Министерство образования и науки Республики Беларусь
БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

Кафедра "Технология машиностроения"

И.П.Филонов
А.И.Медведев

ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА В МАШИНОСТРОЕНИИ

Учебное пособие
для студентов специальности "Технология, оборудование и автоматизация машиностроения"

Минск 1995

Министерство образования и науки Республики Беларусь
БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

Кафедра "Технология машиностроения"

И.П.Филонов
А.И.Медведев

ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА В МАШИНОСТРОЕНИИ

Учебное пособие
для студентов специальности "Технология, оборудование и автоматизация машиностроения"

Минск 1995

УДК ~~621.91.002~~ (075)

Филонов И.П., Медведев А.И. Вероятностно-статистические методы оценки качества в машиностроении: Учеб. пособие для студ. спец. "Технология, оборудование и автоматизация машиностроения".- Мн.: БГПА, 1995.- 93 с.

В учебном пособии описаны вероятностно-статистические методы оценки качества изделий и технологических процессов машиностроения. Рассмотрены также некоторые аспекты управлением качественными показателями технологических процессов. Даны примеры, поясняющие наиболее распространенные законы распределения плотностей вероятностей применительно к проблемам машиностроения.

Рецензент А.И.Кочергин

Учебное издание

ФИЛОНОВ Игорь Павлович
МЕДВЕДЕВ Анатолий Иванович

ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА В МАШИНОСТРОЕНИИ

Учебное пособие
для студентов специальности "Технология,
оборудование и автоматизация машиностроения"

Редактор Г.В.Ширкина. Корректор М.П.Антонова

Подписано в печать 20.12.94.

Формат 60х84 1/16. Бумага тип.№ 2. Офсет.печать.
Усл.печ.л. 5,6. Уч.-изд.л. 4,4. Тир. 180. Зак. 112.

Белорусская государственная политехническая академия.
Отпечатано на ротапринте БГПА. 220027, Минск, пр. Ф.Скорины, 65.

ISBN 5-7830-0445-6

I. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ ОБ УПРАВЛЕНИИ КАЧЕСТВОМ ПРОДУКЦИИ

Международный опыт по управлению качеством продукции на предприятиях обобщен международной организацией по стандартизации (ИСО). Во многих странах данные стандарты приняты в качестве национальных. В зарубежной практике стандарты ИСО серии 9000 / I / находят все большее применение при заключении контрактов между фирмами в качестве моделей для оценки системы обеспечения качеством продукции у поставщика. Соответствие требованиям такой системы рассматривается как определенная гарантия стабильности качества продукции. Во всем мире заметно ужесточились требования, предъявляемые потребителем к качеству продукции. Однако формирование системы качества зависит от целей, вида производства продукции, специфики услуг и практического опыта. И тем не менее, система качества продукции или услуг охватывает следующие понятия, характерные для большинства видов основной продукции и услуг:

I. Политика в области качества, т.е. цели и задачи организации, сформулированные ее руководством.

2. Руководство качеством, т.е. управление, осуществляющее реализацию политики в области качества.

3. Система качества,как совокупность процедуры ресурсов, обеспечивающая осуществление руководства качеством.

4. Управление качеством, как совокупность методов, используемых для удовлетворения требований к качеству.

5. Обеспечение качества, как совокупность мероприятий, гарантирующих то, что продукция или услуги удовлетворяют определенным требованиям к качеству.

Серия международных стандартов на системы качества предназначена для применения в двух ситуациях – в условиях контракта и вне его. При выборе модели обеспечения качества учитываются следующие факторы:

I. Трудности проектирования продукции или услуги из-за отсутствия аналогов.

2. Обоснованность.

3. Сложность производственного процесса.

4. Характеристики продукции или услуг.

5. Безопасность.

6. Экономический фактор.

Внутреннее функционирование и взаимодействие всех видов деятельности, оказывающих влияние на качество продукции или услуг, удобно видеть из так называемой петли качества, представленной на рис. I.

Рис. I. Петля качества

Особое значение имеют маркетинг (изучение рыночного спроса) и проектирование, в процессе которого формируются потребительские свойства и экономическая целесообразность достижения определенных параметров качества.

Качество в рамках маркетинга должно обеспечить не только требования и пожелания потребителя, но и систему обратной связи и контроля получаемой информации. Последнее имеет особое значение для внесения возможных изменений в проект.

Качество при проектировании и разработке технических условий обеспечивает перевод на язык технических требований к материалам, продукции и процессам. Результат этой работы, есть производство продукции, отвечающей требованиям потребителя, реализуемой по приемлемой цене и обеспечивающей предприятию удовлетворительный возврат вложенных средств.

Качество материально-технического снабжения начинается с определения требований, включаемых в контрактное обязательство. Здесь система обратной связи с поставщиками позволяет избежать разногласий и обеспечить полное понимание требований к материалам, комплектующим деталям и узлам, которые становятся частью выпускаемой продукции и оказывают непосредственное влияние на качество продукции.

Качество в процессе производства определяется планированием (управлением производственным процессом) и возможностями технологического процесса. Во всех случаях должна устанавливаться взаимосвязь между контролем качества в процессе производства и документацией на производственный процесс и конечную продукцию. Если проверка характеристик технологического процесса не представляется экономически выгодной или возможной, производится проверка самой продукции. Такая организация производства должна быть доведена до сведения персонала, участвующего как в процессе основного и вспомогательного производств, так и персонала технического контроля. Процедуры испытаний и технического контроля должны оформляться документами, включая описание конкретного оборудования, необходимого для проведения испытаний и проверок с указанием стандартов, регламентирующих качество выполнения работы, на основе которых выполняется каждый показатель качества.

Технологические процессы должны проверяться на способность производить продукцию в соответствии с установленными техничеcкими условиями. При этом особое внимание уделяется операциям, связанным с технологическими характеристиками и характеристиками продукции, существенно влияющими на качество.

Управление производством предусматривает управление качеством в течение всего производственного цикла. При этом предусматриваются следующие действия:

I. Управление материалами. Это означает, что в процессе производства следует хранить, разделять, транспортировать и защищать материалы. Закупку в производство материалов и комплектующих должна предшествовать проверка на соответствие техническим условиям и стандартам качества.

2. Управление производственным оборудованием и техническое обслуживание. Это касается, прежде всего, стационарных механизмов, приспособлений, инструментов, моделей, шаблонов, которые должны проверяться на точность и соответствие номиналам до их ввода в эксплуатацию. Стабильность технологического процесса обеспечивается программой профилактического технического обслуживания. Часто изменение характеристик продукции и производственных процессов не может быть полностью проведено в результате технического контроля и испытаний. В этом случае организуется более частая проверка, целью которой является:

обеспечение точности оборудования;

повышение профессиональных навыков и знаний операторов;

обеспечение непрерывной аттестации персонала, процессов и оборудования.

3. Управление изменениями технологических процессов предусматривает отражение в документации всех изменений в технологической оснастке, оборудовании, материалах и т.п. При этом продукция должна оцениваться после каждого изменения.

4. Управление состоянием проверки предусматривает идентификацию каждого факта проверки материалов, узлов и др. с помощью штампов, этикеток и т.п. Здесь важно организовать прослеживаемость до следующего звена, ответственного за проверку.

В управлении качеством особое значение имеет система подготовки персонала. Она должна охватывать все уровни в рамках предприятия. Целью такой подготовки является осознание эффективности системы качества.

Руководящий и исполнительский персонал должны понимать как принципы системы качества, так и владеть техническими средствами и методиками. Технический персонал не должен ограничиваться кругом непосредственных обязанностей: по обеспечению качества. Подготовка технического персонала должна распространяться на такие области, как маркетинг, материально-техническое снабжение, разработка технологического процесса и продукции. Особое внимание следует уделять обучению методам сбора и обработки информации, а также вероятностно-статистическим методам, лежащих в основе оценки надежности и стабильности технологических процессов и отдельных операций.

Производственные контролеры и рабочие, кроме правильного выполнения своей работы, должны видеть взаимосвязь между их обязанностями и качеством продукции.

Мировой опыт ведущих фирм и предприятий показывает, что в управлении качеством продукции имеет большое значение стимулирование. Стимулирование должно базироваться на понимании персоналом преимуществ хорошей работы и последствий плохой. Это понимание должно быть также связано с удовлетворением запросов потребителя, эксплуатационными расходами и экономическим положением предприятия. Осознание важности системного подхода к управлению качеством необходимо прививать не только персоналу, занятому непосредственно в производстве, немаловажно также это понимание и проектировщикам и специалистам по реализации продукции и материально-техническому снабжению.

Одним из важнейших элементов системы качества являются вероятностно-статистические методы, описанные в известной литературе / 2 / ... / 5 / и др. Эти методы могут быть распространены не только на определение технических требований к надежности, долговечности, управлению технологическими процессами, но и на анализ рынка, оценку безопасности, анализ рисков и т.п.

2. МАШИНЫ - КАК ОБЪЕКТ ПРОИЗВОДСТВА

Качество машины, как совокупность свойств, определяющая ее пригодность удовлетворять определенным потребностям, обеспечивается производительностью, надежностью, точностью, экономичностью и степенью автоматизации. Кроме этих показателей, технико-экономических, все большее значение приобретают показатели энергопотребления, материалоемкости и показателя соответствия требованиям экологии и психофизиологическим особенностям человека.

Как известно / 6 /, основную группу показателей качества составляют показатели назначения, которые характеризуют полезный эффект от использования. Для каждого из показателей устанавливаются определенные допуски. Качество в целом характеризуется набором показателей, не выходящих за установленные пределы.

Особое значение в системе показателей качества изделия занимает надежность / 7 /. По своей сути надежность характеризует не само изделие, а его способность выполнять определенную функцию во времени (в некотором временном интервале). Надежность / 8 /, как свойство изделия, включает четыре составляющих: безотказность, ремонтопригодность, сохраняемость и долговечность. Общей отличительной чертой перечисленных составляющих надежности является то, что каждая из них связана с некоторой случайной величиной, имеющей размерность времени. Так время безотказной работы характеризует время непрерывной работы от начала функционирования машины до отказа. Для ремонтопригодности - время восстановления работоспособности после отказа (длительность ремонта). Для сохраняемости - время сохранения технических характеристик и показателей в условиях хранения. Для долговечности - время от начала эксплуатации до наступления некоторого предельного состония. Это общее свойство определяет единство способов их количественного описания.

Качество машины характеризуется также системой производственно-технологических показателей / 9 /, таких как трудоемкость, станкоемкость, конструктивная и технологическая преемственность.

3. ПОНЯТИЕ ОБ УПРАВЛЕНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССОМ

Под управлением технологическим процессом (ГОСТ I6.00-76) понимается комплекс мероприятий, обеспечивающих повышение эффективности производства в соответствии с выбранными критериями оптимальности при заданных технологических, экономических и других производственных ограничениях.

Объектом управления является технологический процесс в целом, как сложная система, включающая в себя отдельные операции, как подсистемы, которые могут быть также объектом управления.

Критериями управления могут быть: повышение производительности, улучшение качества продукции, экономия материальных ресурсов, снижение себестоимости, улучшение условий труда.

Функции системы управления технологическим процессом: планирование, учет, контроль, регулирование.

Планирование включает в себя:

1. Выбор технологического процесса.
2. Определение состава и последовательности операций.
3. Выбор средств технологического оснащения.
4. Выбор средств контроля и измерения.
5. Нормирование технологических операций.
6. Нормирование материалов.
7. Выбор и обоснование параметров качества.
8. Выбор и определение значений параметров, по которым производится регулирование технологического процесса.
9. Определение номенклатуры и значений технико-экономических показателей производства изделия, формируемых в ходе изготовления.
10. Выбор методов и средств управления.
11. Построение модели управления.
12. Определение связей и потоков информации.

Учет предусматривает:

1. Определение фактических значений параметров технологического процесса в ходе его выполнения.
2. Определение фактических технико-экономических показателей.
3. Регистрация, хранение и передача информации.

Контроль ставит своей целью:

1. Выявление фактических отклонений параметров от заданных - установление их причин.
2. Прогноз дальнейшего хода процесса и изменений технико-экономических показателей.

Регулирование предусматривает:

1. Оптимизацию технологического процесса.
2. Выработку управляющих воздействий и принятие решений.
3. Осуществление управляющих воздействий.
4. Контроль и анализ эффективности этих воздействий.
5. Оценку выбранных критериев и модели управления в целом.

Оптимальной считается та, которая удовлетворяет требованиям гибкости и возможности самоприспособления к изменяющимся условиям.

При оценке качества технологического процесса учитываются три неразрывных его параметра: технические, экономические и организационные, к ним добавляются эргономические и требования безопасности.

Классификацию свойств технологических процессов можно представить следующей таблицей / I0 /:

Свойства технологических процессов			
технические	экономические	эргономические	безопасность
I. Точность 2. Стабильность 3. Надежность 4. Уровень автоматизации 5. Быстродействие 6. Контролируемость 7. Уровень выхода годной продукции 8. Патентная чистота	I. Материалоемкость 2. Энергопотребление 3. Производительность 4. Технологическая трудоемкость 5. Технологическая себестоимость 6. Экономичность	I. Удобство обслуживания и управления 2. Гигиеничность	I. Уровень токсичности 2. Уровень шума 3. Взрывобезопасность 4. Вибробезопасность 5. Степень загрязнения окружающей среды

Стабильность охватывает понятие стабильности: точности, производительности, расхода материалов, расхода энергии, выхода годной продукции, показателей качества продукции.

Стабильность точности ТП свойство процесса сохранять без дополнительных регулировок точность за время обработки партии деталей с одной настройки станка.

Технологическая стабильность процесса характеризуется расположением параметров всех обработанных деталей партии в пределах поля допуска.

Статистическая стабильность процесса характеризуется постоянством значений статистических параметров рассеивания отклонений размеров за время обработки партии деталей (дисперсии D и среднего значения $\bar{x}$). Статистической стабильностью по рассеиванию называют постоянство значений дисперсии D при закономерном изменении среднего значения $\bar{x}$.

Надежность ТП – свойство процесса сохранять в заданных пределах в течение определенного времени значения основных характеристик процесса. Коэффициент надежности – вероятность сохранения указанных значений в заданном интервале времени.

Уровень автоматизации ТП – характеризует степень уменьшения воздействия обслуживающего персонала на процесс (его вмешательство в ход процесса).

Материалоемкость и металлоемкость – свойства, определяющие техническое совершенство и экономичность процесса, характеризующиеся расходом материала (металла) на единицу продукции.

Производительность ТП определяется количеством или стоимостью изделий, приходящихся на единицу трудозатрат.

Технологическая трудоемкость процесса определяется суммарной трудоемкостью изготовления изделий (без учета трудоемкости покупных деталей и сборочных единиц).

Технологическая себестоимость характеризуется себестоимостью изготовления изделия (за вычетом стоимости покупных деталей и сборочных единиц).

Экономичность процесса характеризует его экономическую эффективность для предприятия и народного хозяйства в целом и является обобщающим свойством.

4. ОСОБЕННОСТИ КОЛИЧЕСТВЕННОГО ОПИСАНИЯ ПАРАМЕТРОВ КАЧЕСТВА МАШИН И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Задать ту или иную составляющую качества означает описать закон распределения плотности вероятности, соответствующей случайной величине.

Выбор числа показателей той или иной составляющей качества остается на сегодняшний день проблемным. Известно, что для однозначного определения закона распределения необходимо задать столько независимых чисел, сколько параметров имеет этот тип закона распределения плотности вероятности. Этими числами могут быть показатели некоторой составляющей качества. Таким образом, выбор числа показателей некоторой составляющей качества связывается с числом параметров закона распределения. Однако здесь следует доказать принадлежность распределения плотности вероятности того или иного показателя к известному закону, имеющему аналитическое представление и численное решение. Это связано с тем, что количественные характеристики и показатели качества одного и того же изделия или технологического процесса изменяются с изменением условий их эксплуатации. Для машин (изделий), например, устанавливаются некоторые нормальные (стандартные) условия функционирования, соответствующие некоторой номинальной надежности. Техническая же надежность, соответствующая некоторым типичным условиям эксплуатации / 7 /, и эксплуатационная надежность (в конкретных условиях эксплуатации) отличаются между собой существенно. Это же отличие останется справедливым для технологических процессов. Однако проблема приобретает большую сложность, т.к. в технологическом процессе задействовано большое количество оборудования, каждая единица из которого имеет свои номинальные, технические и эксплуатационные характеристики качества. Для таких сложных объектов, как технологические процессы, экспериментальные методы оценки параметров качества являются единственным источником получения исходной информации. Экспериментальная оценка свойств технологического процесса позволяет получить также некоторые данные о надежности, например, входящего в него оборудования в реальных условиях эксплуатации.

5. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В МАШИНОСТРОЕНИИ

5.1. Случайные величины и способы их описания

Случайной величиной x называется величина, которая в конкретном опыте может принять одно из множества возможных значений, причем заранее неизвестно какое именно.

Она может быть дискретной, если количество возможных ее значений конечно и может быть перечислено, и непрерывной, если ее значения непрерывно заполняют некоторый промежуток.

Полной характеристикой случайной величины является закон распределения, под которым понимается устанавливаемая произвольно связь между значениями случайной величины и соответствующими их вероятностями. Эти законы могут задаваться аналитически, графически и в виде таблиц.

Непрерывные случайные величины могут быть описаны аналитически следующими способами / 7 /:

1. Плотностью (дифференциальной функцией) распределения –

2. Интегральной функцией распределения

$$F(x)=\int\limits_{-\infty}^{x} f(x)\,dx \qquad (1)$$

3. Обратной интегральной функцией распределения

$$G(x)=1-F(x)=1-\int\limits_{-\infty}^{x} f(x)\,dx \qquad (2)$$

4. Функцией интенсивности

$$H(x)=\frac{f(x)}{G(x)}=\frac{f(x)}{1-\int\limits_{-\infty}^{x} f(x)\,dx}\,. \qquad (3)$$

Физическая трактовка приведенных 4-х способов аналитического описания законов распределения и их взаимосвязь видна из следующего примера: изделие начинает работу при $t=0$, по истечении некоторого времени t происходит отказ, точка $F(t)$ определяет вероятность отказа за интервал времени t. Вероятность противоположного события $G(t)=1-F(t)$ определяет вероятность безотказной работы. Здесь функция $G(t)$ – функция надежности. Надежность $G=0{,}95$ указывает на то, что если произвести достаточно большое число выборок, то 95% из них определяет доверительные интервалы, в которых рассматриваемый параметр действительно заключен, лишь в 5% он может выйти за границы доверительных интервалов.

