallel \bar{e}_m^{i,i+1}$; $\bar{e}_m^{i-1,i} \perp \bar{e}_r^{i,i+1}$; $\bar{e}_m^{i,i+1} \perp \bar{e}_r^{i,i+1}$,

где введены следующие обозначения: \parallel - векторы лежат на одной прямой; \parallel - векторы параллельны; \perp - векторы перпендикулярны; \parallel - векторы скрещиваются.

В дальнейшем каждому типу взаимной ориентации осей и общего звена двух рядом расположенных КП будет присвоен свой порядковый номер, совпадающий с номером соответствующей строки выражения (1.1). Так, тип ориентации осей КП и общего звена на рис. 1.5 имеет номер 2. Таким образом, с учетом того, что существует пять различных типов взаимной ориентации осей КП и общего звена и четыре варианта комбинаций КП: ВВ, ВП, ПВ, ПП, - можно составить табл. 1.1, состоящую из структурных схем манипуляторов с двумя степенями подвижности.

Используя предложенную методику моделирования взаимного расположения в пространстве КП, любую схему манипулятора с W подвижностями можно записать в виде следующего выражения (структурно-компоновочной формулы):

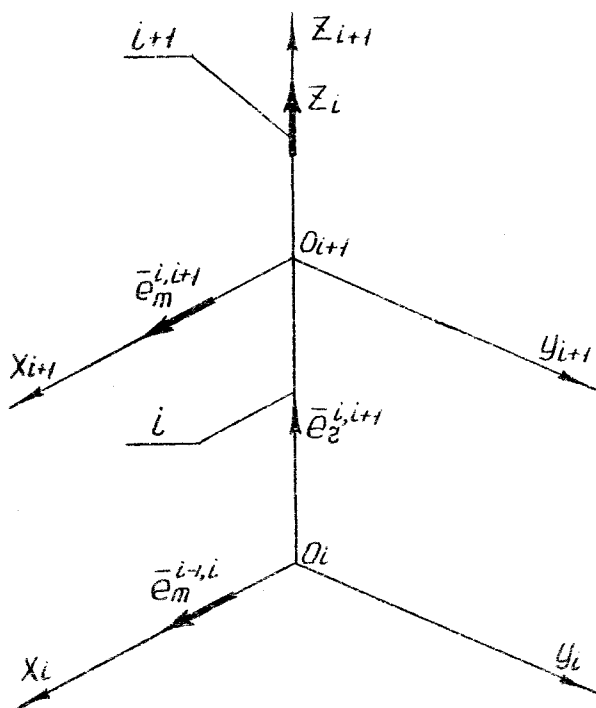


Рис. I.5. Схема взаимной ориентации векторов $\bar{e}_m^{i-1,i}$, $\bar{e}_m^{i,i+1}$ и $\bar{e}_z^{i,i+1}$ в системах координат $O_i X_i Y_i Z_i$ и $O_{i+1} X_{i+1} Y_{i+1} Z_{i+1}$, жестко связанных со звеньями l и $(l+1)$

$$КП_1 - N_1 - КП_2 - N_2 - \dots - КП_{v-1} - N_{v-1} - КП_v, \quad (1.2)$$

где $КП_i$ - вращательная (В) или поступательная (П) КП; N - номер типа взаимной ориентации осей и общего звена КП из выражения (1.1).

Так, на рис. 1.6 приведены две схемы манипулятора ВВП. Первая схема (рис. 1.6 а) запишется в виде выражения $В - 3 - В + 5 - П$, вторая (рис. 1.6 б) - $В - 4 - В - 2 - П$.

1.1.3. Критерии рациональности структурных схем

Одной из важных задач, возникающих при структурном синтезе, является задача отыскания из множества различных схем манипуляторов наиболее предпочтительной схемы, обеспечивающей наилучшим образом выполнение требуемых функций манипулятора. Если рассматриваются схемы, имеющие различное число КП, то предпочтение чаще всего можно отдать схеме с большим их количеством. Это связано с тем, что такая схема обеспечивает большую маневренность. Сложнее обстоит дело, если рассматриваются схемы с одинаковым количеством КП. Приведенные на рис. 1.1 схемы не являются равноценными между собой, хотя содержат одинаковое число и вид КП (ВВВ). Первая схема (рис. 1.1 а) обеспечивает схвату движение в плоскости, а вторая (рис. 1.1 б) - в пространстве. В этом случае требуется разработка критериев оценки структурных схем, позволяющих определить, какая схема наиболее рациональна с этой точки зрения. Для того, чтобы гарантировать оптимальность выбранной схемы из некоторого класса схем, каждая из которых содержит одно и то же число КП, необходима уверенность в том, что класс этот - полный и содержит все возможные схемы. Таким образом, для каждой технологической операции манипулятора следует определить класс всех возможных схем. Так, для технологической операции пространственного переноса детали в схвате без ее ориентации требуется, чтобы число степеней свободы манипулятора было меньше трех, т.е. его кинематическая цепь должна содержать, как минимум, три КП. Для операции переноса и ориентации схвата с деталью необходимо уже шесть КП. Большинство манипуляторов, применяемых на производстве (90 % - по данным 1988 г.), содержат 3 - 6 подвижностей. Обычно первые три подвижности осуществляют перенос схвата вдоль за-

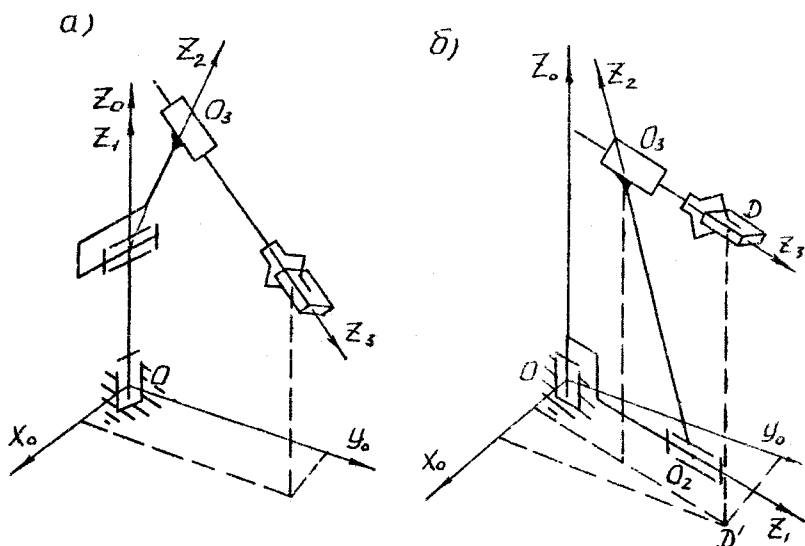


Рис.1.6. Схемы манипуляторов:
а) В-3-В-5-П, б) В-4-В-2-П

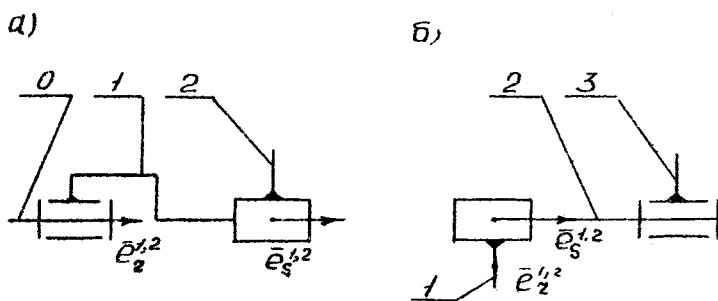


Рис.1.7. Схемы манипуляторов с двумя
подвижностями:
а) В-1-П; 2) П-1-В

данной траектории; оставшиеся подвижности, если они есть, обеспечивают ориентацию схвата в пространстве, и в качестве их берут вращательные пары. Так как операция переноса является общей для всех манипуляторов, в дальнейшем будет рассматриваться класс схем с тремя подвижностями.

Используя предложенную методику моделирования соединений и относительного расположения звеньев, любую схему манипулятора можно получить посредством перебора как самих КП (В и П), так и типов взаимной ориентации КП между собой. Число $N_{\text{кп}}(W)$ всех возможных комбинаций с W КП, полученных посредством перебора, определяется следующей формулой:

$$N_{\text{кп}}(W) = (N_s)^W \quad (1.3)$$

где N_s - количество одноподвижных КП 5-го класса (В и П).

Так, если $W = 3$, то, согласно (1.3), $N_{\text{кп}}(3) = 2^3 = 8$ и, следовательно, КП В и П образуют восемь троек: ВВВ, ВВП, ВПВ, ПВВ, ППВ, ПВП, ВПП. Аналогично число $N_{\text{ор}}(W)$ всех возможных комбинаций взаимной ориентации осей и звеньев КП схем манипуляторов с W подвижностями находится из следующей формулы:

$$N_{\text{ор}}(W) = (N_{\text{тво}})^{W-1}, \quad (1.4)$$

где $N_{\text{тво}}$ - количество типов взаимной ориентации двух соседних КП из табл. 1.1 ($N_{\text{тво}} = 5$); $(W - 1)$ - количество звеньев, соединяющих две соседние КП манипулятора.

С учетом формул (1.3) и (1.4) общее число $N_{\text{сх}}$ схем манипуляторов с W подвижностями можно определить по формуле

$$N_{\text{сх}}(W) = N_{\text{кп}}(W) N_{\text{ор}}(W) = (N_s)^W (N_{\text{тво}})^{W-1}. \quad (1.5)$$

Так, для манипулятора с тремя подвижностями ($W = 3$) число различных схем равно

$$N_{\text{сх}}(3) = 2^3 5^2 = 200 \text{ (схем)}. \quad (1.6)$$

Однако, как уже отмечалось ранее, манипулятор с тремя подвижностями должен обеспечивать возможность движения схвата в

Таблица I.I

Структурные схемы манипуляторов
с двумя степенями подвижности

	ВВ	ВЛ	ПВ	ПЛ
1				
2				
3				
4				
5				

пространстве, т.е. рабочая зона манипулятора должна представлять собой объемное тело. Для выделения "работоспособных" схем с пространственным движением схвата предлагается следующий механизм отбраковки.

Структурно-компоновочная формула схем манипуляторов с тремя подвижностями в общем случае имеет вид

$$КП_1 - N_1 - КП_2 - N_2 - КП_3 . \quad (1.7)$$

Если в (1.7) отбросить компоненты $(КП_1 - N_1)$ или $(N_2 - КП_2)$, то все получающиеся таким образом схемы (в данном случае - с двумя подвижностями) изображены в табл. 1.1, причем рабочие зоны их должны быть некоторыми поверхностями. Только в этом случае полная схема (см. (1.7)) будет обеспечивать пространственное движение схвата. Рабочие зоны схем из табл. 1.1 приведены в табл.1.2.

Из табл. 1.2 видно, что три схемы: $(B - 1 - B)$, $(П - 1 - П)$, $(П - 2 - П)$ - имеют в качестве рабочих зон линии (окружность и прямые соответственно). Следовательно, из числа работоспособных схем необходимо исключить те, у которых в структурно-компоновочной формуле встречаются сочетания: $(B - 1 - B)$, $(П - 1 - П)$, $(П - 2 - П)$.

Табл. 1.2 можно также воспользоваться для отбраковки схем, имеющих подвижности, пассивные по отношению к схвату, т.е. те подвижности, которые не обеспечивают движения схвата в пространстве. Так, если к схеме $B - 2 - B$ добавить пассивную подвижность $(2 - B)$ справа (или $(B - 2)$ - слева), то схват полученной схемы $B - 2 - B - 2 - B$ (рис. 1.1 а) по-прежнему сможет перемещаться только в плоскости. Подвижности $(П - 1)$, $(П - 5)$, $(1 - П)$ и $(5 - П)$ также являются пассивными для схемы $B - 2 - B$.


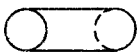
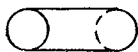
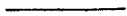

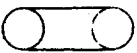
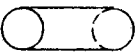




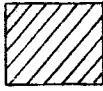



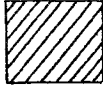
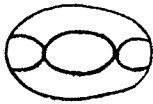

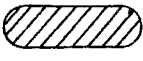
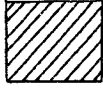
1.2. Геометрия траектории и кинематика схвата

На рис. 1.8 представлена схема манипулятора, схват которого обрабатывает траекторию $D_H D_K$ - прямоугольник, расположенную в плоскости параллельной оси Z.

Начало траектории задано координатами $D_H (X_H Y_H Z_H)$, конец траектории - координатами $D_K (X_K Y_K Z_K)$, текущая точка имеет координаты $D (X Y Z)$. Тогда траектория точки D запишется в следующем виде:

Т а б л и ц а 1.2

Рабочие зоны схем манипуляторов
с двумя подвижностями

	<i>ВВ</i>	<i>ВП</i>	<i>ПВ</i>	<i>ПП</i>
1	<i>окружность</i> 	<i>цилиндр</i> 	<i>цилиндр</i> 	<i>прямая</i> 
2	<i>плоскость</i> 	<i>цилиндр</i> 	<i>цилиндр</i> 	<i>прямая</i> 
3	<i>полутор</i> 	<i>плоскость</i> 	<i>плоскость</i> 	<i>плоскость</i> 
4	<i>полутор</i> 	<i>плоскость</i> 	<i>плоскость</i> 	<i>плоскость</i> 
5	<i>тор</i> 	<i>плоскость</i> 	<i>плоскость</i> 	<i>плоскость</i> 

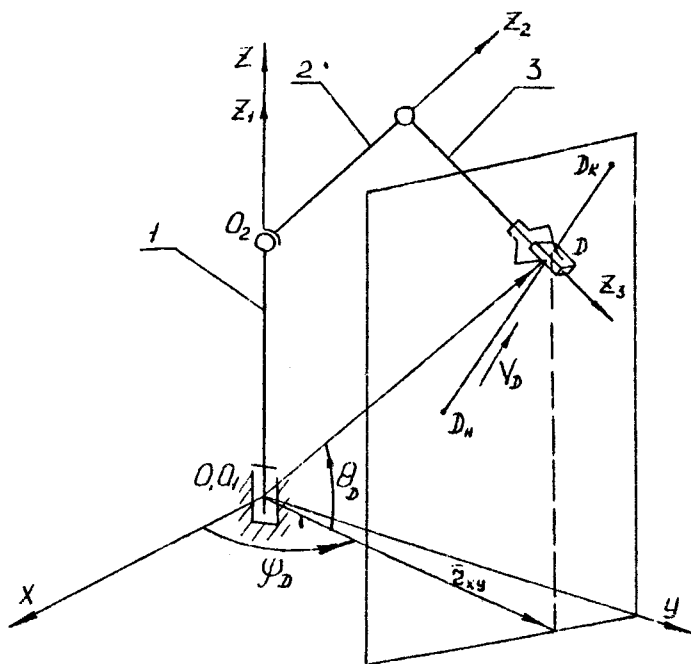


Рис. 1.8. Схема перемещения схвата манипулятора (точки D) по прямой линии

$$\overline{D_H D_K} = (X - X_H) \bar{i} + (Y - Y_H) \bar{j} + (Z - Z_H) \bar{k}. \quad (1.8)$$

Изменение радиуса вектора \overline{F}_D точки D при перемещении ее из D_H в D_K в векторной форме (векторное уравнение прямой) запишется в виде

$$\overline{F} = \overline{F}_H + \overline{V}_D t. \quad (1.9)$$

В координатной форме уравнение (1.9) имеет вид

$$X \bar{i} + Y \bar{j} + Z \bar{k} = X_H \bar{i} + Y_H \bar{j} + Z_H \bar{k} + (V_x \bar{i} + V_y \bar{j} + V_z \bar{k}) t. \quad (1.10)$$

Координаты точки D определяются из соотношений

$$\begin{aligned} X &= X_H + V_x t; \\ Y &= Y_H + V_y t; \\ Z &= Z_H + V_z t. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Из уравнения (1.11) имеем

$$t = \frac{X - X_H}{V_x} = \frac{Y - Y_H}{V_y} = \frac{Z - Z_H}{V_z}. \quad (1.12)$$

Уравнение (1.11) определяет координаты точки, равномерно движущейся со скоростью $V \left\{ V_x, V_y, V_z \right\}$, через t единиц времени после выхода из точки $D_H \left\{ V_x, V_y, V_z \right\}$. В данном случае V_D является направляющим вектором и $\overline{D_H D_K} \parallel \overline{V}_D$; тогда уравнение (1.12) представляет собой условие коллинеарности векторов $\overline{D_H D_K}$ и \overline{V}_D .

$$|\overline{D_H D_K}| = \left\{ X - X_H, Y - Y_H, Z - Z_H \right\} \quad \text{и} \quad |\overline{V}_D| = \left\{ V_x, V_y, V_z \right\}.$$

Если принять за направляющий вектор $|\overline{M_1 M_2}| = \left\{ X_K - X_H, Y_K - Y_H, Z_K - Z_H \right\}$, то уравнение траектории точки D примет вид прямой, проходящей через две заданные точки,

$$\frac{X-X_H}{X_K-X_H} = \frac{Y-Y_H}{Y_K-Y_H} = \frac{Z-Z_H}{Z_K-Z_H} \quad (1.13)$$

Возможность отработки заданной траектории манипулятором определяется из условия, чтобы данная траектория не выходила за пределы его рабочей зоны. С этой целью расстояния

$$O_1D_H = \sqrt{X_H^2 + Y_H^2 + Z_H^2} \quad \text{и} \quad O_1D_K = \sqrt{X_K^2 + Y_K^2 + Z_K^2}$$

не должны превышать, например, расстояние $t_2 + t_3$ (см. рис. 1.8) второго и третьего звеньев, вытянутых в одну линию.

Следует отметить, что уравнения (1.9) - (1.12) не соответствуют требованиям практики. Эти уравнения предусматривают мгновенный рост скорости в точке D_H от нуля до V и мгновенное уменьшение в точке D_K от V до нуля. Этот случай представлен на рис. 1.9.

Мгновенный рост скорости за бесконечно малое время от нуля до V означает рост ускорения до бесконечности. Мгновенное уменьшение скорости от V до нуля означает рост ускорения до $-\infty$. Это означает, что силы инерции $F_u = ma_u$, приложенные к схвату, также стремятся к бесконечности в начале и в конце хода. Такое явление называют жестким ударом. Деформации звеньев и их соединения приводят к тому, что рост (уменьшение) скорости происходит за конечное время, определяемое жесткостью $C = dF_u/ds$, тогда деформация $\delta = ma_u/C$ звена, на котором расположен схват, оказывается зависимой от ускорения при отработке им соответствующей траектории. В связи с этим необходимо траектория схвата разбивать, например, на три участка. На первом и третьем участках необходимо обеспечить безударный закон изменения скорости, а на среднем движение может быть с постоянной скоростью. К безударным законам изменения ускорения относятся, например, синусоидальный или трапециoidalный. На рис. 1.10 показаны зависимости скорости и ускорения при движении схвата за время

$$T = t_1 + t_2 + t_3.$$

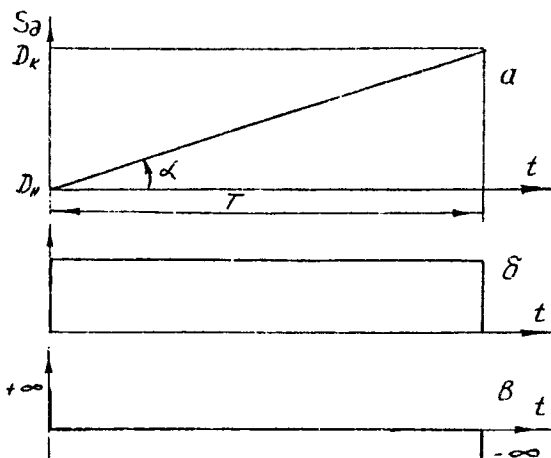


Рис. I.9. Закон равномерного движения схвата вдоль траектории

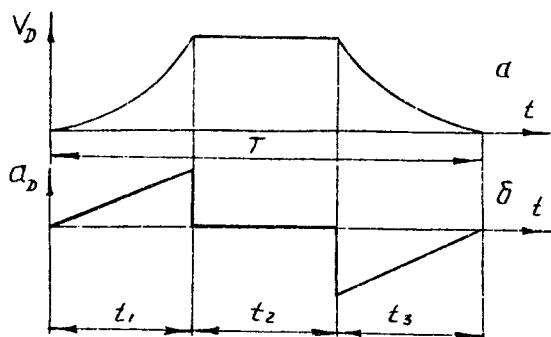


Рис. I.10. Закон движения схвата с мягким ударом

Как видно из рис. 1.10, в конце первого участка и в начале третьего ускорение изменяется на конечную величину, что характеризует наличие "мягкого" удара, так что переход от первого участка ко второму и от второго к третьему также следовало бы "смягчить". Однако закон движения схвата в соответствии с рис. 1.10 следует считать лучшим в сравнении с законом отработки траектории, представленным на рис. 1.9. Закон изменения скорости часто задается в функции обобщенной координаты. Для манипуляторов это имеет особое значение в связи с необходимостью оценки погрешности позиционирования (по скорости и ускорению) как схвата с деталью, так и отдельных приводов, т.е. отдельных обобщенных скоростей и ускорений в функции от пути, пройденного некоторой точкой схвата. В этом случае удобно пользоваться не понятием обобщенной скорости q , а аналогом скорости q' . Их связь устанавливается, как и ранее, из преобразования

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt} \frac{dS}{dS} = \frac{dS}{dt} \frac{dq}{dS} = V q',$$

где $V = \frac{dS}{dt}$ - скорость точки. Тогда путь (длину пути) можно считать глобальной обобщенной координатой, а все обобщенные координаты манипулятора - локальными. Связь времени t с глобальной обобщенной координатой S устанавливается заданным (требуемым) законом изменения скорости схвата $V = dS/dt$ в функции S . На рис. 1.11 представлен пример, поясняющий связь элементарного перемещения ΔS схвата вдоль траектории с проекциями $\Delta X \Delta Y \Delta Z$. В этом случае длина траектории S разбивается на n равномерных участков так, что $S_i = S_n + i \Delta S$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$:

$$n = \frac{\sqrt{(X_K - X_H)^2 + (Y_K - Y_H)^2 + (Z_K - Z_H)^2}}{\Delta S}.$$

$$\text{Тогда } \Delta X = \frac{X_K - X_H}{n}; \quad \Delta Y = \frac{Y_K - Y_H}{n}; \quad \Delta Z = \frac{Z_K - Z_H}{n}.$$

На рис. 1.11 и 1.12 представлены графики, поясняющие взаимосвязь

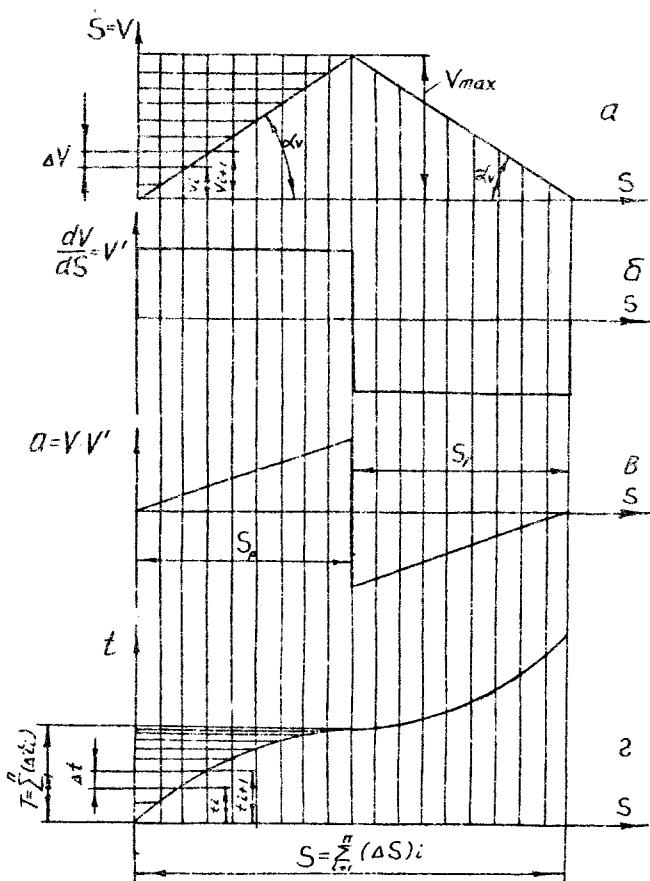


Рис. I. II. Кинематические характеристики поступательного движения:

а - скорости; б - аналога ускорения; в - ускорения; г - времени от пройденного пути

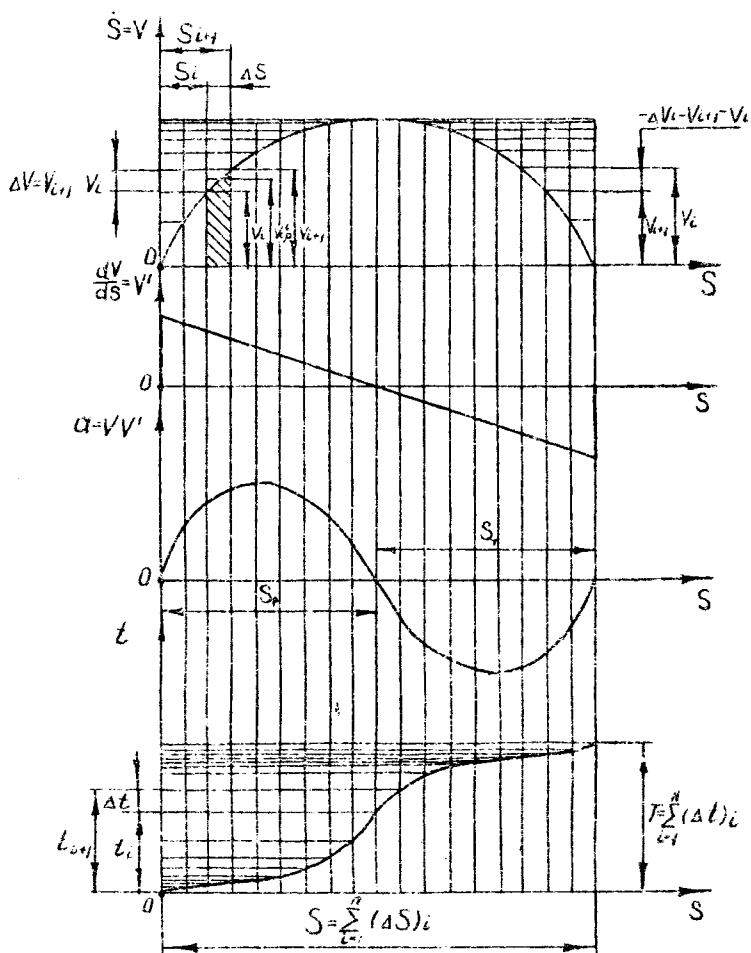


Рис. I.12. Кинематические характеристики охвата при линейно изменяющейся аналоге скорости в функции перемещения (пути)

между функциями $\frac{dS}{dt} = V(S)$; $\frac{dV}{dS} = V'(S)$; $\frac{dV}{dt} = a(S)$; $t = t(S)$.

При таком задании кинематических характеристик схвата быстродействие (время отработки схватом траектории) определяется как

$$T = \sum_{i=0}^n (\Delta t)_i, \text{ при этом на каждом шаге } \Delta S : (\Delta t)_{i, i-1} = \frac{\Delta S}{V_{\text{ср}}^{i, i+1}}.$$

При достаточно малом шаге $V_{\text{ср}}^{i, i+1} = \frac{V_i + V_{i+1}}{2}$.

Инерционные силы, действующие на схват манипулятора, в большей степени зависят от вида траектории, т.к. ускорение точки в общем виде определяется изменением скорости \bar{V} как по модулю, так и по направлению,

$$\bar{a} = \frac{dV}{dt} \bar{\tau} + \frac{V^2}{\rho} \bar{v}, \quad (1.14)$$

где $\bar{\tau}$, \bar{v} - орты касательной и главной нормали траектории.

На рис. 1.13 представлены оси трехгранника Френе при движении точки D вдоль пространственной траектории (ρ - радиус кривизны траектории).

Известно, что при любой параметризации кривой вектор второй производной радиуса-вектора \bar{r} кривой расположен в ее соприкасающейся плоскости - плоскости, образованной ортами $\bar{\tau}$ и \bar{v} (см. рис. 1.13).

В этом заключается взаимосвязь геометрических параметров траектории с кинематическими характеристиками точки, движущейся вдоль этой траектории. Таким образом, проекция ускорения на бинормаль всегда равна нулю.

Касательная $\bar{\tau}$, главная нормаль \bar{v} и бинормаль $\bar{\beta}$ определяют в каждой точке кривой систему координат с тремя прямыми углами при вершине, совпадающей с точкой D (см. рис. 1.10). Три плоскости, соответственно перпендикулярные $\bar{\tau}$, \bar{v} и $\bar{\beta}$, - нормальная, спрямляющая и соприкасающаяся - образуют трехгранник (триэдр), называемый сопровождающим (основным, подвижным, естественным) трехгранником Френе. Система координат $\bar{\tau} \bar{v} \bar{\beta}$

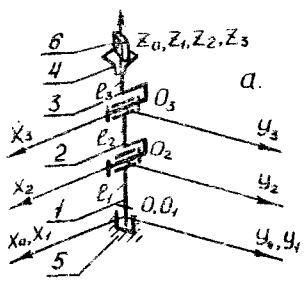


Рис. I.15. Схема В-3-В-2-В

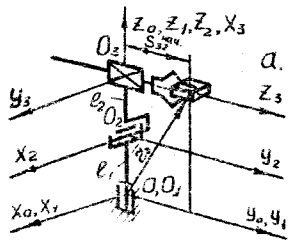
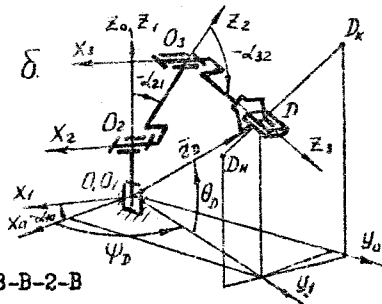


Рис. I.16. Схема В-3-В-5-II

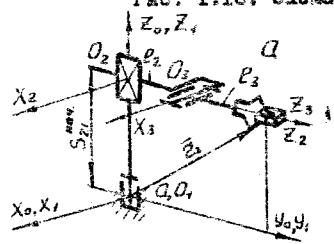
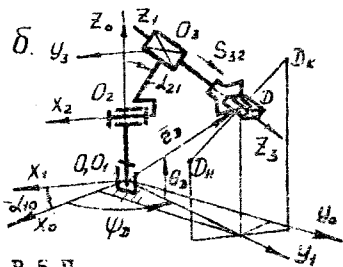


Рис. I.17. Схема В-I-II-5-В

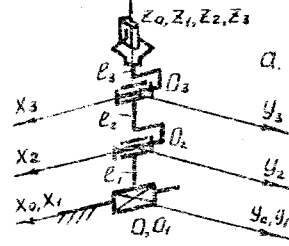
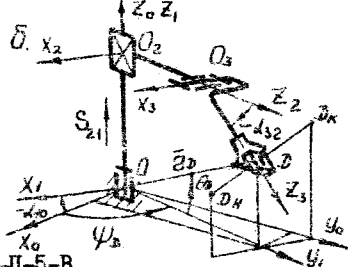
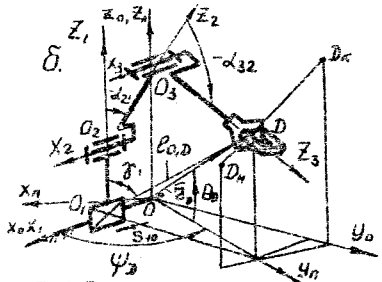


Рис. I.18. Схема II-2-В-2-В



позволяет увязать геометрические характеристики траектории с кинематическими (со скоростью точки и ускорением). Единичные векторы $\bar{\tau}$, \bar{v} , $\bar{\beta}$ ориентированы так же, как и оси координатных векторов правой системы координат, т. е. $\bar{\tau} \cdot \bar{v} = \bar{\beta}$, $\bar{v} \cdot \bar{\beta} = \bar{\tau}$, $\bar{\beta} \cdot \bar{\tau} = \bar{v}$.

Так как эти векторы единичны и ортогональны, то $\tau^2 = v^2 = \beta^2 = 1$ и $\bar{\tau} \bar{v} = \bar{v} \bar{\beta} = \bar{\beta} \bar{\tau} = 0$.

В нашей постановке закон движения схвата вдоль траектории можно задать как функцию его ускорения от пути (длины траектории) или же выявить ее только после исследования движения манипулятора при определенном сочетании его подвижностей с учетом соотношения масс, скоростей и энергий подвижных звеньев. Поэтому при динамическом исследовании геометрические и кинематические характеристики движения схвата удобно определять не зависящими от времени непосредственно, а в функции дуги (параметр S) траектории. Связь между длиной дуги и радиусом-вектором \bar{r} устанавливается с помощью равенства

$$\left. \begin{aligned} dS &= \sqrt{(dX)^2 + (dY)^2 + (dZ)^2} = \\ &= \sqrt{(\dot{X}t)^2 + (\dot{Y}t)^2 + (\dot{Z}t)^2} = \\ \bar{r} &= X\bar{i} + Y\bar{j} + Z\bar{k} . \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

Таким образом, значение этого параметра для какого-либо положения точки на ее траектории равно по величине длине дуги кривой между началом (точкой D_H) и точкой D . Знак его определяется в зависимости от выбора направления движения по траектории, условно принятого за положительное.

Выбор параметра S имеет важное значение в связи с тем, что кинематические характеристики оказываются в таком случае непосредственно связанными с геометрическими параметрами траектории, являющимися инвариантами произвольной кривой. К таким инвариантам относятся: дуга S , кривизна K и кручение T траектории. Они остаются неизменными в любой системе координат; задание этих параметров вполне характеризует форму траектории. Две кривые с одинаковыми уравнениями $K = K(S)$ и $T = T(S)$ совпадают по форме

и могут отличаться только положением в пространстве.

Как отмечалось ранее, взаимосвязь этих геометрических параметров с кинематическими устанавливается с помощью формул Френе-Серре

$$\frac{d\bar{\tau}}{dS} = K\bar{v}; \quad \frac{d\bar{v}}{dS} = -K\bar{\tau} + T\bar{\beta}; \quad \frac{d\bar{\beta}}{dS} = -T\bar{v}, \quad (1.16)$$

где $K = \left| \frac{d\bar{\tau}}{dS} \right|$ - кривизна траектории в данной точке (скалярная величина, характеризующая отклонение кривой от прямой).

Радиус кривизны $\rho_K = \frac{1}{K}$, тогда орт главной нормали $v = \rho_K \bar{v}$. Производные по параметру S будем обозначать в дальнейшем штрихом, т. е.

$$\frac{d\bar{\tau}}{dS} = \bar{\tau}' ; \quad \frac{d\bar{v}}{dS} = \bar{v}' ; \quad \frac{d\bar{\beta}}{dS} = \bar{\beta}' .$$

$\bar{T} = \bar{\beta}' = -T\bar{v}$ - вектор кручения, может быть направлен в ту или другую сторону вдоль главной нормали; $T = |\bar{\beta}'|$ - кручение кривой в данной точке (величина скалярная), характеризует отклонение кривой от соприкасающейся плоскости. Кривые тем быстрее отходят от соприкасающейся плоскости, образованной ортами $\bar{\tau}$, \bar{v} , чем больше абсолютная величина кручения. Радиус кручения $\rho_T = \frac{1}{T}$.

Кривизна в точке кривой выражается пределом отношения угла смежности двух касательных (угла между касательными) к кривой в двух точках к длине дуги между этими точками, когда она стремится к нулю. Кручение в точке кривой определяется пределом отношения угла между двумя бинормальными (или двумя соприкасающимися плоскостями) к кривой в двух точках к длине дуги между этими точками, когда она стремится к нулю.

Равенство нулю кривизны характеризует точку спрямления. Равенство нулю кручения характеризует точку уплощения. Для плоской кривой $T = 0$, а бинормаль сохраняет постоянное направление. Плоскость самой кривой совпадает с соприкасающейся плоскостью.

Таким образом, при перемещении схвата по произвольной траектории сопровождающий трехгранник (рис. 1.13) перемещается вместе с точкой D с постоянной по модулю скоростью $\bar{v}' = \frac{d\bar{r}}{dS} \cdot \frac{dt}{dt} = \frac{V}{V}$, равной единице (путь S численно равен t), и вращается со скоростью, определяемой вектором Дарбу,

$$\bar{\omega} = K\bar{\beta} + T \cdot \bar{\tau}. \quad (1.17)$$

Положение вектора Дарбу в пространстве показывает положение мгновенной оси вращения трехгранника, модуль вектора — величину его скорости вращения. Модуль вектора Дарбу $|\bar{\omega}| = \sqrt{K^2 + T^2}$ есть полная кривизна траектории в данной точке. При этом результирующее вращение состоит из вращения касательной вокруг мгновенного положения бинормали с угловой скоростью, равной кривизне траектории в данной точке, и вращения бинормали вокруг мгновенного положения касательной с угловой скоростью, равной кручению. Производные ортов трехгранника связаны с вектором Дарбу следующими зависимостями:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{\tau}}{dS} &= \bar{\omega} \times \bar{\tau} = K\bar{\beta} \times \bar{\tau}; \\ \frac{d\bar{v}}{dS} &= \bar{\omega} \times \bar{v}; \\ \frac{d\bar{\beta}}{dS} &= \bar{\omega} \times \bar{\beta} = T\bar{\tau} \times \bar{\beta}. \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

Кривизна и кручение определяются из следующих зависимостей, полученных из формул (1.16):

$$\bar{F}' = \bar{\tau}; \quad \bar{F}'' = K\bar{v}; \quad \bar{F}''' = -K^2 \bar{\tau} + K' \bar{v} + K T \bar{\beta}.$$

Используя эти формулы, получаем соотношения, дающие возможность определить кривизну и кручение через производные по параметру S,

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}' \times \bar{F}'' &= K (\bar{\tau} \times \bar{v}) = K\bar{\beta}; \\ (\bar{F}' \cdot \bar{F}'' \cdot \bar{F}''') &= (\bar{F}' \times \bar{F}''') \cdot \bar{F}'' = K^2 T. \end{aligned} \right\} \quad (1.19)$$

В координатной форме кривизна и кручение выражаются формулами

$$\left. \begin{aligned}
 K &= \frac{1}{\rho_K} = \sqrt{(X_M'')^2 + (Y_M'')^2 + (Z_M'')^2} ; \\
 T &= \frac{1}{\rho_K} = \frac{1}{K^2} \begin{vmatrix} X_M' & Y_M' & Z_M' \\ X_M'' & Y_M'' & Z_M'' \\ X_M''' & Y_M''' & Z_M''' \end{vmatrix} .
 \end{aligned} \right\} \quad (1.20)$$

Используя преобразования переменных, получим

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{r}' &= \frac{d\bar{r}}{dS} \cdot \frac{dS}{dt} = \dot{\bar{r}} t' ; \\
 \bar{r}'' &= \left(\frac{d\dot{\bar{r}}}{dS} t' + \frac{dS}{dS} \dot{\bar{r}} \right) \frac{dS}{dt} = \dot{\bar{r}}' (t')^2 + \dot{\bar{r}} t''' ; \\
 \bar{r}''' &= \frac{d\dot{\bar{r}}'}{dS} \cdot \frac{dS}{dt} = \dot{\bar{r}}'' (t')^3 + 3 \dot{\bar{r}}' t' \cdot t''' + \dot{\bar{r}} t'''' .
 \end{aligned} \right\} \quad (1.21)$$

С учетом последних соотношений выражение (1.19) можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{r} &= \dot{\bar{r}} t' ; \\
 K\bar{\theta} &= (\dot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}}) (t')^3 ; \\
 K^2 T &= (\dot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}}) (t')^6 .
 \end{aligned} \right\} \quad (1.22)$$

С учетом того, что $t = \frac{1}{|\dot{\bar{r}}|}$, из последних уравнений имеем

$$\left. \begin{aligned}
 K &= \frac{|\dot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}}|}{|\dot{\bar{r}}|^3} ; \\
 T &= \frac{\dot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}}}{K^2 |\dot{\bar{r}}|^6} = \frac{\dot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}}}{(\dot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}})^2} .
 \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

Последние уравнения в координатной форме имеют вид

$$T = \frac{\begin{vmatrix} \dot{X}_M & \dot{Y}_M & \dot{Z}_M \\ \ddot{X}_M & \ddot{Y}_M & \ddot{Z}_M \\ \dddot{X}_M & \dddot{Y}_M & \dddot{Z}_M \end{vmatrix}}{(\dot{Y}_M \dot{Z}_M - \dot{Z}_M \dot{Y}_M)^2 + (\dot{Z}_M \dot{X}_M - \dot{X}_M \dot{Z}_M)^2 + (\dot{X}_M \dot{Y}_M - \dot{Y}_M \dot{X}_M)^2} \quad (1.24)$$

В случае плоской кривой, заданной в параметрической форме,

$$\left. \begin{aligned} X_M &= f(t), \quad Y_M = g(t); \\ K &= \frac{\dot{X}_M \ddot{Y}_M - \dot{Y}_M \ddot{X}_M}{(\dot{X}_M^2 + \dot{Y}_M^2)^{3/2}}. \end{aligned} \right\} \quad (1.25)$$

Если плоская кривая задана уравнением $Y_M = f(X_M)$, где X_M играет роль параметра, то $\dot{X}_M = 1$; $\dot{Y}_M = \frac{dY_M}{dX_M}$; $\ddot{X}_M = 0$; $\ddot{Y}_M = \frac{d^2Y_M}{dX_M^2}$, тогда

$$K = \frac{d^2Y_M / dX_M^2}{\left(1 + \left(dY_M / dX_M\right)^2\right)^{3/2}} \quad (1.26)$$

Знак кривизны в данном случае совпадает со знаком производной d^2Y_M / dX_M^2 и определяет направление вогнутости кривой. Точка перегиба характеризуется обращением в ноль d^2Y_M / dX_M^2 , вместе с тем, и кривизны, т.е. является точкой спрямления плоской кривой.

При анализе траектории схвата полезно использовать понятие соприкасающейся окружности. Свойства ее заключаются в следующем: соприкасающаяся окружность расположена в соприкасающейся плоскости, центр ее лежит на главной нормали по ту сторону от точки кривой, куда указывает вектор главной нормали; радиус ее равен обратной величине кривизны, вычисленной для данной точки.

Если уравнение траектории задано в виде $X_M = f(t)$; $Y_M = g(t)$; $Z_M = h(t)$, то касательное и нормальное ускорения

определяются из выражений

$$\bar{\alpha}_M^v = \frac{dV_M}{dt} \bar{v} = |\bar{\alpha}_M \bar{v}| = \frac{|\bar{\alpha}_M \bar{V}_M|}{|\bar{V}_M|} = \frac{X_M \dot{X}_M + Y_M \dot{Y}_M + Z_M \dot{Z}_M}{\sqrt{\dot{X}_M^2 + \dot{Y}_M^2 + \dot{Z}_M^2}}; \quad (1.27)$$

$$\bar{\alpha}_M^v = |\bar{\alpha}_M \bar{v}| = \frac{|\bar{\alpha}_M \bar{V}_M|}{|\bar{V}_M|} = \frac{\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \dot{X}_M & \dot{Y}_M & \dot{Z}_M \\ \ddot{X}_M & \ddot{Y}_M & \ddot{Z}_M \end{vmatrix}}{|\bar{V}_M|} =$$

$$= \sqrt{\frac{(\dot{X}_M \ddot{Y}_M - \dot{Y}_M \ddot{X}_M)^2 + (\dot{Y}_M \ddot{Z}_M - \dot{Z}_M \ddot{Y}_M)^2 + (\dot{Z}_M \ddot{X}_M - \dot{X}_M \ddot{Z}_M)^2}{\dot{X}_M^2 + \dot{Y}_M^2 + \dot{Z}_M^2}}. \quad (1.28)$$

В последних уравнениях $|\bar{\alpha}_M| = \sqrt{(\bar{\alpha}_M^v)^2 + (\bar{\alpha}_M^r)^2} =$
 $= \sqrt{(\dot{X}_M^2 + \dot{Y}_M^2 + \dot{Z}_M^2)^2} -$ полное ускорение точки D.

Приведенные зависимости дают полную характеристику геометрии движения и кинематики схвата.

П р и м е р. Определить параметры траектории точки D схвата, перемещающегося по винтовой линии (см. рис. 1.14).

Винтовая линия может быть задана на любой цилиндрической поверхности (эллиптической, гиперболической, параболической). Эллиптическая цилиндрическая поверхность, параллельная оси Z,

имеет вид $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{B^2} = 1$. Гиперболическая цилиндрическая поверх-

ность, параллельная оси Z, имеет вид $\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{B^2} = 1$; параболическая цилиндрическая поверхность, параллельная оси Z, имеет вид

$$Y^2 = 2PX.$$

Пусть схват (точка D, см. рис. 1.14) перемещается по винтовой линии, заданной уравнениями:

$$X_D = a \cos t; \quad Y_D = a \sin t; \quad Z_D = p t;$$

$$\dot{X}_D = -a \sin t; \quad \dot{Y}_D = a \cos t; \quad \dot{Z}_D = p,$$

где p - параметр винтовой линии; $p = \frac{V_z}{\omega} = \frac{Z_0}{\dot{\varphi}_{0D}} = \frac{H}{2\pi}$;

H - шаг винтовой линии; a - радиус начального цилиндра.

Для рассматриваемого случая имеем

$$|\bar{V}_D| = \frac{dS}{dt} = \sqrt{X_D^2 + Y_D^2 + Z_D^2} = \sqrt{a^2 + p^2} \quad \text{или}$$

$$\frac{dt}{dS} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + p^2}}, \quad \text{тогда } t = \frac{S}{\sqrt{a^2 + p^2}}.$$

Последнее уравнение дает возможность представить уравнение траектории схвата в зависимости не от времени, а от длины дуги, радиуса цилиндра и параметра винтовой линии!

$$X_D = a \cos \frac{S}{\sqrt{a^2 + p^2}}; \quad Y_D = a \sin \frac{S}{\sqrt{a^2 + p^2}};$$

$$Z_D = \frac{pS}{\sqrt{a^2 + p^2}}.$$

$$\text{При этом } |\bar{r}_{0D}| = \sqrt{a^2 + Z_D^2} = \sqrt{a^2 + \frac{p^2 S^2}{p^2 + a^2}}.$$

Из рис. 1.14 видно, что в процессе перемещения схвата (точки D) - вдоль траектории имеет место векторное равенство

$$\bar{r}_D = \bar{r}_1 + \bar{r}_2 + \bar{r}_3. \quad \text{С другой стороны, имеем } \bar{r}_D = \bar{r}_D^{x_0 y_0} + \bar{Z}_D,$$

где $\bar{r}_D^{x_0 y_0} = \bar{r}_0^{x_0 y_0} + \bar{r}_{0D}^{x_0 y_0}$ и $Z_D = Z_0 + Z t$. Проекция этих векторных равенств на оси $X_0 Y_0 Z_0$, в которых ориентирован манипулятор, и заданная траектория позволяют выравнить обобщенные координаты α_{10} , α_{21} и α_{32} манипулятора через параметр $S(X_D Y_D Z_D)$,

$$\text{а также обобщенные скорости } \alpha_{10} = \frac{d\alpha_{10}}{dt} \cdot \frac{dS}{dS} = V_0 \cdot \alpha'_{10},$$

$\alpha_{21} = V_0 \alpha'_{21}$, $\alpha_{32} = V_0 \alpha'_{32}$ и обобщенные ускорения $\ddot{\alpha}_{10}$, $\ddot{\alpha}_{21}$ и $\ddot{\alpha}_{32}$. Связав их изменение с длиной S пути, пройденного схватом, и законом $V_D = V_0(S)$ движения его вдоль траектории S .

Как видно из рис. 1.14, точка A отрезка AD скользит по прямой, совпадающей с осью OZ ; φ_D есть угол, образованный этим отрезком с осью OX , поэтому

$$\overline{AD} = (\overline{i} \cos \psi_{0D} + \overline{j} \sin \psi_{0D}) = a\overline{e}(\psi_{0D});$$

$\overline{i}, \overline{j}$ - единичные векторы осей X и Y.

Выражение в скобках представляет собой единичный вектор $\overline{e}(\psi_{0D})$, являющийся функцией угла ψ_{0D} . Годографом этого вектора является окружность единичного радиуса. Как видно из рис. 1.14, расстояние точки A от начала координат пропорционально углу ψ_{0D} . $Z_{0D} = OA = P \psi_{0D}$, тогда радиус-вектор точки B винтовой линии

$\overline{r}_{0D} = \overline{OA} + \overline{AB} = a\overline{e}(\psi_{0D}) + P\psi_{0D} \overline{k}$; \overline{k} - единичный вектор оси Z. Тогда параметризованное уравнение винтовой линии имеет вид

$$\overline{r}_{0D} = a\overline{e}\left(\frac{S}{\sqrt{a^2 + p^2}}\right) + \frac{pS}{\sqrt{a^2 + p^2}} \overline{k}.$$

$$\text{Здесь } S = \int_{t_0}^t |\overline{v}_{0D}| dt = t \sqrt{a^2 + p^2}.$$

Вектор \overline{v} главной нормали определяется из выражения

$$\overline{r}'' = -\frac{a}{a^2 + p^2} \overline{e}(\psi_{0D}), \text{ т. е. } \overline{v} = \overline{y}(\psi_{0D}).$$

1.3. Выбор схемы манипулятора

На рис. 1.15 - 1.22 представлено восемь вариантов структурных схем манипуляторов, имеющих 3 кинематические пары соответственно!

- 1) В - 3 - В - 2 - В ;
- 2) В - 3 - В - 5 - П ;
- 3) В - 1 - П - 5 - В ;
- 4) П - 2 - В - 2 - В ;
- 5) П - 5 - П - 3 - В ;
- 6) П - 2 - В - 5 - П ;
- 7) В - 3 - П - 3 - П ;
- 8) П - 5 - П - 3 - П .

Причем на рис. 1.15а - 1.22а представлены схемы манипулято-

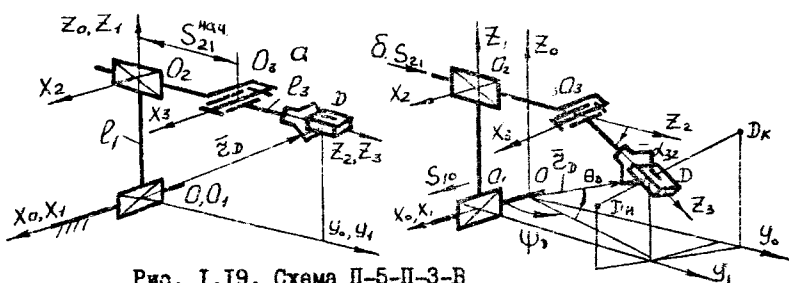


Рис. I.19. Схема П-5-П-3-В

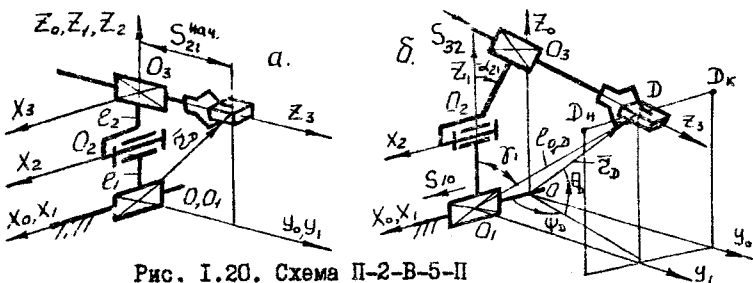


Рис. I.20. Схема П-2-В-5-П

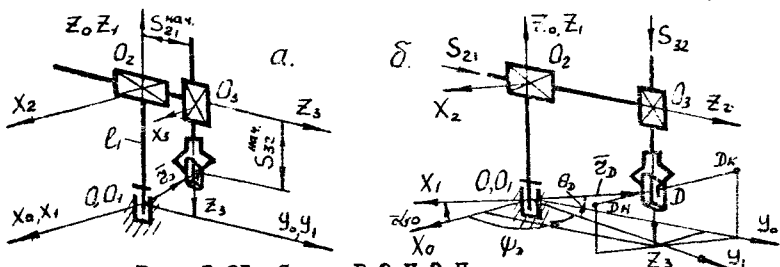


Рис. I.21. Схема В-3-П-3-П

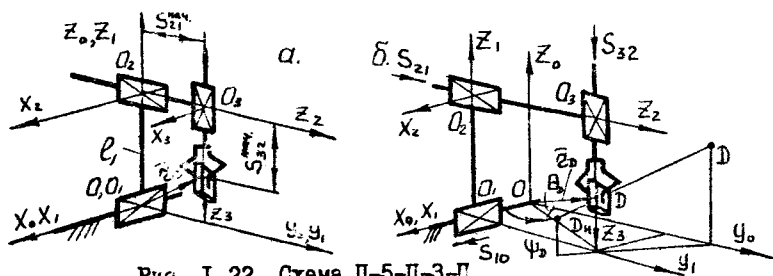


Рис. I.22. Схема П-5-П-3-П

рав в исходном положении, при котором величины обобщенных координат подвижных звеньев равны нулю или S нач.

На рис. 1.15б - 1.22б представлены те же схемы манипуляторов, схем с деталью (точка D) у которых находится в одной из промежуточных точек обрабатываемой траектории D_n, D_k .

1.4. Определение обобщенных координат манипуляторов

Взаимосвязь геометрических параметров выбранной схемы манипулятора с параметрами траектории точки D может быть установлена из векторного равенства, отражающего замкнутость векторного контура, рассматриваемого в неподвижной системе координат. Так, для рис. 1.15 - 1.22 имеем

$$\vec{r}_D = \vec{r}_{O_1 O_2} + \vec{r}_{O_2 O_3} + \vec{r}_{O_3 D} \quad (1.29)$$

Причем начала подвижных систем координат располагаются на осях вращения (поступательного перемещения) кинематических пар.

Такая привязка систем координат должна быть неизменной и для определения геометрических, кинематических и динамических характеристик манипулятора. Это позволяет связать функционально скорость и ускорение движения схвата вдоль заданной траектории со скоростями и ускорениями звеньев и их центров масс дифференцированием векторных равенств (замкнутых векторных контуров).

Так, для схемы, изображенной на рис. 1.15, уравнение (1.29) запишется в виде

$$\begin{bmatrix} X_D^{(0)} \\ Y_D^{(0)} \\ Z_D^{(0)} \end{bmatrix} = [M_{10}] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{bmatrix} + [M_{20}] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_2 \end{bmatrix} + [M_{30}] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_3 \end{bmatrix}, \quad (1.30)$$

где $X_D^{(0)}, Y_D^{(0)}, Z_D^{(0)}$ - координаты точки D в неподвижной системе координат $X_O Y_O Z_O$;

$[M_{10}]$ - матрица преобразования координат, заданных в системе $X_1 Y_1 Z_1$, в неподвижную $X_O Y_O Z_O$;

$[M_{20}]$ - из $X_2 Y_2 Z_2$ в $X_0 Y_0 Z_0$;

$[M_{30}]$ - из $X_3 Y_3 Z_3$ в $X_0 Y_0 Z_0$.

Матрицы преобразования имеют вид

$$[M_{10}] = [M_{10}^z]; \quad (1.31)$$

$$[M_{20}] = [M_{10}^z] \times [M_{21}^x]; \quad (1.32)$$

$$[M_{30}] = [M_{10}^z] \times [M_{21}^x] \times [M_{32}^x]; \quad (1.33)$$

$$[M_{10}^z] = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{10} & -\sin \alpha_{10} & 0 \\ \sin \alpha_{10} & \cos \alpha_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (1.34)$$

$$[M_{21}^x] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{21} & -\sin \alpha_{21} \\ 0 & \sin \alpha_{21} & \cos \alpha_{21} \end{bmatrix}; \quad (1.35)$$

$$[M_{32}^x] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{32} & -\sin \alpha_{32} \\ 0 & \sin \alpha_{32} & \cos \alpha_{32} \end{bmatrix}. \quad (1.36)$$

Если для схемы манипулятора, изображенного на рис. 1.16, принять длину второго звена $l_2 = 0$, то получим схему манипулятора, изображенную на рис. 1.23.

Для схемы манипулятора, изображенного на рис. 1.23, уравнение (1.29) запишется в виде

$$\begin{bmatrix} X_0(0) \\ X_0^p(0) \\ X_0^d(0) \end{bmatrix} = [M_{10}] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{bmatrix} + [M_{26}] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ S_{32} + S_{32}^{\text{нач}} \end{bmatrix}. \quad (1.37)$$

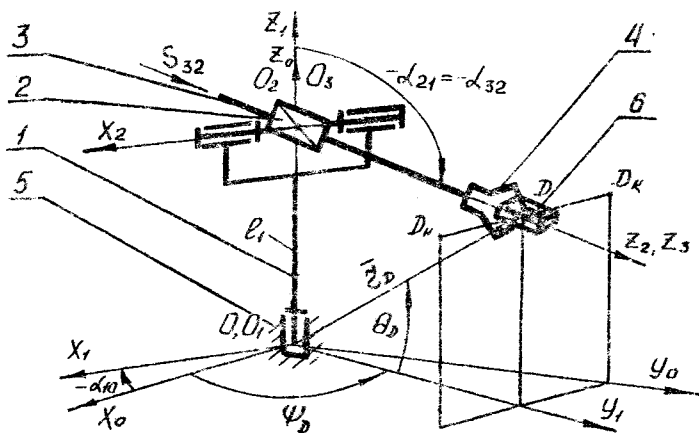


Рис. I.23. Схема ВВП при $l_2 = 0$

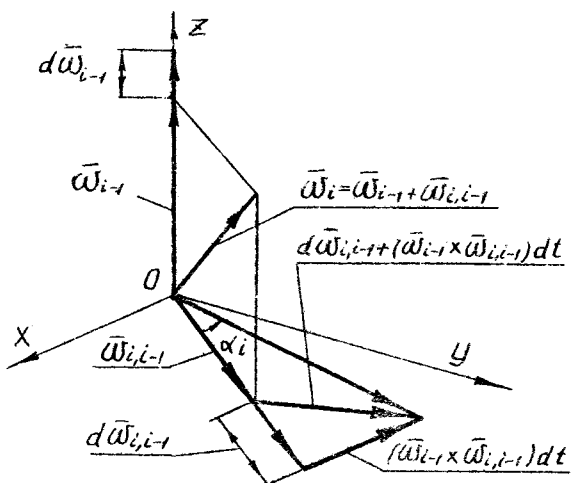


Рис. I.24. Определение вектора углового ускорения i -го звена манипулятора

Матрицы преобразования $[M_{10}]$, $[M_{20}]$ определяются по формулам (1.31), (1.32) с учетом формул (1.34), (1.35).

1. Для схемы В-3-В-2-В (рис. 1.15) обобщенные координаты определяются из выражений:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{10} &= \Psi - \frac{\pi}{2}; \\ \alpha_{21} &= \left[\arccos \left(\frac{\ell_1^2 + \ell_{02D}^2 - \Gamma_D^2}{2\ell_1 \ell_{02D}} \right) + \arccos \left(\frac{\ell_2^2 + \ell_{02D}^2 - \ell_3^2}{2\ell_2 \ell_{02D}} \right) \right] - \pi; \\ \alpha_{32} &= -\arccos \left(\frac{\ell_{02D}^2 - \ell_2^2 - \ell_3^2}{2\ell_2 \ell_3} \right); \end{aligned} \right\} (1.38)$$

$$\Psi = \arctg \frac{Y_D}{X_D}; \quad \theta = \arctg \frac{Z_D}{\sqrt{X_D^2 + Y_D^2}};$$

$$\Gamma_D = \sqrt{X_D^2 + Y_D^2 + Z_D^2}; \quad \ell_{02D} = \sqrt{\ell_1^2 + \Gamma_D^2 - 2\ell_1 \Gamma_D \sin \theta}. \quad (1.39)$$

2. а). Для схемы В-3-В-5-П (рис. 1.16) обобщенные координаты определяются из выражений:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{10} &= \Psi - \frac{\pi}{2}; \\ \alpha_{21} &= \left[\arccos \frac{\ell_1^2 + \ell_{02D}^2 - \Gamma_D^2}{2\ell_1 \ell_{02D}} + \arccos \frac{\ell_2}{\ell_{02D}} \right] - \pi; \\ S_{32} &= \sqrt{\ell_{02D}^2 - \ell_2^2} - S_{32}^{\text{нач}}. \end{aligned} \right\} (1.40)$$

б). Если длина одного из звеньев манипулятора равна нулю, например, $\ell_2 = 0$, то блок формул для определения обобщенных координат манипулятора будет иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{10} &= \varphi - \frac{\pi}{2}; \\ \alpha_{21} &= \arccos \frac{\ell_1^2 + \ell_{020}^2 - \Gamma_D^2}{\Gamma \ell_1 \ell_{020}} - \pi; \\ S_{32} &= \ell_{020} - S_{32}^{\text{нач}}, \end{aligned} \right\} (1.41)$$

где ℓ_{020} - см. выражение (1.39).