Ниже приведены графики данных функций для экспоненциального (а) и нормального (б) распределений.

Функции $F(x)$ и $G(x)$ позволяют непосредственно отсчитывать значения вероятностей попадания случайной величины в заданные интервалы. В то же время эти функции для любых законов распределения, как и всякие интегральные функции, монотонны, что скрадывает специфические черты этих законов.

Функция интенсивности $H(x)$ применяется, в основном, в теории надежности. Плотность $f(x)$ –особенно в виде графика–наиболее точно отражает специфические черты законов распределения и поэтому наиболее удобна для наглядного представления свойств случайной величины. Функции $f(x)$, $F(x)$, $G(x)$ и $H(x)$ однозначно пересчитываются друг в друга /11/, однако их специфические свойства удобны в практике машиностроения.

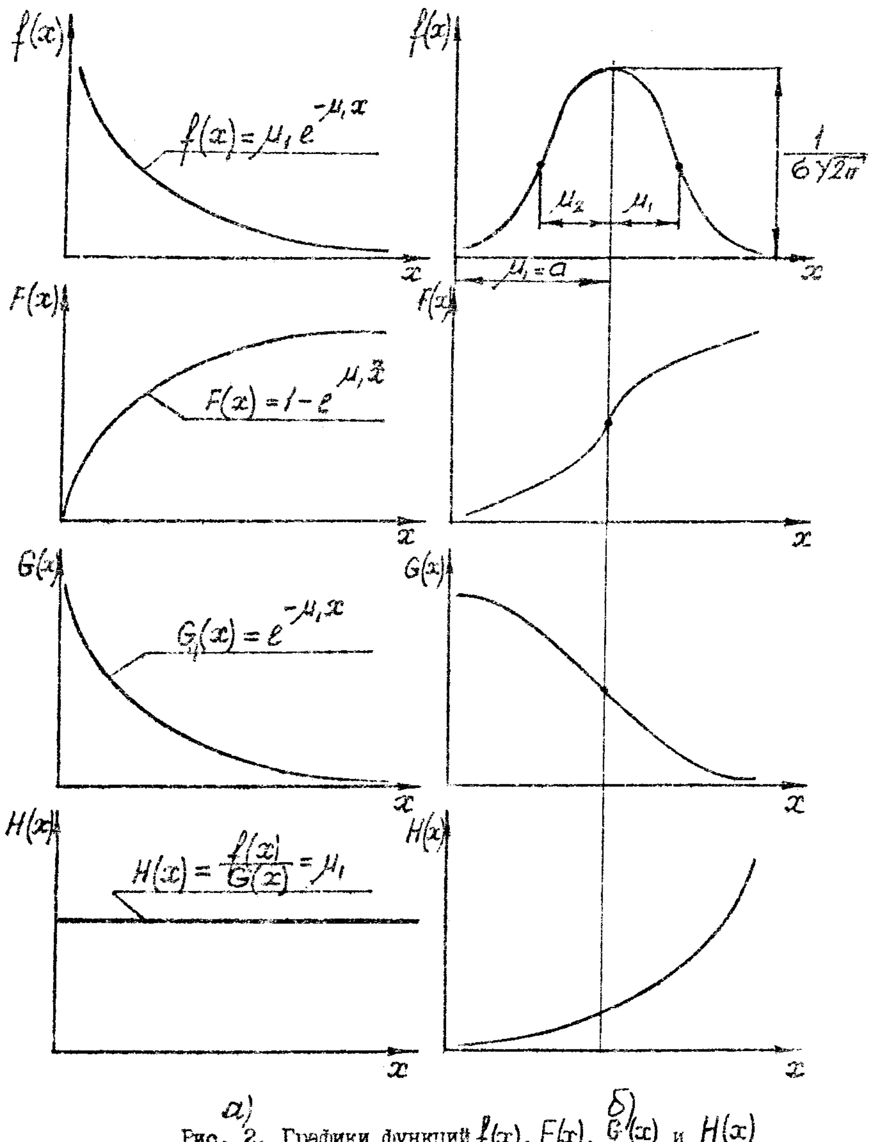

Рис. 2. Графики функций $f(x)$, $F(x)$, $G(x)$ и $H(x)$ для экспоненциального (а) и нормального (б) распределений /7/

Тип закона распределения можно определять функцией плотности вероятности / 7 /, / 12 /. Пусть задано аналитическое выражение для плотности распределения $f(x, \mu_1, \mu_2, \ldots \mu_\omega)$,
где $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_\omega$ – параметры, для каждого из которых установлен диапазон возможных значений от минимума до максимума. В зависимости от числа параметров ω говорят об одно-, двух-, ... ω – параметрических типах законов распределения.

Особенностью практического использования вероятностно-статистических методов является то обстоятельство, что не существует способа непосредственного получения из некоторых статистических данных математической модели (выражения закона распределения). Возможно лишь подтвердить (или не подтвердить) соответствие статистического материала заранее выдвинутой гипотезе о законе распределения. Для проверки гипотезы о законе распределения применяются критерии согласия.

Например, однопараметрический (экспоненциальный) закон распределения имеет выражение:

$$f(x, \mu_1) = \frac{1}{\mu_1} e^{-\mu_1 x}$$

двухпараметрический (нормальный) –

$$f(x, \mu_1, \mu_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \mu_2}} e^{-\left(\frac{x-\mu_1}{2\mu_2^2}\right)^2}$$

трехпараметрический (распределение Вейбилла) –

$$f(x, \mu_1, \mu_2, \mu_3) = \frac{\mu_2}{\mu_3}(x-\mu_1)^{\mu_2-1} \cdot e^{-\left(\frac{x-\mu_1}{\mu_3}\right)^{\mu_2}}$$

5.2. Числовые характеристики случайных величин

Как было отмечено, наиболее информативными являются дифференциальные функции распределения плотностей вероятностей. Однако они громоздки и неудобны для практического использования. Числовые характеристики более ограничены, но и более удобны. Они отмечают какое-либо одно свойство закона распределения. Они разделяются на три группы: точечные, интервальные и характеристики, связанные со всей областью существования функции.

Точечные характеристики отражают значения функции плотностей вероятностей относительно некоторых точек на оси x. К ним относятся: мода, медиана и интенсивность.

<u>Мода</u> - такое значение x (случайной величины), которому соответствует максимум функции плотности. Если $f(x_1) = max$, то $x_1 = Mo(x)$. Если функция $f(x)$ имеет 2 максимума, то такой закон распределения называют 2-х модальным, три максимума - 3-х модальным.

Если относительно x_1 известно, что случайная величина x с равной вероятностью может принять значения больше x_1 и меньше x_1, то x_1 называют <u>медианой</u>, т.е. $x_1 = Me(x)$ если $Bep\{x < x_1\} = Bep\{x > x_1\} = 0{,}5$.

При дискретном распределении случайных величин медиана есть срединное значение упорядоченного ряда чисел по возрастанию или убыванию. При нечетном числе чисел для определения медианы не требуется вычислений.

Пример. В выборке имеется 5 деталей с размерами: I4, 93; I4, 92; I4, 97; I4, 92 и I4, 98 мм. Расположим ряд по степени возрастания, т.е. I4, 92; I4, 92; <u>I4, 93;</u> I4, 97; I4, 98 мм, здесь

$$\tilde{x} = x_3 = 14{,}93 \text{ мм}.$$

Если число деталей четное, то медианой считают (приблизительно) среднее арифметическое между двумя средними числами.

Пример. Пусть в выборке имеется 6 деталей с размерами: I4, 92; I4, 90; I4, 95; I4, 93; I4, 98; I4, 97 мм. Расположим ряд по степени возрастания: I4, 90; I4, 92; <u>I4, 93; I4, 95;</u> I4, 97; I4, 98 мм

$$\tilde{x} = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{14{,}93 + 14{,}95}{2} = 14{,}94 \text{ мм}.$$

К точечным характеристикам относится также интенсивность

$$H(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \frac{f(x)}{1 - \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx}.$$

К интервальным характеристикам относятся следующие:

I. Вероятность попадания случайной величины в некоторый фиксированный интервал значений $(x_i,\ x_{i+1}) = \Delta x_i$.

$$Вер\left\{x_i < x < x_{i+1}\right\} = F(x_{i+1}) - F(x_i) = \int\limits_0^{x_{i+1}} f(x)\,dx - \int\limits_0^{x_i} f(x)\,dx,$$

при $x_i = -\infty$, $Вер\left\{-\infty, x_{i+1}\right\} = \int\limits_{-\infty}^{x_{i+1}} f(x)\,dx,$

при $x_{i+1} = \infty$, $Вер\left\{x_i, \infty\right\} = 1 - \int\limits_{-\infty}^{x_i} f(x)\,dx.$

Это следует из того, что $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1{,}0.$

2. h -квантилем x_h называется такое значение случайной величины, которому соответствует значение интегральной функции распределения, равное h $x_1 = x_h$, если $F(x_1) = h$. Границы поля рассеивания можно выразить квантилями. Интервальная оценка определяется концами интервала. Она позволяет установить точность и надежность оценок.

К характеристикам, охватывающим всю область существования функции, относятся начальный и центральный моменты n -го порядка. Начальный момент n -го порядка

$$\varphi(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x^n f(x)\,dx = M(x).$$

Начальный момент первого порядка (математическое ожидание)

$$\varphi_1(x) = M(x) = \int\limits_0^{\infty} x f(x)\,dx$$

характеризует положение случайной величины на осях.

Центральный момент n -го порядка

$$\psi(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} [x - M(x)]^n f(x)\,dx.$$

Второй центральный момент

$$\psi(x) = D(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} [x - M(x)]^2 f(x)\,dx.$$

$D(x)$ – характеризует степень рассеивания случайной величины. С целью избавления от неудобства использования размерной величины в квадрате для характеристики рассеивания пользуются средним квадратическим отклонением:

$$\sigma_x = \sqrt{D(x)} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty}[x - M(x)]^2 f(x)\,dx}.$$

Например, пусть дифференциальная функция нормального распределения, задана кривой Гаусса

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}.$$

Здесь $M(x) = a$, $\sqrt{D(x)} = \sigma$.

Если $z = \frac{x-a}{\sigma}$ – нормированная нормальная величина,

причем $M(z) = 0$, $\sigma(z) = 1$,

то

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{z^2}{2}} \quad и \quad \phi(x) = \int_0^x f(x)\,dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}}\,dz.$$

Кривые $f(x-a)$ и $f(x)$ отличаются смещением без изменения формы в положительном направлении оси x на величину a, т.е. изменения $M(x)$ не изменяет формы кривой Гаусса. Если $a > 0$, кривая смещается в положительном направлении оси x, если $a < 0$ – в обратном направлении. При $x = a$

$$[f(x)]_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}},$$

т.е. при возрастании σ максимальное значение функции убывает, а сама кривая становится более пологой (сжимается к оси x) (см. рис. 3).

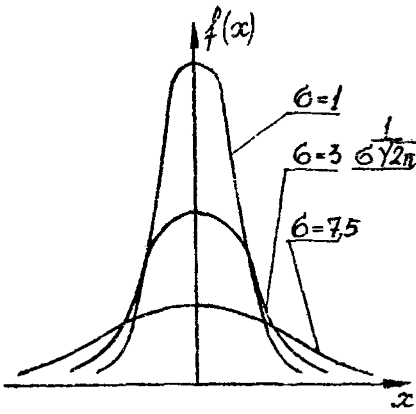

Рис.3. Влияние значений среднеквадратических на рассеяние случайной величины вокруг ее М (X)

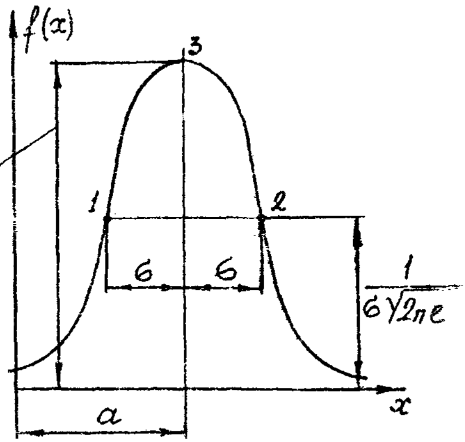

Рис.4. Характерные точки кривой нормального распределения

При любых значениях a и σ

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1{,}0.$$

При $a=0$ и $\sigma=1$ $f(x)$ имеет нормированный вид. На рис. 4 представлены следующие характерные точки кривой нормального распределения: I и 2 – точки перегиба, а 3 – точка, соответствующая максимуму функции. Их координаты:

$$1\left\{a-\sigma, \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi e}}\right\};\ 2\left\{a+\sigma, \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi e}}\right\};\ 3\left\{a, \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right\}.$$

Вероятность того, что абсолютная величина отклонения превысит 3σ, очень мала. Она равна 0,0027, т.е. в 0,27% случаев это может произойти.

Для эмпирического рассеивания (дискретного) характеристика положения центра рассеивания дается в виде средней арифметической, взвешенной по частостям значений величины. С алгебраической стороны выражение средней арифметической $\bar{x}$ аналогично математическому описанию $M(x)$ для теоретического распределения величины x. При отсутствии системных погрешностей математическое описание можно рассматривать как "истинное" значение этой величины (номинальное) в отличие от действительного. Для получения дисперсии в таком случае нужно квадрат каждого значения отклонения помножить на вероятность этого значения и все произведения сложить. Дисперсия является минимальной, если рассматривается относительно центра группирования. Она является мерой рассеивания около центра распределения, когда он характеризуется математическим описанием. Значения центральных моментов (в частности, дисперсии) не зависят от выбора начала отсчета величины, т.к. новый отсчет отличается от предыдущего на постоянную величину.

Для эмпирического распределения наряду с характеристикой положения центра группирования определяют эмпирическую дисперсию S^2 и эмпирическое среднеквадратическое отклонение S с помощью центрального момента m_2 эмпирического распределения. Из центральных моментов более высокого порядка используют моменты третьего и четвертого. Центральный момент M_3 третьего порядка используется для чистового измерения асимметрии распределения. Асимметрия $As = \frac{M_3}{6}$.

Если $As > 0$, то по одну сторону центра группирования и моды расположена "длинная" часть, а по другую - "короткая" (рис. 5а). Если длинная часть кривой расположена правее точки максимума дифференциальной функции (моды), асимметрия положительна (рис. 5б).

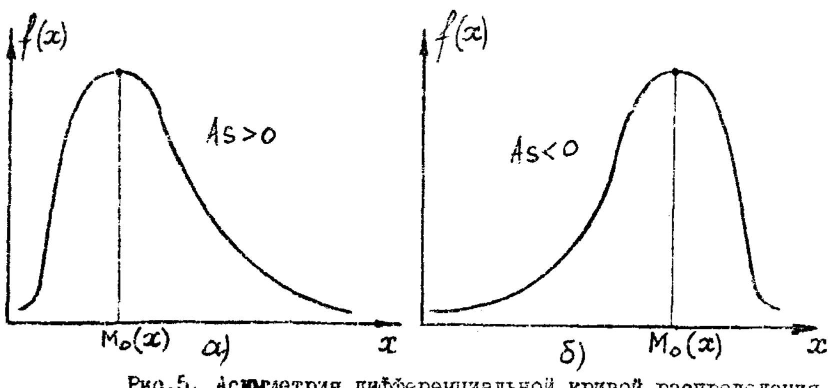

Рис.5. Асимметрия дифференциальной кривой распределения плотности вероятности, а–асимметрия положительна, б–асимметрия отрицательна

Здесь момент третьего порядка делится на куб среднеквадратического отклонения для получения безразмерной величины. Для симметричного распределения $As = 0$. Для эмпирического распределения $As = \frac{m_3}{S^3}$. Для оценки "крутости" (большего или меньшего подъема кривой) по сравнению с нормальной пользуются понятием эксцесс $\mathcal{E}_K = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3$ (рис. 6). Для нормальной кривой $\mathcal{E}_K = 0$, т.к. $\frac{M_4}{\sigma^4} = 3$. Для экспериментального распределения $\mathcal{E}_K = \frac{M_4}{S^4} - 3$.

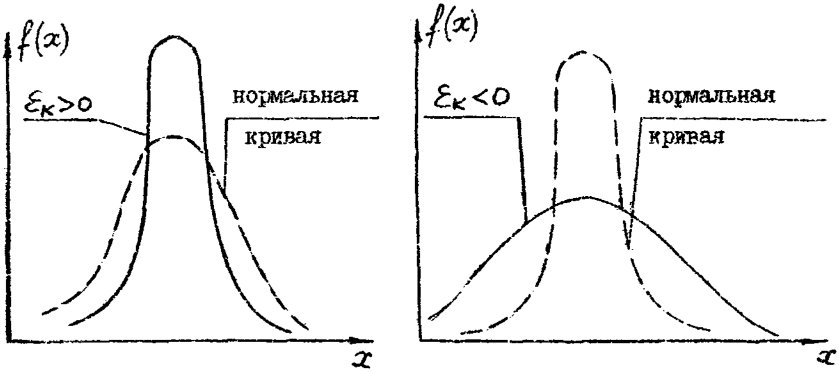

Рис.6. Численная оценка отклонения кривой от нормального закона с помощью эксцесса

Показатели асимметрии и эксцесса указывают на отклонение рассматриваемого распределения от нормального.

5.3. Элементы математической статистики

На практике сплошное непрерывное обслуживание качественных параметров не проводят. Оценка их обеспечивается выборочно: по совокупности случайно отобранных объектов. При этом различают генеральную совокупность, т.е. совокупность объектов, из которой проводится выборка. Повторную выборку, т.е. объект, который перед отборкой следующей партии, возвращается в генеральную совокупность и бесповторную выборку, когда возврат в генеральную совокупность не предусматривается. Теория вероятностей оперирует теоретическими (аналитическими) распределениями случайных величин. Математическая статистика - эмпирическими (статистическими, экспериментальными) значениями случайных величин. Методами математической статистики решаются две задачи:

указать способы сбора и группировки статистических сведений (если их много);

разработать методы анализа статистических данных в зависимости от целей исследования; другими словами решается задача о создании методов сбора и обработки статистических данных.