3. Для схемы В-1-П-В-В (рис. 1.17) обобщенные координаты определяются из выражений:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{10} &= \varphi - \frac{\pi}{2}; \\ S_{21} &= Z_D + \sqrt{\ell_3^2 - \sqrt{X_D^2 + Y_D^2} - \ell_2} - S_{21}^{\text{нач}}; \\ \alpha_{32} &= -\arccos \left(\frac{\sqrt{X_D^2 + Y_D^2} - \ell_2}{\ell_3} \right). \end{aligned} \right\} (1.42)$$

4. Для схемы П-2-В-2-В (рис. 1.18) обобщенные координаты определяются из выражений:

$$\left. \begin{aligned} S_{10} &= X_D; \\ \alpha_{21} &= \left[\arccos \left(\frac{\ell_1^2 + \ell_{020}^2 - \ell_{010}^2}{2\ell_1 \ell_{020}} \right) + \arccos \left(\frac{\ell_2^2 + \ell_{020}^2 - \ell_3^2}{2\ell_2 \ell_{020}} \right) \right] - \pi; \\ \alpha_{32} &= -\arccos \left(\frac{\ell_{020}^2 - \ell_2^2 - \ell_3^2}{2\ell_2 \ell_3} \right), \end{aligned} \right\} (1.43)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{где } \ell_{010} &= \sqrt{\Gamma_0^2 - X_0^2} ; \\ \ell_{020} &= \sqrt{\ell_1^2 + \ell_{010}^2 - 2\ell_1\ell_{010} \cos \gamma_1} ; \\ \gamma_1 &= \operatorname{arctg} \left(\frac{Y_0}{Z_0} \right) . \end{aligned} \right\} \quad (1.44)$$

5. Для схемы П-Б-П-З-В (рис. 1.19) обобщенные координаты определяются из выражений:

$$\left. \begin{aligned} S_{10} &= X_0 ; \\ S_{21} &= Y_0 - \sqrt{\ell_3^2 - (Z_0 - \ell_1)^2} - S_{21}^{\text{нач}} ; \\ \alpha_{32} &= \arcsin \left(\frac{Z_0 - \ell_1}{\ell_3} \right) . \end{aligned} \right\} \quad (1.45)$$

6. Для схемы П-2-В-Б-П (рис. 1.20) обобщенные координаты определяются из выражений:

$$\left. \begin{aligned} S_{10} &= X_0 ; \\ \alpha_{21} &= \left[\arccos \left(\frac{\ell_1^2 + \ell_{020}^2 - \ell_{010}^2}{\Gamma \ell_1 \ell_{020}} \right) + \arccos \left(\frac{\ell_2}{\ell_{020}} \right) \right] - \pi ; \\ S_{32} &= \sqrt{\ell_{020}^2 - \ell_2^2} - S_{32}^{\text{нач}} , \end{aligned} \right\} \quad (1.46)$$

где значения γ_1 , ℓ_{010} , ℓ_{020} определяются по формулам (1.44).

7. Для схемы В-З-П-З-П (рис. 1.21) обобщенные координаты определяются из выражений:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{10} &= \pi - \frac{\pi}{2} ; \\ S_{21} &= \sqrt{X_0^2 + Y_0^2} - S_{21}^{\text{нач}} ; \\ S_{32} &= (\ell_1 - Z_0) - S_{32}^{\text{нач}} . \end{aligned} \right\} \quad (1.47)$$

8. Для схемы П-Б-П-З-П (рис. 1.22) обобщенные координаты определяются из выражений:

$$\left. \begin{aligned} S_{10} &= X_0 ; \\ S_{21} &= Y_0 - S_{21}^{\text{нач}} ; \\ S_{32} &= (l_1 - Z_0) - S_{32}^{\text{нач}} . \end{aligned} \right\} \quad (1.48)$$

1.5. Расчет кинематики, динамики и определение мощности приводов манипулятора В-3-В-2-В

1.5.1. Определение обобщенных скоростей и ускорений

Рассмотрим следующие уравнения обобщенных скоростей:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\alpha}_{10} &= \frac{\dot{Y}_0 X_0 - \dot{X}_0 Y_0}{X_0^2 + Y_0^2} ; \\ \dot{\alpha}_{21} &= \frac{2(l_{02D} \dot{l}_{02D} - \dot{\Gamma}_D \dot{\Gamma}_D) - (l_{02D} / l_{02D})(l_1^2 + l_{02D}^2 - \Gamma_D^2)}{\sqrt{4l_1^2 l_{02D}^2 - (l_1^2 + l_{02D}^2 - \Gamma_D^2)^2}} + \\ &+ \frac{2l_{02D} \dot{l}_{02D} - (l_{02D} / l_{02D})(l_2^2 + l_{02D}^2 + l_3^2)}{\sqrt{4l_2^2 l_{02D}^2 - (l_2^2 - l_{02D}^2 - l_3^2)^2}} ; \\ \dot{\alpha}_{32} &= \frac{2l_{02D} \dot{l}_{02D}}{\sqrt{4l_2^2 l_3^2 - (l_{02D}^2 - l_2^2 - l_3^2)^2}} , \end{aligned} \right\} \quad (1.49)$$

$$\text{где } l_{02D} = \frac{\Gamma_D \dot{\Gamma}_D - l_1(\Gamma_D \sin \theta_0 + \dot{\Gamma}_D \dot{\theta}_0 \cos \theta_0)}{\sqrt{l_1^2 + \Gamma_D^2 - 2l_1 \Gamma_D \sin \theta_0}} ; \quad (1.50)$$

$$\dot{\Gamma}_D = \frac{X_0 \dot{X}_0 + Y_0 \dot{Y}_0 + Z_0 \dot{Z}_0}{\sqrt{X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2}} ; \quad (1.51)$$

$$\dot{\theta}_0 = \frac{\dot{Z}_0 (X_0^2 + Y_0^2) - Z_0 (X_0 \dot{X}_0 + Y_0 \dot{Y}_0)}{(X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2) \sqrt{X_0^2 + Y_0^2}} . \quad (1.52)$$

Связь между производными по времени и производными по пути определяется следующим образом:

$$\dot{v}_D = \frac{dv_D}{dt} = \frac{dv_D}{dS} \cdot \frac{dS}{dt} = V_D \dot{v}'_D \quad (1.53)$$

Аналогично

$$\dot{\alpha}'_{10} = V_D \dot{\alpha}'_{10} ; \dot{\alpha}'_{21} = V_D \dot{\alpha}'_{21} ; \dot{\alpha}'_{32} = V_D \dot{\alpha}'_{32} ; \quad (1.54)$$

$$\dot{\ell}'_{020} = V_D \dot{\ell}'_{020} ; \dot{\Gamma}'_D = V_D \dot{\Gamma}'_D ; \dot{\theta}'_D = V_D \dot{\theta}'_D \quad (1.55)$$

Обобщенные ускорения определяются из выражений, полученных в результате дифференцирования по времени зависимостей (1.49):

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\alpha}'_{10} &= \alpha'_D \alpha''_{10} + V_D \frac{d\alpha'_{10}}{dS} \frac{dS}{dt} = \alpha'_D \alpha''_{10} + V_D^2 \alpha''_{10} ; \\ \ddot{\alpha}'_{21} &= \alpha'_D \alpha''_{21} + V_D^2 \alpha''_{21} ; \\ \ddot{\alpha}'_{32} &= \alpha'_D \alpha''_{32} + V_D^2 \alpha''_{32} . \end{aligned} \right\} \quad (1.56)$$

1.5.2. Определение скоростей, ускорений звеньев и их центров масс

Вектор угловой скорости последующего звена манипулятора представим как векторную сумму вектора угловой скорости предыдущего звена (в переносном движении) и вектора его относительного вращения (в относительном движении). Тогда имеем возможность записать следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_1 &= \bar{\omega}_0 + \bar{\omega}_{10} = \bar{\omega}_{10} , \text{ так как } \bar{\omega}_0 = 0 ; \\ \bar{\omega}_2 &= \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_{21} = \bar{\omega}_{10} + \bar{\omega}_{21} ; \\ \bar{\omega}_3 &= \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_{32} = \bar{\omega}_{10} + \bar{\omega}_{21} + \bar{\omega}_{32} ; \\ &\vdots \\ \bar{\omega}_k &= \bar{\omega}_{1-1} + \bar{\omega}_{1,1-1} = \sum_{i=1}^k \bar{\omega}_{1,1-i} = \sum_{i=1}^k \dot{\ell}'_{1,1-i} \alpha'_{1,1-i} . \end{aligned} \quad (1.57)$$

Последние соотношения дают возможность сформулировать следующее правило. Угловая скорость любого i -го звена манипулятора

определяется векторной суммой относительной угловой скорости этого звена и всех ему предшествующих. В последнем уравнении $\bar{\ell}$ - единичный вектор, совпадающий с положительным направлением вектора $\bar{\omega}_i$. Аналогично для линейных скоростей точек O_1, O_2, O_3 и т. д., совпадающих с началами подвижных координат, имеем

$$\begin{aligned}\bar{V}_{02} &= \bar{V}_{01} + \bar{V}_{0201} = \bar{V}_{0201}, \text{ т. к. } \bar{V}_{01} = 0 ; \\ \bar{V}_{03} &= \bar{V}_{02} + \bar{V}_{0302} = \bar{V}_{0201} + \bar{V}_{0302} ; \\ \bar{V}_B &= \bar{V}_{03} + \bar{V}_{B03} = \bar{V}_{0201} + \bar{V}_{0302} + \bar{V}_{B03} ; \\ &\vdots \\ \bar{V}_B &= (\bar{\omega}_1 \times \bar{\ell}_{0102}) + (\bar{\omega}_2 \times \bar{\ell}_{0203}) + (\bar{\omega}_3 \times \bar{\ell}_{03B}).\end{aligned}\quad (1.58)$$

Уравнение (1.58) указывает на взаимосвязь скорости точки (схвата), заданной, например, в неподвижной прямоугольной системе координат, связанной со станиной, с линейными скоростями \bar{V}_{0i} начала i -ой подвижной системы координат. Тогда скорость центра масс i -ой подвижной системы координат определяется по формуле

$$\bar{V}_{s_i} = \frac{d\bar{r}_{s_i}}{dt} = \bar{V}_{0i} + \bar{V}_{s_i, 0i}. \quad (1.59)$$

Скорость \bar{V}_{0i} начала координат i -ой подвижной системы определяется по формуле

$$\begin{aligned}\bar{V}_{0i} &= (\bar{\omega}_1 \times \bar{\ell}_{00i}) + (\bar{\omega}_2 \times \bar{\ell}_{0102}) + (\bar{\omega}_3 \times \bar{\ell}_{0203}) + \dots \\ &\dots + (\bar{\omega}_i \times \bar{\ell}_{0i-1, 0i}).\end{aligned}\quad (1.60)$$

Скорость центра масс i -го звена относительно начала этой системы координат определяется по формуле

$$\bar{V}_{s_i, 0i} = \bar{\omega}_i \times \bar{r}_{s_i}^{(i)}. \quad (1.61)$$

В уравнении (1.59) \bar{r}_{s_1} - радиус-вектор центра масс i -го звена в неподвижной системе координат. В формуле (1.58) $\bar{r}_{s_1}^{(i)}$ - радиус-вектор центра масс i -го звена в системе координат, связанной с этим звеном (i -ой системе координат); $\bar{\omega}_i$ - вектор угловой скорости вращения i -ой системы координат.

Для ускорений точек, совпадающих с началами подвижных систем координат, имеем соотношения:

$$\begin{aligned} \bar{a}_{01} &= \bar{a}_0 + \bar{a}_{10} = \bar{a}_{10} \quad , \text{ т. к. } \bar{a}_0 = 0 ; \\ \bar{a}_{02} &= \bar{a}_{01} + \bar{a}_{02,01} ; \\ \bar{a}_{03} &= \bar{a}_{01} + \bar{a}_{02,01} + \bar{a}_{03,02} ; \\ &\vdots \\ \bar{a}_{0i} &= \bar{a}_{01} + \bar{a}_{02,01} + \bar{a}_{03,02} + \dots + \bar{a}_{0i-1,0i-1} . \end{aligned}$$

Ускорение точки в пространственном ее движении определяется соотношением

$$\begin{aligned} \bar{a}_{0i} &= \frac{d\bar{v}_{0i}}{dt} = \frac{d \left(\bar{\omega}_i \times \bar{\ell}_{0i-1,0i} \right)}{dt} = \\ &= \left(\frac{d\bar{\omega}_i}{dt} \times \bar{\ell}_{0i-1,0i} \right) + \left(\bar{\omega}_i \times \frac{d\bar{\ell}_{0i-1,0i}}{dt} \right) = \\ &= \left(\bar{\varepsilon}_i \times \bar{\ell}_{0i-1,0i} \right) + \left(\bar{\omega}_i \times \bar{v}_{0i,0i-1} \right) \quad (1.62) \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} |\bar{a}_i| &= \varepsilon_i \cdot \ell_{0i-1, 0i} \cdot \sin \left(\bar{\varepsilon}_i \wedge \ell_{0i-1, 0i} \right) + \\ &+ \omega_i \cdot V_{0i} \cdot \sin \left(\bar{\omega}_i \wedge V_{0i} \right). \end{aligned} \quad (1.63)$$

Для записи уравнения (1.62) в координатной форме имеем выражение

$$\bar{a}_{0i} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \varepsilon_i^x & \varepsilon_i^y & \varepsilon_i^z \\ \ell_{0i-1, 0i}^x & \ell_{0i-1, 0i}^y & \ell_{0i-1, 0i}^z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ \omega_i^x & \omega_i^y & \omega_i^z \\ V_{0i}^x & V_{0i}^y & V_{0i}^z \end{vmatrix}. \quad (1.64)$$

Для определения углов $(\bar{\varepsilon}_i \wedge \ell_{0i-1, 0i})$ и $(\bar{\omega}_i \wedge V_{0i})$ можно воспользоваться выражением их скалярного произведения в координатной форме. Если известны величины

$$\bar{\varepsilon}_i = \sqrt{(\varepsilon_i^x)^2 + (\varepsilon_i^y)^2 + (\varepsilon_i^z)^2}, \quad \bar{\omega}_i = \sqrt{(\omega_i^x)^2 + (\omega_i^y)^2 + (\omega_i^z)^2};$$

$$\bar{V}_{0i} = \sqrt{(V_{0i}^x)^2 + (V_{0i}^y)^2 + (V_{0i}^z)^2};$$

$$\ell_{0i-1, 0i} = \sqrt{(\ell_{0i-1, 0i}^x)^2 + (\ell_{0i-1, 0i}^y)^2 + (\ell_{0i-1, 0i}^z)^2},$$

то искомые углы определяются соотношениями

$$\left(\bar{\varepsilon}_i \wedge \ell_{0i-1, 0i} \right) = \arccos \left(\frac{\varepsilon_i^x \ell_{0i-1, 0i}^x + \varepsilon_i^y \ell_{0i-1, 0i}^y + \varepsilon_i^z \ell_{0i-1, 0i}^z}{\varepsilon_i \ell_{0i-1, 0i}} \right); \quad (1.65)$$

$$\left(\bar{\omega}_i \wedge V_{0i} \right) = \arccos \left(\frac{\omega_i^x V_{0i}^x + \omega_i^y V_{0i}^y + \omega_i^z V_{0i}^z}{\omega_i V_{0i}} \right). \quad (1.66)$$

По аналогии с (1.62) ускорение центра масс i го звена найдется из соотношения

$$\bar{a}_{s_1} = \frac{d\bar{V}_{s_1}}{dt} = \bar{a}_{o_1} + \bar{a}_{s_1, o_1}, \quad (1.67)$$

где \bar{a}_{o_1} - ускорение начала i -ой системы координат, определяемое по формуле (1.62). Из уравнения (1.61) имеем следующее выражение для ускорения центра масс i -го звена в системе координат, связанной с этим звеном:

$$\bar{a}_{s_1, o_1} = \frac{d\bar{V}_{s_1, o_1}}{dt} = \bar{\varepsilon}_1 \times \bar{r}_{s_1}^{(1)} + \bar{\omega}_1 \times \bar{V}_{s_1, o_1}. \quad (1.68)$$

Угловое ускорение $\bar{\varepsilon}_1$ i -го звена определится из следующих соображений (см. рис. 1.24). Приращение вектора $d\bar{\omega}_1$ по времени определяется приращением вектора $d\bar{\omega}_{1-1}$ предшествующего звена (переносного движения i -го звена), приращением вектора $d\bar{\omega}_{1, 1-1}$ i -го звена в его относительном движении, а также вектором $(\bar{\omega}_{1-1} \times \bar{\omega}_{1, 1-1}) dt$.

На рис. 1.24 видно, что результирующий вектор $d\bar{\omega}_1$, характеризующий приращение вектора $\bar{\omega}_1$ во времени, определится как $d\bar{\omega}_1 = d\bar{\omega}_{1-1} + d\bar{\omega}_{1, 1-1} + (\bar{\omega}_{1-1} \times \bar{\omega}_{1, 1-1}) dt$.

Разделив последнее уравнение на dt , получим

$$\bar{\varepsilon}_1 = \frac{d\bar{\omega}_1}{dt} = \bar{\varepsilon}_{1-1} + \bar{\varepsilon}_{1, 1-1} + (\bar{\omega}_{1-1} \times \bar{\omega}_{1, 1-1}). \quad (1.69)$$

Из уравнения (1.69) и рис. 1.24 следует, что за время dt изменяется не только длина вектора $\bar{\omega}_{1-1}$ и вектора $\bar{\omega}_{1, 1-1}$, но и сам вектор $\bar{\omega}_{1, 1-1}$ поворачивается на угол $d\alpha_1 = \omega_{1-1} dt$. Тогда линейная скорость конца вектора $\bar{\omega}_{1, 1-1}$ определится выражением $\bar{\omega}_{1-1} \times \bar{\omega}_{1, 1-1}$, т.е. вектор $(\bar{\omega}_{1-1} \times \bar{\omega}_{1, 1-1}) dt$ характеризует приращение вектора угловой скорости i -го звена за счет его поворота со скоростью $\bar{\omega}_{1, 1-1}$. Причем необходимо помнить, что все операции над векторами необходимо производить предварительно

сведя координаты этих векторов в одну, общую для обоих векторов, систему координат.

1.5.3. Определение обобщенных сил

Решение задачи по определению обобщенных сил рекомендуется выполнять в следующей последовательности:

1. Изобразить последнее звено манипулятора (входящее в одну кинематическую пару) со схватом и весом перемещаемой детали, ориентированными в выбранной системе координат, жестко связанной со звеном. В этой системе координат должны быть известны координаты центра масс звена со схватом и координаты точки приложения силы веса перемещаемой детали.

2. Изобразить задаваемые силы, веса, инерции и др., приложенные к соответствующим точкам с известными координатами, изобразить векторы моментов сил инерционных, движущих и сопротивления.

3. Заменить действие отброшенного звена манипулятора на рассматриваемое силами реакции и реактивными моментами, подлежащими определению.

4. Составить два уравнения равновесия сил и моментов в векторной форме. Записать уравнения равновесия в координатной форме, выразить их векторы в проекциях на оси неподвижной системы координат или на оси, жестко связанной с рассматриваемым звеном. При этом следует иметь в виду, что сила инерции (ускорение) перемещаемой детали задана в неподвижной системе координат, связанной со станиной, сила веса и сила инерции рассматриваемого звена также заданы в неподвижной системе координат, а движущий момент \bar{M}_1^g и инерционный момент \bar{M}_1^u заданы координатами в своей (подвижной) системе координат. Поэтому при необходимости определения проекций реактивных сил и моментов в неподвижной системе координат векторы \bar{M}_1^u и \bar{M}_1^g следует перевести в неподвижную систему. При определении же проекций реактивных сил и моментов на оси системы координат, связанной с самим звеном, необходимо координаты векторов сил инерции и веса (детали и самого звена) преобразовать в проекции на оси подвижной системы, связанной с самим звеном. Однако более рационально получить проекции реактивных сил, моментов в неподвижной системе координат, а затем их

перевести в проекции на оси подвижной системы, связанной с самим звеном манипулятора.

5. Решить полученную систему из шести уравнений и определить проекции реактивных сил и моментов на соответствующие оси координат.

6. Определить величину (модуль) реактивных сил и моментов, а также их ориентацию в пространстве относительно осей, связанных с подшипниковыми узлами звена, выделив при этом движущие составляющие и собственно реактивные.

На рис. 1.25 представлена схема сил и моментов, приложенных к последнему звену манипулятора со схватом. В точке O_3 , совпадающей с началом координат $X_3 Y_3 Z_3$, приложены реактивные силы

$$R_{23} \left\{ R_{23}^{x3}, R_{23}^{y3}, R_{23}^{z3} \right\} \quad \text{и} \quad M_{23} \left\{ M_{23}^{x3}, M_{23}^{y3}, M_{23}^{z3} \right\},$$

отражающие собой действие отброшенной связи (звено 2).

Кроме этого, на звено 3 действуют также силы $- \bar{F}_3^u = m_3 \bar{a}_3^u$, $\bar{G}_3 = m_3 \bar{g}$ инерции и веса звена 3, приложенные в его центре масс, а также силы $\bar{F}_0^u = - m_0 \bar{a}_0$ и $\bar{G}_0 = m_0 \bar{g}$ и момент $(\bar{M}_3^u)^{(3)}$ от сил инерции.

Уравнения равновесия звена в векторной форме имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_0 + \bar{G}_0 + \bar{F}_3^u + \bar{G}_3 + \bar{R}_{23} &= 0; \\ [\bar{L}_3 \times (\bar{F}_0^u + \bar{G}_0)] + [\bar{L}_{03} S_3 \times (\bar{F}_3^u + \bar{G}_3)] + (\bar{M}_3^u)^{(3)} + \bar{M}_{23} &= 0. \end{aligned} \right\} (1.70)$$

Особенности решения уравнения (1.70) связаны со следующими обстоятельствами. Векторы сил, действующих на звено 3, удобно рассматривать заданными в неподвижной системе координат. Инерционный момент $(\bar{M}_3^u)^{(3)}$ определяется в системе координат, связанной жестко со звеном 3,

$$(\bar{M}_3^u) = [J_{03}] \bar{\epsilon}_3^{(3)} + (\bar{\omega}_3^{(3)} \times [J_{03}] \bar{\omega}_3^{(3)}). \quad (1.71)$$

Это связано с тем, что тензор инерции имеет постоянное зна-

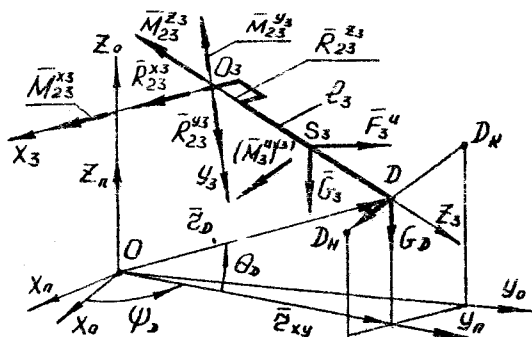


Рис. I.25. Схема ВВВ, звено 3

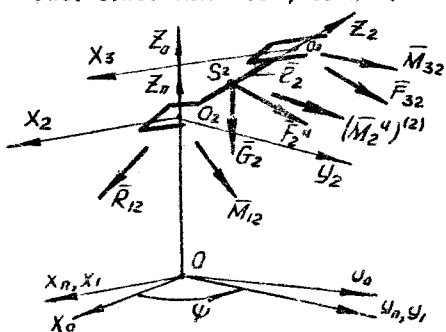


Рис. I.26. Схема ВВВ, звено 2

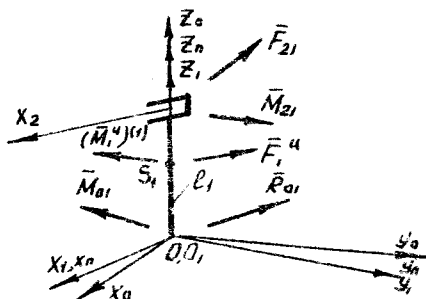


Рис. I.27. Схема ВВВ, звено I

чение осевых и центробежных моментов инерции только относительно осей системы координат, жестко связанных со звеном. Поэтому векторы угловой скорости $\bar{\omega}_3^{(3)}$ и ускорения $\bar{e}_3^{(3)}$ должны быть заданы координатами в третьей системе координат.

Конечной частью динамического исследования является определение составляющих реактивных сил $R_{23}^{(x3)} = f(S_0)$, $R_{23}^{(y3)} = f(S_0)$, $R_{23}^{(z3)} = f(S_0)$ как некоторых функций от пути S_0 , пройденного схватом, а также моментов $M_{23}^{(x3)} = f(S_0)$, $M_{23}^{(y3)} = f(S_0)$, $M_{23}^{(z3)} = f(S_0)$. При этом, как видно из рис. 1.24, $M_{23}^{(x3)} = M_{Дв}^{(x)}$. Это означает, что реактивная составляющая момента $M_{23}^{(x3)} = M_{Дв}^{(x)} = f_{Дв}^{(x)}(S_0)$ представляет собой программу управления звеном 3 "по силе", обеспечивающую перемещение схвата вдоль заданной траектории с заданным его законом движения. Это обстоятельство связано с тем, что, если определены составляющие реактивных сил и моментов от второго звена на третье в неподвижной системе координат, то для практического использования требуется их перевод в третью систему.

Выражения (1.70) дают следующее уравнение для определения реактивных составляющих сил и моментов в неподвижной системе координат:

$$\begin{pmatrix} R_{23}^{(x0)} \\ R_{23}^{(y0)} \\ R_{23}^{(z0)} \end{pmatrix} = m_0 \begin{pmatrix} \ddot{X}_0 \\ \ddot{Y}_0 \\ \ddot{Z}_0 - g \end{pmatrix} + m_3 \begin{pmatrix} \dot{X}_{s3}^{(0)} \\ \dot{Y}_{s3}^{(0)} \\ \dot{Z}_{s3}^{(0)} - g \end{pmatrix}. \quad (1.72)$$

Уравнение (1.72) позволяет выразить реакцию второго звена на третье $R_{23} \left\{ R_{23}^{(x0)}, R_{23}^{(y0)}, R_{23}^{(z0)} \right\}$, заданную проекциями на оси неподвижной системы координат. Для получения реакции $R_{23} \left\{ R_{23}^{x3}, R_{23}^{y3}, R_{23}^{z3} \right\}$, заданной координатами в третьей системе координат, требуется соответствующее преобразование, которое в матричной форме имеет вид

$$\begin{pmatrix} R_{23}^{(x3)} \\ R_{23}^{(y3)} \\ R_{23}^{(z3)} \end{pmatrix} = [M_{03}] \begin{pmatrix} R_{23}^{(x0)} \\ R_{23}^{(y0)} \\ R_{23}^{(z0)} \end{pmatrix} \quad (1.73)$$

Здесь $[M_{03}] = [M_{23}] [M_{12}] [M_{01}] = [M_{32}] [M_{21}] [M_{10}]$.

Второе уравнение (1.70) дает следующее выражение для определения проекций вектора \bar{M}_{23} на оси неподвижной системы координат:

$$\begin{pmatrix} M_{23}^{(x0)} \\ M_{23}^{(y0)} \\ M_{23}^{(z0)} \end{pmatrix} = m_D \begin{pmatrix} \bar{i}_D & \bar{j}_D & \bar{k}_D \\ (X_D - X_{03}) & (Y_D - Y_{03}) & (Z_D - Z_{03}) \\ \dot{X}_D & \dot{Y}_D & (\dot{Z}_D - g) \end{pmatrix} + \\ + m_3 \begin{pmatrix} \bar{i}_D & \bar{j}_D & \bar{k}_D \\ (X_{S3} - X_{03}) & (Y_{S3} - Y_{03}) & (Z_{S3} - Z_{03}) \\ \dot{X}_{S3} & \dot{Y}_{S3} & (\dot{Z}_{S3} - g) \end{pmatrix} + \\ + [M_{30}] \left[[J_{03}] \begin{pmatrix} \epsilon_3^{x3} \bar{i}_3 \\ \epsilon_3^{y3} \bar{j}_3 \\ \epsilon_3^{z3} \bar{k}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{i}_3 & \bar{j}_3 & \bar{k}_3 \\ \omega_3^{(x3)} & \omega_3^{(y3)} & \omega_3^{(z3)} \\ I_{03}^{(x3)} & I_{03}^{(y3)} & I_{03}^{(z3)} \end{pmatrix} \right]. \quad (1.74)$$

В уравнении (1.74) проекции вектора \bar{L}_{03} кинетического момента на оси третьей системы координат определяются из уравнений

$$\begin{pmatrix} L_{03}^{(X3)} \\ L_{03}^{(Y3)} \\ L_{03}^{(Z3)} \end{pmatrix} = [J_{03}] \begin{pmatrix} \omega_{23}^{(X3)} \\ \omega_{23}^{(Y3)} \\ \omega_{23}^{(Z3)} \end{pmatrix} .$$

Для получения проекций $M_{23}^{(X3)} = M_{23}^{(X)}$, $M_{23}^{(Y3)} = M_{23}^{(Y)}$ и $M_{23}^{(Z3)} = M_{23}^{(Z)}$ вектора \bar{M}_{23} на оси системы координат X_3, Y_3, Z_3 требуется аналогичное преобразование

$$\begin{pmatrix} M_{23}^{(X3)} \\ M_{23}^{(Y3)} \\ M_{23}^{(Z3)} \end{pmatrix} = [M_{03}] \begin{pmatrix} M_{23}^{(X0)} \\ M_{23}^{(Y0)} \\ M_{23}^{(Z0)} \end{pmatrix} . \quad (1.75)$$

После определения реактивных сил, действующих на последнее (третье) звено манипулятора, рассматриваются уравнения, аналогичные (1.70), с учетом того, что $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$ и $\bar{M}_{23} = -\bar{M}_{32}$.

Здесь имеется в виду, что, например, статор приводного двигателя третьего звена установлен на втором. Для звена 2 (см. рис. 1.26) уравнения равновесия имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_{32} + \bar{F}_2^u + \bar{G}_2 + \bar{R}_{12} &= C ; \\ (\bar{\ell}_2 \times \bar{R}_{32}) + \bar{M}_{32} + [\bar{\ell}_{02s2} \times (\bar{F}_2^u + \bar{G}_2)] + (\bar{M}_2^u)^{(2)} + \bar{M}_{12} &= 0 . \end{aligned} \right\} (1.76)$$

После решения уравнений (1.76), учитывая, что $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$ и $\bar{M}_{12} = -\bar{M}_{21}$, переходим к решению уравнений равновесия первого звена (см. рис. 1.25). Для него имеем

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_{21} + \bar{F}_1^u + \bar{G}_1 + \bar{R}_{01} &= C ; \\ (\bar{\ell}_1 \times \bar{R}_{21}) + \bar{M}_{21} + [\bar{\ell}_{01s1} \times (\bar{F}_1^u + \bar{G}_1)] + \bar{M}_1^u + \bar{M}_{01} &= 0 . \end{aligned} \right\} (1.77)$$

1.5.4. Определение мощности приводов манипулятора

Баланс мощности сил и моментов сил, приложенных к звеньям манипулятора, можно выразить в виде равенства

$$P_{д.с.} - P_{т.с.} - P_{в.с.} \pm P_a \pm P_y \pm P_u = 0, \quad (1.78)$$

где $P_{д.с.}$ - мощность сил и моментов сил движущих; $P_{т.с.}$ - мощность сил (моментов сил) технологического сопротивления, приложенных к выходному (последнему) звену манипулятора, если его рабочим органом, установленным на схвате, выполняется некоторая работа на преодоление сил трения, упругости и др., предусмотренных технологическим процессом; $P_{в.с.}$ - мощность сил вредного (не технологического) сопротивления (сил трения и др.); P_a , P_y , P_u - мощности сил веса подвижных звеньев манипулятора, сил (моментов сил) упругости и инерции соответственно.