Выборка считается репрезентивной (представительной), если ее осуществлять случайно, когда все объекты имеют одинаковую вероятность попасть в выборку. При этом достаточно знать:

1. Примерное расположение узкого интервала значений величины, в котором находится основная масса вероятностей (частостей), т.е. "среднее" значение величины, вокруг которого группируются (более менее тесно) эти значения.

2. Как и насколько разбросана масса вероятностей (частость) около центра группирования.

Пусть из генеральной совокупности объемом n извлечена выборка, причем x_1 наблюдалось k_1 раз, $x_2 - k_2$, так что $\sum_{i=1}^{n} k_i = n$. Тогда $k_1, k_2, \dots k_n$ - частоты (частости), $\frac{k_1}{n}, \frac{k_2}{n}, \dots \frac{k_i}{n}$ - относительные частоты (частости).

В теории вероятностей распределение есть соответствие между возможными значениями случайной величины и их вероятностями. В математической статистике - соответствие между наблюдаемыми вариантами и их частотами или относительными частотами.

Если n - объем выборки (общее число наблюдений), $k \cdot \Delta x$ - число значений x, попавших в интервал $\Delta x = x_{i+1} - x_i$, то $F^{эмп.}(\Delta x) = \frac{k(\Delta x)}{n}$.

В отличие от эмпирической функции распределения выборки, интегральную функцию $F^{теор.}(\Delta x)$ распределения генеральной совокупности называют теоретической. $F^{теор}(\Delta x)$ определяет вероятность события $x_{i+1} - x_i$, тогда как $F^{эмп.}(\Delta x) = \frac{k(\Delta x)}{n}$ определяет относительную частоту этого же события. $F^{эмп}(x)$ стремиться по вероятности к вероятности $F^{теор.}(x)$ этого события.

Различают частоты, относительные частоты и плотность частоты. Пусть проводится опыт с 16-ю деталями, измеряемыми в интервалах $h = \Delta x = 5\text{мм}$. Частота попадания в эти интервалы в пределах 30 мм распределилась в соответствии с данными, приведенными в таблице I.

Таблица I

№№ пп	Частотный интервал длиной $h = 5\text{мм} = \Delta x$	Частота попадания в интервал Δx K_i	Плотность частоты $\frac{K_i}{h} = P_i(K)$	Относительная частота $W_i = \frac{K_i}{n}$	Плотность относительной частоты $P_i(W) = \frac{W_i}{h}$
I	0 - 5	I	0,2	0,0625	0,0I25
2	5 - I0	2	0,4	0,I25	0,025
3	I0 - I5	4	0,8	0,25	0,05
4	I5 - 20	6	I,2	0,375	0,075
5	20 - 25	2	0,4	0,I25	0,025
6	25 - 30	I	0,2	0,0625	0,0I25
		$\sum_{i=1}^{6} K_i = n = 16$	$\sum_{i=1}^{6} P_i(K) = \sum_{i=1}^{6}\left(\frac{K_i}{h}\right) = \frac{16}{5} = 3,2$	$\sum_{i=1}^{6} W_i = \sum_{i=1}^{6}\left(\frac{K_i}{n}\right) = 1,0$	$\sum_{i=1}^{6} P_i(W) = \sum_{i=1}^{6}\left(\frac{W_i}{h}\right) = 0,2$

По результатам, приведенным в таблице I, на рис. 7 построены соответствующие гистограммы распределения частот, плотности частот, относительных частот и плотности относительных частот.

Как видно из сравнения графиков рис. 7 они отличаются только масштабом по оси ординат. Так если $K_n = 6$ соответствует 60 мм, то $\mu_K = \frac{6}{60} = 0,1\left(\frac{шт}{мм}\right)$,

$$\mu_{P(K)} = \frac{1,2}{60} = 0,02\left(\frac{шт}{мм}\right); \quad \mu_W = \frac{0,375}{60} = 0,00625\left(\frac{1}{мм}\right),$$

$$\mu_{P(w)} = \frac{0,075}{60} = 0,00125\left(\frac{1}{мм^2}\right).$$

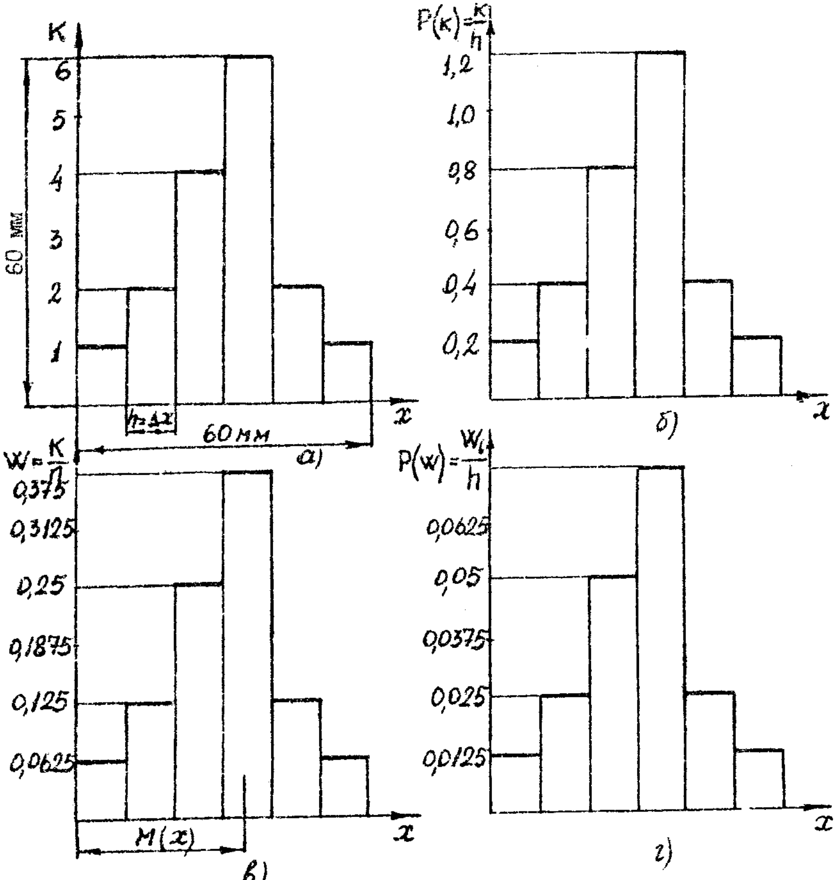

Рис.7. Гистограммы распределения, а-частоты (К), б-плотности частоты $к/h$, в-относительной частоты w, г-плотности относительной частоты $p(w)$

Масштаб же всех графиков по оси x одинаковый $\mu_x = \frac{30}{60} = 0{,}5$.
Из рис. 7в видно, например, что вероятность $P_{(5-10)}$ попадания деталей с размерами в пределах 5 – 10 мм составляет 0,125 от всей массы вероятности, равной 1,0. В пределах 10 – 15 мм $P_{(10-15)} = 0{,}25$ и т.д. За центр группирования принимается центр "тяжести" этих масс

$$x \begin{Bmatrix} x_1, x_2, \dots x_6 \\ W(x_1), W(x_2), \dots W(x_6) \end{Bmatrix},$$

тогда

$$M_x = \frac{W(x_1)x_1 + W(x_2)x_2 + \dots W(x_6)x_6}{W(x_1) + W(x_2) + \dots + W(x_6)}.$$

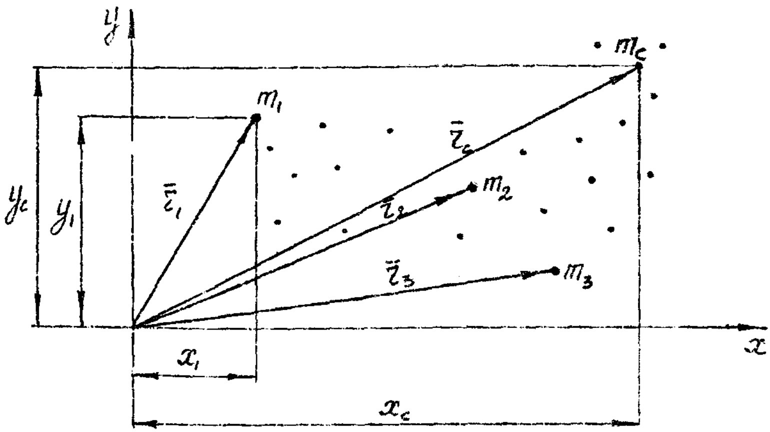

Рис. 8 . К определению связи первого начального и второго центрального моментов с распределением масс в механике

Здесь полезно видеть связь с геометрией масс в механике, заключающуюся в следующем. На рис. 8 в системе координат y, x представлена и система материальных точек m_i с соответствующими координатами. Как известно из механики, радиус вектор $\bar{r}_c$ центра масс такой системы определяется векторным уравнением

$$\bar{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i m_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} .$$

Проекция последнего уравнения на ось x дает

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} .$$

Это уравнение имеет полную аналогию с математическим описанием. В последнем уравнении (см. рис. 7в)

$$m_i = \frac{k(\Delta x)}{n} = \dot{W}(\Delta x),$$

т.е. $$\bar{x} = x_c = x_1 \frac{k_1}{n} + x_2 \frac{k_2}{n} + \dots + x_n \frac{k_n}{n} =$$

$$= x_1 W_1 + x_2 W_2 + \dots + x_n W_n$$

Из последнего уравнения видно, что при дискретном (эмпирическом) распределении случайной величины математическое ожидание есть абсцисса центра масс системы материальных точек, абсциссы которых равны возможным значениям случайной величины, а массы - их вероятностям$_n$(относительным частостям). Так как сумма вероятностей равна I $\sum_{i=1} W(x_i) = 1,0$, то средняя взвешенная абсцисс точек (абсцисса центра тяжести) получается умножением каждого ее значения на его "вес" (статический момент), т.е. математическое описание дискретной

ретной величины

$$M(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i W(x_i).$$

Для эмпирического распределения характеристика положения центра рассеивания дается в виде средней арифметической взвешенной по частостям значений величины.

Общая формула для вычисления средней арифметической эмпирического распределения случайной величины x, задаваемой таблицей

$$x \begin{Bmatrix} x_1, & x_2, & \ldots & x_n \\ \frac{K_1}{n}=W(x_1); & \frac{K_2}{n}=W(x_2); & \ldots & \frac{K_n}{n} W(x_n) \end{Bmatrix}$$

будет

$$\bar{x}=\sum_{i=1}^{n} x_i W(x_i)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot K_i .$$

Как было отмечено ранее, наряду с $M(x)$ и $\bar{x}$ используются мода и медиана. При нормальном и других симметричных одновершинных законах распределения медиана, мода и математическое ожидание совпадают. На практике это будет при отсутствии систематических погрешностей, например, при проверке настройки станка на среднюю точку поля допуска.

Математическое описание выборочной дисперсии $M(D_B)$ не равно оцениваемой генеральной дисперсии D_Γ. Оно определяется соотношением

$$M(D_B)=\frac{n-1}{n}D_\Gamma .$$

Это объясняется тем, что выборочная дисперсия является смещенной оценкой генеральной.

Исправление" выборочной дисперсии означает умножение выборочной на величину $\frac{n}{n-1}$

$$S^2=\frac{n}{n-1}D_B=\frac{n}{n-1}\,\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i-\bar{x}_B)^2}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i-\bar{x}_B)^2}{n-1}.$$

Для оценки среднеквадратического отклонения генеральной совокупности "исправленное" среднее квадратическое отклонение определяется соотношением

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{x}_B)^2}{n-1}}.$$

При $n > 30$ объема выборки выборочная и исправленная дисперсии практически совпадают.

Полезно помнить, что для характеристики степени рассеивания около центра масс в механике используется понятие момента инерции. Оно аналогично понятию дисперсия.

Часто вспомогательную величину $x' = x - M(x)$ называют отклонением случайной величины. Эта величина будет иметь следующую таблицу распределения:

$$x' \begin{Bmatrix} x_1 - \nu & x_2 - \nu & \dots & x_S - \nu \\ P(x_1) & P(x_2) & & P(x_S) \end{Bmatrix}$$

Здесь $\nu = M(x)$.

С учетом введенного понятия отклонения случайной величины (x') и $\nu = M(x)$ центральный момент второго порядка (дисперсия) имеет вид,

$$D(x) = M(x-\nu)^2 = \sum (x-\nu)^2 P(x).$$

Как видно из последнего выражения, для получения дисперсии необходимо квадрат каждого значения отклонения помножить на вероятность этого значения и все произведения сложить. Дисперсия является минимальной, если рассматривается относительно центра рассеяния масс (центра масс). Она является мерой рассеивания около центра распределения (математического ожидания).

С учетом понятия отклонения случайной величины (x') дисперсия отклонения случайной величины равна математическому ожиданию квадрата этого отклонения, т.е.

$$D(x') = D[x - M(x)] = M(x')^2.$$

6. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ И СТАБИЛЬНОСТИ ОПЕРАЦИЙ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Статистический анализ точности отдельной операции технологического процесса подразумевает сопоставление "поля рассеивания" интересующего нас признака (например, размера) на данной операции с заданным допуском "поля рассеивания", отвечающее некоторой вероятности, есть зона, лежащая между границами значений признака качества, вероятность $\frac{q}{100}$ выхода за которые пренебрежимо мала.

Поле рассеивания ω – это интервал наименьшей длины (при заданной функции распределения), вероятность $P(x)$ попадания в который отличается от единицы на заранее выбранную величину q

$$P(x_i^{наим.} < x < x_i^{наиб.}) 1 - q.$$

При симметричной форме функции распределения половину ширины ω этого интервала принимают за предельную погрешность $\pm \Delta lim = \pm \frac{1}{2}\omega$. По традиции считается приемлемой q равная вероятности выхода за границы интервала $\pm 3\sigma$ по обе стороны от центра распределения (нормального). При этом вероятность $P(x_{lim}^{наим} < x < x_{lim}^{наиб}) = 0{,}9973$, т.е. $q = 0{,}0027$. Границы поля рассеивания можно выразить квантилем.

Если поле рассеивания не больше допуска, то суммарная точность операции признается удовлетворительной (или излишней, если допуск намного больше поля рассеивания). Точность считается недостаточной, если поле рассеивания больше допуска ($\omega > \delta$).

Сущность статистических методов состоит в том, чтобы по некоторым выборкам обоснованно судить о всей совокупности контролируемых объектов, не прибегая к сплошной их проверке. Такой вид контроля называют приемочным или последующим статистическим контролем. Переход от выявления брака в уже изготовленной партии к предупреждению его возникновения на всем протяжении обработки называют текущим предупредительным статистическим контролем.

Если $\frac{q}{100}$ – уровень значимости, то вероятность попадания критерия в область допустимых значений будет $1-\frac{q}{100}$. Чем меньше уровень значимости, тем меньше вероятность забраковать проверяемую гипотезу.

Поле рассеивания строится с учетом погрешностей настройки, т.е. с учетом уклонения центра рассеивания от соответствующего допускаемого значения его положения (при симметричном рассеивании допускаемые значения будут лежать в средней части поля допуска). Учитывается также и погрешность измерения, накладываемая на погрешность обработки и увеличивающее поле рассеивания размеров.

Задача сводится к:

1) оценке с нужным приближением закона распределения признака, интересующего нас;

2) нахождению (с помощью этого закона) поля рассеивания ω, отвечающего достаточно близкой к 1 вероятности P нахождения признака в пределах этого поля;

3) сопоставлению полученного таким образом поля с допуском.

6.1. Взаимосвязь отклонений, погрешностей, допуска и поля рассеивания

Различают размеры: номинальный A_0, действительный (получаемый в результате той или иной операции) (A), измеренный и предельные (наибольший и наименьший) A_{max}, A_{min}. Максимальный и минимальный размеры отличаются от номинального и определяются верхним $\Delta_{В_A}$ и нижним $\Delta_{Н_A}$ отклонениями.

На рис. 9 представлена схема, поясняющая их соотношение (ГОСТ 16319-70).

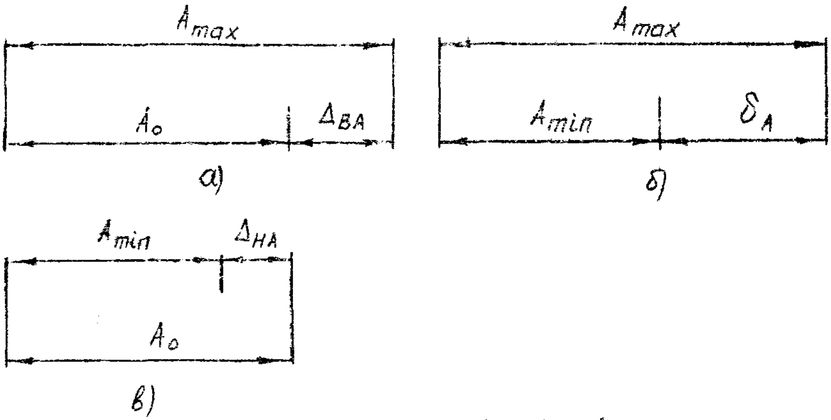

Рис.9. Взаимосвязь размеров A_{min}, A_{max} и A_o отклонений Δ_{BA} и Δ_{HA} и допуска δ_A ;

$а - A_{max} = A_o + \Delta_{BA}$; $б - A_{min} = A_{max} - \delta_A$; $в - A_{min} = A_o - \Delta_{HA}$

На рис. 10 представлена схема, поясняющая расположение координаты Δ_{o_A} середины поля допуска, как расстояния середины поля допуска от номинального размера.

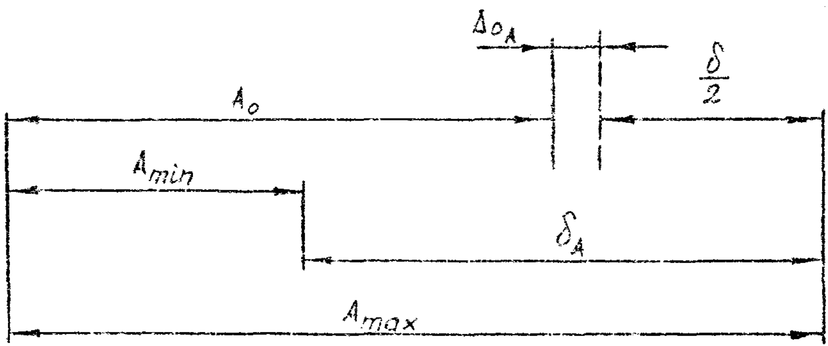

Рис.10. Расположение координаты Δ_{o_A} середины поля допуска

Координата середины $\Delta\omega_A$ поля определяется как расстояние середины поля рассеивания размеров обрабатываемой партии от номинального размера. А поле рассеивания ω_A определяется как разность наибольшего A_n^{max} и наименьшего A_n^{min} измеренными размерами в обрабатываемой партии.