Последние три слагаемых в уравнении (1.78) могут быть положительными и отрицательными, т.е. векторы сил и скоростей точек, приложения этих сил (веса, упругости и инерции) могут совпадать или быть направлены в противоположную сторону. Это говорит о том, что наиболее существенные резервы по снижению энергопотребления на манипулирование могут быть выявлены в каждом конкретном случае. Например, за счет реализации рекуперативного торможения, когда силы инерции создают необходимый момент на валу электродвигателя, имеющего возможность работать в определенные моменты времени в генераторном режиме, или за счет использования кинетической энергии звеньев на участках торможения для деформации упругих элементов, которые накопившую энергию "отдали бы" в период их разгона. Периодичность (цикличность) работы (мощности) сил веса, упругости и инерции дает возможность искать наиболее эффективные в каждом конкретном случае технические решения, обеспечивающие совершенствование эксплуатационных характеристик манипуляторов. При анализе возможности или оценке эффективности такой "перекачки" энергии необходима количественная оценка мощности этих сил и их моментов. В общем случае мощность сил и моментов сил движущих определяется выражением

$$P_{д.с.} = \sum_{i=1}^{K_в} \left(\bar{M}_{д.с.}^i \cdot \bar{\omega}_i \right). \quad (1.79)$$

В уравнении (1.79) $(\bar{M}_{д.с.}^i \cdot \bar{\omega}_i)$ - скалярное произведение вектора $\bar{M}_{д.с.}^i$ момента сил движущих, приложенных к i - му звену, на вектор $\bar{\omega}_i$ угловой скорости этого звена; $K_в$ - количество одновременно вращающихся друг относительно друга звеньев.

Мощность сил $P_{Т.с.}$ технологического сопротивления в большинстве случаев равна нулю, или же ее можно пренебречь из-за малости сил, например, если используется манипулятор для окраски или для вычерчивания графиков. Силы технологического сопротивления приложены к рабочему органу, установленному в схвате.

К силам вредного сопротивления чаще всего относятся силы трения в кинематических парах.

Если звенья i и $i-1$ входят во вращательную кинематическую пару скольжения, то мощность, затрачиваемую на преодоление сил трения при их относительном движении, определяют соотношениями

$$\begin{aligned} P_{тр}^в &= \bar{M}_{тр} \bar{\omega}_{i, i-1} = M_{тр} \omega_{i, i-1} \cos \left(\bar{M}_{тр} \bar{\omega}_{i, i-1} \right) = \\ &= M_{тр}^x \omega_{i, i-1}^x + M_{тр}^y \omega_{i, i-1}^y + M_{тр}^z \omega_{i, i-1}^z, \end{aligned} \quad (1.80)$$

где $M_{тр} = \sqrt{(M_{тр}^x)^2 + (M_{тр}^y)^2 + (M_{тр}^z)^2}$.

Следует отметить, что определение сил трения может быть весьма приближенным. Это связано не только с изменением в процессе эксплуатации состояния трущихся поверхностей, перераспределением давления в результате их износа и т.п. Дело в том, что нормальная реакция в подвижном соединении определяется из условия равновесия звена под действием сил, включающих и силу инерции. Силы же инерции и момент от сил инерции, как рассмотрено ранее, в каждом положении звеньев-разные. Поэтому даже при постоянных условиях в зоне контакта трущихся поверхностей величина

и направление силы трения не остаются постоянными. Таким образом, сложность аналитического определения сил трения связана с тем, что они зависят от закона движения звеньев, но при этом и сами оказывают влияние на изменение закона их движения. Для качественной характеристики мощности, затрачиваемой на преодоление сил трения в подвижных соединениях манипуляторов, удобно пользоваться параметром pV , где p - давление в зоне контакта; V - скорость относительного движения соприкасающихся поверхностей. Размерность $\left[\frac{H}{M^2} \cdot \frac{M}{C} \right] = \left[\frac{BT}{M^2} \right]$ указывает на физический смысл этого параметра, определяемый удельной мощностью, т.е. мощностью, приходящейся на единицу поверхности. Известно, что износ $u = K_u p V t$ пропорционален давлению p и скорости V трущихся поверхностей и зависит от их износостойкости, определяемой коэффициентом K_u . Поэтому параметр $p V$ определяет возможную неравномерность износа подвижных соединений манипулятора при одинаковой их износостойкости.

Для оценки мощности сил веса можно воспользоваться их скалярным произведением на скорость центра масс, записанным в виде суммы произведений одноименных координат, $P_{G_i} = \bar{G}_i \bar{V}_{S_i} = G_{x_i} \dot{X}_{S_i} + G_{y_i} \dot{Y}_{S_i} + G_{z_i} \dot{Z}_{S_i}$. Более удобным выражением мощности сил веса является выражение ее через произведение модулей векторов \bar{G}_i и \bar{V}_{S_i} на косинус угла между ними. В этом случае можно воспользоваться тем, что вектор силы веса \bar{G}_i любого i -го звена манипулятора параллелен оси $Z^{(0)}$ неподвижной системы координат, связанной со станиной, т.е. направлен по вертикали вниз. Это означает, что суммарная мощность сил веса манипулятора, имеющего "k" подвижных звеньев, определяется из соотношения

$$P_G = - \sum_{i=1}^k P_{G_i} = - \sum_{i=1}^k G_i V_{S_i}^{z_0} = - \sum_{i=1}^k G_i \dot{Z}_{S_i}^{(0)} \quad (1.81)$$

Последнее уравнение удобно для поиска и анализа определенного сочетания степеней подвижности манипулятора, обеспечивающего наименьшие энергосатраты на преодоление сил веса. Такая минимизация может быть основана на выявлении траекторий центров масс

эвеньев и законов их движения вдоль этих траекторий, обеспечивающих минимальные проекции $Z_{s1}^{(0)}$ скоростей $\bar{V}_{s1}^{(1)}$ центров масс эвеньев на ось $Z^{(0)}$. Таким образом, количественная оценка энергозатрат на преодоление сил веса эвеньев манипулятора может быть проведена на основе анализа зависимости (1.81) в функции от перемещения схвата, т. е. длины S траектории его центра масс относительно с перемещаемым грузом. Конечной целью такой задачи является поиск траекторий центров масс эвеньев манипулятора, реализующих определенную траекторию центра масс последнего (выходного) звена, на котором размещен схват, и обеспечивающих минимальную сумму мощностей сил веса всех эвеньев манипулятора.

Мощность, необходимая на преодоление силы инерции, возникающей при перемещении детали массой m_p вдоль заданной траектории $D_H D_K$, определится из соотношений

$$\left. \begin{aligned} P_D^u &= \bar{F}_D^u \cdot \bar{V}_D = -m_p \bar{a}_D \cdot \bar{V}_D = -m_p a_D V_D \cos \left(\bar{a}_D \wedge \bar{V}_D \right) \\ P_D^u &= -m_p \left(\dot{X}_D^{(0)} \dot{X}_D^{(0)} + \dot{Y}_D^{(0)} \dot{Y}_D^{(0)} + \dot{Z}_D^{(0)} \dot{Z}_D^{(0)} \right), \end{aligned} \right\} \quad (1.82)$$

где

$$\cos \left(\bar{a}_D \wedge \bar{V}_D \right) = \frac{\dot{X}_D^{(0)} \dot{X}_D^{(0)} + \dot{Y}_D^{(0)} \dot{Y}_D^{(0)} + \dot{Z}_D^{(0)} \dot{Z}_D^{(0)}}{a_D V_D} ;$$

$$a_D = \sqrt{\left[\dot{X}_D^{(0)} \right]^2 + \left[\dot{Y}_D^{(0)} \right]^2 + \left[\dot{Z}_D^{(0)} \right]^2} = \sqrt{\left[a_D^x \right]^2 + \left[a_D^y \right]^2} ;$$

$$V_D = \sqrt{\left[\dot{X}_D^{(0)} \right]^2 + \left[\dot{Y}_D^{(0)} \right]^2 + \left[\dot{Z}_D^{(0)} \right]^2} = \frac{dS_D}{dt} .$$

Как было показано ранее, $a_D^T = \frac{d\bar{V}_D}{dt}$; тогда угол между векторами \bar{a}_D и \bar{V}_D можно получить из выражения

$$\cos \left(\bar{a}_D \wedge \bar{V}_D \right) = \frac{a_D^T}{a_D} . \quad (1.83)$$

С учетом последнего выражения мощность силы F_D^u инерции де-

тали массой m_0 , перемещающейся вдоль заданной траектории, можно представить в виде

$$P_0^u = -m_0 a_0^T \cdot V_0 = -m_0 \frac{dV_0}{dt} \cdot V_0 \frac{dS_0}{dS_0} = -m_0 \frac{dV_0}{dS_0} V_0^2. \quad (1.84)$$

Если считать полезной работу манипулятора на перемещение детали массой m_0 по заданной траектории с заданным законом изменения скорости V_0 вдоль этой траектории в функции времени или пути (длины траектории), то мощность $P_{п.с}$ сил полезного сопротивления определится суммой мощности P_g , затраченной на перемещение веса G_0 детали со скоростью V_0 , и мощности P_u , затраченной на преодоление силы инерции, возникающей в результате перемещения этого веса (массы m_0) вдоль заданной траектории, т.е.

$$P_{п.с.} = -(\bar{G}_0 \bar{V}_0 + \bar{F}_0^u \bar{V}_0) = -m_0 (\bar{g} \bar{V} + \bar{a}_0 \bar{V}_0),$$

где $|\bar{g}| = 9,81 \text{ м/с}^2$ - ускорение силы тяжести.

С учетом соотношений, полученных ранее, последнее выражение представим в виде

$$P_{п.с.} = -m_0 \left(g \dot{z}_0^{(0)} + a_0^T V_0 \right). \quad (1.85)$$

Выражение в скобках представляет собой удельную мощность силы инерции детали, т.е. полезную мощность, приходящуюся на единицу перемещения массы. Она представляет собой мощность ускорений. Выражая баланс мощности манипулятора в виде

$$P_{д.с.} = P_{ч.с.} + P_{в.с.} \pm \sum_{i=1}^k P_{g_i}^i \pm \sum_{i=1}^k P_{v_i}^i \pm \sum_{i=1}^k P_{u_i}^i,$$

получим коэффициент энергопотребления манипулятора (энерговатт-рат на перемещение детали массой m_0)

$$K_{\text{Э}} = \frac{P_{д.с.}}{P_{п.с.}} = 1 + \frac{P_{в.с.} \pm \sum_{i=1}^k P_{g_i}^i \pm \sum_{i=1}^k P_{v_i}^i \pm \sum_{i=1}^k P_{u_i}^i}{m_0 (g \dot{z}_0^{(0)} + a_0^T V_0)} =$$

$$\begin{aligned}
&= 1 + \frac{P_{B.C.}}{P_{п.с.}} + \frac{\sum_{i=1}^k P_G^i}{P_{п.с.}} + \frac{\sum_{i=1}^k P_Y^i}{P_{п.с.}} + \frac{\sum_{i=1}^k P_u^i}{P_{п.с.}} = \\
&= 1 + K_{\Theta}^{B.C.} + K_{\Theta}^G + K_{\Theta}^Y + K_{\Theta}^u . \quad (1.86)
\end{aligned}$$

Введенный коэффициент показывает превышение суммарной мощности сил движущих над полезной мощностью (номинальной), определяемой выражением (1.85). Представление этого коэффициента в виде суммы отдельных коэффициентов энергопотребления позволяет дать количественную характеристику энергозатрат манипулятора по его отдельным составляющим и выявить тем самым более существенные резервы совершенствования конструкции в каждом отдельном случае. Такое представление позволит также судить количественно о возможности снижения энергозатрат за счет реализации рекуперативного торможения по коэффициенту $K_{\Theta}^u = \sum_{i=1}^k P_u^i / P_{п.с.}$ или же о возможности использования "перекачки" энергии деформации

упругих звеньев по коэффициенту $K_{\Theta}^Y = \sum_{i=1}^k P_Y^i / P_{п.с.}$, или же об использовании так называемого маятникового эффекта по коэффициенту $K_{\Theta}^G = \sum_{i=1}^k P_G^i / P_{п.с.}$. Коэффициент $K_{\Theta}^{B.C.} = \sum_{i=1}^k P_{B.C.} / P_{п.с.}$

позволяет судить о превышении мощности сил вредного (нетехнологического) сопротивления над номинальной мощностью, определяемой из выражения (1.85). Такой количественный анализ энергозатрат (энергопотребления) манипуляторов полезен как при создании новых конструкций, так и при сравнении эксплуатационных характеристик конструкций манипуляторов, предназначенных для выполнения одной и той же технологической операции. Ранжирование энергозатрат по коэффициентам, определяющим влияние отдельных составляющих, позволяет легко оценить совершенство той или иной конструкции манипулятора по отклонению (превышению) того или иного коэффициента от номинального, принятого равным единице.

1.6. Расчет кинематики, динамики и определение мощности приводов манипулятора ВВП при $\dot{\alpha}_2 = 0$

1.6.1. Определение обобщенных скоростей и ускорений

Дифференцирование выражений (1.41) по времени дает следующие уравнения обобщенных скоростей:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\alpha}_{10} &= \frac{\dot{Y}_D X_D - \dot{X}_D Y_D}{X_D^2 + Y_D^2}; \\ \dot{\alpha}_{21} &= \frac{2(\ell_{02D} \dot{\ell}_{02D} - \Gamma_D \dot{\Gamma}_D) - (\ell_{02D}/\ell_{02D})(\ell_1^2 + \ell_{02D}^2 - \Gamma_D^2)}{\sqrt{4\ell_1^2 \ell_{02D}^2 - (\ell_1^2 + \ell_{02D}^2 - \Gamma_D^2)^2}}; \\ \dot{\alpha}_{32} &= \dot{\ell}_{02D}, \end{aligned} \right\} (1.87)$$

где $\dot{\ell}_{02D}$, $\dot{\Gamma}_D$, \dot{e}_D - см. выражения (1.50), (1.51), (1.52).

Связь между производными по времени и производными по пути определяется следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\alpha}_{10} &= \alpha_D \dot{\alpha}'_{10} + V_D^2 \alpha''_{10}; \\ \ddot{\alpha}_{21} &= \alpha_D \dot{\alpha}'_{21} + V_D^2 \alpha''_{21}; \\ \ddot{\alpha}_{32} &= \alpha_D \dot{\ell}'_{02D} + V_D^2 \ell''_{02D}. \end{aligned} \right\} (1.88)$$

1.6.2. Определение скоростей, ускорений звеньев и их центров масс

Угловая скорость и угловое ускорение любого i -го звена манипулятора определяется согласно уравнениям (1.57) и (1.69).

Наиболее общей формулой для определения линейной скорости точек S_i звеньев манипулятора является формула (1.89)

$$\bar{V}_{S_i}^{(i-1)} = \bar{V}_{1, i-1} + V_{S_i}^{(i)}, \quad (1.89)$$

где $\bar{V}_{S_i}^{(i-1)}$ - скорость точки S_i в $(i-1)$ -ой системе координат; $\bar{V}_{1, i-1}$ - переносная скорость i -ой системы координат

относительно $i-1$ -ой; $\bar{V}_{s_1}^{(i)}$ - относительная скорость точки s_1 в i -ой системе координат.

Наиболее общей формулой для определения линейных ускорений точек S_1 звеньев манипулятора, имеющего поступательные и вращательные кинематические пары, является уравнение (1.90)

$$\bar{a}_{s_1}^{(i-1)} = \bar{a}_{s_1}^{e(i)} + \bar{a}_{s_1}^{e(i, i-1)} + \bar{a}_{s_1}^{k(i)}, \quad (1.90)$$

где $\bar{a}_{s_1}^{(i)}$ - относительное ускорение точки s_1 в i -ой системе координат;

$\bar{a}_{s_1}^{e(i, i-1)}$ - переносное ускорение i -ой системы координат относительно $i-1$ -ой системы координат;

$\bar{a}_{s_1}^{k(i)}$ - ускорение Кориолиса.

1.6.3. Определение обобщенных сил

Последовательность определения обобщенных сил для схемы манипулятора ВВП-такая же, как и для ВВВ.

Равенство нулю главного вектора сил, действующих на звено 3 манипулятора (см. рис. 1.28), дает следующие уравнения равновесия в неподвижной системе координат:

$$\bar{R}_{23}^{(0)} + \bar{F}_{u3}^{(0)} + \bar{G}_3^{(0)} + \bar{F}_{ud}^{(0)} + \bar{G}_0^{(0)} = 0, \quad (1.91)$$

где $\bar{R}_{23}^{(0)}$ - сила реакции в соединении звена 3 со звеном 2;

$\bar{F}_{u3}^{(0)}$ - сила инерции звена 3;

$\bar{G}_3^{(0)}$ - сила тяжести звена 3;

$\bar{F}_{ud}^{(0)}$ - сила инерции детали;

$\bar{G}_0^{(0)}$ - сила тяжести детали.

Все компоненты управления (1.91) заданы в неподвижной системе координат X_0, Y_0, Z_0 .

Уравнение (1.91) в координатной форме представляют в виде

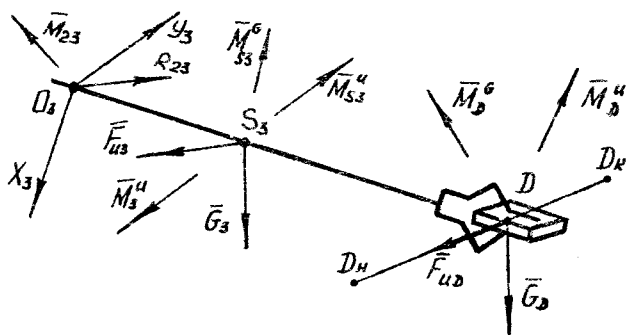


Рис. 1.28. Схема ВВП, звено 3

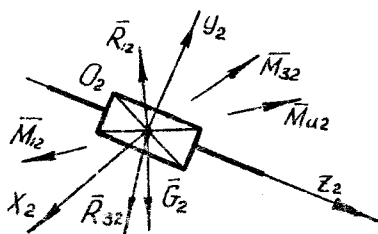


Рис. 1.29. Схема ВВП, звено 2

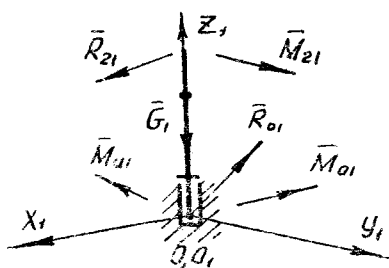


Рис. 1.30. Схема ВВП, звено I

$$\begin{pmatrix} R_{23x}^{(0)} \\ R_{23y}^{(0)} \\ R_{23z}^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{X}_{S_3}^{(0)} \\ \dot{Y}_{S_3}^{(0)} \\ \dot{Z}_{S_3}^{(0)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -G_3 \end{pmatrix} + m_D \begin{pmatrix} \dot{X}_D^{(0)} \\ \dot{Y}_D^{(0)} \\ \dot{Z}_D^{(0)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -G_D \end{pmatrix}, \quad (1.92)$$

где $R_{23x}^{(0)}$, $R_{23y}^{(0)}$, $R_{23z}^{(0)}$ - проекции силы реакции в соединении звена 3 со звеном 2 на оси неподвижной системы координат $X_0 Y_0 Z_0$; m_3 - масса звена 3; m_D - масса детали; $\dot{X}_D^{(0)}$, $\dot{Y}_D^{(0)}$, $\dot{Z}_D^{(0)}$ - проекции вектора ускорения точки D на оси неподвижной системы координат $X_0 Y_0 Z_0$;

$$G_3 = m_3 g; \quad G_D = m_D g,$$

где g - ускорение свободного падения; S_3 - точка центра масс звена 3; $\dot{X}_{S_3}^{(0)}$, $\dot{Y}_{S_3}^{(0)}$, $\dot{Z}_{S_3}^{(0)}$ - проекции вектора ускорения \bar{a}_{S_3} точки S_3 на оси неподвижной системы координат $X_0 Y_0 Z_0$.

Все компоненты уравнения (1.93) - в неподвижной системе координат.

Ускорение \bar{a}_{S_3} точки S_3 представляют в виде

$$\begin{aligned} \bar{a}_{S_3}^{(0)} &= \frac{d^2 \bar{r}_{S_3}^{(0)}}{dt^2} = \bar{a}_{r_{S_3}}^{(0)} + 2 \bar{W}_3^{(0)} \times \bar{V}_{r_{S_3}}^{(0)} + \\ &+ \bar{W}_3^{(0)} \times (\bar{W}_3^{(0)} \times \bar{r}_{S_3}^{(0)}) + \bar{\epsilon}_3^{(0)} \times \bar{r}_{S_3}^{(0)}, \end{aligned} \quad (1.93)$$

где $r_{S_3}^{(0)}$ - радиус-вектор точки S_3 центра масс звена 3;

$$\bar{a}_{r_{S_3}}^{(0)} = [N_{20}] \cdot \bar{a}_{r_{S_3}}^{(3)}; \quad \bar{a}_{r_{S_3}}^{(3)} = S_{32}^{(3)} \cdot \bar{K};$$

$$[N_{20}] = \begin{vmatrix} \cos \alpha_{10} \cos \alpha_{31} & \sin \alpha_{10} & \cos \alpha_{10} \sin \alpha_{31} \\ \cos \alpha_{10} \sin \alpha_{31} & 0 & \sin \alpha_{10} \cos \alpha_{31} \\ \sin \alpha_{31} & 0 & \cos \alpha_{31} \end{vmatrix} -$$

матрица преобразования векторов, заданных координатами в системе координат $X_3 Y_3 Z_3$, в координаты, заданные в неподвижной системе координат $X_0 Y_0 Z_0$; \bar{W}_3 - угловая скорость звена 3; $\bar{V}_{\Gamma_{S3}}$ - поступательная скорость точки S_3 , в координатной форме \bar{W}_3 и $\bar{V}_{\Gamma_{S3}}$

$$\begin{Bmatrix} W_{3X}^{(0)} \\ W_{3Y}^{(0)} \\ W_{3Z}^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_{31} \sin \alpha_{10} \\ \alpha_{31} \cos \alpha_{10} \\ \alpha_{10} \end{Bmatrix}; \quad \begin{Bmatrix} V_{\Gamma_{S3X}}^{(0)} \\ V_{\Gamma_{S3Y}}^{(0)} \\ V_{\Gamma_{S3Z}}^{(0)} \end{Bmatrix} = [N_{30}] \begin{Bmatrix} C \\ C \\ S_{32}^{(3)} \end{Bmatrix};$$

$$\bar{\epsilon}_3^{(0)} = d\bar{W}_3^{(0)} / dt - \text{угловое ускорение звена 3.}$$

Реактивный момент \bar{M}_{23} , действующий на звено 3 со стороны звена 2, в неподвижной системе координат определяют из уравнения

$$\bar{M}_{23}^{(0)} = -\bar{M}_D^G - \bar{M}_{S3}^G - \bar{M}_{S3}^H - \bar{M}_3^H - \bar{M}_D^H, \quad (1.94)$$

где $\bar{M}_D^G = \bar{r}_D^{(0)} \times \bar{G}_D$ - момент силы тяжести детали;

$\bar{M}_D^H = \bar{r}_D^{(0)} \times \bar{F}_{HD}$ - момент силы инерции \bar{F}_{HD} детали;

$\bar{M}_{S3}^G = \bar{r}_{S3}^{(0)} \times \bar{G}_3$ - момент силы тяжести \bar{G}_3 звена 3;

$\bar{M}_{S3}^H = \bar{r}_{S3}^{(0)} \times \bar{F}_{HS3}$ - момент силы инерции \bar{F}_{HS3} звена 3;

$\bar{M}_3^H = [N_{30}] \left([J_{S3}] \bar{\epsilon}_3 + \bar{W}_3 \times [J_{S3}] \bar{W}_3 \right)$ - инерционный момент звена 3 в неподвижной системе координат;

$[J_{S3}]$ - тензор инерции звена 3 относительно его центра масс S_3 .

Полученные значения проекций реактивных сил и моментов звена 3 по формулам (1.93) и (1.94) в неподвижной системе координат

$X_0Y_0Z_0$ не даст представления о распределении реактивных сил и моментов в системе координат $X_3Y_3Z_3$, связанной со звеном 3. Поэтому производится преобразование векторов $\bar{R}_{23}^{(b)}$ и $\bar{M}_{23}^{(b)}$, вычисленных в неподвижной системе координат $X_0Y_0Z_0$, в систему координат $X_3Y_3Z_3$ следующим образом:

$$\bar{R}_{23}^{(3)} = [N_{03}] \bar{R}_{23}^{(0)} ; \quad (1.95)$$

$$\bar{M}_{23}^{(3)} = [N_{03}] \bar{M}_{23}^{(0)} , \quad (1.96)$$

где $[N_{03}] = [N_{30}]^T$ - матрица преобразования векторов, заданных координатами в системе координат $X_0Y_0Z_0$, в координаты, заданные в системе координат $X_3Y_3Z_3$.

Преобразуем вектор $\bar{R}_{23}^{(0)}$, получаемый из уравнения (1.92) в проекциях на оси неподвижной системы координат $X_0Y_0Z_0$, в систему координат $X_3Y_3Z_3$. Уравнение (1.95) позволяет выделить его движущую $R_{23}^{DB} = R_{23z}^{(3)}$ и собственно реактивную $R_{23}^R =$

$= \sqrt{\left(R_{23x}^{(3)}\right)^2 + \left(R_{23y}^{(3)}\right)^2}$ составляющие. Определяют законы изме-

нения R_{23}^{DB} и R_{23}^R в функции от пути (длины траектории точки D), посредством решения уравнения (1.95) в фиксированных точках траектории. Аналогично, решая уравнение (1.96), в фиксированных точках траектории точки D выделяют реактивные составляющие $M_{23x}^{(3)}$, $M_{23y}^{(3)}$, $M_{23z}^{(3)}$, и получают закон изменения собственно реактивной составляющей в функции от пути

$$R_{23}^R = \sqrt{\left(M_{23x}^{(3)}\right)^2 + \left(M_{23y}^{(3)}\right)^2 + \left(M_{23z}^{(3)}\right)^2} .$$

Определение законов изменения движущих и реактивных сил и моментов звена 3 в функции от пути позволяет оценить динамическую нагруженность звена 3 при перемещении схвата вдоль траектории заданной с заданными ускорениями и скоростями.

Определяют закон изменения управляющей силы $R_{23}^{УПР} = -R_{23}^{ДВИЖ}$ в функции от пути. Для этого график $R_{23}^{ДВИЖ}$, построенный в функции от времени, отражат симметрично относительно оси S. Полученный в результате отражения график представляет собой управляющую силу звена 3.

Аналогично определяют значения движущих и реактивных сил и моментов в соединении звеньев 2 и 1, а также законы их изменения в функции от пути. Для звена 2 (см. рис. 1.29) уравнения равновесия в векторной форме в неподвижной системе координат представляют в виде

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_{12} + \bar{R}_{32} + \bar{G}_2 &= 0; \\ \bar{M}_{12} + \bar{M}_{32} + \bar{M}_{H2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.97)$$

Учитывая, что $\bar{R}_{32} = -\bar{R}_{23}$ и $\bar{M}_{32} = -\bar{M}_{23}$, (1.97) записывают в виде

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_{12} &= \bar{R}_{23} - \bar{G}_2; \\ \bar{M}_{12} &= \bar{M}_{23} - \bar{M}_{H2}, \end{aligned} \right\} \quad (1.98)$$

где \bar{R}_{12} - сила реакции в соединении звена 2 со звеном 1;

\bar{R}_{23} - находят из уравнения (1.93);

\bar{G}_2 - сила тяжести звена 2;

\bar{M}_{12} - момент действующий на звено 2 со стороны звена 1;

\bar{M}_{23} - момент, действующий на звено 3 со стороны звена 2, находят из уравнения (1.94);

\bar{M}_{W_2} - момент силы инерции звена 2,

$$\bar{M}_{W_2} = [N_{20}] \left([J_{S_2}] \bar{\varepsilon}_3 + \bar{W}_3 \times [J_{S_2}] \bar{W}_3 \right);$$

$[J_{S_2}]$ - тензор инерции звена 2 относительно его центра масс S_2 .

Векторы \bar{R}_{12} и \bar{M}_{12} , вычисленные по формулам (1.98) в неподвижной системе координат $X_0 Y_0 Z_0$, преобразуют в систему координат следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_{12}^{(2)} &= [N_{02}] \bar{R}_{12}^{(0)}; \\ \bar{M}_{12}^{(2)} &= [N_{02}] \bar{M}_{12}^{(0)}, \end{aligned} \right\} \quad (1.99)$$

где $[N_{02}] = [N_{20}]^T$ - матрица преобразования векторов, заданных координатами в системе координат $X_0 Y_0 Z_0$, в координаты, заданные в системе координат $X_2 Y_2 Z_2$.

Выделяют движущую $M_{12}^{DB} = M_{12x}^{(2)}$ и собственно реактивную

$$M_{12}^R = \sqrt{(M_{12y}^{(2)})^2 + (M_{12z}^{(2)})^2} \quad \text{составляющие момента звена 2.}$$

Определяют законы изменения M_{12}^{DB} , M_{12}^R , а также

$$R_{12}^R = \sqrt{(R_{12x}^{(2)})^2 + (R_{12y}^{(2)})^2 + (R_{12z}^{(2)})^2} \quad \text{в функции от пути.}$$

Определяют закон изменения управляющего момента $M_{12}^{DB} = -R_{12x}^{(2)}$ в функции от пути. Для этого график M_{12}^{DB} , построенный в функции от времени, отражат симметрично относительно оси S. Полученный в результате отражения график представляет собой управляющий момент на валу приводного двигателя звена 2.

Для звена 1 (см. рис. 1.30) уравнение равновесия в векторной форме представляет в виде

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_{01} + \bar{R}_{21} + \bar{G}_1 &= 0 ; \\ \bar{M}_{01} + \bar{M}_{21} + \bar{M}_{H1} + \bar{M}_A(\bar{R}_{21}) &= 0 . \end{aligned} \right\} \quad (1.100)$$

Так как $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$ и $\bar{M}_{21} = -\bar{M}_{12}$, (1.100) записывают в виде

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_{01} &= \bar{R}_{12} - \bar{G}_1 ; \\ \bar{M}_{01} &= \bar{M}_{12} - \bar{M}_{H1} - \bar{M}_A(\bar{R}_{21}) , \end{aligned} \right\} \quad (1.101)$$

- где \bar{R}_{01} - сила реакции в соединении звена 1 со станиной 5;
 \bar{R}_{12} - сила реакции в соединении звена 2 со станиной 5, находят из уравнения (1.99);
 \bar{G}_1 - сила тяжести звена 1;
 \bar{M}_{01} - момент, действующий на звено 1 со стороны станины 5;
 \bar{M}_{12} - момент, действующий на звено 2 со стороны звена 1, находят из уравнения (1.99);
 \bar{M}_{H1} - момент силы инерции звена 1.

$$\bar{M}_{H1} = [N_{10}] \left([J_{S1}] \dot{\bar{\psi}}_0 + \dot{\bar{\psi}}_0 \times [J_{S1}] \dot{\bar{\psi}}_0 \right) ;$$

$[J_{S1}]$ - тензор инерции звена 1 относительно центра его масс S_1 ;

$$\bar{M}_A(\bar{R}_{21}) = \bar{r}_1 \bar{R}_{21} - \text{момент силы реакции } \bar{R}_{21} .$$

Все компоненты уравнений (1.100) и (1.101) - в неподвижной системе координат $X_0 Y_0 Z_0$.