На рис. II представлена схема, поясняющая взаимосвязь вышеупомянутых параметров с математическим ожиданием и координатой середины поля рассеивания.

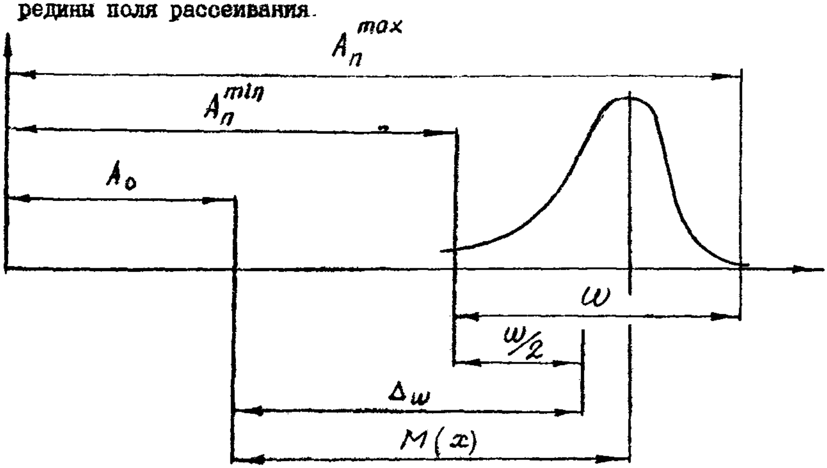

Рис. II. Взаимосвязь координаты середины поля рассеивания Δ_ω с максимальным A_n^{max} и минимальным A_n^{min} предельными размерами с полем рассеивания n, координатой Δ_ω середины поля рассеивания и математическим ожиданием $M(X)$

На рис. 12 представлена схема, поясняющая взаимосвязь вероятностных характеристик распределения действительных размеров обрабатываемой детали в пределах допуска δ_A, совпадающего с полем рассеивания ω_A размеров в обрабатываемой партии. В этом случае $\Delta_{oA} = \Delta_{\omega A}$. В случае, если $\omega_A \neq \delta_A$, $\Delta_{oA} \neq \Delta\omega_A$. На рис. 12 представлена также интегральная функция $F(x)$, где выделена величина h, соответствующая x_h квантилю.

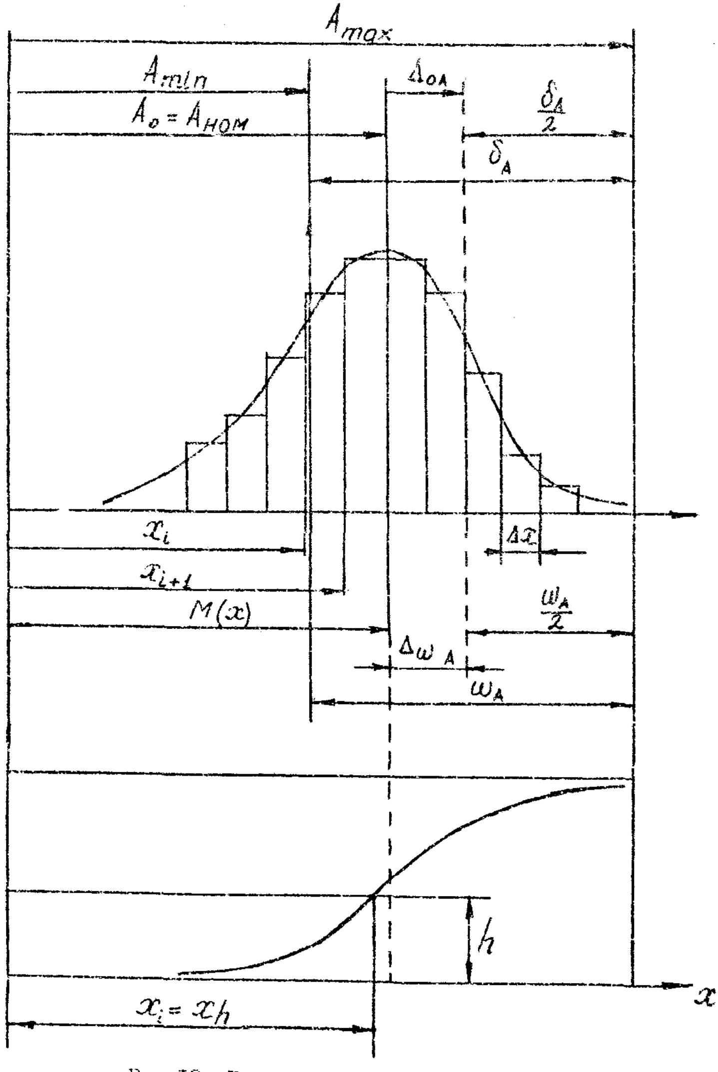

Рис.12. Вероятностные характеристики распределения измеренных размеров в обрабатываемой партии в случае совпадения допуска и поля рассеивания

Практическое использование рассмотренных параметров можно видеть из рис. 13.

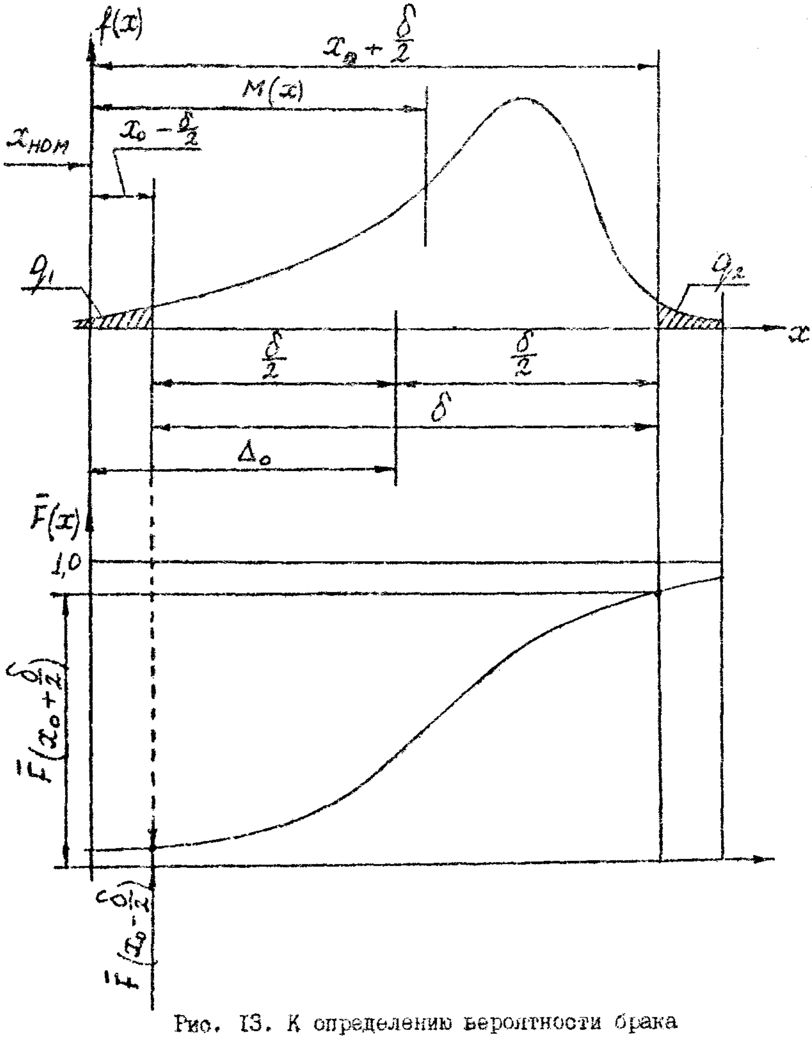

Рис. 13. К определению вероятности брака

Пусть задано поле допуска δ и функция $f(x)$ распределения действительных размеров. Тогда доля вероятного брака

$$q = q_1 + q_2 = \int_{-\infty}^{x_0-\frac{\delta}{2}} f(x)\,dx + \int_{x_0+\frac{\delta}{2}}^{\infty} f(x)\,dx =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx - \int_{-\infty}^{x_0+\frac{\delta}{2}} f(x)\,dx + \int_{-\infty}^{x_0-\frac{\delta}{2}} f(x)\,dx =$$

$$= 1 - F\left(x_0 + \frac{\delta}{2}\right) + F\left(x_0 - \frac{\delta}{2}\right).$$

Здесь q_1, q_2 – вероятность выхода размеров за нижнюю и верхнюю границы поля допуска (доля брака).

6.2. Особенности выбора числа наблюдений, обеспечивающего требуемую точность и надежность

Различают мгновенное рассеивание признака качества (например, размера) и суммарное рассеивание. Под суммарным понимают результирующее рассеивание, складывающееся под действием изменения с течением времени факторов, сказывающих влияние на последовательное преобразование мгновенных распределений. При оценке закона распределения приходится начинать с выбора числа наблюдений n, которое должно обеспечить нужную точность и надежность оценок параметра γ с помощью $\bar{x}$ и аналогично параметра σ с помощью S. Здесь $\gamma = M(x) = a$, $a \approx \bar{x}$.

Согласно центрально-предельной теореме / 3 / имеем

$$P\left(-z_\alpha \le \frac{\bar{x}-\gamma}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < z_\alpha\right) \approx 2\Phi_0(z_\alpha) = \alpha.$$

Здесь α – надежность, $(\bar{x} - \gamma) < \Delta\gamma$ – точность.

Пусть задана требуемая надежность α и желаемая точность результатов наблюдения, т.е. верхний предел ошибки в определении γ по $\bar{x}$. Так что в нашем случае требуется, чтобы неравенство $(x - \bar{\gamma}) < \Delta_\gamma$ выполнялось бы с вероятностью не меньшей α. По данному α находим Z_α из уравнения $2\phi_0(Z) = \alpha$, пользуясь таблицей нормированной функции Лапласа / 3 /

$$\phi_0(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^Z e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ .$$

Далее, решая относительно n неравенство $Z_\alpha = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \Delta\gamma$, получим

$$n \geqslant \frac{Z_\alpha \sigma^2}{(\Delta\gamma)^2} \quad \text{или} \quad n_\gamma \geqslant \frac{Z_\alpha^2}{q_\gamma^2} .$$

Здесь $q_\gamma = \frac{\Delta\gamma}{\sigma}$ – предельная ошибка оценки параметра γ, выраженная в долях σ, так что для определения n необходимо знать σ (например, по предварительной выборке ее верхнюю границу).

α, $\Delta\gamma$ и q выбираются из конкретных требований, предъявляемых к наблюдениям.

Иногда задают предельную относительную погрешность $\left[\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right]$, требуя, чтобы она с надежностью α не превышала предела γ, тогда из

$$n \geqslant \frac{Z_\alpha^2 \sigma^2}{\Delta\gamma^2} \cdot \frac{\gamma^2}{\gamma^2} \quad \text{имеем} \quad n \geqslant \frac{Z_\alpha^2 \theta_x^2}{\gamma^2} .$$

Здесь $\theta_x = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ - коэффициент вариации.

Для оценки σ по S учет величины доверительного интервала проводится аналогично, т.е.

$$P\left(-z_\alpha < \frac{S-\sigma}{\frac{\sigma}{\sqrt{2n}}} < z_\alpha\right) = 2\Phi_0(z_\alpha) = \alpha .$$

Из последнего неравенства имеем

$$\frac{\sigma}{\sqrt{2n}} z_\alpha \leq \Delta_\sigma \quad \text{или} \quad n \geq \frac{z_\alpha^2 \sigma^2}{2\Delta_\sigma^2}, \quad \text{если}$$

$$S - \sigma = \Delta_\sigma , \quad \text{то} \quad . \quad n \geq \frac{z_\alpha^2}{2q_\sigma^2} .$$

Здесь $q_\sigma = \frac{\Delta_\sigma}{\sigma}$ - предельная ошибка σ, выраженная в долях σ.

При выборе q_σ используется то, что допуск δ известен. Чем более узкий допуск и чем труднее его соблюдение, тем меньшей должна быть относительная ошибка q_σ и большее число наблюдений.

Пример. Определить число n_σ и $n_{\bar{x}}$ наблюдений, если задано $\alpha = 0,95$; $q_\sigma = q_{\bar{x}} = 0,2$. По таблице функции Лапласа / 3 / находим $z_\alpha = 1,96$. Тогда имеем

$$n_{\bar{x}} = \frac{1,96^2}{0,2^2} = 96 ; \quad n_\sigma = \frac{1,96^2}{2 \cdot 0,2} = 48.$$

Пусть число наблюдений n_σ выбрано. Эти наблюдения могут быть проведены двумя способами:

1. Подряд за определенный промежуток времени при более менее неизменных производственных условиях (станок, изделие, настройка, режимы и т.п.).

2. Собраны из группы изделий, полученных за разные промежутки времени, при разных настройках.

В обоих случаях проверяется гипотеза о нормальности распределения.

При оценке стабильности технологических процессов используются те же исходные материалы, что и для анализа точности, но они пригодны только в том случае, если представляют непрерывные наблюдения, охватывающие сутки, смену или, если они составлены из выборок (через час, полчаса по 10 - 30 штук). Интервалы между выборками (временными пробами) устанавливаются в зависимости от частоты разносок технологического процесса.

При выборе величины выборки имеет место следующее противоречие: с одной стороны, чем больше выборка, тем более точное суждение о состоянии процесса она может дать; с другой стороны, такая выборка в большей степени включает текущие изменения настройки и другие характеристики рассеяния. Поэтому при оценке стабильности учитывается частота разладок, устанавливаются моменты разладок, определяются наименьший и средний периоды времени между двумя разладками раздельно по центру настройки и рассеянию размеров.

6.3. Некоторые особенности оценки стабильности технологических процессов

После проверки нормальности мгновенного рассеивания определяют моменты разладок:

в смещении центра настройки;

в изменении рассеивания.

Установив моменты разладок, определяют наименьший и средний периоды времени между двумя разладками:

по центру настройки;

по рассеиванию.

Продолжительность межразладочных периодов и будет характеризовать стабильность технологического процесса.

Здесь следует иметь в виду, что продолжительность и частота разладок также подвержены рассеиванию, но более подробное исследование требует усложнения методики.

В качестве наглядной иллюстрации используются точечные диаграммы и точностные диаграммы, а также диаграммы доверительных интервалов / 3 /. По оси абсцисс откладывают номера проб (наблюдений) по времени их производства. По оси ординат - отклонения от номинального значения в мкм (мм). Для каждого номера проб по вертикали (параллельно оси ординат) наносят точки, соответствующие отклонениям от номинала.

Через края точек сверху и снизу проводят линии и среднюю между ними, по которой судят о поведении размера во времени. Изменение размаха варьирования от пробы к пробе дает возможность (грубо) судить об изменении рассеивания во времени.

На рис. I4 представлена схема, поясняющая построение таких графиков.

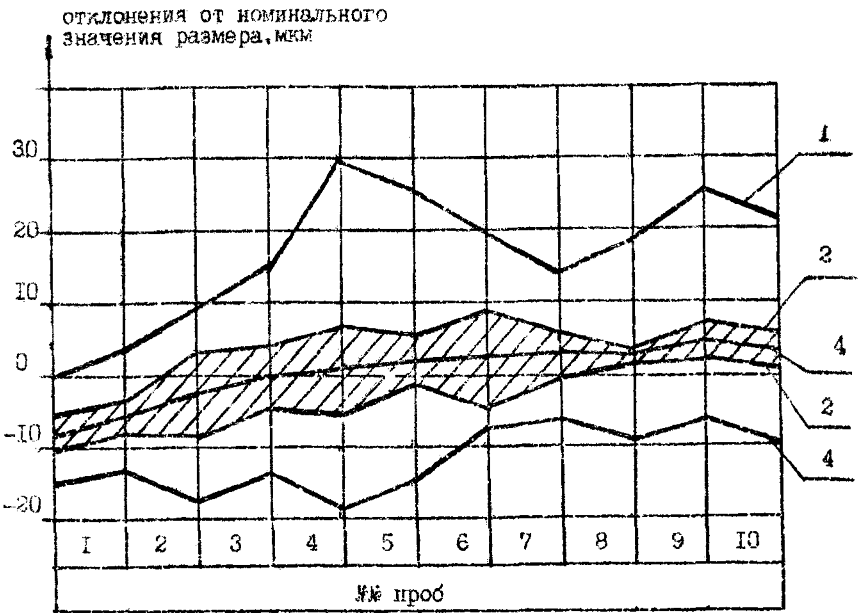

Рис. I4. Схема, поясняющая построение точностной диаграммы, I-линия, соединяющая максимальные члены пробы, 2-эмпирическое среднеквадратическое, 3-линия минимальных членов проб, 4-линия среднеарифметического значения

Направление заштрихованной зоны позволяет судить о направлении центра настройки, а ширина полосы характеризует изменение рассеивания, по крайней мере, там, где она резко уменьшается или увеличивается.

Эмпирические характеристики (средние и дисперсии) подвержены случайным колебаниям, поэтому эти графики не обнаруживают действительных изменений процесса.

Для более тщательной оценки стабильности технологического процесса по оси ординат откладывают средние по пробам и эмпирические среднеквадратические отклонения. Для увеличения сроков службы инструмента и удешевления производства строят, например, графики приближенной линейной зависимости положения центра настройки по способу наименьших квадратов при обработке валов, например, на прецизионном токарном автомате / 3 /. Здесь эффект достигается за счет предварительной настройки оборудования на размер, смещенный в сторону противоположную направлению смещения центра. В процессе обработки длину промежутка времени определяют из графика линейной зависимости положения центра рассеивания от времени.

7. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ТЕКУЩЕГО ПРЕДУПРЕДИТЕЛЬНОГО КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

Как уже отмечалось, статистические методы дают возможность облегчить контроль и сократить на него время за счет того, что представляется возможность не проводить сплошной проверки параметров, а судить о всей совокупности по оценке некоторой выборки.

Текущий предупредительный статистический контроль обеспечивает переход от выявления брака в уже изготовленной партии к предупреждению его возникновения на всем протяжении обработки.

Здесь различают два вида контроля:

контроль положения центра настройки по медиане и рассеивания по крайним значениям;

контроль положения центра настройки по среднеарифметическому значению и рассеивания размеров по крайним значениям, размаху варьирования или среднему квадратическому.

Эти варианты осуществляются с помощью карт статистического контроля, содержащих контрольные диаграммы. На них по оси абсцисс откладывают отклонения номера отбираемых проб (3 - 10 шт.), чаще 5 шт., через определенное время. По оси ординат откладываются те статистические показатели, которые положены в основу данного варианта.

Обычно контролируется один и тот же процесс в отношении положения центра рассеивания и величины рассеивания размеров. Это делается с помощью двух отдельных диаграмм (одной – для средних арифметических значений, а другой – для размахов варьирования) или одной диаграммой, на которой выделяются оба нужных показателя (медиана и крайние значения). При заданном законе распределения всевозможные причины выхода параметра за границы можно свести к двум факторам: смещению центра группирования относительно середины поля допуска и увеличению рассеивания.

На рис. 15 представлен фрагмент диаграммы контроля положения центра настройки станка по медианам и величинам рассеивания по крайним членам проб / 3 /

$\sigma = 0{,}01$; $K_{me} = 3{,}5$; $K_n = 2{,}5$; $n = 5$

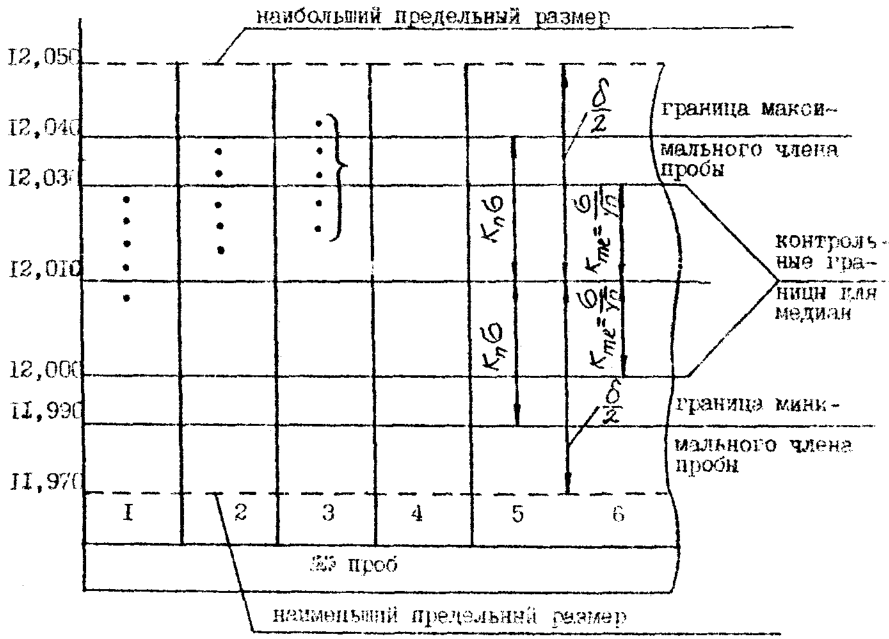

Рис. 15. Диаграмма контроля положения центра настройки станка по медианам и величине рассеивания по крайним членам проб /3/

Контрольные границы откладывают от середины поля допуска для медианы $\pm K_{me}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ и для крайних значений $\pm K_n \sigma$. Здесь σ – "мгновенное" среднеквадратическое отклонение контролируемого размера $K_{me} = 2{,}9 - 3{,}9$; $K_n = 2 - 3$.

Сущность методов сводится к последовательной во времени проверке статистических нулевых гипотез H_{ν_i} о положении центра ν_i настройки и H_{σ_i} о величине параметра рассеивания σ, где $i = 1, 2, \dots$ – порядковый номер отбираемой пробы. При этом полагаем:

I. Закон распределения размеров соответствует требованиям нормальной кривой.

2. Размеры пробных деталей измеряются с достаточной степенью точности, т.е. параметр рассеивания погрешностей измерения в несколько раз меньше параметра рассеивания погрешностей обработки.

Гипотеза H_{ν_i} состоит в том, что $\nu_i = \nu_n = \Delta_\Delta$, т.е. положение центра распределения, оцениваемое по i-ой пробе, совпадает с настроечным размером ν_n (практически со средним допускаемым размером Δ_o).

Гипотеза H_{σ_i} заключается в том, что $\sigma_i = \sigma$, т.е. параметр рассеивания не отличается от исходного заранее известного σ.

Параметры ν_i и σ_i оцениваются по различным выборочным характеристикам выборки объемом n в зависимости от принятого метода контроля.

Например, параметр ν_i оценивается с помощью медианы m_e, средней арифметической $\bar{x}$ и т.п. σ_i оценивается посредством крайних членов x_1 и x_2 пробы, размаха варьирования R и т.п.

На рис. 16 представлены графики, поясняющие вероятность увеличения брака после смещения центра настройки и после увеличения дисперсии.

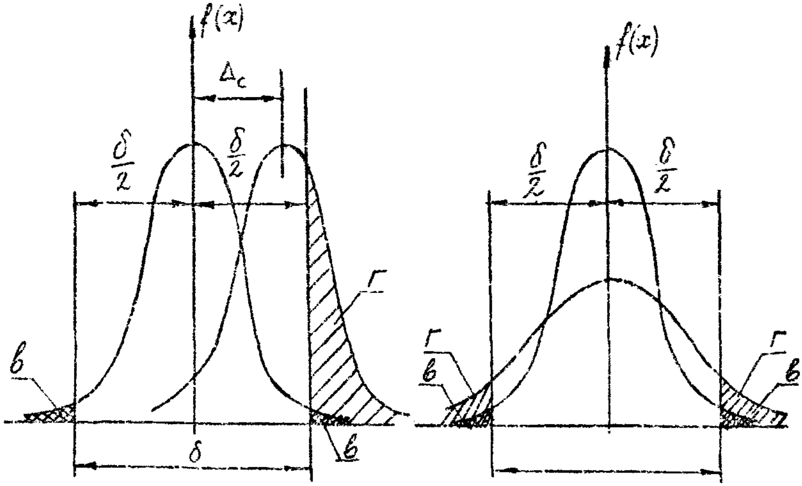

Рис.16. Увеличение вероятности (риска) получения брака в результате: а–смещения центра настройки Δ_c, б–увеличения дисперсии. в –начальная (малая) вероятность, г–увеличенная вероятность (риск) получения брака

В соответствии с ГОСТ 15893-70 статистические методы регулирования контроля качества основываются на результатах предварительной оценки точности, настроенности и стабильности технологических процессов.

На основе предварительного анализа технологического процесса, установления его точности и стабильности, соответствия между точностью процесса и допуском показателя качества (в некоторых случаях после отладки процесса) разрабатываются правила статистического регулирования. Примеры оформления статистического регулирования приведены в приложениях к ГОСТ 15893-70.

Инструкционная карта регулирования является технологической инструкцией, содержащей правила регулирования технологических процессов и контроля качества продукции на отдельных операциях. Такая карта прилагается к технологическим картам процесса. Правила статистического регулирования технологических процессов и расчет границ регулирования, а также образцы заполнения инструкционных карт приведены в ГОСТ 15893-70.

8. СТРУКТУРА ПОЛЯ РАССЕИВАНИЯ

Если рассеивания показателя качества отличаются от нормального на известные его параметры, то ширину поля рассеивания определяют $\omega_б = x_{пред.}^{наиб.} - x_{пред.}^{наим.} = x_{p=0,9985} - x_{p=0,035}$ через квантиль распределения $q = 0,002 - 0,003$ с помощью таблиц, соответствующего распределения. Как отмечалось ранее, при изменении какого-либо параметра качества, например, размера, различают систематические и случайные погрешности. Особое значение в машиностроении играет точность изготовления деталей, которая определяет близость размеров номинальному значению (предписанному). Количественной меркой точности служит погрешность. Повышение точности, уменьшение погрешностей приводит к увеличению надежности машин. Повышение исходной точности заготовок уменьшает размеры припусков на обработку и приводит к экономии материала.

Погрешности обработки подразделяются на 5 видов:

погрешности размеров;

отклонения расположения поверхностей;

отклонение формы;

волнистость поверхности;

шероховатость.

Погрешности размера детали (диаметра, длины) определяются с учетом заданных границ допустимых значений, с учетом случайного рассеивания размеров и величины погрешности настройки станка.

Рассеивание погрешностей определяется разбросом значений результатов при повторении в неизменных условиях изготовления или измерения.

Систематические составляющие (a_o) - погрешности контроля остаются постоянными или закономерно изменяются. Например, отклонение размера блока концевых мер при измерении, изменение уровня настройки станка при износе инструмента и т.п.

Систематическая составляющая выражается математическим ожиданием $M(x) = a_o = const$, если является постоянной величиной или функцией $Mx(t) = a(t)$, если изменяется в зависимости от случайного аргумента (например, времени t).

Случайная составляющая характеризует погрешность, зависящую от множества случайных факторов, действия которых по разному складываются при повторении процедуры изготовления или измерения детали. Величина этой составляющей определяется широтой рассеивания, которую принято измерять числом укладывающихся в ней средних квадратических отклонений σ_x . $M(x)$ представляет собой среднее взвешенное по вероятностям значение случайной величины. x, σ_x – среднее взвешенное по вероятностям квадрата отклонений той же величины от $M(x)$. Следует еще раз напомнить, что "взвешивание" значений случайной величины означает умножение каждого значения на его "вес", т.е. на $K_i(\Delta x)_i$ с последующим делением суммы таких произведений на сумму "весов", т.е. $\frac{\sum_{i=1} x_i K_i (\Delta x)_i}{n}$.

Естественными "весами" для значений случайной величины являются вероятности их появления, а для полученных из опыта значений – их частости (частоты).

Как отмечалось ранее, статистическая оценка параметров опирается на теорему о близости вероятностных характеристик к статистическим

$$F(\Delta x) = P(\Delta x)_i \approx W(\Delta x)_i \approx \frac{K(\Delta x)_i}{n}.$$

Здесь $P(\Delta x)_i$ – вероятность попадания значения погрешности в интервал $(\Delta x)_i$; $W(\Delta x)_i$ и $K(\Delta x)_i$ – частость и частота попадания в тот же интервал; n – общее число наблюдений (объем выборки).

На рис. 17 представлена структура поля рассеивания погрешности обработки валов на токарном станке. К систематическим составляющим поля рассеивания относятся:

1. Среднее начальное значение систематической погрешности a_o

2. Величина изменения систематической составляющей в рассматриваемом интервале $t_н$ и $t_к$. Здесь $V_\Delta = \frac{\Delta d}{\Delta t} =$

$$= \frac{\Delta d}{t_к - t_н} = \frac{27-8}{42-8} = \frac{19}{34} = 0,56 \left(\frac{мкм}{мин}\right) -$$

скорость изменения мгновенного центра рассеивания.

$T = t_к - t_н = 42-8=34$ – межналадочный

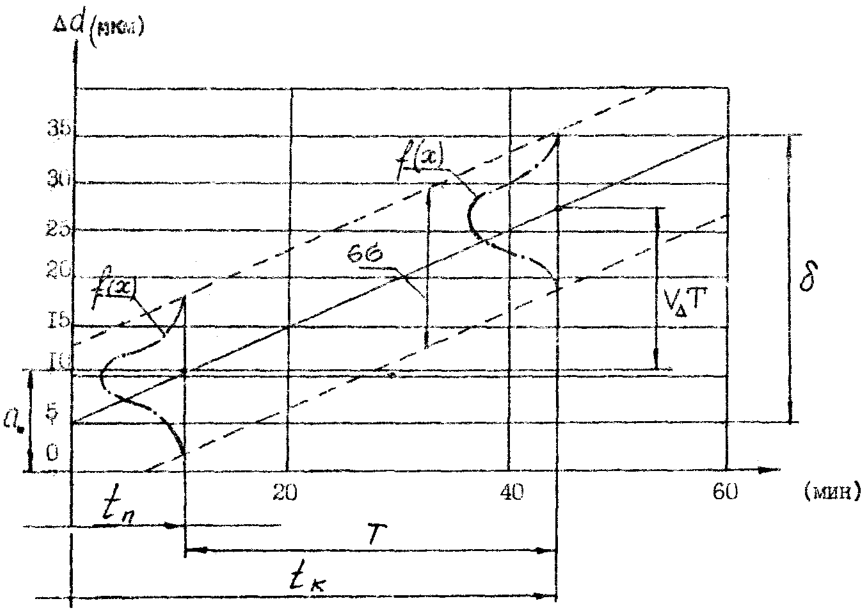

Рис.17. Структура поля рассеивания

период при изготовлении или диапазон изменения при измерении.

3. При измерении размера рассматривают еще среднюю погрешность формы детали $a_{ср}$, если по условию она должна входить в поле рассеивания погрешности размера.

Случайная составляющая определяется средними квадратическими отклонениями:

начальных погрешностей σ_0 от их среднего значения;

мгновенного рассеивания σ, т.е. рассеивания единичных значений параметра относительно изменяющихся по закону $\Delta d = a_0 + V_\Delta t$ от их мгновенных центров в пределах

$$T = t_к - t_н$$

скоростей изменения систематической составляющей от их среднего значения σ_{V_Δ}

Суммарная предельная случайная погрешность

$$\Delta_{lim}^{сум.} = 3\sigma_{сум.} = 3\sqrt{\sigma_o^2 + \sigma^2 + (\sigma_{V_\Delta} \cdot t)^2}.$$

Физический и геометрический смысл величины σ_{V_Δ} аналогичен V_i

Для поддающихся настройке размерных параметров выполняется условие

$$a_o = 3\sigma_K = 3\sqrt{\sigma^2 + \sigma_o^2},$$

где σ_K – среднее квадратическое отклонение композиции (суммы) мгновенного рассеивания и условного уровня σ_o.

Систематические случайные погрешности суммируются алгебраически

$$a_{сум.} = \sum_{i=1}^{m} a_i.$$

В общем случае поле рассеивания $\omega = 3\sigma_K + V_\Delta t + a_{cp} + 3\sigma_{сум.}$ (см. рис. 18).

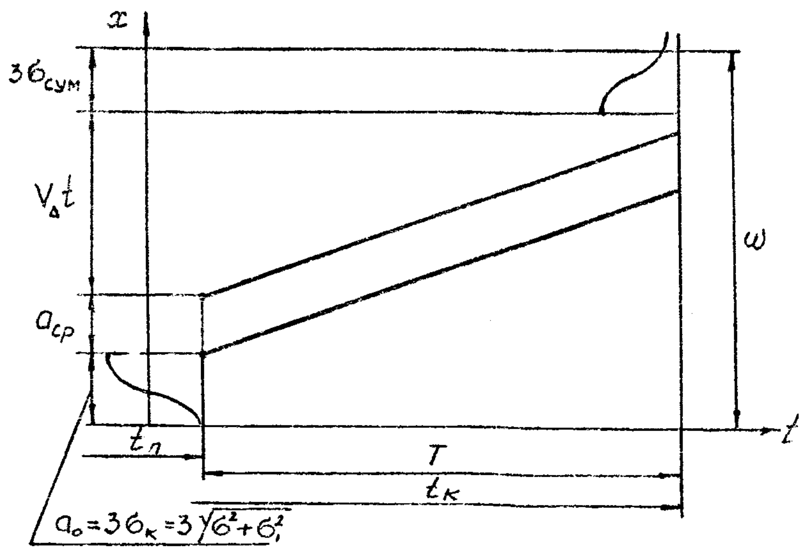

Рис.18. Структура поля рассеивания в общем случае

Для оценки σ_0 и $\sigma_V \to V_\Delta$ требуется большой объем наблюдений. Приближенно считают

$$\omega \approx V_0 t + 6\sigma.$$

Зная ω предельная погрешность определяется соотношением

$$\pm \Delta_{пред} = \pm \frac{\omega}{2}.$$

Коэффициент 3 перед корнем соответствует нормальному закону распределения. Однако форма закона подлежит проверке методом проверки статистических гипотез, т.е. предположений относительно параметров генеральных распределений (всей совокупности).

Правила проверки согласия распределения случайной величины, полученной по результатам наблюдений с предполагаемым теоретическим распределением этой величины, например, по критериям Колмогорова χ^2 и ω^2 изложены в ГОСТ 11.006-74 / 13 /. В ГОСТ изложены общие положения, критерии Колмогорова, примеры проверки согласия опытного распределения и теоретического, а также особенности критериев в связи с работами В.Н.Смирнова / 14 /, / 15 /, Б.В.Гнеденко / 16 /, / 17 / и В.Феллера / 18 /. Следует отметить еще одну особенность организации выборки при статистическом контроле качества. Это касается выбора ряда равномерно распределенных случайных чисел, предназначенных для использования при решении задач контроля на стадии производства продукции, где требуется соблюдение условий случайности. Для этого удобно использовать ГОСТ 11.003-73, где приведены таблицы целых чисел, равномерно распределенных в заданном интервале.

9. ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Коэффициент точности $K_{T.O}$ технологической операции характеризуется отношением поля рассеивания ω отклонений параметров обработанных деталей к полю допуска δ

$$K_{T.O.} = \frac{\omega}{\delta} \leq 1.$$

Коэффициент запаса точности $K_{З.Т}$ характеризует возможность технологической операции обеспечить выпуск годных деталей (в пределах допуска).

На рис. 19 представлена схема, поясняющая запас точности операции.