Векторы \bar{R}_{01} и \bar{M}_{01} , вычисленные по формулам (1.101) в неподвижной системе координат $X_0 Y_0 Z_0$, преобразуют в систему координат $X_1 Y_1 Z_1$ следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_{01}^{(1)} &= [N_{01}] \bar{R}_{01}^{(0)} ; \\ \bar{M}_{01}^{(1)} &= [N_{01}] \bar{M}_{01}^{(0)} , \end{aligned} \right\} \quad (1.102)$$

где $[N_{01}] = - [N_{10}]$ - матрица преобразования векторов, заданных координатами в системе координат $X_0 Y_0 Z_0$, в координаты, заданные в системе координат $X_1 Y_1 Z_1$.

Выделяют движущую $\bar{M}_{01}^{DB} = \bar{M}_{01Z}^{(1)}$ и собственно реактивную

$$M_{01}^R = \sqrt{(M_{01X}^{(1)})^2 + (M_{01Y}^{(1)})^2} \text{ составляющие момента звена 1.}$$

Определяют законы изменения M_{01}^{DB} , M_{01}^R , а также

$$R_{01}^R = \sqrt{(R_{01X}^{(1)})^2 + (R_{01Y}^{(1)})^2 + (R_{01Z}^{(1)})^2} \text{ в функции от пути.}$$

Определяют закон изменения управляющего момента $M_{01}^{УПР} = M_{01}^{DB}$ в функции от пути. Для этого график M_{01}^{DB} , построенный в функции от времени, отражает симметрично оси S. Полученный в результате отражения график представляет собой управляющий момент на валу приводного двигателя звена 1.

1.6.4. Определение мощности приводов манипулятора

Баланс мощности сил и моментов сил, приложенных к звеньям манипулятора, выражается уравнением (1.78).

В общем случае мощность сил и моментов сил движущих определяется выражением

$$P_{д.с.} = \sum_{i=1}^{kp} \left(\bar{F}_{д.с.}^i \cdot \bar{V}_F^i \right) + \sum_{i=1}^{kb} \left(\bar{M}_{д.с.}^i \cdot \bar{\omega}_i \right) , \quad (1.103)$$

где $\left(\bar{F}_{д.с.}^i \cdot \bar{V}_F^i \right)$ - скалярное произведение вектора $\bar{F}_{д.с.}^i$ движущей силы на скорость \bar{V}_F точки приложения этой силы;

K_{II} - количество звеньев, одновременно движущихся поступательно;

$\left(\bar{M}_{д.с.} \cdot \bar{W} \right)$ - скалярное произведение вектора $\bar{M}_{д.с.}^i$ момента сил движущих, приложенных к i -му звену, на вектор \bar{W}_i угловой скорости этого звена;

K_B - количество одновременно вращающихся друг относительно друга звеньев.

Расчет остальных составляющих уравнения (1.78) для схемы ВВП аналогичен расчету для схемы ВВВ.

1.7. Обучающая программа исследования кинематики, динамики и энергопотребления манипуляторов промышленных роботов при перемещении схвата по заданной траектории в пространстве

Современное программное обеспечение для персональных ЭВМ должно включать в себя программы, удовлетворяющие ряду требований, основными из которых является:

а) простота и надежность работы с любой программой за счет использования высокоструктурированных меню с разнообразными информационными вставками, выпадающими подменю, многократными перекрывающимися окнами различного размера, предназначенных для диалога и ввода, стандартной обработки клавиш;

б) не только графическое представление на экране разнообразных графиков и таблиц, отражающих характеристики рассматриваемых объектов, но и схематическое изображение самих объектов, расположенных в пространстве, причем как в неподвижном состоянии, так и в движении.

Указанным выше требованиям в полной мере отвечает программа, при создании которых используется специализированный пакет программ TURBO Professional 4.0/5.5. Этот пакет предназначен для совместной работы с системой TURBOPASCAL, что и обуславливает написание программ численного исследования кинематики МПР на языке ПАСКАЛЬ. В качестве графических средств используются процедуры и функции, входящие в библиотеку подпрограмм (модуль

Graph), созданную фирмой Borland специально для системы TURBO-PASCAL. С учетом вышесказанного процесс создания программного обеспечения задачи численного исследования кинематики МПР включает в себя следующую последовательность действий. Предварительно разрабатывается подробный сценарий действий для каждой конкретной ситуации и составляется несколько взаимосвязанных меню. Для удобства описания полученного сценария можно воспользоваться графом системы со структурой типа "дерево". Вершина, соответствующая основанию этого графа, является заставкой, содержащей информацию о названии программы; остальные вершины являются меню. Число ребер, выходящих из вершины, равно числу пунктов, содержащихся в данном меню, т. е. каждый пункт связан с каким-либо одним последующим меню. Исключение составляют только пункты последних меню, которые ни с чем не связаны. Таким образом, заставку можно отнести к первому уровню, следующее за ней меню, в дальнейшем называемое главным, - ко второму, и т. д. Уровень вложения меню при использовании пакета TURBO Professional не ограничивается. Например, на рис. 1.31 приведена одна ветвь графа с пятью уровнями вложенности для пункта главного меню "1. Геометрические параметры траектории схвата". Всего из вершины, соответствующей главному меню, выходит восемь ребер (связанные с ними меню не приведены, так как предназначены для решения задач динамики и энергопотребления МПР, не рассматриваемых в данном разделе). На рис. 1.32 изображена структура меню пункта главного меню "3. Выбор схемы манипулятора" (заставка и главное меню не приведены).

С помощью средств автоматизации построения меню, входящих в программу Make Menu из TURBO Professional, формируется текст процедуры Init Menu, реализующей разработанный выше сценарий. Сразу после запуска этой процедуры на экране дисплея выводится заставка, содержащая информацию о названии программы. В последней строке экрана находится подсказка, поясняющая пользователю, что он в данный момент времени может предпринять. На протяжении всей работы пользователя с системой на экране будет присутствовать такая подсказка.

После нажатия клавиши <Enter> появляется новый кадр, содержащий главное меню. Выделение необходимого пункта из главного меню осуществляется клавишами <Up> и <Down>. На экране выделенный пункт отличается цветом. Каждый пункт главного меню содержит новое (вложенное) меню, являющееся подчиненным по отношению к главному. Вход в это новое меню осуществляется путем нажатия клавиши <Enter>, при этом на экране высвечиваются все его пункты. Для того, чтобы вернуться назад в главное меню, необходимо нажать клавишу <Esc>. Этот принцип остается справедливым в любой точке меню, т. е. система реагирует только на клавиши <Up>, <Down>, <Enter>, <Esc>; действие других клавиш игнорируется. Исключение составляет только случай, когда на экране появляется окно ввода, и требуется ввести числовую информацию. Тогда система реагирует на вводимые цифры.

Важную роль в работе системы играют пункты последнего уровня. Они предназначены для запуска подпрограмм, действия которых определяются названиями соответствующих им пунктов. Так, например, нажатие клавиши <Enter> для пункта " X_n =" вызывает подпрограмму UUREAL, по которой осуществляется ввод информации для переменной X_n . На экране появляется окно ввода, в котором необходимо набрать требуемое число. После отработки подпрограммы UUREAL автоматически будет выделен пункт " Y_n =" (так заложено в системе разработчиком) и т. д. Пункт "3. Просмотр траектории ($D_n - D_k$)" запускает подпрограмму PUM 3, рисующую в графическом режиме аксонометрические изображения системы $X_0 Y_0 Z_0$, точек D_n и D_k с их проекциями на оси и траектории ($D_n - D_k$). В табл. 6 приведены названия пунктов последнего уровня, относящиеся к задаче численного исследования кинематики МПР, и названия соответствующих подпрограмм.

Подпрограмма PUM 1 рисует аксонометрическое изображение системы координат $X_0 Y_0 Z_0$ и начальную точку траектории D_n с проекциями на оси. Подпрограмма PUM 2 рисует на экране аксонометрическое изображение системы координат $X_0 Y_0 Z_0$ и начальную D_n и конечную D_k точки траектории. Подпрограмма VVINT вводит значение числа N точек разбиения заданной траектории ($D_n - D_k$), подпро-

грамма PUM 4 рисует проекции этих точек на оси. Подпрограмма PUM 5 показывает движение точки D вдоль заданной траектории ($D_n - D_k$) в прямоугольной системе координат, подпрограмма PUM 6 - в сферической. Подпрограммы PUM 7 и PUM 8 повторяют все действия, выполненные подпрограммами PUM 1 - PUM 6; первая - для заданной пользователем траектории ($D_n - D_k$), вторая - для заложенной в системе траектории с координатами $D_n(0,7; 1; 0,2)$ и $D_k(0; 0,7; 1)$. Подпрограмма PUM 9 показывает движение векторного контура $\bar{r}_0 = \bar{t}_1 + \bar{t}_2 + \bar{t}_3$ вдоль заданной траектории ($D_n - D_k$), затем - движение этого контура вместе с системами координат $X_1Y_1Z_1$, $X_2Y_2Z_2$, $X_3Y_3Z_3$ и векторами вращения $\alpha_{10} \bar{K}_1$, $\alpha_{21} \bar{t}_2$, $\alpha_{32} \bar{t}_3$ и, наконец, движение схематичного изображения манипулятора ВВВ.

Для построения движущихся объектов на экране дисплея используется принцип мультипликации. Объект строится, наблюдается некоторое время, стирается, перемещается, вновь строится и т. д. При этом используются следующие графические процедуры из модуля Graph: Line, Rectangle, Pft Pixel, Arc, Ont Text XY, Set Color, Set BK Color, Set Line Style.

АксонOMETрические изображения объектов строятся в трехмерной системе координат. В действительности изображение на экране - всегда двумерное. Следовательно, речь идет лишь об иллюзии создания объемных изображений. Для преобразования пространственных координат в координаты на плоскости экрана дисплея используются следующие формулы:

$$v_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}} X_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} Y_0 ; \quad (1.104)$$

$$u_0 = -\frac{1}{\sqrt{6}} X_0 - \frac{1}{\sqrt{6}} Y_0 + \sqrt{\frac{-2}{3}} Z_0 , \quad (1.105)$$

где X_0, Y_0, Z_0 - координаты точки D в пространстве;

v_0, u_0 - координаты точки D на экране дисплея.

Обучающая программа:
 Исследование кинематики, динамики и энергопотребления
 манипуляторов промышленных роботов при перемещении
 схвата по заданной траектории в пространстве

1. Геометрические параметры траектории схвата] _____
2. Кинематика схвата/выбор и обоснование закона движения] _____
3. Выбор схемы манипулятора] _____
4. Геометрия манипулятора/определение обобщенных координат] _____
5. Кинематика манипулятора/определение обобщенных скоростей и ускорений] _____
6. Динамика манипулятора/определение обобщенных сил] _____
7. Определение мощности приводов манипулятора] _____
8. Завершение работы с обучающей программой] _____

Траектория задается пользователем] _____
 Траектория задана координатами $D_n \begin{matrix} 0,7;1;0,24 \end{matrix}$ и $D_k \begin{matrix} 0,7;1 \end{matrix}$

1. Задание начальной точки траектории D_n] $\begin{matrix} X_n = Y_n = Z_n \end{matrix}$
2. Задание конечной точки траектории D_k] $\begin{matrix} X_k = Y_k = Z_k \end{matrix}$
3. Просмотр траектории ($D_n - D_k$)
4. Задание числа точек разбиения траектории N] $N =$
5. Движение т. D вдоль траектории в прямоугольной системе координат
6. Движение т. D вдоль траектории в сферической системе координат
7. Просмотр пунктов 3-6 в целом

Рис. 1.31. Структура меню (заставка, главное меню и меню пункта "1. Геометрические параметры траектории схвата")

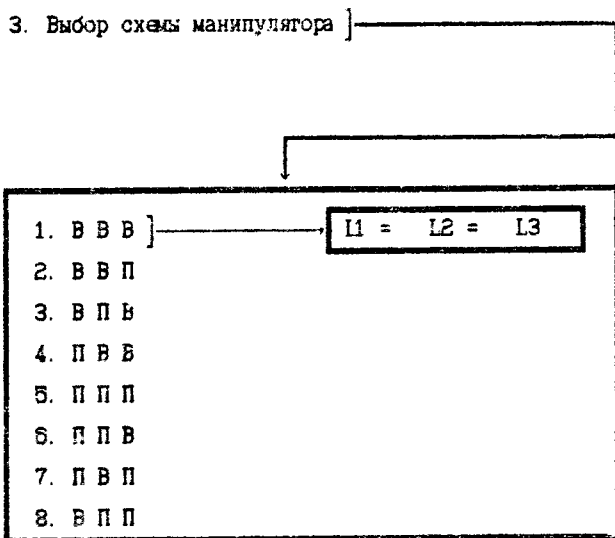


Рис. 1.32. Структура меню пункта главного меню "3. Выбор схемы манипулятора"

Т а б л и ц а 1.3

Список названий пунктов последнего уровня
и соответствующие им названия подпрограмм

Название пункта последнего уровня	Название подпрограммы
$X_n = , Y_n = , X_k = , Y_k =$	VVREAL
$Z_n =$	VVREAL, PUM 1
$Z_k =$	VVREAL, PUM 2
3. Просмотр траектории ($D_n - D_k$)	PUM 3
$N =$	VVINT, PUM 4
5. Движение точки D вдоль траектории в прямоугольной системе координат	PUM 5
6. Движение точки D вдоль траектории в сферической системе координат	PUM 6
7. Просмотр пунктов 3-6 в целом	PUM 7
Траектория задана координатами $D_n (0,7; 1; 0,2)$ и $D_k (0; 0,7; 1)$	PUM 8
L3	PUM 9

1.8. Порядок выполнения работы

1. Изучить особенности структурного синтеза схем манипуляторов.
 2. Уяснить основные критерии рациональности структурных схем.
 3. Ознакомиться с математическим описанием различных пространственных траекторий и законами движения вдоль заданных траекторий.
 4. Ознакомиться со структурными схемами манипуляторов.
 5. Изучить методику кинематического анализа, а также последовательность определения динамической нагруженности и энергозатрат манипуляторов при движении схвата с деталью по заданной траектории.
 - 6* Изучить алгоритм и овладеть навыками обращения с обучающей программой исследования кинематики, динамики и энергопотребления манипуляторов промышленных роботов при перемещении схвата по заданной траектории в пространстве.
 - 7* Произвести анализ динамической нагруженности суставов и энергозатрат выбранных схем манипуляторов и исследовать их влияние на прочностные и точностные характеристики, а также долговечность манипуляторов.
- * Пункты обязательны только для бакалавров и магистров.

1.9. Содержание отчета

1. Особенности структурного синтеза схем манипуляторов.
2. Критерии рациональности структурных схем.
3. Выбранные структурные схемы манипуляторов и их обобщенные координаты.
4. Основные формулы и последовательность расчета кинематики, динамики, определение энергозатрат приводов манипулятора.
- 5* Графика траектории схвата и ее геометрические параметры.

- 6.* Кинематика схвата (выбор и обоснование закона движения).
 - 7.* Выбор схемы манипулятора.
 - 8.* Геометрия манипулятора (определение обобщенных координат).
 - 9.* Кинематика манипулятора (определение обобщенных скоростей и ускорений).
 - 10.* Динамика манипулятора (определение обобщенных сил).
 - 11.* Определение мощности приводов манипулятора.
 - 12.* Анализ проведенных исследований кинематики, динамики и энергопотребления манипуляторов промышленных роботов и оценка их влияния на прочностные и точностные характеристики, а также долговечность манипуляторов при перемещении схвата по заданной траектории в пространстве.
- * Пункты обязательны только для бакалавров и магистров.

1.10. Контрольные вопросы

1. Назвать основные причины, определяющие разнообразие структурных схем манипуляторов.
2. Какие типы взаимной ориентации кинематических пар (КП) рассмотрены в данной методике структурного синтеза схем манипуляторов?
3. Каков общий вид структурно-компоновочной формулы манипулятора? Привести примеры различных схем.
4. Каков общий вид формулы для определения числа схем манипуляторов с W подвижностями? Дать анализ каждому члену данной формулы.
5. Назвать основные критерии рациональности структурных схем манипуляторов.
6. Каков математический аппарат описания произвольной пространственной кривой?
7. Написать уравнение замкнутости векторного контура для выбранных схем манипуляторов в векторной и координатной форме.

8. Описать последовательность расчета кинематики, динамики и определения мощности приводов манипулятора.
9. Написать формулы абсолютных обобщенных скоростей \bar{v}_i и ускорений \bar{a}_i в векторной и координатной форме для i - го звена манипулятора.
10. Написать уравнение скоростей \bar{v}_{i1} и ускорений \bar{a}_{i1} точек центров масс i - го звена манипулятора.
11. Дать полную характеристику тензора инерции звена J_{i1} манипулятора.
12. Вывести уравнения для определения сил реакции \bar{R}_i и реактивных моментов \bar{M}_i в i - ом суставе манипулятора.
13. Составить уравнение баланса мощностей и дать характеристику каждому его члену.

Л и т е р а т у р а

1. Артоболовский И.И. Теория механизмов и машин: Учебник для вузов. - 4-е изд., перераб. и доп. - М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. - 640 с.
2. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин: Учебное пособие для студентов вузов. - Изд. 4-е, исправленное. - М.: "Машиностроение", 1989. - 592 с.
3. Справочник по промышленной робототехнике. В 2-х кн. / Под ред. Ш. Нофа.; Пер. с англ. Д.Ф. Миронова и др. - М.: Машиностроение, 1989. - 480 с.

2. ОПИСАНИЕ СПОСОБОВ УПРАВЛЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРАМИ И ПРИВОДНЫМИ УСТРОЙСТВАМИ, ОСНОВАННЫХ НА МОДЕЛИРОВАНИИ СИЛОВЫХ И СКОРОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Цель работы:

Изучение способов управления манипуляторами и приводными устройствами, позволяющих повысить точность отработки закона движения, надежность манипуляторов, а также качество обработанной поверхности. Владение навыками оформления заявок на изобретение.

2.1. Способ управления манипуляторами промышленных роботов (положительное решение ВНИИПЭ от 4.01.92 г. по заявке N 4917891/08)

Формула изобретения

Способ управления манипулятором промышленного робота, заключающийся в том, что посредством системы управления формируют закон движения схвата и обрабатывают его приводом манипулятора, о т л и ч а в ш и й с я тем, что с целью повышения точности отработки закона движения и повышения надежности измеряют фактические обобщенные скорости и фактические моменты приводных двигателей, а также фактические мощности, развиваемые этими двигателями, а сигнал управления приводными двигателями формируют на основании результатов сравнения измеренных величин с их расчетными значениями, определенными заранее.

Авторы: И. П. Филонов, Ю. Б. Герасимов, А. А. Черкас, Л. В. Курч

МКИ В 25 J 9/16

2.1.1. Способ управления манипуляторов промышленных роботов

Изобретение относится к области машиностроения и может найти применение в манипуляторах промышленных роботов, в частности, для механизации вспомогательных операций процессов сборки, окраски и т. п.

Известен способ управления, обеспечивающий повышение точности позиционирования промышленных роботов, включающий в себя измерение обобщенных координат последнего звена кинематической цепи и исправление их (корректировку) по отношению к фиксированному начальному положению через последовательность линейных и угловых перемещений.

Недостатком данного способа является то, что он не позволяет связывать взаимовлияния массовых и кинематических характеристик подвижных звеньев манипулятора с законом движения его схвата вдоль заданной траектории. Отсутствие возможности управления движением схвата с учетом таких динамических характеристик снижает возможности повышения точности позиционирования и, что самое главное, не позволяет реализовать движение с заданными (определенными заранее) динамическими нагрузками в подвижных звеньях манипулятора. Кроме этого, известный способ управления не учитывает взаимосвязь обобщенных скоростей манипулятора с законом движения схвата вдоль заданной траектории.

Наиболее близким техническим решением является способ управления манипулятором, при котором, с целью повышения нагрузочной способности манипулятора приводы соединены с системой управления, обеспечивающей фиксацию пространственного положения основного схвата, а также формирование и отработку необходимого закона движения дополнительного схвата (Авторское свидетельство СССР N 1318391, кл. В25J 9/16, 1967).

Такое управление не предусматривает формирования расчетных (номинальных) силовых и скоростных характеристик отдельных приводов в связи с массово-геометрическими характеристиками всех подвижных звеньев и их кинематикой, учитывающей выбранный (требуемый) закон движения схвата. В известном способе управления отсутствует обратная связь по силовым и мощностным показателям отдельных приводов. Это снижает надежность в связи с тем, что не представляется возможности произвести силовой и энергетический расчет, а также оценить точностную достоверность.

Цель настоящего изобретения состоит в повышении точности отработки закона движения схвата, а также надежности, за счет возможности формирования расчетных силовых и скоростных характеристик отдельных приводов с учетом их кинематики, а также массово-геометрических характеристик всех подвижных звеньев, при отработке требуемого закона движения схвата.

Поставленная цель достигается тем, что в манипуляторе предусматривается возможность получения для каждого из приводных двигателей четырех величин в виде напряжения, две из которых изменяются прямо пропорционально расчетной (номинальной) мощности P и расчет-

ной (номинальной) частоте вращения двигателя ω_p , а две другие — прямо пропорционально действительной (измеренной) мощности приводного двигателя $P_{\text{мех}}$ и действительной (измеренной) частоте вращения данного двигателя $\omega_{\text{мех}}$. Эти четыре сигнала попарно сравниваются, и сигналом их рассогласования производится выравнивание действительных (измеренных) мощности и частоты вращения двигателя относительно расчетных (номинальных) их значений.

Сущность предлагаемого способа поясняется чертежами: фиг. 1 совпадает с рис. 1.23, где изображена схема манипулятора с тремя степенями подвижности; фиг. 2 совпадает с рис. 1.28, где изображена схема сил и моментов, действующих на звено 3 манипулятора с деталью Б (перемещаемым грузом), расположенной в схвате 4; фиг. 3, 4 совпадает с рис. 1.29 и 1.30, где изображены схемы сил и моментов, действующих на звено 2 и звено 1 соответственно. На фиг. 5 представлена схема, поясняющая выбранный закон изменения скорости схвата 4 манипулятора. На фиг. 6, 7, 8 представлены законы изменения обобщенных скоростей, в соответствии с выбранным законом движения схвата 4 манипулятора вдоль заданной траектории. На фиг. 9, 10, 11 представлены законы изменения управляющей силы $R_{23}^{\text{уп}}$ и управляющих моментов на валах приводных двигателей (звена 2 манипулятора — $M_{22}^{\text{уп}}$, звена 1 — $M_{01}^{\text{уп}}$), обеспечивающих относительные движения соответствующих подвижных звеньев в соответствии с выбранной траекторией схвата 4 и законом изменения его скорости. На фиг. 12, 13, 14 представлены расчетные (номинальные) законы изменения мощностей трех приводных двигателей (кривые 1), а также расчетные законы изменения мощностей с учетом постоянных потерь (кривые 2). На фиг. 15 изображена блок-схема системы управления по мощности.

Предложенный способ управления манипулятором может быть реализован, например, манипулятором, схема которого приведена на фиг. 1 (см. рис. 1.23). Манипулятор содержит подвижные звенья 1, 2, 3, схват 4, установленный неподвижно на звене 3, станину 5, а также перемещаемую деталь Б.

Как известно, перемещение объекта в пространстве может быть реализовано тремя обобщенными координатами. В качестве обобщенных координат выбирают угловые или линейные перемещения звеньев. В любом сочетании вращательных и поступательных кинематических пар моле*

быть осуществлено перемещение тела в пространстве. Оно возможно и при наличии только трех поступательных или трех вращательных пар. Таким образом, если рассматривать манипулятор со степенями подвижности больше трех, - например, пять, - следует выбрать 3 основные степени (любые), остальные (в данном случае - две) - "заморозить" или использовать для ориентации тела в пространстве или для др. целей.

Неподвижная система координат $X_0Y_0Z_0$ с началом в точке O , совпадающей с центром вращения кинематической пары, образованной звеном 1 со станиной Б, и подвижная система координат $X_1Y_1Z_1$ связаны со звеном 1 таким образом, что начало (точка O_1) совпадает с точкой O , а ось Z_1 направлена вдоль звена 1; система координат $X_2Y_2Z_2$ выбрана таким образом, что ее начало (точка O_2) совпадает с центром вращения кинематической пары В, образованной звеном 2 со звеном 1, а ось Z_2 направлена вдоль направляющих звена 2, в которых движется звено 3 поступательно, так что оси Z_2 и Z_3 совпадают, а начало (точка O_3) системы координат $X_3Y_3Z_3$ движется вдоль оси Z_2 . Таким образом, манипулятор, представленный на рис. 1.23, имеет возможность реализовать движение схвата 4 в пространстве с помощью трех обобщенных координат: α_{10} - угла поворота звена 1 относительно станины Б; $\alpha_{31} = \alpha_{21}$ - угла поворота звена 2 относительно звена 1; S_{32} - перемещения звена 3 в направляющих звена 2. На рис. 1.23 изображена также траектория точки D детали Б, например, центра масс детали, установленной в схвате 4 неподвижно.

Движение точки D вдоль выбранной траектории задается координатами $X_DY_DZ_D$, а также радиус-вектором \vec{F}_D и его углами поворота прецессии φ_D и нутации Q_D .

В основу функциональной взаимосвязи обобщенных координат с координатами точки D траектории схвата 4 положено представление вектора $\vec{F}_D = X_D\vec{i} + Y_D\vec{j} + Z_D\vec{k}$ в неподвижной системе координат с помощью углов (см. рис. 1.23)

$$\left. \begin{aligned} \varphi_D &= \arctg (X_D / Y_D) ; \\ Q_D &= \arctg \left(Z_D / \sqrt{X_D^2 + Y_D^2} \right) . \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Как видно из рис. 1.23, обобщенные координаты α_{10} , S_{32} , α_{31}

могут быть определены из условия $\bar{r}_D = \bar{r}_1 + \bar{r}_{D0}$ замкнутости векторного контура, которое выполняется в каждой точке D траектории схвата 4. Значения обобщенных координат α_{10} , S_{22} , α_{21} определяются по формулам 1.41.

Последовательность определения обобщенных скоростей и ускорений, а также скоростей, ускорения звеньев и их центров масс, совпадает с пунктами 1.6.1 и 1.6.2.

Последовательность определения обобщенных сил и мощностей приводов манипулятора совпадает с пунктами 1.6.3 и 1.6.4.

Поясним достижение поставленной цели с помощью численного примера.

Исходные данные:

траектория схвата - прямая линия, проходящая через начальную и конечную точки $D_H(0,289; 0,498; 0,805)$, $D_K(0,1; 0,65)$;

размеры звеньев манипулятора $\zeta_1 = 1$ м, $\zeta_{B0} = 1,6$ м (размерами звена 2 можно пренебречь);

массы звеньев: $m_1 = 17$ кг, $m_2 = 1,3$ кг, $m_3 = 15$ кг;

масса перемещаемой детали $m_D = 5$ кг;

начала подвижных систем координат, связанных жестко с подвижными звеньями, расположены на осях их относительного вращения; при этом оси Z этих систем координат направлены вдоль звеньев; координаты центров масс подвижных звеньев расположены в их середине;

координаты центра масс детали B расположены на линии $D_H \dots D_K$;

быстродействие (время отработки траектории $D_H \dots D_K$) $T = 6$ с;

длина траектории $S = 0,6$ м;

движение схвата вдоль траектории $D_H \dots D_K$ задано в виде трапециевидального закона (см. фиг. 5) с участком разгона ($t_{разг} = 1/4 T$) равномерного движения ($t_{рд} = 1/2 T$) и участком торможения ($t_{торм} = 1/4 T$), $V_T = 0,133$ м/с.

По полученным зависимостям (1.98), (1.95), (1.96), (1.100), (1.103), определяющим функциональную взаимосвязь обобщенных координат, а также их скоростей и ускорений, с движущими и реактивными силами и моментами, возникающими в подвижных звеньях манипулятора, составлена программа на ЭВМ. По результатам численного исследования рассматриваемого примера с помощью ЭВМ построены графики законов

изменения обобщенных скоростей в соответствии с выбранным законом движения схвата вдоль заданной траектории (см. фиг. 6, 7, 8).

На фиг. 9 представлен график закона изменения управляющей силы $R_{23}^{УПР} = - R_{23}^{ДВ}$, обеспечивающей относительное движение звена 3 в соответствии с заданной траекторией схвата и законом изменения его скорости. На фиг. 10, 11 представлены графики законов изменения управляющих моментов на валах приводных двигателей (звена 2 манипулятора $M_{12}^{УПР} = - M_{12}^{ДВ}$, звена 1 $M_{01}^{УПР} = - M_{01}^{ДВ}$) соответственно, обеспечивающие относительные движения соответствующих подвижных звеньев в соответствии с заданной траекторией схвата и законом изменения его скорости. На фиг. 12, 13, 14 представлены законы изменения мощностей трех приводных двигателей (кривые 1), а также законы изменения мощностей с учетом постоянных потерь, всегда присутствующих как в приводе, так и в передаточных механизмах (редукторах и т.д.) (кривые 2). На фиг. 15 представлена блок-схема системы управления по мощности, структуру и способ функционирования которой рассмотрим более подробно.