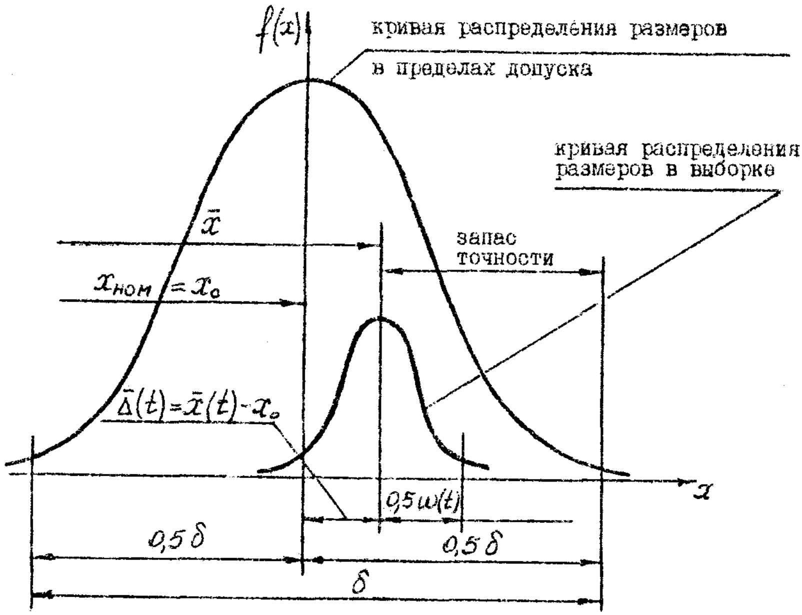

Рис.19. К определению коэффициента запаса точности операции

Если $\bar{x}(t)$ – среднее значение размера в выборке, $\omega(t)$ – мгновенное рассеивание размеров в выборке, то $\bar{\Delta}(t) = \bar{x}(t) - x_0$ характеризует среднее значение отклонения размера относительно середины поля допуска в момент времени t. Напомним, что при симметричном распределении размеров в пределах допуска $x_{ном} = x_0$ $\bar{\Delta}(t)$ характеризует смещение контролируемого параметра относительно середины поля допуска. Тогда, как видно из рисунка, запас точности равен $0{,}5\delta - \bar{\Delta}(t) - 0{,}5\,\omega(t)$.

Отношение запаса точности к величине допуска называют коэффициентом запаса точности ($K_{з.т.}$)

$$K_{з.т.} = \frac{\text{запас точности}}{\delta} = \frac{0{,}5\delta - \bar{\Delta}(t) - 0{,}5\,\omega(t)}{\delta} =$$

$$= 0{,}5 - \frac{\bar{x}(t) - x_0}{\delta} - 0{,}5\,\frac{\omega(t)}{\delta}\ .$$

Составляющие последнего выражения имеют следующий смысл:

$K_{см} = \dfrac{\bar{x}(t) - x_0}{\delta}$ – коэффициент смещения;

$K_{мгн.расс.} = \dfrac{\omega(t)}{\delta}$ – коэффициент мгновенного рассеивания. Поэтому коэффициент запаса точности имеет вид

$$K_{з.т.} = 0{,}5 - K_{см} - 0{,}5\,K_{мгн.расс.}$$

Коэффициент $K_с$ стабильности технологической операции характеризует ее способность сохранять без дополнительных регулировок заданную точность за время обработки партии деталей с одной настройки оборудования и постоянство значений статистических параметров (среднего значения $\bar{x}$ и дисперсии $\bar{D}$). Статистические показатели точности и стабильности технологических операций приводятся в ГОСТ 16467-70; ГОСТ 16.304-74; ГОСТ 16.305-74; ГОСТ 16.306-74.

Коэффициент точности настройки $K_н$ определяется разностью заданного $a_н$ и фактического среднего $\bar{a}_x$ уровней настройки по отношению к полю $\omega_н$ рассеивания погрешностей настройки.

Коэффициент надежности $K_{н.о}$ технологической операции означает вероятность сохранения в заданных пределах в течение определенного времени значений основных параметров $П_i$ процесса

$$K_{н.о.} = P(П_i).$$

Обобщенный безразмерный показатель качества технологической операции

$$K_{т.о.} = \sum_{i=1}^{n} K_i \cdot m_i\ ,$$

где K_i – единичные показатели, m_i – коэффициенты весомости, n – количество показателей.

Показатели качества технологического процесса:

коэффициент $K_{ИМ}$ использования материала определяется отношением чистой массы готового изделия (за вычетом покупных изделий и сборочных единиц) к суммарной массе заготовок для изделия.

коэффициент материалоемкости $K_М$ определяется расходом материала на изготовление изделия (единицы продукции).

Показатели качества технологического процесса в целом получают суммированием обобщенных показателей качества технологических операций и технологического процесса в целом

$$K_{т.п.} = \sum_{i=1}^{N} K_{т.о.} \cdot M_i + \sum_{i=1}^{N_1} K_{т.п.} \cdot m_i ,$$

M_i, m_i – коэффициенты весомостей;

N, N_1 – числа суммируемых показателей.

Качество технологического процесса, выражаемое обобщенным показателем, является одним из критериев АСУТП, являющийся составной частью АСУП. В такой постановке технологический процесс рассматривается как материально-техническая основа решения задачи управления качеством продукции.

Выбор вариантов технологических процессов осуществляется на основе технико-экономических расчетов. Показатели эффективности и целесообразности использования технологических процессов следующие

1. Затраты труда на изготовление детали (машины).
2. Использование материалов.
3. Уровень механизации и автоматизации производственных процессов.
4. Использование оборудования по мощности и по времени.
5. Условия труда, эргономические показатели и безопасность работ.
6. Проблемы окружающей среды.
7. Себестоимость детали (машины).
8. Капиталовложения, необходимые для использования технологического процесса в производстве, и срок его окупаемости.

Статистические показатели точности и стабильности технологических операций, как отмечалось ранее, изложены в ГОСТ 16467-70.

где приведены методы их расчета. Там же указаны плановые проверки, их периодичность, обоснование выборок (числа деталей). Контроль точности технологических процессов (планы контроля точности настройки оборудования) изложены в ГОСТ 16.309-75. Статистическое регулирование технологических процессов при нормальном распределении контролируемого параметра изложено в ГОСТ 15893-77. В нем изложены правила статрегулирования технологических процессов крупносерийного и массового производства штучной и нештучной продукции.

10. ТЕХНИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ОЦЕНКЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА

10.1. Технические требования к оценке надежности по параметрам качества

Оценка надежности технологических систем (ТС) по параметрам качества продукции производится по ГОСТ 27.202-83 и содержит:

выбор номенклатуры показателей надежности;

определение фактических значений показателей;

сравнение фактических значений с требуемыми или базовыми.

Данная оценка производится при:

1) разработке технологических процессов на этапе ТПП.

2) управлении технологическими процессами.

3) определении периодичности подналадок технологического оборудования.

4) выборе методов и планов статистического регулирования технологических процессов.

5) уточнении требований к качеству материалов и заготовок.

6) выборе и корректировке планов испытаний и технического контроля продукции.

7) замене, модернизации или ремонте технологической оснастки.

8) совершенствовании ТС в части повышения их надежности и качества изготовления продукции.

Основные исходные данные:

1. Требуемые или базовые значения показателей надежности.
2. Структура и состав ТС.
3. Вид продукции и продолжительность ее изготовления.
4. Объем производства.
5. Технический уровень и надежность оборудования и оснастки.

6. Параметры точности заготовок.

7. Данные о нарушениях технологической дисциплины и т.д.

В зависимости от вида ТС все показатели надежности (т.е. точности и стабильности) по параметрам качества продукции разделяют на следующие группы:

по точности (технологического процесса и оснастки);

по технологической дисциплине;

по выполнению заданий по качеству;

комплексные показатели.

В зависимости от вида ТС и целей оценки используют расчетные, опытно-статистические, регистрационные или экспертные методы, а также метод квалитетов.

Расчетные методы основаны на использовании математических моделей изменения параметров качества продукции, а также на использовании данных о закономерностях изменения во времени факторов, влияющих на параметры качества продукции.

Опытно-статистические методы основаны на использовании данных измерений параметров качества продукции.

Регистрационные методы основаны на анализе информации, регистрируемой в процессе управления предприятием (результаты контроля точности технологических процессов, число принятых партий и т.п.).

Экспертные методы применяют при невозможности использования предыдущих методов (недостаточное количество информации, необходимость разработки специальных средств контроля и т.д.).

В этом случае создается экспертная группа и разрабатывается методика опроса по ГОСТ.

Метод квалитетов основан на сравнении требуемых значений параметров ТС с их предельными возможными значениями, установленными в справочной и научно-технической документации, в зависимости от квалитетов точности применяемой оснастки и оборудования.

10.2. Технические требования к методам оценки надежности ТС по параметрам точности

Цели:

1. Определение возможности применения рассматриваемого технологического процесса для изготовления продукции с определенными

параметрами качества.

2. Оценка изменения точности характеристик ТС во времени.

3 Получение информации для регулирования технологического процесса.

В процессе анализа точности и стабильности технологических процессов определяют или уточняют: модели формирования погрешностей обработки, модели изменения точности во времени, оценки параметров точности и т.д. Используют при этом методы прикладной статистики, теории планирования эксперимента, корреляционного и регрессионого анализа.

Контроль производится по альтернативным или количественным признакам.

При контроле по количественному признаку определяют значения показателей точности. Основные показатели точности ТС (технологических систем) изложены ранее.

Контроль точности ТС по количественному признаку следует производить в случаях:

1. Разработка технологических процессов на этапе технологической подготовки производства.

2. Выбор методов и планов статистического регулирования технологических процессов (операций).

3. Замена, модернизация или ремонт средств технологического оснащения.

4. Совершенствование ТС в части повышения их надежности и качества изготовления продукции.

10.3. Технические требования к методам оценки надежности ТС по параметрам технологической дисциплины

Цель - определение уровня технологической дисциплины и характера его изменения во времени.

В число объектов данного контроля нужно включать технологические процессы где возможен брак, дефекты или возврат продукции, а также изготовления особо ответственной продукции.

Основными показателями надежности ТС в этом случае являются средние значения соответствующих показателей технологической дисциплины за установленную наработку.

Эти показатели определяются по ГОСТ 16.310-78, определяются регистрационным методом, возможно использование экспертных методов.

10.4. Технические требования к методам оценки надежности ТС по выполнению заданий по параметрам качества продукции

Вероятность выполнения задания по i-му параметру изготовления продукции (вероятность выполнения требований нормативно-технической документации по этому параметру в момент времени t

$$P_i(t) = P(x_{H_i} \leq x_i(t) \leq x_{B_i}),$$

где $x_i(t), x_{H_i}, x_{B_i}$ – фактические, верхнее и нижнее значения i-го контролируемого параметра.

Коэффициент выполнения заданий по параметрам изготовленной продукции

$$K_B(t) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} P_i(t),$$

где n – количество контролируемых параметров.

Значения показателей выполнения заданий для разработки ТС следует определять расчетными методами, для действующих ТС нужно применять расчетные, опытно-статистические, или регистрационные методы.

10.5. Технические требования к методам оценки комплексных показателей надежности ТС

а) Показатели надежности ТС по критериям дефектности:

коэффициент дефектности для технологического процесса – среднее значение коэффициента дефектности за установленную наработку;

вероятность соблюдения норматива по дефектности (т.е. вероятность того, что значение показателей не превысит нормативного значения).

б) Показатели надежности ТС по критериям возврата продукции.

11. МЕТОДЫ ПРИЕМОЧНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ (ПСК)

11.1. Контроль качества приемочный статистический с учетом процента принятых партий с первого предъявления (ГОСТ 16490-70).

Это одноступенчатый выборочный контроль качества продукции по альтернативному признаку. Он применим на предприятиях, осуществляющих массовый и серийный выпуск продукции. Он учитывает процент принятых с первого предъявления партий и, следовательно, должен применяться в условиях системы бездефектного изготовления продукции.

Объем контролируемой выборки n изменяется в зависимости от процента принятых с первого предъявления партий H, причем более высокому значению H соответствует меньшее значение n и наоборот.

Пример.

Пусть контроль качества изделия осуществляется по программе (ПСК), указанной ниже.

q % браковочный уровень качества	Процент принятых партий с первого предъявления H	Объем выборки $n(H)$ в шт.	$q_m(H)$ % (доля дефектных изделий в каждой из партий)	$q_L(H)$ % (средняя доля дефектных изделий во всех принятых партиях)
	Неизвестно	75	3,00	-
	70	55	3,00	0,65
	80	45	2,85	0,5
3,00	90	25	2,8	0,4
	95	15	2,75	0,35
	97,5	10	2,2	0,25
	99,0	5	1,85	0,2
	$\geqslant$ 99,5	5	$\leqslant$1,0	$\leqslant$0,1

Контроль начинаем с выборки $n = 75$ шт.

Значения M (минимальное число партий) и T (период контроля) для получения нормативного значения H

H в %	M	T
до 97,5	50	1
99	100	3
99,5	200	6

Устанавливаем $T = 1$ мес. и $M = 50$. Если за время не менее

I месяца проверено не менее 50 партий, то по формуле

$$H = \frac{S - K}{S} 100,$$

где S – число партий, первично предъявленных на контроль,

K – общее число забракованных партий с первого раза.

И если $H \geq 70$, уменьшают объем выборки.

Например, если H окажется равным 92%, то по программе (ПСК) переходят к выборке объемом $n(H) = 25$ шт и т.д.

11.2. Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку (случай недопустимости дефектных изделий в выборке) ГОСТ 16493-70.

Он устанавливает планы контроля и методы вычисления последующих оценок средних уровней входного и выходного качества в случае, когда приемка партий при наличии дефектных изделий в выборке является недопустимой по экономическим или другим соображениям.

Решение о партии надо принимать по правилу:

если в выборке не обнаружено ни одного дефектного изделия, партия принимается;

если в выборке обнаружено хотя бы одно дефектное изделие, партия бракуется в соответствии со следующим вариантом браковки.

B – партия возвращается поставщику (если сплошной контроль изделий в партии невозможен).

K – проводится сплошной контроль всех изделий в партии с возвращением всех дефектных изделий поставщику.

$K3$ – проводится сплошной контроль всех изделий в партии с заменой всех дефектных изделий годными.

После выбора плана контроля строится его оперативная характеристика, которая позволяет оценить вероятность приемки партии при любой доле дефектных изделий в партии.

Построение ее ведется в следующем порядке:

а) по кодовому обозначению плана контроля и значению объема партии отыскивается значение объема выборки;

б) вычисляются значения относительного объема выборки $\lambda = \frac{n}{N}$;

в) по ГОСТ выбирается таблица, соответствующая заданному значению объема выборки;

г) по λ в выбранной таблице отыскивается графа, содержащая точки оперативной характеристики и составляется таблица для построения оперативной характеристики по форме:

№ точки	Значение абсциссы $q(h)$ %	Значение ординаты $P(q_h)=h$

д) точки с координатами, записанные в таблице для построения оперативной характеристики, наносятся на график и соединяются плавной линией.

11.3. Детали тракторов и сельхозмашин. Статистический приемочный контроль качества. Правила приемки. ГОСТ 16768-71.

Он устанавливает планы двухступенчатого приемочного контроля при альтернативной оценке качества отдельных деталей.

Предусматривается риск поставщика $\alpha = 0,05$ и риск потребителя $\beta = 0,1$.

Планы контроля определяют следующие показатели:

приемочный уровень качества q_1;

объем контролируемой партии N;

объем первой выборки n_1;

объем второй выборки n_2;

приемочное число для первой выборки c_1;

приемочное число для суммы первой и второй выборок c_2.

Устанавливаются 2 значения приемочного уровня качества q: 1 и 4%.

Выбор величины q зависит от величины допуска для линейных и диаметральных размеров; а для прочих параметров (угловые размеры, внешний вид, шероховатость поверхности, физические и химические параметры) - в зависимости от того второстепенное или решающее значение играют они для детали.

Порядок проведения данного контроля следующий:

1. Отбирают из партии деталей первую случайную выборку n_1.
2. Подсчитывают число дефектных деталей d_1 в выборке.
3. Принимают решение о качестве партии деталей, исходя из следующих условий:

партия годна и контроль прекращается, если $d_1 \leq c_1$;

партия бракуется и контроль прекращается, если $d_1 > c_2$;

качество партии не установлено, если $d_1 > c_1$, но меньше c_2.

При принятии решения о продолжении контроля отбирают из партии деталей вторую случайную выборку объемом n_2.

Просчитывают число дефектных деталей d_2 во второй выборке и сумму дефектных деталей d_1+d_2 в первой и второй выборках и принимают одно из двух решений:

партия годна, если $d_1+d_2 \leq c_2$;

партия бракуется, если $d_1+d_2 > c_2$.

11.4. Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку. Одно- и двухступенчатые корректируемые планы контроля. ГОСТ 18242-72.

Установлено 2 типа планов контроля:

одноступенчатый (код обозначения I);

двухступенчатый (код обозначения 2).

Установлено 7 степеней контроля: 4 специальных (С-I, С-2, С-3 и С-4) и 3 общих (I, II, III). Основной для применения является степень II. Общую степень контроля I надо применять в тех случаях, когда проведение контроля связано со значительными затратами или потери от принятых партий с большим количеством дефектных изделий сравнительно невелики.

Общую степень контроля III надо применять в тех случаях, когда затраты на контроль сравнительно невелики или требуется тщательный контроль партий продукции.

Специальные степени контроля применяются в тех случаях, когда целесообразен контроль малых выборок и допустимы большие риски потребителя, например, в случаях разрушающего контроля.

Установлены 3 уровня контроля: усиленный, нормальный и облегченный.

Усиленный контроль надо применять:

при внедрении данного стандарта для контроля продукции;

при освоении новых видов продукции и т.д.

11.5. Статистический приемочный контроль по количественному признаку при нормальном распределении контролируемого параметра (ГОСТ 20736-75).

Заключается в том, что у деталей измеряют численные значения контролируемого размера или параметра, вычисляют выборочное $\bar{x}$ и оценивают его отклонение от одной (верхней или нижней) или одновременно двух заданных границ. Измерение надо производить измерительными средствами с ценой деления $\leq$ среднему квадратическому отклонению контролируемого параметра.

Выбор планов контроля осуществляется двумя способами:

I. Устанавливается объем выборки и приемочный уровень качества, на основании которых из таблицы получают контрольный норматив для отношения отклонения выборочного $\bar{x}$ от заданной границы к оценке S.

2. Устанавливается объем выборки и приемочный уровень качества, на основании которых из таблицы получают контрольный норматив уровня входного качества.

Различают 5 степеней контроля: I, II, Ш, IУ, У (основной является IУ); три уровня контроля: нормальный, усиленный и облегченный.

Контроль начинается с нормального. Переход от него к усиленному надо осуществлять в том случае, если при нормальном контроле 2 из 5-ти последовательных партий были забракованы при первом предъявлении.