2.1.2. Блок-схема системы управления по мощности

Блок-схема системы управления по мощности одного из приводных двигателей, например, приводящего во вращение звено 1 (см. рис. 1.23), представлена на фиг. 15. Данная схема содержит главный контур управления, состоящий из программируемого функционального генератора 1, электрически связанного с катушкой 2 электромагнита, имеющего сердечник 3 и подвижный общий якорь 4, который жестко соединен с планкой 5, изготовленной из магнитомягкого материала, которая перекрывает часть воздушного зазора магнитопровода 6 в магнитной цепи, содержащей катушку 7, включенную последовательно в электрическую цепь обмотки управления 8: двухфазного асинхронного двигателя переменного тока 9, имеющего обмотку возбуждения 10. На валу приводного двигателя 9 размещен тахогенератор 11, электрически соединенный через реостат 12 с блоком перемножения аналоговых величин 13; на выходном звене редуктора электродвигателя 9 размещен тензодатчик 14, электрически соединенный с усилителем 15, который также электрически соединен через реостат 16 с блоком перемножения 13. Если относительное движение звена соответ-

вущего приводного двигателя является возвратно-поступательным, тензодатчик 14 может быть заменен соответственно датчиком, вырабатывающим электрический ток, прямо пропорциональный движущей силе, приложенной к этому звену. Черемножитель 13 электрически соединен с катушкой 17 электромагнита, имеющего сердечник 18 и общий подвижный якорь 4. Вспомогательный контур управления состоит из программируемого функционального генератора 19, электрически связанного с катушкой 20; электромагнита, имеющего сердечник 21 и общий подвижный якорь 22, жестко соединенный с планкой 23, изготовленной из магнитомягкого материала, которая перекрывает часть воздушного зазора магнитопровода 24 магнитной цепи, содержащей катушку 25, включенную последовательно в электрическую цепь обмотки управления 8 двухфазного асинхронного двигателя 9. Тахогенератор 11 через реостат 12 электрически связан с катушкой 26 электромагнита, имеющего сердечник 27 и общий подвижный якорь 22. Устройство управления двигателем 28 электрически связано с обмоткой управления 8.

Принцип работы блок-схемы управления по мощности состоит в следующем: в соответствии с необходимым законом движения схвата вдоль заданной траектории программируемый функциональный генератор 1 формирует электрический сигнал, напряжение которого U_1 прямо пропорционально расчетному (номинальному) закону изменения мощности рассматриваемого приводного двигателя (фиг. 14, кривая 1), а программируемый функциональный генератор 19 формирует электрический сигнал, напряжение U_2 которого прямо пропорционально расчетному (номинальному) закону изменения угловой скорости рассматриваемого приводного двигателя $\omega_{\text{мех}}$ в напряжение U_4 , которое при помощи реостата 12 выравнивается по величине с напряжением U_2 . Тензодатчик преобразует крутящий момент двигателя в ток, который проходит через усилитель 15 и при помощи реостата 16 выравнивается до такой величины, которая при перемножении с напряжением U_4 в блоке 13 давала бы на его выходе сигнал, напряжение которого U_3 изменялось бы прямо пропорционально действующей (измеренной) мощности $P_{\text{мех}}$ и по величине соответствовало бы напряжению U_1 . Устройство управления 28 изменяет напряжение U_4 обмотки возбуждения в соответствии с требуемым жестким режимом работы приводного двигателя.

Если по каким-либо внутренним причинам (уменьшение или увеличение переменной мощности потерь как в двигателе, так и в редук-

торе) произошло уменьшение (увеличение) действительной (измеренной) мощности двигателя $P_{\text{мех}}$ по сравнению с расчетной (номинальной) P_p , тогда соответственно станет меньше (больше) по абсолютному значению напряжение U_3 , поступающее с блока 13 и запитывающее катушку 17, по сравнению с напряжением U_1 , поступающим с блока 1 и запитывающим катушку 2. Произойдет нарушение равновесия; тяговое усилие \bar{F}_2 станет меньше (больше) тягового усилия \bar{F}_1 . Под действием силы $\bar{F} = (\rightarrow)\bar{F}_1, (\leftarrow)\bar{F}_2$ общий якорь 4 начнет двигаться влево (вправо), в результате чего произойдет увеличение (уменьшение) воздушного зазора магнитопровода в магнитной цепи, что вызовет увеличение (уменьшение) магнитного сопротивления данной магнитной цепи и соответственно уменьшение (увеличение) реактивного сопротивления катушки 7. Это приведет к уменьшению (увеличению) мощности, теряемой на дачной катушке, и соответственно вызовет дополнительное увеличение (уменьшение) мощности, поступающей на обмотку возбуждения, что приведет к увеличению (уменьшению) мощности, подводимой непосредственно к двигателю, и увеличению (уменьшению) мощности $P_{\text{мех}}$, снимаемой с двигателя. Равновесие мощностей $P_p = P_{\text{мех}}$ и соответствующих им напряжений $U_1 = U_3$ восстановится.

Однако равенство мощностей $P_p = P_{\text{мех}}$ не означает, что двигатель 9 будет вращаться с необходимой угловой скоростью $\omega_{\text{мех}} = \omega_p$. Для их выравнивания необходим вспомогательный контур управления, который работает следующим образом. Тахогенератор 11 преобразует частоту вращения двигателя $\omega_{\text{мех}}$ в напряжение U_4 , запитывающее катушку 26. Если частота вращения ротора электродвигателя $\omega_{\text{мех}}$ станет меньше расчетной (номинальной) частоты ω_p , тогда соответственно станет меньше (больше) по абсолютному значению напряжение U_4 по сравнению с напряжением U_2 , поступающим с блока 19 и запитывающим катушку 20. Произойдет нарушение равновесия; тяговое усилие одного электромагнита \bar{F}_2 станет меньше тягового усилия другого электромагнита \bar{F}_1 . Под действием силы $\bar{F} = (\rightarrow)\bar{F}_1, (\leftarrow)\bar{F}_2$ общий якорь 22 начнет двигаться влево (вправо), в результате чего произойдет увеличение (уменьшение) воздушного зазора магнитопровода 24 магнитной цепи. Это вызовет увеличение (уменьшение) магнитного сопротивления данной магнитной цепи и соответственно-уменьшение (увеличение) ре-

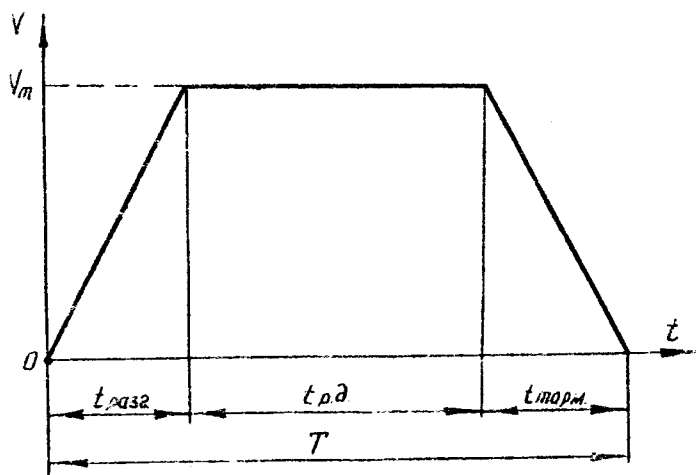


Рис. 2.1 (фиг. 5)

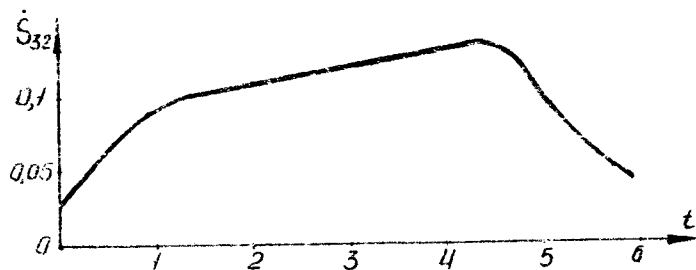


Рис. 2.2 (фиг. 5)

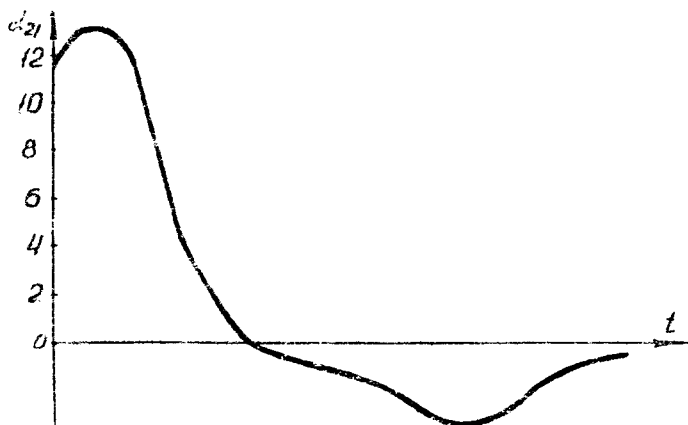


Рис. 2.3 (фиг. 7)

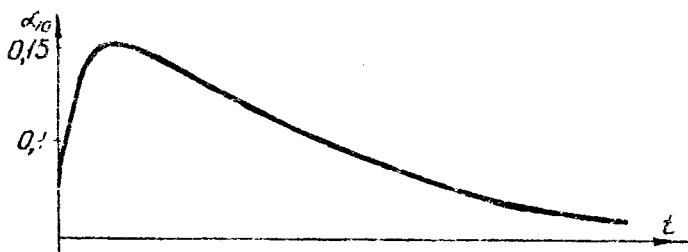


Рис. 2.4 (фиг. 8)

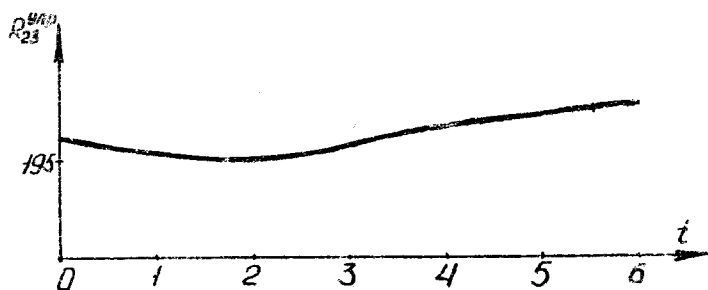


Рис. 2.5 (фиг. 9)

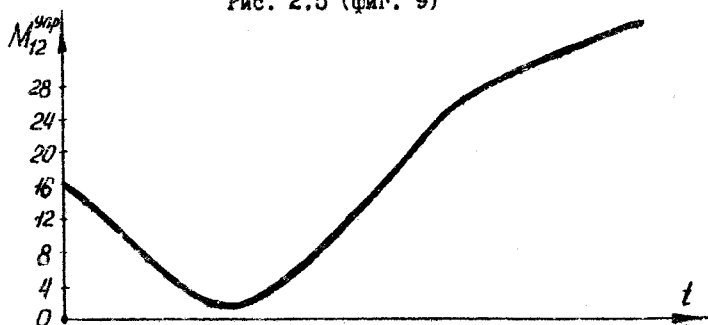


Рис. 2.6 (фиг. 10)

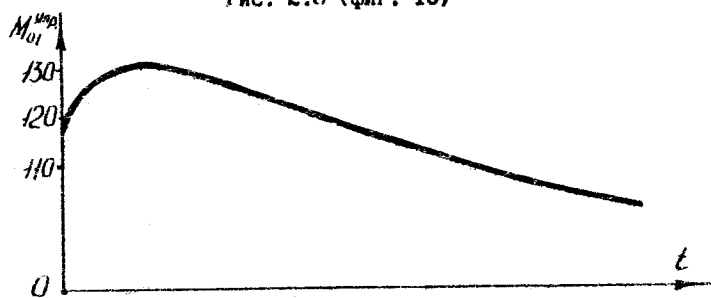


Рис. 2.7 (фиг. 11)

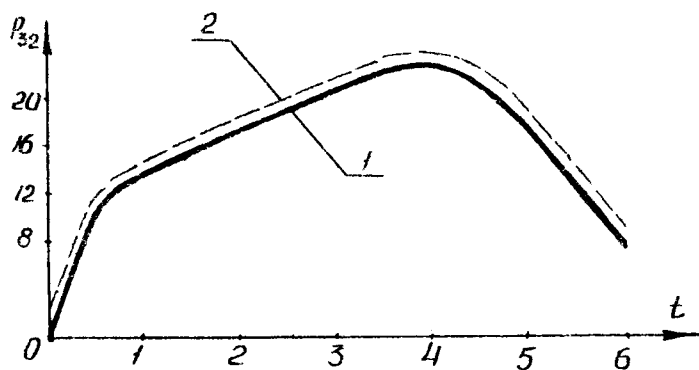


Рис. 2.8 (фиг. 12)

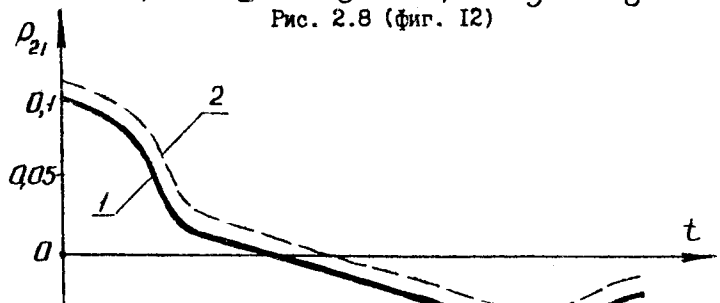


Рис. 2.9 (фиг. 13)

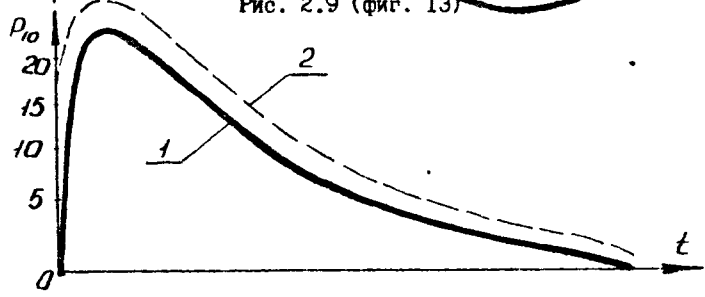


Рис. 2.10 (фиг. 14)

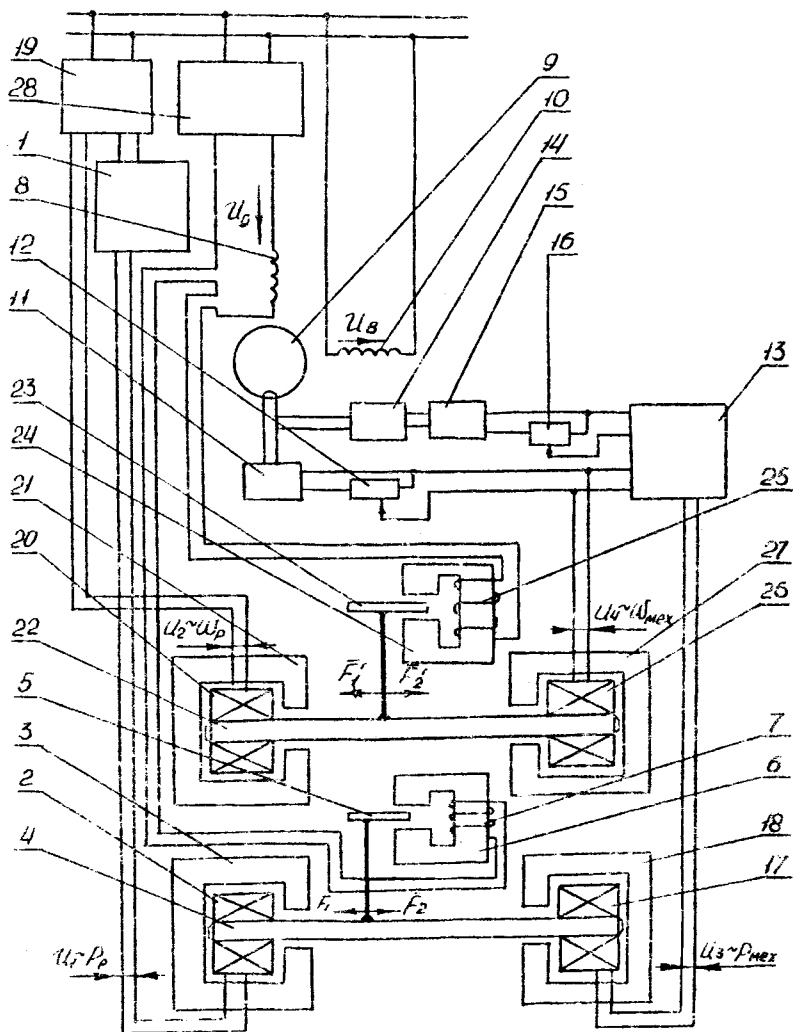


Рис. 2.11 (фиг. 15)

активного сопротивления катушки 25, что приведет к уменьшению (увеличению) напряжения, теряемого на данной катушке и соответственно - дополнительное увеличение (уменьшение) напряжения, поступающего на обмотку возбуждения, что приведет к увеличению (уменьшению) частоты вращения двигателя. График зависимости частоты вращения двигателя от U , подаваемого на обмотку возбуждения, приведен в кн.: А. Э. Брускин, А. У. Зорохович, В. С. Хвостов, "Электрические машины и микромашины". - М. Высш. школа, 1981. - С. 188-189.

Таким образом, приведенный способ управления манипулятором позволяет решить поставленную задачу, заключающуюся в повышении точности отработки закона движения и надежности за счет возможности определения расчетных (номинальных) законов изменения обобщенных скоростей всех приводных двигателей и моментов (сил) всех приводов манипулятора, мощности этих приводных двигателей и измерения фактических моментов (сил) приводных двигателей, а также фактических мощностей, развиваемых этими двигателями, сравнения расчетных и фактических мощностей, расчетных и фактических обобщенных скоростей, и по сигналу расогласования между ними - формирования дополнительного сигнала управления приводными двигателями.

2.2. Способ управления манипулятором промышленного робота (заявка № 00115-01 от 10.03.93)

Формула изобретения

Способ управления манипулятором промышленного робота, заключающийся в том, что посредством системы управления формируют закон движения схвата и обрабатывают его приводными двигателями манипулятора, измеряют фактические обобщенные скорости приводных двигателей и сравнивают их с расчетными значениями, определенными заранее, с т л и ч а в ш и й с я тем, что задают координаты начала и конца траектории схвата манипулятора, определяют длину траектории, задают закон изменения скорости схвата от пройденного пути, рассчитывают зависимости пройденного пути, изменения обобщенных координат и обобщенных скоростей от времени, измеряют фактические значения обобщенных координат, сравнивают их с расчетными значениями, определенными заранее, и на основании результатов сравнения формируют

сигнал управления приводными двигателями.

Авторы: И. П. Филонов, Ю. Б. Герасимов, А. А. Черкас, Л. В. Курч

МКИ В 25 J 9/16

2.2.1. Способ управления манипулятором промышленного робота

Изобретение относится к области машиностроения и может найти применение в манипуляторах промышленных роботов, в частности, для механизации вспомогательных операций процессов сборки, окраски и т. п.

Известен способ управления, описанный в авторском свидетельстве СССР №1318391 В 25 9/16, 1987 г., при котором приводы соединяют с системой управления, обеспечивающей фиксацию пространственного положения основного схвата, а также формирование и отработку необходимого закона движения дополнительного схвата.

Недостатком известного способа является то, что он не позволяет учитывать взаимосвязи кинематических характеристик подвижных звеньев манипулятора, его обобщенных координат и скоростей с законом движения его схвата вдоль заданной траектории. Отсутствие возможности управления движением схвата по заранее рассчитанным законам изменения обобщенных координат и скоростей не позволяет реализовать движение с высокой точностью позиционирования.

Наиболее близким техническим решением является способ управления манипулятором промышленного робота, при котором посредством системы управления формируют закон движения схвата и обрабатывают его приводом манипулятора, измеряют фактические обобщенные скорости и фактические моменты приводных двигателей, а также фактические мощности, развиваемые этими двигателями, а сигнал управления приводными двигателями формируют на основании результатов сравнения измеренных величин с их расчетными значениями, определенными заранее (положительное решение ВНИИТЭ от 4.01.92 г. по заявке №4917891/08 кл. В25 11/00, В 25 9/16).

Недостатком известного способа является то, что он не предусматривает первоначального задания закона изменения скорости схвата от пройденного пути и первоначального расчета изменения обобщенных координат и обобщенных скоростей от пути схвата, а также расчета пройденного пути от времени, посредством которого происходит

определение зависимости изменения обобщенных координат и скоростей от времени. В известном способе управления не предусматривается измерение фактических обобщенных координат приводных двигателей в фиксированные промежутки времени, сравнение полученных действительных значений обобщенных координат с их расчетными значениями в тех же фиксированных промежутках времени и по сигналу рассогласования между ними - формирование сигнала управления приводными двигателями. Это снижает технологические возможности, а также точность позиционирования схвата при его движении вдоль заданной траектории.

Заявляемое изобретение направлено на решение следующей задачи: уменьшение погрешности позиционирования и расширения технологических возможностей.

Поставленная задача решается так: по способу управления манипулятором промышленного робота, состоящему в том, что посредством системы управления формируют закон движения схвата и отрабатывают его приводными двигателями манипулятора, измеряют фактические обобщенные скорости приводных двигателей и сравнивают их с расчетными значениями, определенными заранее, задают координаты начала и конца траектории схвата манипулятора, определяют длину траектории, задают закон изменения скорости схвата от пройденного пути, рассчитывают зависимости пройденного пути, изменения обобщенных координат и обобщенных скоростей от времени, измеряют фактические значения обобщенных координат, сравнивают их с расчетными значениями, определенными заранее, и на основании результатов сравнения формируют сигнал управления приводными двигателями.

Сущность предлагаемого способа поясняется чертежами, где на фиг. 1 (совпадает с рис. 1.15) изображена схема манипулятора с тремя степенями подвижности, на фиг. 2 - траектория движения схвата с деталью; на фиг. 3 показаны законы изменения скоростей схвата от пройденного пути, на фиг. 4 - законы изменения аналогов скорости от пройденного пути; на фиг. 5 представлены законы изменения ускорений схвата от пути, на фиг. 6 - законы изменения удельных мощностей схвата P/m от пути, на фиг. 7 - законы изменения пути схвата от времени, на фиг. 8, 9, 10 - законы изменения обобщенных координат от пути схвата, на фиг. 11, 12, 13 - законы изменения обобщенных скоростей от пройденного пути схвата, на фиг. 14, 15, 16 - законы изменения обобщенных координат

от времени, на фиг. 17, 18, 19 - законы изменения обобщенных скоростей от времени; на фиг. 20 представлена блок-схема системы управления по мощности, обобщенным координате и скорости.

Предложенный способ управления манипулятором может быть реализован, например, манипулятором, схема которого представлена на фиг. 1 (см. рис. 1.15). Манипулятор содержит подвижные звенья 1, 2, 3; схват 4, установленный неподвижно на звене 3; станину 5, а также перемещаемую деталь 6.

В качестве обобщенных координат манипулятора выбирает угловые перемещения звеньев.

Неподвижная система координат $X_0Y_0Z_0$ с началом в точке 0 совпадает с центром вращения кинематической пары А, образованной звеном 1 со станиной 5. Подвижная система координат $X_1Y_1Z_1$ связана со звеном 1 таким образом, что начало ее - точка C_1 совпадает с точкой 0, ось Z_1 направлена вдоль звена 1. Система координат $X_2Y_2Z_2$ выбрана таким образом, что ее начало - точка O_2 - совпадает с центром вращения кинематической пары В, образованной звеном 2 со звеном 1, ось Z_2 направлена вдоль звена 2, а ось X_2 направлена вдоль оси вращения кинематической пары В. Система координат $X_3Y_3Z_3$ выбрана таким образом, что ее начало - точка O_3 - совпадает с центром вращения кинематической пары С, образованной звеном 3 со звеном 2, ось Z_3 направлена вдоль звена 3, а ось X_3 направлена вдоль оси вращения кинематической пары С. Таким образом, манипулятор, представленный на фиг. 1, имеет возможность реализовать движение схвата 4 в пространстве с помощью трех обобщенных координат: α_{10} - угла поворота звена 1 относительно станины 5, α_{21} - угла поворота звена 2 относительно звена 1, α_{32} - угла поворота звена 3 относительно звена 2. На фиг. 1 изображена также траектория точки D детали 6, например, центра массы детали, установленной в схвате 4 неподвижно.

Движение точки D вдоль выбранной траектории задается координатами $X_0Y_0Z_0$, а также радиус-вектором \vec{r}_0 и его углами поворота - прецессии φ_0 и нутации θ_0 .

В основу функциональной взаимосвязи обобщенных координат с координатами точки D траектории схвата 4 положено представление вектора $\vec{r}_0 = X_0\vec{i} + Y_0\vec{j} + Z_0\vec{k}$ в неподвижной системе координат с помощью углов (см. рис. 1.15).

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0^i &= \arctg (Y_0^i / X_0^i); \\ \theta_0^i &= \arctg (Z_0^i / \sqrt{(X_0^i)^2 + (Y_0^i)^2}). \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Как видно из рис. 1.15, обобщенные координаты $\alpha_{10}, \alpha_{21}, \alpha_{32}$ могут быть определены из условия $\bar{\Gamma}_0 = \bar{\ell}_1 + \bar{\ell}_2 + \bar{\ell}_3$ замкнутости векторного контура, которое выполняется в каждой точке D траектории схвата 4.

Формулы для определения обобщенных координат и скоростей совпадают с формулами (1.38), (1.39), (1.49), (1.50), (1.51), (1.52).

На фиг. 2 изображена траектория, вдоль которой движется схват с деталью. D_H и D_K - начальная и конечная точки центра масс перемещаемой детали; S - длина траектории, пройденной центром масс перемещаемой детали; S_x, S_y, S_z - проекции траектории детали на соответствующие оси неподвижной системы координат $X_0 Y_0 Z_0$, связанной с основанием манипулятора; $X_0' Y_0' Z_0'$ - неподвижная система координат, начало которой - точка O' - совпадает с точкой D_H , оси $O'X_0', O'Y_0', O'Z_0'$ сонаправлены и параллельны осям $O X_0, O Y_0, O Z_0$ соответственно; α, β, γ - углы между прямой $D_H D_K$ и осями $O'X_0', O'Y_0', O'Z_0'$ соответственно.

Из фиг. 2 видно, что пройденный путь (длина траектории)

$$S = \sqrt{(X_K - X_H)^2 + (Y_K - Y_H)^2 + (Z_K - Z_H)^2} = \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}. \quad (2.3)$$

Величины углов α, β, γ можно выразить следующим образом:

$$\alpha = \arccos \left(\frac{|S_x|}{S} \right);$$

$$\beta = \arccos \left(\frac{|S_y|}{S} \right);$$

$$\gamma = \arccos \left(\frac{|S_z|}{S} \right).$$

Тогда связь текущих координат X_0^i, Y_0^i, Z_0^i центра масс детали,

переносимой схватом, с отрезком пройденного пути можно выразить так:

$$\left. \begin{aligned} X_D^i &= X^H + \frac{S_x}{|S_x|} S^i \cos \alpha ; \\ Y_D^i &= Y^H + \frac{S_y}{|S_y|} S^i \cos \beta ; \\ Z_D^i &= Z^H + \frac{S_z}{|S_z|} S^i \cos \gamma , \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

где

$$|S_x| = \sqrt{(X_k - X_H)^2} ; \quad S_x = X_k - X_H ;$$

$$|S_y| = \sqrt{(Y_k - Y_H)^2} ; \quad S_y = Y_k - Y_H ;$$

$$|S_z| = \sqrt{(Z_k - Z_H)^2} ; \quad S_z = Z_k - Z_H .$$

Подставляя выражения X_D^i, Y_D^i, Z_D^i уравнений (2.4) в уравнения (1.38), получаем зависимость применения обобщенных координат $\alpha_{10}^i, \alpha_{21}^i, \alpha_{32}^i$ от пройденного пути S^i .

Дифференцируя уравнения (3) по времени, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_D^i &= \frac{S_x}{|S_x|} V(S^i) \cos \alpha ; \\ \dot{Y}_D^i &= \frac{S_y}{|S_y|} V(S^i) \cos \beta ; \\ \dot{Z}_D^i &= \frac{S_z}{|S_z|} V(S^i) \cos \gamma . \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

Подставляя ранее полученные выражения X_D^i, Y_D^i, Z_D^i , а также выражения $\dot{X}_D^i, \dot{Y}_D^i, \dot{Z}_D^i$ уравнений (2.5) в уравнения (1.49), получаем зависимости изменения обобщенных скоростей $\alpha_{10}^i, \alpha_{21}^i, \alpha_{32}^i$ от пройденного пути S^i .

Зависимость пройденного пути от времени находим следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} v(S) &= \frac{dS}{dt} ; \\ dt &= \frac{1}{v(S)} dS . \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Берем интегралы от левой и правой части уравнения (2.6) и получаем

$$t = \int_0^t dt = \int_0^s \frac{1}{v(S)} dS . \quad (2.7)$$

Поясним достижение поставленной цели с помощью численного примера

Исходные данные:

траектория движения схвата - прямая линия, проходящая через начальную и конечную точки $D_n \{ 0,7; 1; 0,2 \}$, $D_k \{ 0,1; 0,7; 1 \}$;

размеры звеньев манипулятора: $\ell_1 = 0,4$ м; $\ell_2 = 0,8$ м; $\ell_3 = 0,7$ м;

полная длина траектории $S = 1,04$ м;

длина траектории разгона и торможения $S_p = S_T = 0,4$ м;

длина рабочего хода $S_{p.k.} = 0,24$ м при постоянной скорости рабочего хода $v_{p.k.} = 1,6$ м/с;

на участках разгона и торможения рассмотрены два возможных варианта изменения скорости V от пути S .

Участок разгона:

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ вариант: } & V = 2K^{\frac{1}{2}} \cdot S^{\frac{1}{2}} ; \\ 2 \text{ вариант: } & V = 4K^{\frac{1}{4}} \cdot S^{\frac{3}{4}} . \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

Участок торможения:

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ вариант: } & V = 2K^{\frac{1}{2}} \cdot (S - S')^{\frac{1}{2}} ; \\ 2 \text{ вариант: } & V = 4K^{\frac{1}{4}} \cdot (S - S')^{\frac{3}{4}} . \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Участок рабочего хода: } V_{p.x.} = 1,6 \text{ м/с.} \end{array} \right\} \quad (2.10)$$

Причем коэффициент K имеет следующие значения:

$$1 \text{ вариант: } K = \frac{V_{p.x.}^2}{4Sp};$$

$$2 \text{ вариант: } K = \frac{V_{p.x.}^4}{256 Sp},$$

где S - полная длина траектории; S^1 - текущая (пройденная) длина траектории; S_p - длина разгона (равна длине S_T торможения); $V_{p.x.}$ - постоянная скорость на участке рабочего хода.

По заданным координатам начала D_H и конца D_K траектории схвата манипулятора по формуле (2.3) рассчитывают полную длину S траектории. Затем задают длины участков разгона S_p , рабочего хода $S_{p.x.}$ и торможения S_T и законы изменения скорости от пройденного пути, например, по формулам (2.8), (2.9), (2.10). По формулам (2.7) рассчитывают зависимость пройденного пути S^1 от времени t . По формулам (2.4), (2.5) рассчитывают законы изменений X_b^1, Y_b^1, Z_b^1 и $\dot{X}_b^1, \dot{Y}_b^1, \dot{Z}_b^1$ от пройденного пути S^1 и подставляют данные выражения в формулы (1.38) и (1.49), откуда получают зависимости изменения обобщенных координат $\alpha_{10}^1, \alpha_{21}^1, \alpha_{32}^1$ и скоростей $\dot{\alpha}_{10}^1, \dot{\alpha}_{21}^1, \dot{\alpha}_{32}^1$ от пройденного пути S^1 .

Затем по формулам (2.7) определяют зависимости изменения пройденного S^1 пути от времени t и, подставляя их в формулы (1.38) и (1.49), получают зависимости изменения обобщенных координат $\alpha_{10}^1, \alpha_{21}^1, \alpha_{32}^1$ и скоростей $\dot{\alpha}_{10}^1, \dot{\alpha}_{21}^1, \dot{\alpha}_{32}^1$ от времени t .

В соответствии с вышеизложенным составлена программа на ЭВМ. По результатам численного исследования рассматриваемого примера с помощью ЭВМ построены графики.

На фиг. 3 представлены два из ряда возможных графиков изменения скорости схвата от пути. Причем данные графики построены в соответствии с требованиями определенной технологической операции, а именно, координатами начальной D_H и конечной D_K точек траектории схвата, длиной участков разгона S_p , рабочего хода $S_{p.x.}$ и торможения S_T , а

также величиной скорости схвата $V_{p. x.}$ на участке рабочего хода.

На фиг. 4 - представлены аналоги скоростей схвата $V'(S) = dV(S)/dS$.

На фиг. 5 представлены графики изменения ускорений схвата $a = V(S)V'(S)$ от пройденного пути. Из фиг. 5 видно, что на участке разгона (вариант 1) движение схвата манипулятора характеризуется двумя скачками ускорения $a = 3,19 \text{ м/с}^2$, а, следовательно, и двумя динамическими ударами.

Вариант 2 характеризуется одним скачком ускорения, однако большей величины $a = 4,78 \text{ м/с}^2$, а, следовательно, и динамическим ударом большей величины. Таким образом, если условием технологического процесса предусмотрены ограничения по динамическому удару, то вариант 1 движения схвата манипулятора будет более предпочтительным.

На фиг. 6 представлены графики изменения удельных мощностей $P/m = V'(S) V^2(S)$, а также величины средних удельных мощностей, необходимых для прохождения схватом вдоль траектории, рассчитанных по формуле

$$(P/m)_{\text{ср}} = \frac{1}{S} \int_0^S V^2(S) V'(S) dS.$$

Вариант 2 движения схвата манипулятора с энергетической точки зрения является более предпочтительным.

На фиг. 7 представлены графики изменения пройденного пути S^i от времени t .

На фиг. 8, 9, 10 представлены графики изменения обобщенных координат $\alpha_{10}^i, \alpha_{21}^i, \alpha_{32}^i$ от пройденного пути S^i схвата.

На фиг. 11, 12, 13 представлены графики изменения обобщенных скоростей $\dot{\alpha}_{10}^i, \dot{\alpha}_{21}^i, \dot{\alpha}_{32}^i$ от пройденного пути S^i схвата.

На фиг. 14, 15, 16 представлены графики изменения обобщенных координат $\alpha_{10}^i, \alpha_{21}^i, \alpha_{32}^i$ от времени t .

На фиг. 17, 18, 19 представлены графики изменения обобщенных скоростей $\dot{\alpha}_{10}^i, \dot{\alpha}_{21}^i, \dot{\alpha}_{32}^i$ от времени t .

На фиг. 20 представлена блок-схема системы управления одного из

приводных двигателей, структуру и способ функционирования которой рассмотрим более подробно.

Блок-схема системы управления одного из приводных двигателей, например, приводящего во вращение звено 1 (см. рис. 1.15), представлена на фиг. 20. Данная схема содержит контур управления по обобщенной скорости, состоящий из программируемого функционального генератора 1, электрически связанного с катушкой 2 электромагнита, имеющего сердечник 3 и подвижный общий якорь 4, жестко соединенный с планкой 5, изготовленной из магнитомягкого материала, которая перекрывает часть воздушного зазора магнитопровода 6 в магнитной цепи, содержащей катушку 7, включенную последовательно в электрическую цепь обмотки управления 8; двухфазного асинхронного двигателя переменного тока 9, имеющего обмотку возбуждения 10. На валу приводного двигателя 9 размещен тахогенератор 11, электрически соединенный через реостат 12 с катушкой 13 электромагнита, имеющего сердечник 14 и общий подвижный якорь 4. Контур управления по обобщенной координате состоит из программируемого функционального генератора 15, электрически связанного с катушкой 16 электромагнита, имеющего сердечник 17 и общий подвижный якорь 18, который жестко соединен с планкой 19, изготовленной из магнитомягкого материала, которая перекрывает часть воздушного зазора магнитопровода 20; магнитной цепи, содержащей катушку 21, включенную последовательно в электрическую цепь обмотки управления двухфазного асинхронного двигателя 9, на валу которого размещен потенциометрический датчик 22, электрически соединенный с усилителем 23, который через реостат электрически соединен катушкой 25 электромагнита, имеющего сердечник 26 и общий подвижный якорь 18. Устройство управления 27 двигателем электрически связано с обмоткой управления 8.

Принцип работы блок-схемы системы управления по мощности состоит в следующем: в соответствии с заданными координатами начала D_n и конца D_k траектории схвата манипулятора, а также выбранным законом изменения скорости схвата от пройденного пути, программируемый функциональный генератор 1 формирует электрический сигнал, напряжение которого U , прямо пропорционально расчетному закону изменения обобщенной скорости $\dot{\alpha}_{10}^1$ расч. рассматриваемого приводного двигателя (фиг. 17, например, кривая 1), а программируемый функциональ-

ный генератор 15 формирует электрический сигнал, напряжение U_2 которого прямо пропорционально расчетному (номинальному) закону изменения обобщенной координаты α_{10}^i расч. рассматриваемого приводного двигателя (фиг. 14, кривая 1). Тахогенератор 11 преобразует угловую скорость вращения двигателя $\dot{\alpha}_{10}^i$ действ. в напряжение U_3 , которое при помощи реостата 12 выравнивается по величине с напряжением U_1 . Потенциометрический датчик 22 преобразует угол поворота α_{10}^i действ. двигателя в напряжение U_4 , которое проходит через усилитель 23 и при помощи реостата 24 выравнивается по величине с напряжением U_2 . Устройство управления 27 изменяет напряжение U_d обмотки возбуждения в соответствии с требуемым жестким режимом работы приводного двигателя.

Если по каким-либо внутренним причинам произошло уменьшение (увеличение) действительной (измеренной) скорости $\dot{\alpha}_{10}^i$ действ. двигателя по сравнению с расчетной (номинальной) $\dot{\alpha}_{10}^i$ расч., тогда соответственно станет меньше (больше) по абсолютному значению напряжение U_3 , поступающее с тахогенератора 11 и запитывающее катушку 13, по сравнению с напряжением U_1 , поступающим с блока 1 и запитывающим катушку 2. Произойдет нарушение равновесия; тяговое усилие \bar{F}_2 станет меньше (больше) такого усилия \bar{F}_1 . Под действием силы $\bar{F} = (\bar{F}_1, \bar{F}_2)$ общий якорь 4 начнет двигаться влево (вправо), в результате чего произойдет увеличение (уменьшение) воздушного зазора магнитопровода в магнитной цепи, что вызовет увеличение (уменьшение) магнитного сопротивления данной магнитной цепи и соответственно - уменьшение (увеличение) реактивного сопротивления катушки 7. Это приведет к уменьшению (увеличению) напряжения, теряемого на данной катушке, и соответственно вызовет дополнительное увеличение (уменьшение) напряжения, поступающего на обмотку возбуждения, что приведет к увеличению (уменьшению) напряжения, подводимого непосредственно к двигателю, и увеличению (уменьшению) угловой скорости двигателя. Равновесие угловых скоростей $\dot{\alpha}_{10}^i$ расч. = $\dot{\alpha}_{10}^i$ действ. и соответствующих им напряжений $U_1 = U_3$ восстановится.

Для дополнительного выравнивания и обобщенных координат необхо-

дим вспомогательный контур управления, который работает следующим образом. Потенциометрический датчик 22 преобразует угол поворота двигателя α_{10}^I действ. в напряжение U_4 , запитывающее катушку 23, если угол поворота ротора электродвигателя α_{10}^I действ. станет меньше расчетного (номинального) угла поворота α_{10}^I расч. Тогда соответственно станет меньше (больше) по абсолютному значению напряжение U_4 по сравнению с напряжением U_2 , поступающим с блока 15 и запитывающем катушку 16. Произойдет нарушение равновесия; тяговое усилие одного электромагнита \bar{F}_2 станет меньше тягового усилия другого электромагнита \bar{F}_1 . Под действием силы $\bar{F} = (\rightarrow)\bar{F}_1, (\leftarrow)\bar{F}_2$ общий якорь 18 начнет двигаться влево (вправо), в результате чего произойдет увеличение (уменьшение) воздушного зазора магнитопровода 20 магнитной цепи, что вызовет увеличение (уменьшение) магнитного сопротивления данной магнитной цепи и соответственно - уменьшение (увеличение) реактивного сопротивления катушки 21, что приведет к уменьшению (увеличению) напряжения, теряемого на данной катушке и, соответственно, вызовет дополнительное увеличение (уменьшение) напряжения, поступающего на обмотку возбуждения, что приведет к увеличению (уменьшению) угловой скорости вращения, а, следовательно, и угла поворота двигателя. Таким образом, приведенный способ управления манипулятором позволяет достичь поставленной цели, заключающейся в уменьшении погрешности позиционирования, расширении технологических возможностей за счет возможности выбора требуемого закона изменения скорости схвата от пути на основе анализа ряда возможных вариантов данных законов, а также определения на основе выбранного закона изменения скорости схвата от пути расчетных (номинальных) законов изменения обобщенных координат и скоростей приводных двигателей в фиксированные промежутки времени и действительных обобщенных координат и скоростей двигателей в тех же фиксированных промежутках времени, сравнения расчетных и действительных обобщенных координат и скоростей и по сигналу рассогласования между ними формирования дополнительного сигнала управления приводными двигателями.

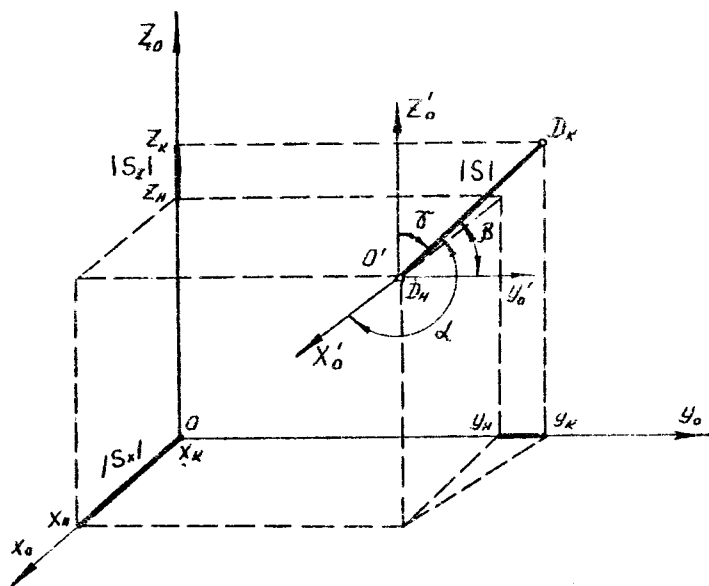


Рис. 2.12 (фиг. 2)

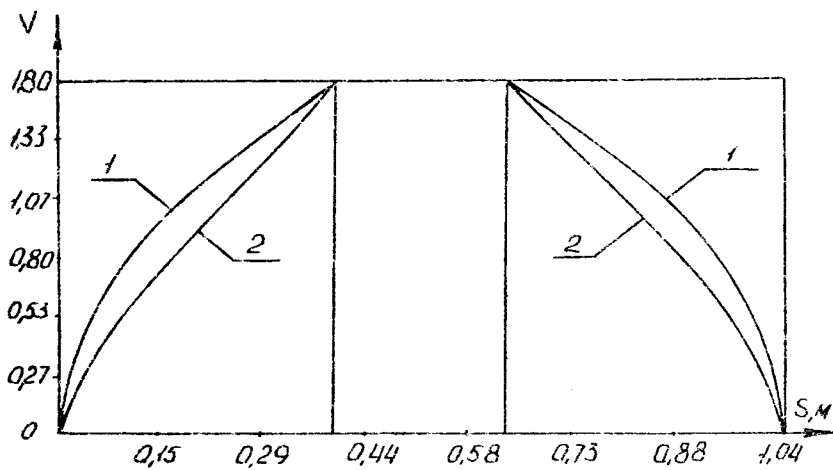


Рис. 2.13 (фиг. 3)

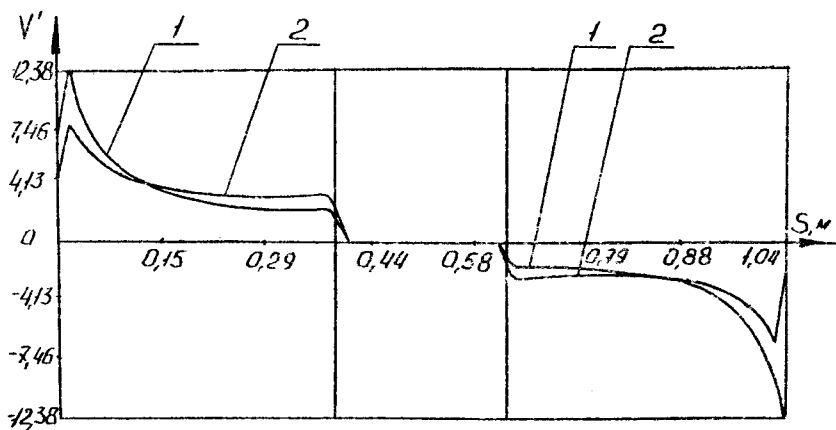


Рис. 2.14 (фиг. 4)

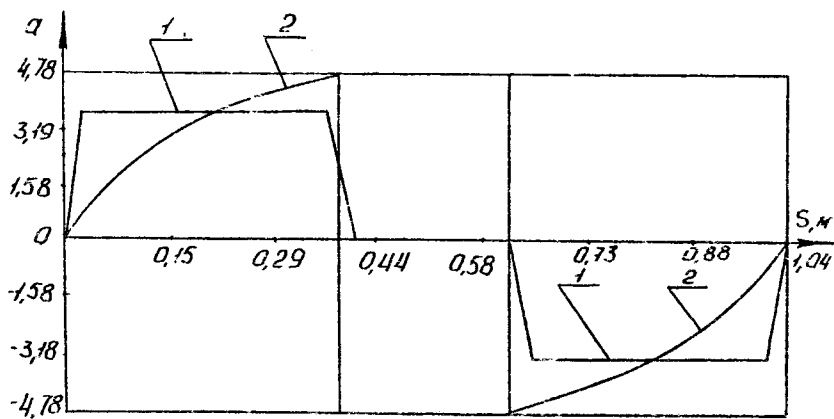


Рис. 2.15 (фиг. 5)

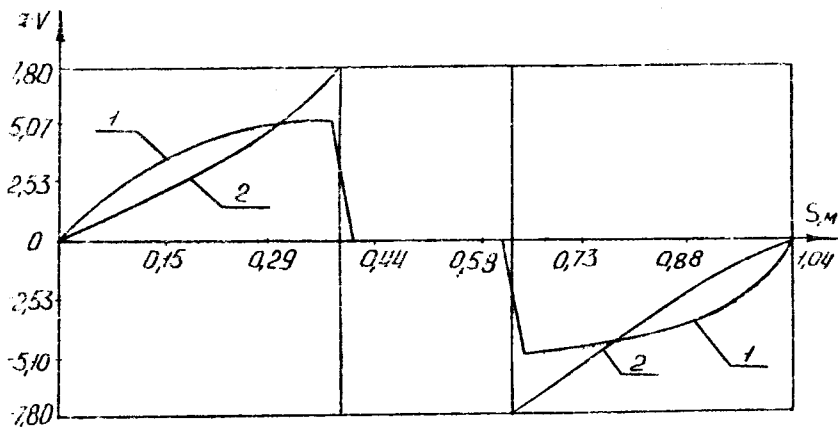


Рис. 2.16 (фиг. 6)

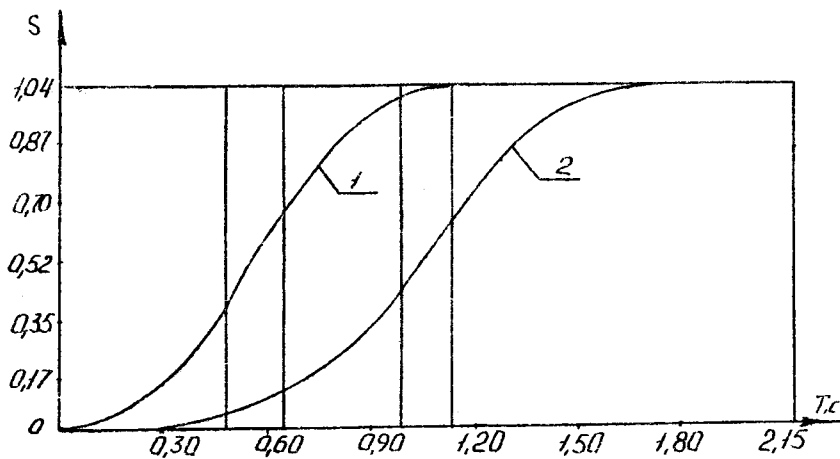


Рис. 2.17 (фиг. 7)

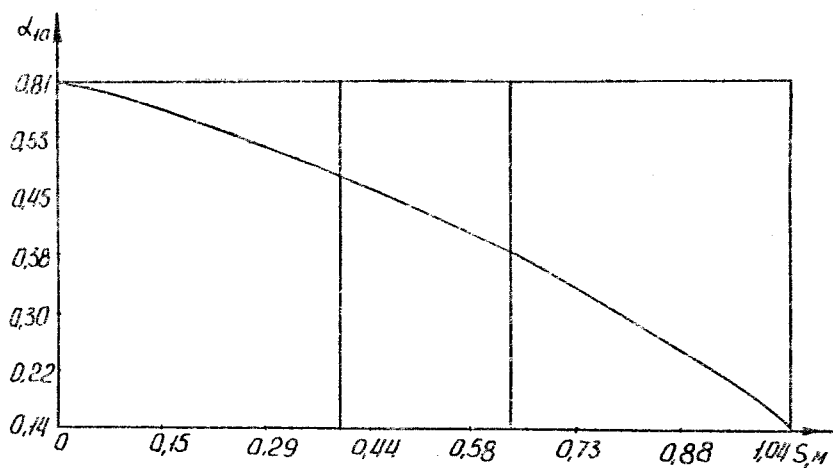


Рис. 2.18 (фиг. 8)

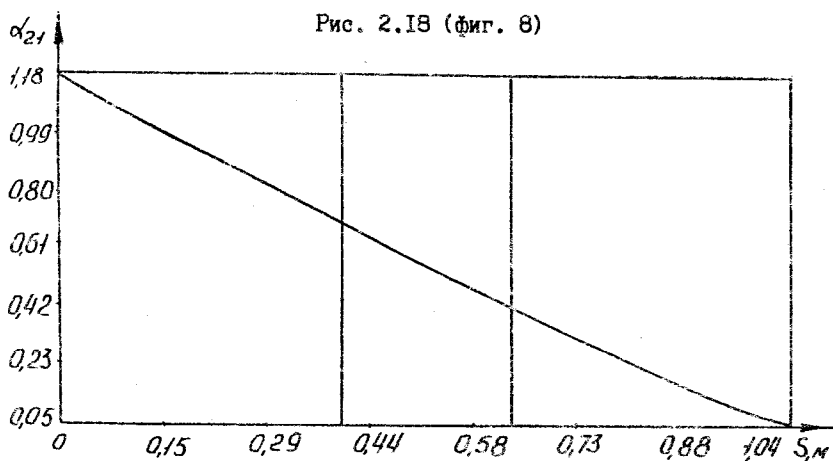


Рис. 2.19 (фиг. 9)

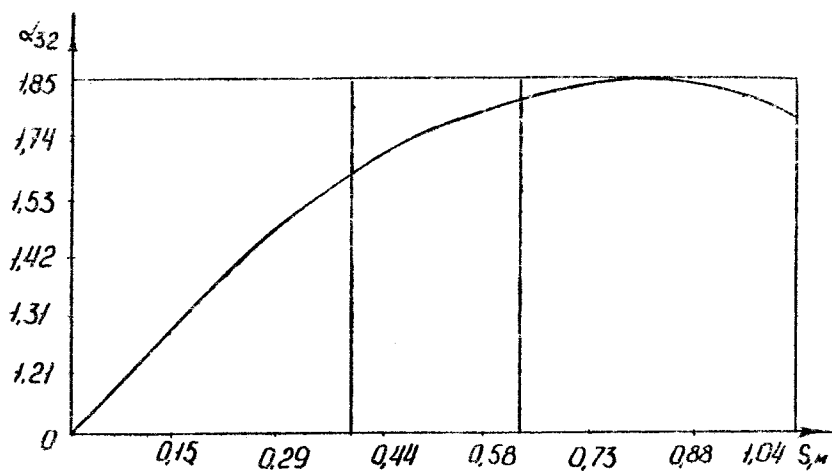


Рис. 2.20 (фиг. 10)

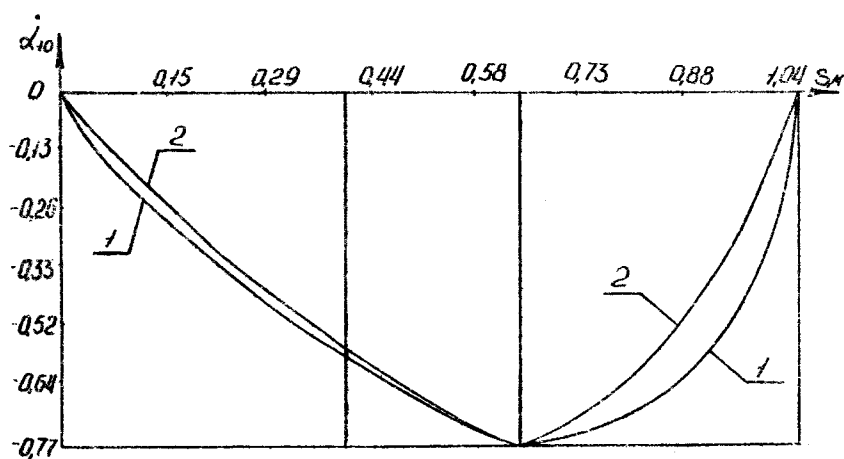


Рис. 2.21 (фиг. 11)

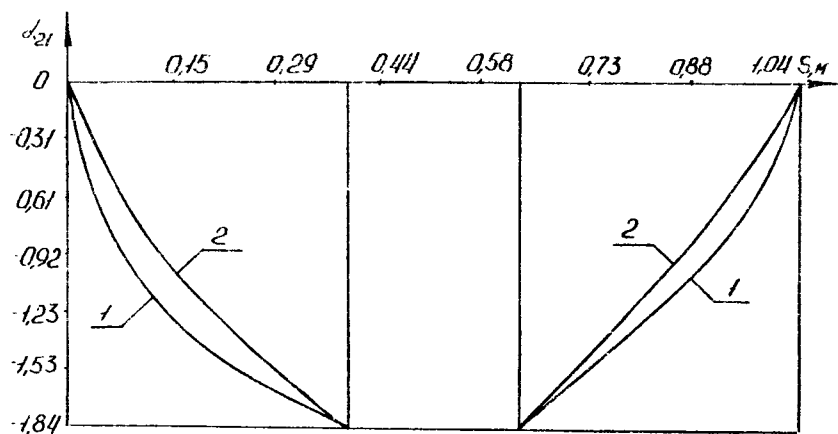


Рис. 2.22 (фиг. I2)

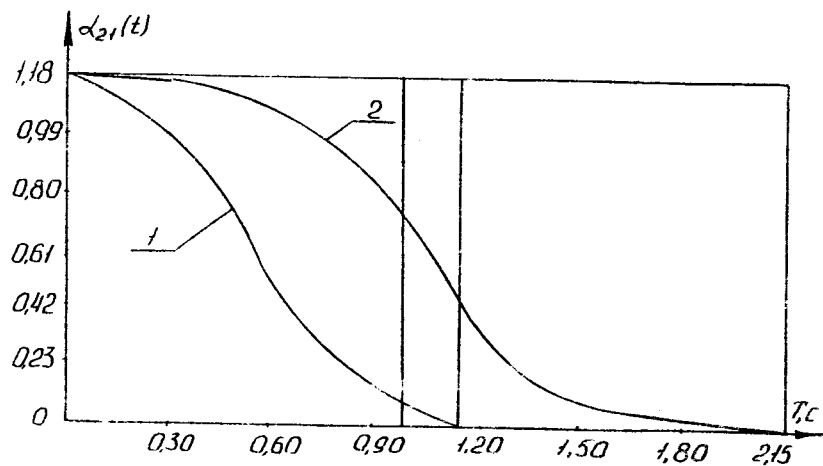


Рис. 2.23 (фиг. I3)

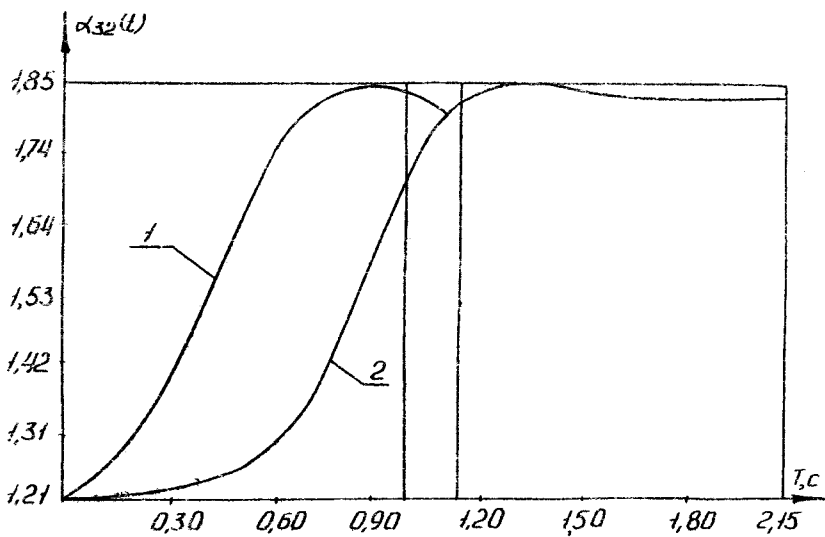


Рис. 2.24 (фиг. 14)

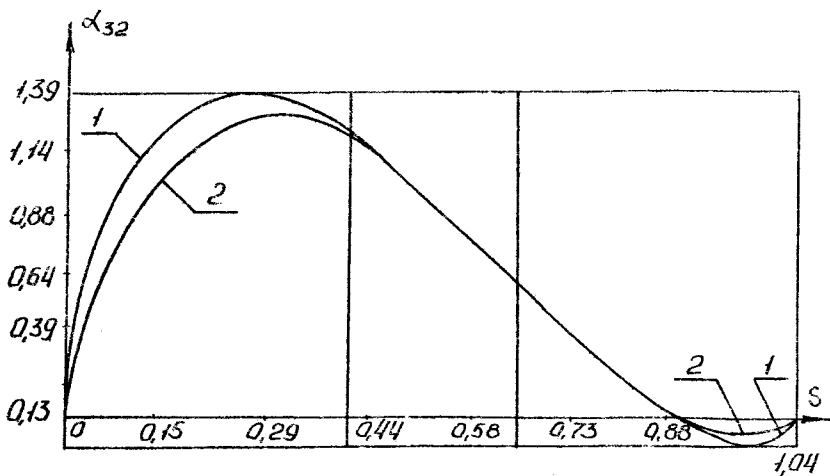


Рис. 2.25 (фиг. 15)

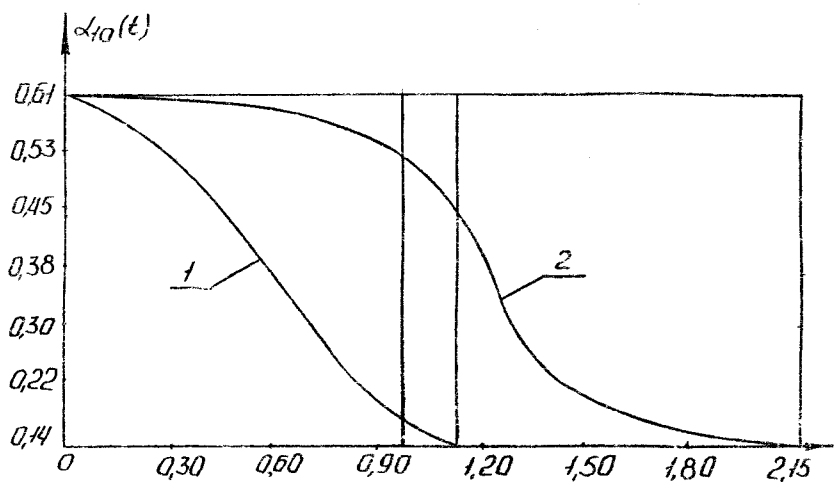


Рис. 2.26 (фиг. I6)

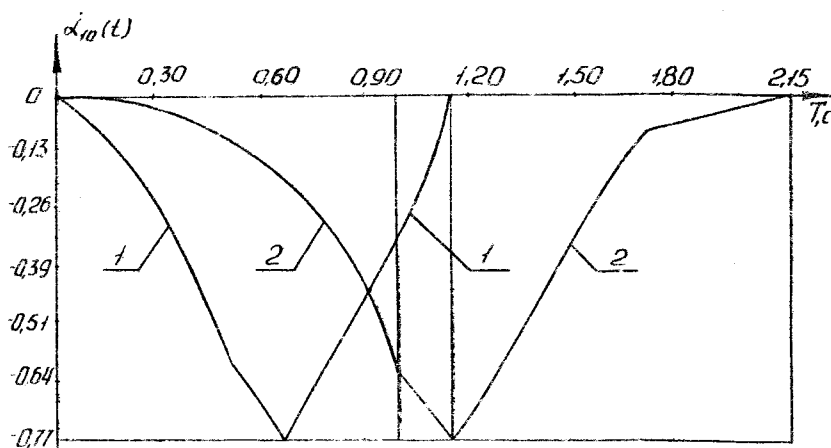


Рис. 2.27 (фиг. I7)

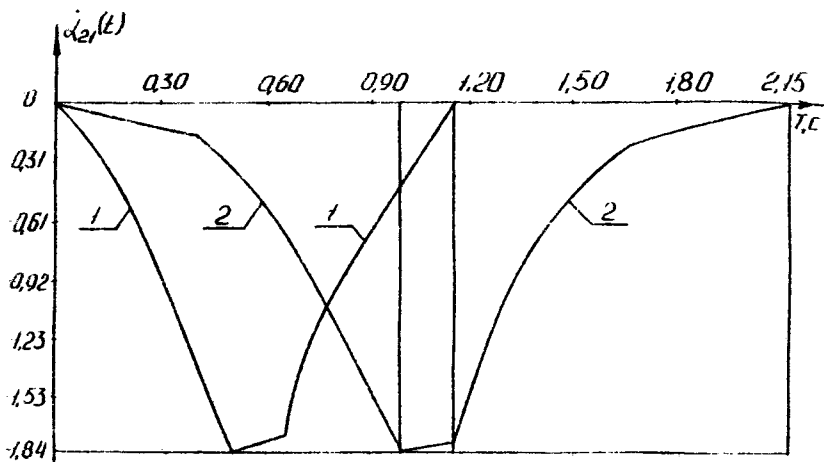


Рис. 2.28 (фиг. 18)