Переход на усиленный контроль означает, что средний уровень входного качества контролируемой продукции не соответствует заданному значению приемочного уровня качества.

Если для 10 последовательных партий сохраняется усиленный контроль, то приемка продукции прекращается до выяснения причин ухудшения качества.

Переход от усиленного контроля к нормальному осуществляют только в тех случаях, если при усиленном контроле было принято с первого предъявления не менее 5-ти последовательных партий.

Переход на нормальный контроль означает, что средний уровень входного качества не хуже заданного значения приемочного уровня качества.

Переход от нормального контроля к облегченному осуществляется, если:

10 последовательных партий были приняты с первого предъявления при нормальном контроле;

технологический процесс стабилен и выпуск продукции ритмичен;

применение облегченного контроля разрешено нормативно-техническими документами.

Переход на облегченный контроль означает, что средний уровень входного качества существенно лучше заданного значения приемочного уровня качества.

Оперативные характеристики планов контроля - вероятность принятия партии $P(q)$ в зависимости от уровня входного качества q.

12. СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ КУМУЛЯТИВНЫХ СУММ ВЫБОРОЧНОГО СРЕДНЕГО (ГОСТ 20427-75)

Он устанавливает правила и нормы статистического регулирования технологических процессов изготовления продукции при условии, что контролируемым показателем качества является непрерывная случайная величина, заведомо подчиняющаяся нормальному закону распределения с известным S . Величина S должна быть заранее определена при обработке большого количества наблюдений. Должно быть, кроме того, известно μ_0 – среднее значение параметра, $\mu_1 (\mu_{-1})$ – предельно допустимое среднее значение контролируемого параметра, при котором требуется корректировка процесса.

Данный метод статистического регулирования применяют в тех случаях, когда $\frac{\delta}{\sqrt{n}} \leq 3,5$, где $\delta = \frac{\mu_1 - \mu_0}{S}$ или $\frac{\mu_0 - \mu_{-1}}{S}$.

В противном случае применяют обычные контрольные карты.

Исходными данными являются выборочные средние

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_i .$$

Метод применяется для одностороннего критерия, когда проверяется только увеличение (или уменьшение) параметра, и двухстороннего критерия, когда ухудшение качества обусловливается двухсторонними отклонениями контролируемого параметра.

На карте по горизонтальной оси откладывают порядковые номера выборок m_i , а по вертикальной оси – значения кумулятивных сумм x_m

$$x_m = \sum_{i=1}^{m} (\bar{x}_i - K) ,$$

где $K = \frac{1}{2} (\mu_0 + \mu_1)$ или $K = \frac{1}{2} (\mu_0 + \mu_{-1})$.

Для контрольных карт кумулятивных сумм устанавливают границы регулирования и объем выборки в зависимости от величин δ, σ, L_0 и L_1 (L_0– средняя длина серии налаженного процесса; L_1 – то же разлаженного процесса; средняя длина серии – среднее число выборок, приводящих при неизменном значении параметра μ к принятию решения о наладке процесса).

СДС налаженного процесса L_0 желательно иметь максимальную

(500 - 1000), разлаженного процесса L_1 - минимальную (1,2 - 10).

При одностороннем критерии устанавливают одну предупредительную границу регулирования

$$K_+ = \mu_0 + \frac{\delta}{2} S \qquad \text{или} \qquad K_- = \mu_0 - \frac{\delta}{2} S.$$

При двухстороннем критерии устанавливают две внутренние границы регулирования.

Внешние границы и объем выборки по известным значениям L_0, L_1 и δ определяют по таблице, приведенной в ГОСТ.

Пример.

Технологический процесс обработки детали в налаженном состоянии характеризуется средним размером - 33 мм; в разлаженном состоянии - 32,4 и 33,6 мм; $S = 0,5$ мм; распределение точности - нормальное. Определить регулированный интервал и объем пробы, при которых излишняя настройка наступает через 500 час., а среднее время обнаруживания разладки - 7 час.

Предполагается, что технологический процесс непрерывный и стабильный, а отбор проб производится ежечасно.

Таким образом, $\mu_0 = 33$ мм; $\mu_1 = 33,6$ мм; $\mu_{-1} = 32,4$ мм; $S = 0,5$ мм; $L_1 = 7$; $L_0 = 500$

По таблице ГОСТ для $L_0 = 500$ и $L_1 = 7$ находим

$$\delta\sqrt{n} = 1,18 \quad \text{и} \quad \frac{h\sqrt{n}}{S} = 3,82;$$

$$\delta = \frac{33,6 - 33}{0,5} = 1,2,$$

тогда $$\sqrt{n} = \frac{1,18}{1,2} \approx 1,0; \quad n = 1,0; \quad h = \frac{3,82 \cdot S}{\sqrt{n}} = 1,91.$$

Предупредительные границы

$$K_+ = \mu_0 + \frac{\delta}{2} S = 33 + \frac{1,2}{2} \cdot 0,5 = 33,3 \text{ мм};$$

$$K_- = 33 - \frac{1,2}{2} \cdot 0,5 = 32,7 \text{ мм}.$$

13. СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ КУМУЛЯТИВНЫХ СУММ ВЫБОРОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕИВАНИЯ (ГОСТ 21406-75)

Он заключается в том, что в определенные моменты времени из потока продукции берут выборки, определяют выборочные характеристики рассеивания S_i^2 или R_i и по величине сумм $\sum_{i=1}^{m} S_i^2$ или $\sum_{i=1}^{m} R_i$ следует решить: $\sigma = \sigma_0$, т.е. процесс налажен или $\sigma = \sigma_1$, т.е. процесс разлажен.

В данном случае пользуются контрольными картами кумулятивных сумм выборочных дисперсий и контрольными картами размахов. Объем работ при контроле с применением контрольных карт кумулятивных сумм размахов $\sim$ в 1,5 раза меньше объема работ при контроле с применением контрольных карт кумулятивных сумм выборочных дисперсий.

Контрольная карта кумулятивных сумм размахов - график, по оси x которого откладываются порядковые номера выборок, а по оси y - значения кумулятивных сумм R_m,

$$R_m = \sum_{j=1}^{m} (R_j - K_R),$$

где R_j - размах j-й выборки;

K_R - величина, зависящая от σ_0 и σ_1, называется предупредительным интервалом.

На контрольной карте кумулятивных сумм выборочных дисперсий по вертикали откладывают значения кумулятивных сумм S_m,

$$S_m = \sum_{j=1}^{m} (S_j^2 - K_S),$$

K_S - предупредительный интервал.

Состояние технологического процесса оценивают по положению точки на контрольной карте, соответствующей значению кумулятивной суммы размахов (для карт размахов) или значений выборочных дисперсий (для карт дисперсий).

14. СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ КУМУЛЯТИВНЫХ СУММ ЧИСЛА ДЕФЕКТОВ ИЛИ ЧИСЛА ДЕФЕКТНЫХ ЕДИНИЦ ПРОДУКЦИИ (ГОСТ 22248-76)

Он устанавливает правила статистического регулирования технологических процессов по альтернативному признаку в массовом, крупносерийном и серийном производстве при условии, что контролируемым показателем качества является число дефектов или дефектных единиц продукции в выборке.

Его сущность заключается в корректировке технологических процессов в ходе производства по результатам выборочного контроля продукции по накопленному числу дефектов или дефектных единиц продукции в последовательности выборок.

Число дефектов или дефектных единиц продукции является случайной величиной, которая распределена по закону Пуассона или по биномиальному закону.

По горизонтальной оси графика откладываются порядковые номера выборок, а по вертикальной оси - значения кумулятивных сумм числа дефектных единиц или числа дефектов x_m, т.е. сумму числа дефектных единиц или числа дефектов во всех предшествующих или текущих выборках.

На контрольной карте наносят предупредительную границу и границу регулирования. Решение о наладке процесса принимают на основании значений кумулятивной суммы числа дефектных единиц или числа дефектов в выборке.

15. МЕТОД БАЛЛЬНЫХ ОЦЕНОК КАЧЕСТВА ВЫПОЛНЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ОПЕРАЦИИ (МЕТОДИКА)

Труд исполнителей в условных количественных показателях - баллах. Техническими службами предприятий разрабатывается шкала балльных оценок, определяющая порядок назначения баллов за качество выполненной одной или группы технологических операций.

Целесообразно начинать внедрение метода с оценки качества работы контролеров и мастеров ОТК.

В конце месяца выводится средний балл за месяц, как среднее арифметическое. Средний балл за месяц служит основанием для начисления контролеру или мастеру ОТК месячной премии.

16. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА ТОЧНОСТИ МЕХАНООБРАБОТКИ

16 I. Некоторые законы распределения, используемые в машиностроении

Рассмотренный ранее закон нормального распределения (закон Гаусса) отражает распределение погрешностей при механической обработке деталей с точностью 8, 9 и 10-го квалитетов и грубее / 9 /.

При более точной обработке распределение размеров обычно подчиняется другим законам.

При обработке с точностью 7-го и 8-го, иногда и 6-го, квалитетов распределение размеров часто подчиняется закону Симпсона (закону равнобедренного треугольника) (рис. 20).

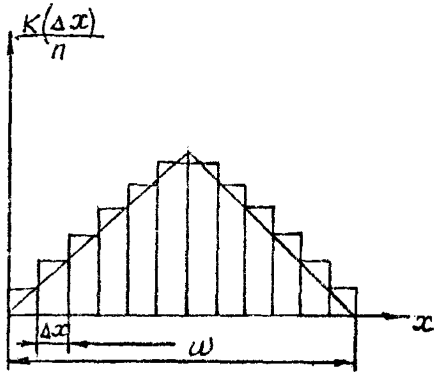

Рис.20. Распределение размеров частости $K(\Delta x)$ попадания в интервал Δx по закону Симпсона. n –общее количество заготовок в обрабатываемой партии

Поле рассеивания в этом случае определяется соотношением

$$\omega = 2\sqrt{6}\,\sigma \approx 4{,}9\sigma .$$

Среднее квадратическое отклонение определяется по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_p)^2 K_i} .$$

Здесь $x_{cp} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i K_i$ – среднее взвешенное арифметическое значение действительных размеров в партии. x_i – текущий действительный размер; K_i – частота (количество заготовок, попадающих в интервал Δx размеров).

Если рассеивание размеров зависит только от переменных систематических погрешностей (например, от износа инструмента), то распределение их подчиняется закону равной вероятности (рис. 21).

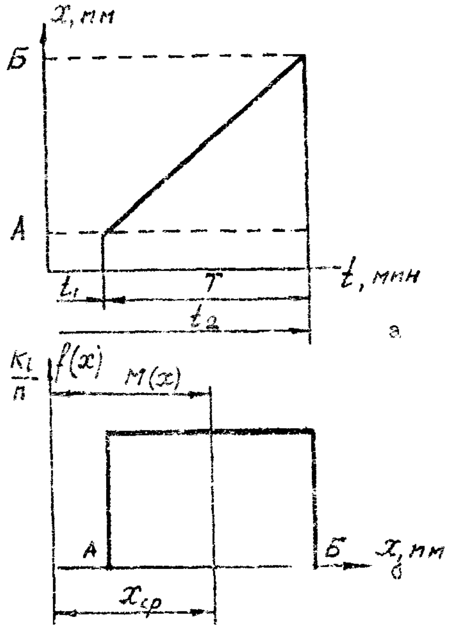

Рис.21. Распределение размеров при равномерном износе инструмента за время Т. а-изменение от А до Б размеров во времени, б-распределение частостей K_i попадания заготовок в интервал размеров от А до Б

Таким образом, если непрерывная случайная величина x при испытаниях принимает все значения интервала (А – Б) с одинаковой плотностью вероятности, то это распределение графически будет выражаться в виде прямоугольника с основанием АБ и высотой $f(x) = const$.

Такой закон распределения непрерывной случайной величины называется законом равной вероятности, а само распределение – равномерным.

При интервале изменений случайной величины x от А до Б

$$P(A < x < Б) = \int_A^Б f(x)dx.$$

Следовательно, $(Б-А)f(x)=1,0$.

Уравнение дифференциальной функции распределения или плотности вероятности имеет вид

$$\left.\begin{aligned} f(x)&=\frac{1}{Б-А}\ (А\leq x\leq Б)\\ f(x)&=0\ \ (x>Б;\ x<А) \end{aligned}\right\}$$

Закон равной вероятности имеет 2 параметра: $Mx=\bar{x}$ и σ^2.

$$Mx=\int_a^в x f(x)dx=\frac{1}{Б-А}\int_А^Б x dx=\frac{Б+А}{2};$$

$$\sigma^2=\int_А^Б (x-Mx)^2 f(x)dx=\frac{1}{Б-А}\int_А^Б\left(x-\frac{Б+А}{2}\right)^2 dx=$$

$$=\frac{(Б-А)^2}{12};\qquad \sigma=\sqrt{\frac{(Б-А)^2}{12}}=\frac{Б-А}{2\sqrt{3}}.$$

Интегральная функция равномерного распределения выражается следующим уравнением:

$$F(x)=\int_a^x f(x)dx=\int_А^x\frac{dx}{Б-А}=\int_А^0\frac{dx}{Б-А}+\int_0^x\frac{dx}{Б-А}=\frac{x-A}{Б-А}.$$

Если $x<A$, то $F(x)=0$

Если $x\geq Б$, то $F(x)=1,0$

Если $A=-Б$, $M(x)=0$, то $\int_A^0\frac{dx}{Б-А}=\frac{1}{2}$

и для этого случая интегральная функция примет вид

$$F(x)=\frac{1}{2}+\frac{x}{Б-А}.$$

Площадь прямоугольника (рис. 21б) равна единице. Это означает 100%-ную вероятность появления размера в интервале от А до Б. В этом случае поле рассеивания

$$\omega=2\sigma\sqrt{3}\simeq3,46\sigma.$$

Закон равной вероятности распространяется на распределение размеров заготовок повышенной точности (5 – 6-й квалитеты и выше) при их обработке методом пробных ходов.

Закон биноминального распределения.

Если вероятность события A постоянна в серии независимых испытаний и равна p, то вероятность появления события A ровно K раз в n испытаниях будет равна

$$P(n;k)=\frac{n!}{k!\,(n-k)!}\,p^{k}q^{n-k}.$$

Математическое ожидание M_k и дисперсия σ_k^2 биноминального распределения равны

$$M_k=n\cdot p\ ;\quad \sigma_k=n\cdot p\cdot k.$$

Пример. На участке есть несколько одинаковых станков, коэффициент использования которых во времени – 0,7. Какова вероятность того, что в середине смены из 6-ти таких станков будут работать только три, а три – не работать?

Здесь $p=0{,}7;\ q=0{,}3;\ n=6;\ k=3;$

$$P(6,3)=\frac{6!}{3!\,3!}\,0{,}7^{3}\cdot 0{,}3^{3}=0{,}185.$$

Закон редких событий (Пуассона)

Если вероятность p события A очень мала ($p\leq 0{,}1$), а число испытаний велико, то вероятность того, что событие A наступит K раз в n испытаниях, будет равна

$$P(n,k)=\frac{a^{k}}{k!}\,e^{-a},$$

где $a=np=M_k$ – математическое ожидание числа K.

Когда число испытаний n велико, а p мало, то закон биноминального распределения и закон редких событий практически совпадают (в случае, если $p\leq 0{,}1$ и $np<4$).

Для этого распределения дисперсия численно равна математическому ожиданию.

Этот закон применяется для выборочного контроля готовой продукции, когда по техническим условиям в принимаемой партии продукции допускается небольшой процент брака и поэтому всегда $p \leq 0{,}1$, а объем выборки n берут таким, чтобы было $np < 4$.

Закон нормального распределения.

Этому закону подчиняются многие непрерывные случайные величины, например, ошибки измерения, высота микронеровностей на поверхности, колебание размеров при станочной обработке и др.

Плотность вероятности (дифференциальная функция) распределения случайной величины непрерывного типа имеет выражение

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}.$$

Как отмечалось ранее, с изменением $\bar{x}$ (математическое ожидание) форма кривой не изменяется, но изменяется ее положение относительно начала координат. С изменением σ положение кривой не изменяется, но изменяется ее форма.

С уменьшением σ кривая становится более вытянутой и ветви ее сближаются; с увеличением σ кривая становится более низкой, а ветви ее раздвигаются вширь.

Интегральный закон нормального распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}.$$

Если случайная величина x следует нормальному закону, то она может принимать любые численные значения в пределах $\pm\infty$, поэтому

$$P(-\infty < x < +\infty) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} dx = 1{,}0.$$

Обозначив $\frac{x-\bar{x}}{\sigma} = t$ и, учитывая, что $x = t\sigma + \bar{x}$; $dx = \sigma dt$, получим

$$P(x_1 < x < x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Интеграл $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}}dt = \phi(t)$ называется нормированной функцией Лапласа и его значения для различных t приведены в соответствующих таблицах.

В технике и других прикладных науках считают, что практическая зона рассеивания случайной величины x, подчиняющейся закону нормального распределения, лежит в пределах $\bar{x} \pm 3\sigma$.

Вероятность того, что значения x лежат в пределах x_a и x_b

$$P(x_a < x < x_b) = \phi(t_2) - \phi(t_1).$$

Так как $x_a = \bar{x} - 3\sigma$; $x_b = \bar{x} + 3\sigma$,

а $t_1 = \frac{x_a - \bar{x}}{\sigma} = \frac{\bar{x} - 3\sigma - \bar{x}}{\sigma} = -3$;

$t_2 = \frac{x_b - \bar{x}}{\sigma} = \frac{\bar{x} + 3\sigma - \bar{x}}{\sigma} = 3.$

Значит

$$P(\bar{x} - 3\sigma < x < \bar{x} + 3\sigma) = \phi(3) - \phi(-3) = 2\phi(3).$$

По соответствующей таблице $2\phi(3) = 0{,}9973$. Таким образом, вероятность q появления случайной величины вне указанного интервала $q = 1 - P = 1 - 0{,}9973 = 0{,}0027$,
т.е. очень мала.

Закон эксцентриситета (закон Релея) отражает распределение величин, характеризующихся их абсолютными значениями (т.е. без учета знака). К этим величинам относятся: эксцентриситет, биение, разностенность, непараллельность, неперпендикулярность. Пример формирования распределения случайной величины по закону Релея можно видеть на примере эксцентриситета втулки (рис. 22).