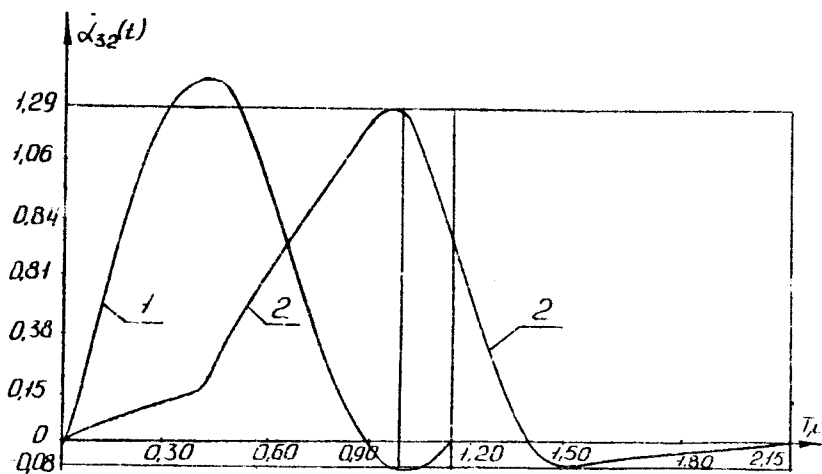


Рис. 2.29 (фиг. 19)

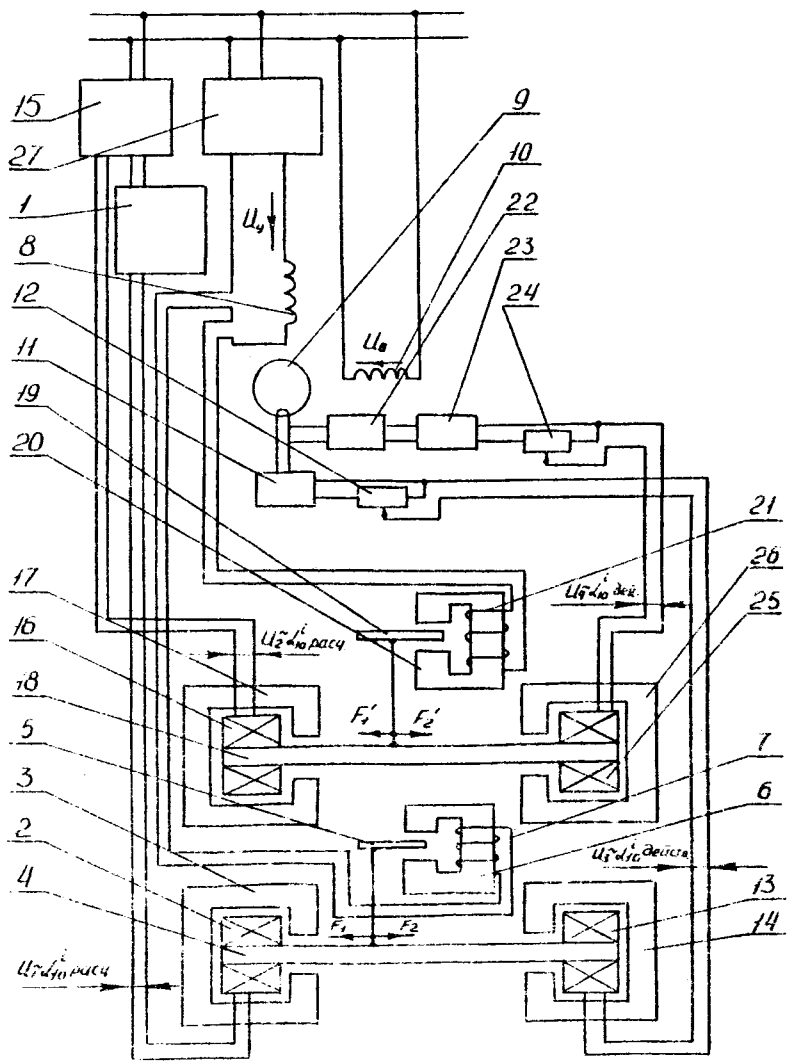


Рис. 2.30 (фиг. 20)

2.3. Способ автоматического управления процессом обработки сферических поверхностей (положительное решение ВНИИТПЭ) от 29.10.92 по заявке N 49445222/08)

Формула изобретения

Способ автоматического управления процессом обработки сферических поверхностей, при котором измеряют частоту вращения инструмента в процессе всего цикла обработки, сравнивают с расчетной, и по сигналу рассогласования между ними изменяют силу прижима, о т л и ч а ю щ и я т е м , что с целью повышения качества обработанной

поверхности силу прижима Q^n изменяют по закону $Q = A^n S^n \frac{V_C^n}{\Delta t}$,

где S^n - номинальная (расчетная) площадь контакта соприкасающихся поверхностей инструмента и обрабатываемой детали; V_C^n - номинальная (расчетная) скорость перемещения точки С, пересечения оси симметрии инструмента и поверхности обрабатываемой детали; $A^n = p^n t_{пр}^n$ -

постоянный параметр, определяющий требуемое качество и производительность процесса обработки; $p^n = Q^n / S^n$ - давление в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали; $t_{пр}^n$ - функция пройденного

пути L точки С, удовлетворяющая заданному качеству обработки; Δt - величина участка пройденного пути L , полученная при разбиении его на N равных частей; измеряют действительное значение скорости V_C^D

точки С, величину действительной силы Q^D прижима в процессе перемещения точки С по заданной траектории, а также действительную площадь S^D контакта инструмента с обрабатываемой поверхностью, форми-

руют электрические сигналы, пропорциональные параметрам Q^D , S^D и V_C , определяют электрический сигнал, пропорциональный параметру

$A^D = \frac{Q^D \Delta t}{S^D V_C^D}$, и по сигналу рассогласования с параметром A^n изме-

няют силу прижима, увеличивая ее при $A^D < A^n$ и уменьшая при $A^D > A^n$.

Авторы: И. П. Филонов, Л. В. Курч, А. С. Козерук.

2.3.1. Способ автоматического управления процессом обработки сферических поверхностей

Изобретение относится к обработке сферических поверхностей и может найти применение в оптической промышленности для обработки линз, а также для обработки сферических поверхностей, в частности, сферических кинематических пар манипуляторов и шаров большого диаметра.

Известен способ обработки плоских поверхностей оптических деталей, реализуемый в устройстве, приведенном в заявке N 4657676/31-08 от 12.01.89 г. Данный способ заключается в автоматическом поддержании постоянного давления инструмента на деталь при непостоянной площади их контакта, при разных соотношениях между диаметром инструмента и обрабатываемой детали, а также при изменяющейся величине смещения штриха.

Недостатком рассматриваемого способа является отсутствие контроля за сохранением постоянства параметра износа (съем) материала, так как данный износ определяется не только величиной давления инструмента на обрабатываемую деталь, но и временем его пребывания на каждом участке траектории перемещения по поверхности детали.

Прототипом заявляемого способа является способ автоматического управления процессом обработки сферических поверхностей по авт. св. N 1496991, кл. B24B 13/00, опубликованный в БИ N 28 за 1989 г., который состоит в измерении частоты вращения инструмента в процессе всего цикла обработки, сравнении ее с расчетной и по сигналу рас-согласования между ними—изменении силы прижима; при этом в случае превышения частотой вращения ее расчетного значения силу прижима увеличивают.

Недостатком данного способа является то, что в нем не производится предварительный расчет значения номинальной силы Q^h прижима инструмента в функции его перемещения по поверхности детали, вследствие чего не представляется возможным определить значение давления $p^h = Q^h / S^h$ в зоне контакта инструмента с обрабатываемой поверхностью, где S^h — площадь контакта инструмента и обрабатываемой детали, причем S^h меняется в процессе движения инструмента вдоль заданной

траектории. При обработке по приведенному способу не производится также предварительный расчет номинального времени $t_{\text{пр}}^{\text{н}}$ пребывания инструмента на каждом участке траектории, из-за чего невозможно определить величину номинального (расчетного) параметра $A^{\text{н}} = p^{\text{н}} t_{\text{пр}}^{\text{н}}$, являющегося составной частью износа (количества снятого материала с поверхности обрабатываемой детали), $U^{\text{н}} = K V_{\text{ск}}^{\text{н}} A^{\text{н}} = K V_{\text{ск}}^{\text{н}} p^{\text{н}} t_{\text{пр}}^{\text{н}}$, где K - коэффициент, зависящий от технологических факторов; $V_{\text{ск}}^{\text{н}}$ - скорость скольжения инструмента относительно обрабатываемой детали в каждой точке их соприкосновения. Отмеченные недостатки не позволяют обеспечить необходимую равномерность съема материала с поверхности детали, что отрицательно сказывается на качестве обработки.

Ц е л ь и з о б р е т е н и я - повышение качества обработки. Поставленная цель достигается тем, что определяют закон изменения силы прижима $Q^{\text{н}}$ из условия, что $Q^{\text{н}} = A^{\text{н}} S^{\text{н}} V_{\text{с}}^{\text{н}}$, где $S^{\text{н}}$ - номинальная (расчетная) площадь детали; $V_{\text{с}}^{\text{н}}$ - номинальная (расчетная) скорость перемещения точки C , пересечения оси симметрии инструмента и поверхности обрабатываемой детали; $A^{\text{н}} = p^{\text{н}} t_{\text{пр}}^{\text{н}}$ - постоянный параметр, определяющий требуемое качество и производительность процесса обработки; $p^{\text{н}} = Q^{\text{н}} / S^{\text{н}}$ - давление в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали; $t_{\text{пр}}^{\text{н}}$ - функция изменения времени от пройденного пути L точки C , удовлетворяющая заданному качеству обработки. Затем измеряют действительное значение скорости $V_{\text{с}}^{\text{д}}$ точки C , величину действительной силы $Q^{\text{д}}$ прижима в процессе перемещения точки C по заданной траектории, а также действительную площадь $S^{\text{д}}$ контакта инструмента с обрабатываемой поверхностью, формируют электрические сигналы, пропорциональные параметрам $Q^{\text{д}}$, $S^{\text{д}}$ и $V_{\text{с}}^{\text{д}}$, определяют электрический сигнал, пропорциональный параметру $A^{\text{д}} = \frac{Q^{\text{д}} \delta t}{S^{\text{д}} V_{\text{с}}^{\text{д}}}$, и по сигналу рассогласования с параметром $A^{\text{н}}$ изменяют силу прижима, увеличивая ее при $A^{\text{д}} < A^{\text{н}}$ и уменьшая ее при $A^{\text{д}} > A^{\text{н}}$.

Существенное отличие предлагаемого способа состоит в том, что

при его осуществлении автоматически поддерживается постоянным значение параметра A^n , определяющего требуемое качество и производительность процесса обработки. Данный фактор способствует снятию равномерного слоя материала с детали и, следовательно, повышению качества ее обработки.

На фиг. 1 изображена схема взаимного расположения инструмента и обрабатываемой детали; на фиг. 2 - вид А фиг. 1 с дополнительным разбиением поверхности инструмента и детали на сферические пояса; на фиг. 3 - скорость $V_{C_i}^n$ точки С инструмента на каждом i -ом участке пути L , представляющая собой в целом функцию $V_C^n = f(L)$; на фиг. 4 - время пребывания $t_{прi}^n$ точки С инструмента в каждом i -ом участке, представляющее собой функцию $t_{прi}^n = f(L)$, и штрихпунктирной линией - текущее время t ; на фиг. 5 - площадь контакта S_i^n инструмента и обрабатываемой детали на каждом i -ом участке пути, представляющая собой функцию $S^n = f(L)$; на фиг. 6 - давление p_i^n на каждом i -ом участке, представляющее собой функцию $p^n = f(L)$; на фиг. 7 - сила прижима Q_i^n инструмента к обрабатываемой детали на каждом i -ом участке, представляющая собой функцию $Q^n = f(L)$; на рис. 8 - блок-схема системы автоматического управления процессом обработки сферических поверхностей на станках типа ШП.

Схема для осуществления способа содержит деталь 1 и инструмент 2. Способ состоит в следующем. Первоначально назначают траекторию переносного движения инструмента 2 по детали 1. Пусть данная траектория является замкнутой кривой в виде окружности с центром в точке C_0 , образованной пересечением прямой, проходящей через центр кривизны детали 1 под углом ΔK_0 относительно ее оси симметрии с обрабатываемой поверхностью. Затем на принятой траектории выбирают точку С, которая представляет собой пересечение оси симметрии инструмента 2 с обрабатываемой поверхностью детали 1. Местоположение данной точки можно определить радиус-вектором \bar{R} и углами ψ и ΔK в неподвижной системе координат XU , связанной с центром обрабатываемой сферической поверхности. На рис. 2.32 дополнительно произведено разбиение поверхности инструмента и детали на сферические пояса ок-

ружностями, что позволяет определить количество точек пересечения и касания верхнего и нижнего звеньев и соответственно определить с требуемой точностью площадь S^H контакта инструмента с обрабатываемой деталью, причем при увеличении числа окружностей, разбивающих поверхности детали и инструмента на сферические пояса, увеличивается соответственно точность определения площади S^H контакта инструмента и детали.

Предположим, что, двигаясь вдоль выбранной траектории, инструмент (точка C) последовательно проходит через точки A, B, C_1, D , т.е. движется относительно неподвижной системы координат XIZ против часовой стрелки, причем стрелки A, B, C_1, D разбивают траекторию на 4 равных участка.

Рассмотрим алгоритм составления "жесткой" программы управления по силе Q^H для станков типа ШП.

Из условия сохранения постоянными значений параметра A^H , определяющего требуемое качество и производительность обработки, представляется возможность предварительно рассчитать закон изменения силы прижима Q^H , зная закон изменения площади контакта S^H инструмента и обрабатываемой детали, при заданной траектории точки C и скорости V_C^H как некоторой функции от пройденного пути L точкой C .

В этом случае полученное значение $Q^H = A^H S^H V_C^H / \mu$ есть некоторая функция от пройденного пути точкой C . Воспроизведение этой функции обеспечивает "жесткое" программное управление силой прижима. Так, например, для станков типа ШП максимальный путь, пройденный точкой C , определяется размахом выходного звена исполнительного механизма. При обработке плоскостей траектория точки C - дуга окружности. Скорость точки $V_C = f(L)$ как некоторая функция от пути легко определяется скоростью выходного звена исполнительного механизма.

Таким образом, зная требуемую производительность $q = 1 / (n T)$, где T - время кинематического цикла, за которое точка C возвращается в исходное положение; n - количество кинематических циклов, необходимое для съема припуска обрабатываемой поверхности, определяют время кинематического цикла $T = 1 / (q n)$ (время одного оборота кривошипа исполнительного механизма). Скорость же точки C , напри-

мер, для станков типа ШП, в каждом i -ом шаге легко найти, представив функцию в дискретном виде. Так, время пребывания точки C в каждом участке пути $i, i-1$, определяется по формуле $t_{\text{при}}^n = L / V_{\text{ср}}^n$.
 Причем, как видно из фиг. 4, $T = 2 \sum_{i=1}^{10} t_{\text{при}}^n$.

Требуемое качество обрабатываемой поверхности в предлагаемом техническом решении увязывается с величиной давления $p^n = Q^n / S^n$. Так, для заданных параметров заготовки d^n и инструмента d^b , а также радиуса R обрабатываемой сферы, аналитически устанавливается зависимость $S^n = f(L)$. Такую функцию $S^n = f(L)$ определяют для каждой траектории точки C . Далее путь L разбивают на N равных участков, как показано на фиг. 3; $N = 10$.

На каждом участке $i, i-1$ определяют среднее значение площади контакта S_i^n инструмента и обрабатываемой детали в функции от пути L точки C . Силу прижима Q_i^n инструмента и обрабатываемой детали на каждом участке $i, i-1$ определяют из условия сохранения постоянным параметра $A_i^n = Q_i^n / S_i^n$, $t_{\text{при}}^n = p_i^n t_{\text{при}}^n$, где $p_i^n = Q_i^n / S_i^n$ - давление в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали на участке $i, i-1$.

Таким образом предлагаемый способ управления предусматривает сохранение постоянства значения параметра A_i^n ($i = 1, N$), сила же прижима Q_i^n меняется в соответствии с изменением площади контакта инструмента и обрабатываемой детали, а также с изменением времени $t_{\text{при}}^n$ пребывания инструмента на каждом участке $i, i-1$ траектории L точки C .

Такой алгоритм обработки расчетной силы прижима может быть использован для большинства типов станков, работающих в оптико-механической промышленности. Он может быть использован для составления программ, обеспечивающих "жесткое" управление по силе Q^n . Неучтенные (случайные) факторы, приводящие к отклонению описанного жесткого программного управления по силе Q^n , могут быть учтены введением обратной связи по параметру A_i^n , сохраняющему постоянное значение ва

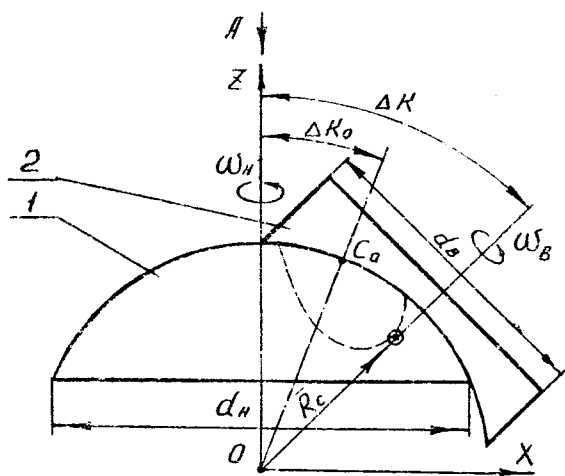


Рис. 2.31 (фиг. 1)

Вид А
у

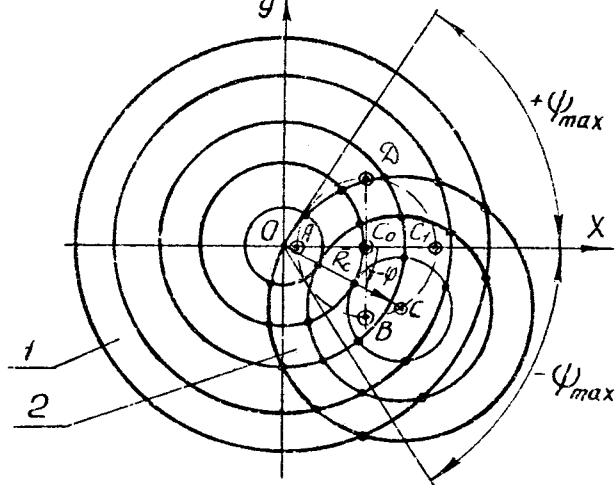


Рис. 2.32 (фиг. 2)

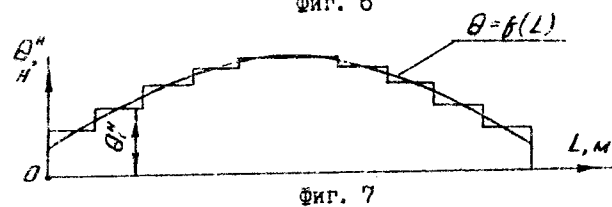
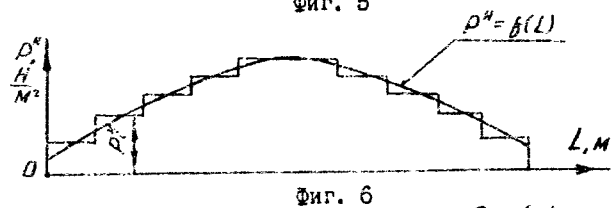
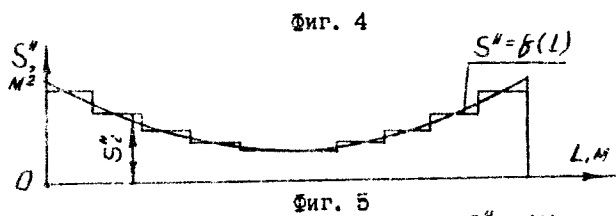
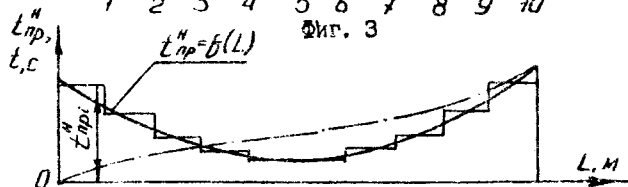
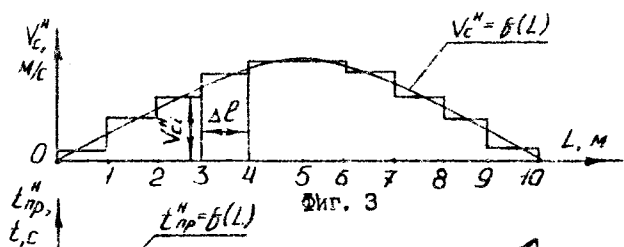


Рис. 2.33 (фиг. 3-7)

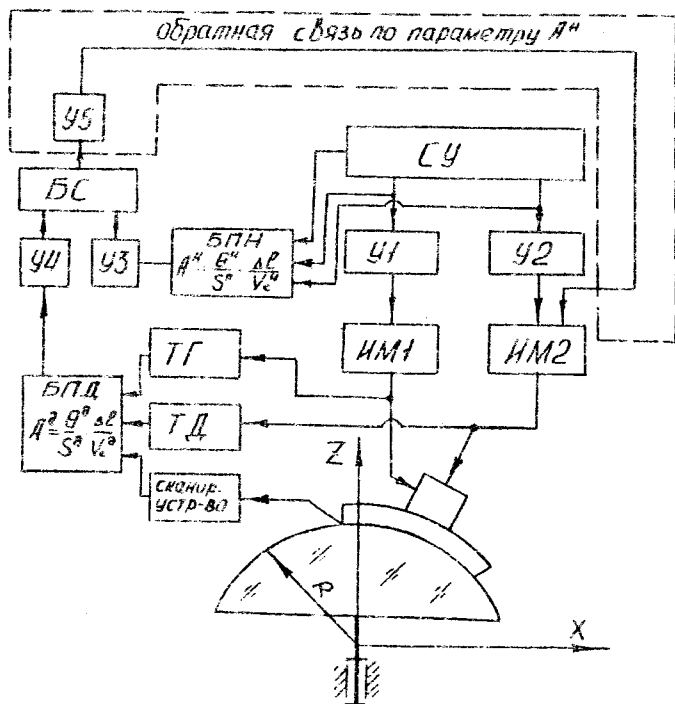


Рис. 2.34 (фиг. 8)

все время T кинематического цикла. При этом в случае отклонения действительного значения от номинального A_1^n изменяют силу прижима, увеличивая ее, если $A_1^n > A_1^d$, и уменьшая, если $A_1^n < A_1^d$.

Блок-схема системы автоматического управления процессом обработки сферических поверхностей на станках типа ШП состоит из: блока СУ (системы управления); группы усилителей $У1, У2, У3, У4, У5$; исполнительных механизмов $ИМ1, ИМ2$; блоков перемножения номинальных величин $ВПН$ и действительных величин $БПД$; блока сравнения $БС$; тахометра $ТГ$; тензодатчика $ТД$; сканирующего устройства; обрабатываемой детали 1; инструмента 2.

Система автоматического управления работает следующим образом. Блок СУ вырабатывает электрические сигналы, пропорциональные: номинальной скорости V_c^n точки C инструмента, поступающие на усилитель $У1$ и БПН; номинальной силе Q^n прижима инструмента к обрабатываемой детали, поступающие на усилитель $У2$ и БПН; номинальной площади S^n контакта инструмента и обрабатываемой детали, поступающие на БПН. Электрические сигналы с усилителей $У1$ и $У2$ поступают на исполнительные механизмы $ИМ1$ и $ИМ2$, обеспечивающие соответственно изменение скорости V_c^d точки C и силы прижима Q^d по номинальному закону. Электрические сигналы тахометра $ТГ$, пропорциональные действительной скорости инструмента; тензодатчика $ТД$, пропорциональные действительной силе Q^d прижима инструмента к обрабатываемой детали; сканирующего устройства, пропорциональные действительной площади S^d контакта инструмента и детали, — поступают на БПД. С блоков перемножения номинальных $ВПН$ и действительных $БПД$ параметров электрические сигналы, пропорциональные соответственно параметрам A^n и A^d , через датчики $У3$ и $У4$ поступают на блок сравнения. $БС$ производит сравнение параметров A^n и A^d , и в случае отклонения действительного значения параметра A^d от номинального A^n вырабатывает электрический сигнал, поступающий на $ИМ2$ и изменяющий силу Q^n прижима, увеличивая ее, если $A^n > A^d$, и уменьшая, если $A^n < A^d$.

2.4. Порядок выполнения работы

1. Изучить способ управления манипулятором, основанный на создании точной динамической модели и организации обратных связей по скорости и мощности.

2.* Изучить способ управления манипулятором, учитывающий его энергетические характеристики без расчета точной динамической модели. путем организации обратных связей по углу поворота и скорости.

3. Изучить способ автоматического управления процессом обработки сферических поверхностей на счет обеспечения постоянства одного из основных параметров износа (съем материала).

*Пункты обязательны только для бакалавров и магистров.

2.5. Содержание отчета

Разработать и технически обосновать алгоритмические схемы, отражающие возможную реализацию изученных способов управления.

2.6. Контрольные вопросы

1. Какова последовательность расчета динамических и энергетических характеристик манипулятора ?

2. Каков принцип работы блок-схемы управления по обобщенной скорости и мощности ?

3. Каким образом возможно определить законы изменения удельных мощностей приводов манипулятора без расчета его точной динамической модели ?

4. Каков принцип работы блок-схемы управления по обобщенным координатам и обобщенным скоростям ?

5. Какова формула расчета износа, съема материала с поверхности детали, обрабатываемой абразивным инструментом ? Дать методическое обоснование каждому ее члену.

6. Почему в изучаемом способе автоматического управления обратная связь реализована по параметру $A^n = p^n t_{пр}^n$, а не параметру $U^n = K V_c^n A^n$?

7. Каков принцип работы блок-схемы системы автоматического управления процессом обработки сферических поверхностей ?

Л и т е р а т у р а

1. Положительное решение ВНИИПЗ от 4.01.92 по заявке N 4917891/08 от 18.02.91 г. кл. B25 11/00, B25 9/16.
2. Заявка N 00/15 от 10.03.93.
3. Положительное решение от 29.10.92 г. по заявке N4944522/08.
4. Авторское свидетельство СССР N 1318391 B25 9/16, 1987 (прототип).
5. Авторское свидетельство СССР N 1496991, кл. B24B 13/00, опубликованное в БИ N 28 за 1989 г. (прототип).

С о д е р ж а н и е

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛОВЫХ, СКОРОСТНЫХ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ МАНИПУЛЯТОРОВ	3
1.1. Структурный синтез схем манипуляторов	3
1.1.1. Особенности структурного синтеза схем манипуляторов промышленных роботов (МНР)	3
1.1.2. Математическое моделирование соединений и относительного расположения звеньев	6
1.1.3. Критерии рациональности структурных схем	II
1.2. Геометрия траектории и кинематика схвата	15
1.3. Выбор схемы манипулятора	34
1.4. Определение обобщенных координат манипуляторов	37
1.5. Расчет кинематики, динамики и определение мощности приводов манипулятора В-3-В-2-В	43
1.5.1. Определение обобщенных скоростей и ускорений	43
1.5.2. Определение скоростей, ускорений звеньев и их центров масс	44
1.5.3. Определение обобщенных сил	49
1.5.4. Определение мощности приводов манипулятора	55
1.6. Расчет кинематики, динамики и определение мощности приводов манипулятора ВВП при $\epsilon_2 = 0$	61
1.6.1. Определение обобщенных скоростей и ускорений	61
1.6.2. Определение скоростей, ускорений звеньев и их центров масс	61
1.6.3. Определение обобщенных сил	62
1.6.4. Определение мощности приводов манипулятора	70
1.7. Обучающая программа исследования кинематики, динамики и энергопотребления манипуляторов промышленных роботов при перемещении схвата по заданной траектории в пространстве	71
1.8. Порядок выполнения работы	78
1.9. Содержание отчета	78
1.10. Контрольные вопросы	79
Л и т е р а т у р а	80

2. ОПИСАНИЕ СПОСОБОВ УПРАВЛЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРАМИ И ПРИВОДНЫМИ УСТРОЙСТВАМИ, ОСНОВАННЫХ НА МОДЕЛИРОВАНИИ СИЛОВЫХ И СКОРОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК	81
2.1. Способ управления манипуляторами промышленных роботов (положительное решение от 4.01.92 по заявке № 4917891/08)	81
2.1.1. Способ управления манипуляторов промышленных роботов	81
2.1.2. Блок-схема системы управления по мощности	86
2.2. Способ управления манипулятором промышленного робота (заявка № 00115-01 от 10.03.92)	94
2.2.1. Способ управления манипулятором промышленного робота	95
2.3. Способ автоматического управления процессом обработки сферических поверхностей (положительное решение от 29.10.92 по заявке № 4944522/08)	116
2.3.1. Способ автоматического управления процессом обработки сферических поверхностей	117
2.4. Порядок выполнения работы	126
2.5. Содержание отчета	126
2.6. Контрольные вопросы	126
Л и т е р а т у р а	127

Учебное издание

ФИЛОНОВ Игорь Павлович
ГЕРАСИМОВ Юрий Борисович
КУРЧ Леонид Витальевич

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРАМИ В
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Учебное пособие по курсам "Автоматизация
производственных процессов в машиностроении", "Теория
движения манипуляционных механизмов" для студентов
специальностей 12.01 - "Технология машиностроения",
12.02 - "Металлорежущие станки и инструменты", 21.06 -
"Робототехнические системы и комплексы", 21.03 -
"Автоматизация технологических процессов"

В 3-х частях

Часть I

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛОВЫХ, СКОРОСТНЫХ
И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ МАНИПУЛЯТОРОВ, СПОСОБЫ
УПРАВЛЕНИЯ

Редактор Т.А. Палилова. Корректор М.П. Антонова.

Подписано в печать 06.09.93.

Формат 60x84¹/16. Бумага тип. № 2. Офсет. печать.
Усл. печ. л. 7,7. Уч.-изд.л. 6,0. Тир. 300. Зак. 893.

Белорусская государственная политехническая академия
Отпечатано на ротаприфте БГПА. 220027, Минск, пр. Ф.Скорины, 65.