Закон распределения Релея однопараметрический. Уравнение кривой распределения имеет вид

$$f(r) = \frac{r^2}{\sigma_0^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_0^2}}.$$

Интегральный закон распределения эксцентриситета имеет вид

$$F(r) = \frac{1}{\sigma_0^2}\int_0^R e^{-\frac{r^2}{2\sigma_0^2}}dr = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma_0^2}}.$$

Графически закон распределения $f(r)$ представлен на рис. 22б.

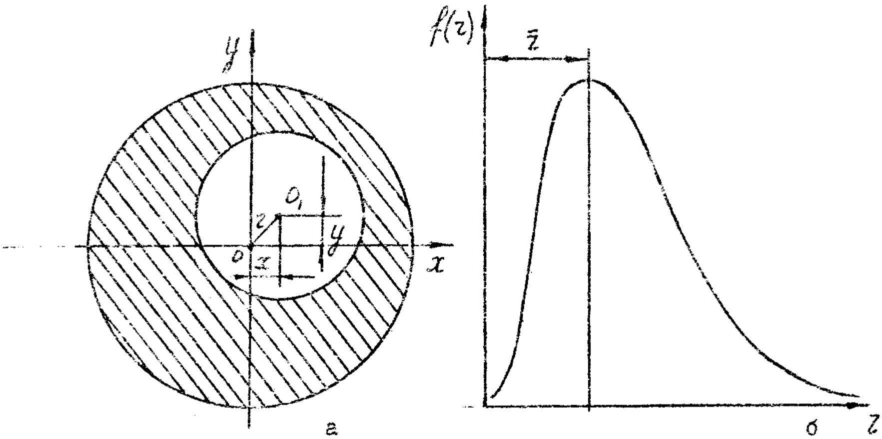

Рис.22. Формирование эксцентриситета $r=\sqrt{x^2+y^2}$ втулки, подчиняющегося закону Релея при двумерном гауссовском распределении двух случайных величин x и y с параметрами $x_{ср}=y_{ср}=r_{ср}=0$; $\sigma_x=\sigma_y=\sigma_0$, а-эксцентриситет втулки, б-график функции закона распределения Релея

Среднее арифметическое $r_{cp} = \bar{r}$ переменной случайной величины такой как эксцентриситет и т.п., ее среднее квадратическое отклонение σ_r и среднее квадратическое отклонение σ_o значений координат x и y (см. рис. 22а) конца радиуса-вектора r связаны соотношениями:

$$\sigma_o = \frac{\sigma_r}{0,655}; \quad r_{cp} = \bar{r} = 1,92$$

$$\sigma_r = 1,253\,\sigma_o.$$

Поле рассеивания определяется соотношениями

$$\omega = 5,252\,\sigma_r; \quad \omega = 3,44\,\sigma_o.$$

Отклонения расположения и формы определяются абсолютными значениями разности двух значений (овальность, конусообразность) (рис. 23).

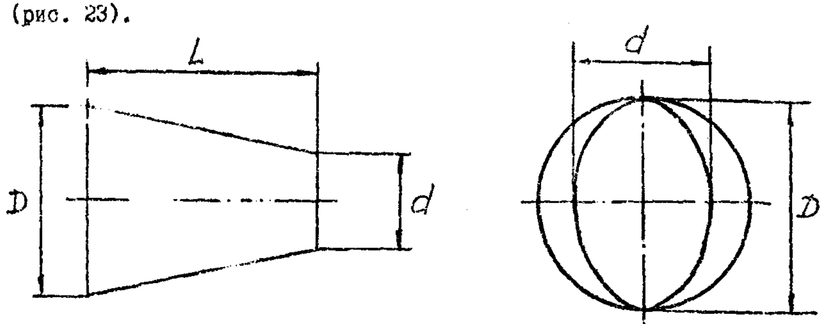

Рис.23. К определению конусности и овальности

Закон распределения модуля разности

Если две случайные величины x_1 и x_2 имеют нормальное распределение с параметрами $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$ и $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_o^2$, то модуль разности этих величин $r = |x_1 - x_2|$ имеет распределение, которое называется распределением модуля разности. Этому закону подчиняются погрешности взаимного расположения поверхностей и осей и погрешности формы деталей: овальность, конусность и т.д. Плотность вероятности или дифференциальная функция выражается следующим уравнением:

$$f(z) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(z-\bar{x}_0)^2}{2\sigma_0^2}} + e^{-\frac{(z+\bar{x}_0)^2}{2\sigma_0^2}} \right],$$

где $\bar{x} = |x_1 - x_2|$ и σ_0 являются параметрами распределения модуля разности z.

Интегральная функция имеет выражение

$$F(z) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \int_0^z \left[e^{-\frac{(z-x_0)^2}{2\sigma_0^2}} + e^{-\frac{(z+\bar{x}_0)^2}{2\sigma_0^2}} \right] dz.$$

Заменив в последних уравнениях

$$\rho = \frac{z}{\sigma_0}; \quad \rho_0 = \frac{\bar{x}_0}{\sigma_0}; \quad d\rho = \frac{1}{\sigma_0} dz,$$

получим

$$f(\rho) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(\rho-\rho_0)^2}{2}} + e^{-\frac{(\rho+\rho_0)^2}{2}} \right].$$

Вид распределения $f(\rho)$ зависит от ρ_0 (рис. 24).

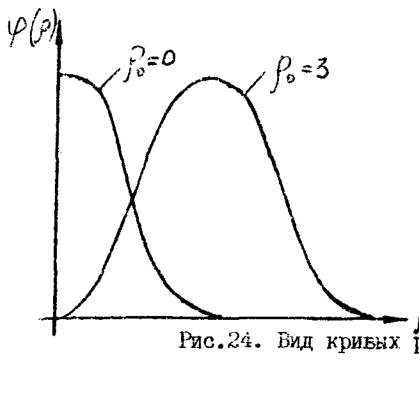

Рис.24. Вид кривых распределения φ_ρ при $\rho_0 = 0$ и $\rho_0 = 3$

При $\rho = 0$ кривая асимметрична, при $\rho_0 = 3$ она совпадает с кривой нормального распределения. Если обозначить $\rho - \rho_0 = t_1$ и $\rho + \rho_0 = t_2$, то последнее уравнение можно записать в виде

$$F(\rho) = \phi(\rho - \rho_0) + \phi(\rho + \rho_0) = \phi(t_1) + \phi(t_2),$$

т.к. каждое слагаемое этого уравнения является функцией Лапласа

$$\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e \int_0^t e^{-t^2} dt.$$

Далее определяется $\lambda_0 = \frac{\bar{z}}{\sigma_z}$,

где $\bar{z}$ – среднее значение ;

σ_z – среднее квадратическое отклонение случайной величины z;

$\bar{z}$ и σ_z определяются по экспериментальным данным. По значению λ_0 по соответствующим таблицам определяются величины ρ_0 и σ_ρ.

Зная ρ_0 и σ_ρ, можно определить параметры данного распределения

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_z}{\sigma_\rho} \quad \text{и} \quad \bar{x} = \rho_0 \sigma_0.$$

16. 2. Композиция законов распределения

Нахождение закона распределения суммы по законам распределения независимых слагаемых называется композицией законов распределения слагаемых.

Если два независимых случайных слагаемых x и y имеют плотности распределения соответственно $f(x)$ и $f(y)$ и их сумма $z = x + y$, то плотность распределения суммы

$$f(z) = \int_0^\infty f(x) f(z-x) dx = \int_0^\infty f(y) f(z-y) dy,$$

где $z = x + y$; $y = z - x$ и $x = z - y$.

Согласно последнему уравнению плотность вероятности композиции данных законов

$$f(z) = \int_a^b f(y) f(z-y) dy = \frac{1}{b-a} \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{(z-y-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} dy.$$

Если подставить $t = \dfrac{z - y - \bar{x}}{\sigma}$,

то уравнение примет вид

$$f = \frac{1}{b-a} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{b-a} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Big[\int_0^{t_2} e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \int_0^{t_1} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \Big].$$

Так как $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \displaystyle\int_0^{t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \phi(t)$, то

$$f(z) = \frac{1}{b-a} [\phi(t_2) - \phi(t_1)].$$

Среднее значение для x равно $\bar{x}$, для $y - \bar{y} = \dfrac{b+a}{2}$ среднее значение для закона композиции

$$\bar{z} = \bar{x} + \bar{y} = \bar{x} + \frac{b+a}{2}.$$

Дисперсия закона композиции

$$\sigma_z = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 = \sigma_x^2 + \frac{(b-a)^2}{12}.$$

Практический смысл композиции законов распределения заключается в суммировании погрешностей. Размеры обработанных деталей формируются при одновременном воздействии нескольких разных факторов. При этом случайные погрешности подчиняются разным законам распределения, представляющим собой композицию нескольких законов. Суммарное влияние систематической и случайной погрешностей было рассмотрено ранее. Примером такого распределения размеров может быть также в процессе развертывания партии деталей. В этом случае рассеивание диаметров подчиняется нормальному закону. При износе развертки характер рассеивания не меняется (все условия обработки остаются прежними). Однако вершина кривой рассеивания смещается на величину разности диаметров старой и новой. Поле суммарного рассеивания партии деталей также расширяется на величину этой разности. Кривая распределения может иметь несколько вершин разной высоты, соответствующих числу настроек и количеству заготовок, обработанных о каждой настройки.

Как уже отмечалось, систематические погрешности складываются алгебраически. Поэтому в результате их суммирования может быть не только увеличение, но и уменьшение, связанное с взаимной компенсацией отдельных составляющих. Например, удлинение резца в результате нагрева, может быть скомпенсировано его износом. Систематическая погрешность со случайной складывается арифметически. Случайные погрешности, не подчиняющиеся закону Гаусса, при отсутствии доминирующей погрешности определяются в соответствии с выражением

$$\omega = \sqrt{(K_1 \omega_1)^2 + (K_2 \omega_2)^2 + \ldots (K_n \omega_n)^2},$$

где $\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_n$ – поля рассеивания суммарных случайных погрешностей;

$K_1, K_2, \ldots K_n$ – коэффициенты относительного рассеивания случайных величин. Они показывают во сколько раз отличается фактическое рассеивание значений i-й погрешности от величины рассеивания ее при нормальном распределении с тем же значением. Для закона нормального распределения $K = 1{,}0$; для закона Симпсона $K = 1{,}2$; для закона равной вероятности $K = 1{,}73$.

В большинстве случаев механообработки точность размеров деталей зависит от большого числа близких по величине и независимых друг от друга случайных причин. Они подчиняются закону Гаусса. Переменные же систематические погрешности, возникающие вследствие равномерного износа инструмента могут быть оценены законом равной вероятности, степенным законом и др.

Композиции законов Гаусса с законом равной вероятности создают кривые различной формы, зависящие от степени воздействия. Для такой оценки предлагается / 9 / рассматривать некоторую функцию

$$a(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a_0-c_t)^2}{2\sigma^2}},$$

где σ – среднее квадратическое отклонение Гауссова распределения, формирующего функцию $a(t)$, a_0 – среднее арифметическое значение размера в начальный момент времени. Форма кривой распределения такой композиционной временной функции зависит от соотношения $\lambda_a=\frac{l}{\sigma}$. Линейную функцию $a(t)$ можно представить в виде

$$a(t)=a_0+2lt=a_0+2\lambda_a\sigma\cdot t.$$

Среднее арифметическое значение размера $L_{ср}=a_0+l=a_0+\lambda_a\sigma$.
Среднее квадратическое отклонение σ_a функции $a(t)$

$$\sigma_a=\sigma\sqrt{1+\frac{1}{3}\lambda_a^2}.$$

На рис. 25 представлены нормированные кривые распределения функции $a(t)$ при различных λ_a / 9 /. Вид кривой соответствует нормальному распределению при $l\to 0$ и $\lambda_a=0$. Распределение равной вероятности (функция соответствует прямоугольнику) будет при $\lambda_a=\infty$ и $\sigma\to 0$. Поле рассеивания функции $a(t)$ зависит от параметра λ_a. При $\lambda_a=3$, $\omega=4{,}74\sigma_a$; при $\lambda_a=6$, $\omega=4{,}14\sigma_a$; при $\lambda=10$ $\omega=3{,}766_a$.

Каждому виду обработки свойственна своя величина рассеивания размеров, характеризуемая своим полем рассеивания. Однако и внутри данного вида обработки значение ω изменяется в зависимости от конструкции, типоразмера и состояния станка (его точности, жесткости). Совершенствование конструкций технологического оборудования может вызвать существенную переоценку установившихся представлений о рассеивании размеров.

Рассеивание размеров в каждый момент времени определяется факторами, не зависящими от нагрузки (зазором или натягом в подшипниках шпинделя, неравномерностью снимаемого припуска), но оказывающими влияние на силовую нагруженность технологической системы.

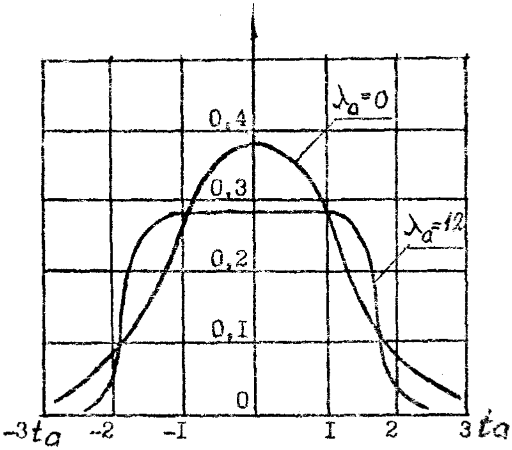

Рис.25. Влияние λ_a на форму кривой функции $a(t)$/9/

Каждый из таких факторов проявляет свое действие независимо друг от друга, формируя суммарное поле рассеивания.

Немаловажное влияние на формирование суммарного поля рассеивания размеров в обрабатываемой партии оказывают также погрешности установки, базирования, закрепления деталей в приспособлении. Поэтому общее поле рассеивания размеров в партии, обработанных на станке по методу автоматического получения размеров, выражается формулой / 9 /.

$$\omega = 1,2\sqrt{\omega_м^2 + \omega_\delta^2 + \omega_з^2 + \omega_{пр}^2 + \omega_{рег.}^2 + \omega_{изм}^2 + \omega_{см}^2}\ .$$

Здесь I, 2 - коэффициент, соответствующий распределению Симпсона. Он используется для того, чтобы учесть возможные на практике отступления распределений отдельных составляющих от закона Гаусса. Он используется для некоторой "гарантии точности".

$\omega_м$, ω_δ , $\omega_з$, $\omega_{пр}$, $\omega_{рег}$, $\omega_{изм}$, $\omega_{см}$ - поля рассеивания, обусловленные соответственно мгновенным рассеиванием, погрешностью базирования, закрепления, погрешностью приспособления, погрешностью регулирования, измерения и смещения уровня настройки. Различают погрешность установки

$$\Delta_y = \omega_y = 1{,}2\sqrt{\omega_б^2 + \omega_з^2 + \omega_{пр}^2};$$

Суммарную погрешность настройки

$$\Delta_н = \omega_н = 1{,}2\sqrt{\omega_{рег}^2 + \omega_{изм}^2}.$$

Тогда суммарное поле рассеивания имеет вид

$$\omega = 1{,}2\sqrt{\omega_y^2 + \omega_н^2 + \omega_м^2}.$$

При настройке станка по пробным заготовкам на погрешность настройки оказывает влияние величина смещения центра группирования групповых средних, которая определяется

$$\omega_{см} = \frac{\omega_м}{\sqrt{K}}.$$

Тогда погрешность настройки

$$\omega_н = \Delta_н = 1{,}2\sqrt{\omega_{рег}^2 + \omega_{изм}^2 + \omega_{см}^2}.$$

K - число пробных заготовок, по которым производят настройку станка.

Общая погрешность обработки $\Delta_{обр}$ включает в себя все поля рассеивания размеров под влиянием причин случайного характера, а также систематические и переменные систематические, т.е.

$$\Delta_{обр} = 1{,}2\sqrt{\omega_м^2 + \omega_д^2 + \omega_н^2} + \Delta_{сист}.$$

Как отмечалось ранее $\Delta_{сист.}$ представляет собой алгебраическую сумму неустранимых при настройке станка систематических погрешностей.

16.3. Практическое применение законов распределения

Рассмотренные законы распределения могут использоваться с учетом особенностей того или иного производства, состояния оборудования и т.д. К таким особенностям могут быть отнесены следующие:

отсутствие на предприятии станка с требуемой высокой точностью;

необходимость обработки с большой производительностью, но на менее точном станке;

когда соотношение поля рассеивания ω меньше допуска δ не выполняется, а допустить появление брака нельзя (точные и дефицитные заготовки, дорогой материал и т.д.).

Как отмечалось ранее надежность обеспечения требуемой точности характеризуется запасом точности операции. Если поле рассеивания размеров на данной операции превосходит поле допуска $\omega > \delta$ возможно появление брака.

<u>Пример</u> I [9] .

На револьверном станке обрабатывается партия валов n =300 шт. Допуск на обработку δ =0,10 мм. Материал резца позволяет влияние его износа не учитывать. Настройка станка позволяет обеспечивать симметричное расположение кривой распределения по отношению к полю допуска (рис.26). По результатам замеров к=75 шт пробных заготовок эмпирическая величина среднего квадратического отклонения S =0,02мм. Определить количество годных и бракованных заготовок.

Решение. I. Принимаем отсутствие преобладающих систематических погрешностей. Тогда распределение подчиняется закону Гаусса (рис. 26а).

2. Оцениваем среднее квадратическое отклонение S по данным непосредственных измерений S =75 шт. по формуле $\sigma = \rho \cdot S$. Коэффициент ρ, учитывающий погрешность определения среднеквадратического отклонения при любых размерах партий измеренных заготовок находим по табл.2.3 /9/ ρ =1,25. Тогда $\sigma = \rho \cdot S$ =1,25х0,02=0,025 мм.

3. Определяем поле фактического рассеивания по формуле $\omega = 6S$ = 6х0,025=0,15 мм., т.е. 0,15 0,10, т.к. $\omega > \delta$ возможен брак.

4. Определяем $x_0 = \frac{\delta}{2} = \frac{0,1}{2} = 0,05$ мм

и $t = \frac{x_0}{\sigma} = \frac{0,05}{0,025} = 2,0$. Следовательно,

$\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0,4772$ (см. Приложение I /9/), что состав-

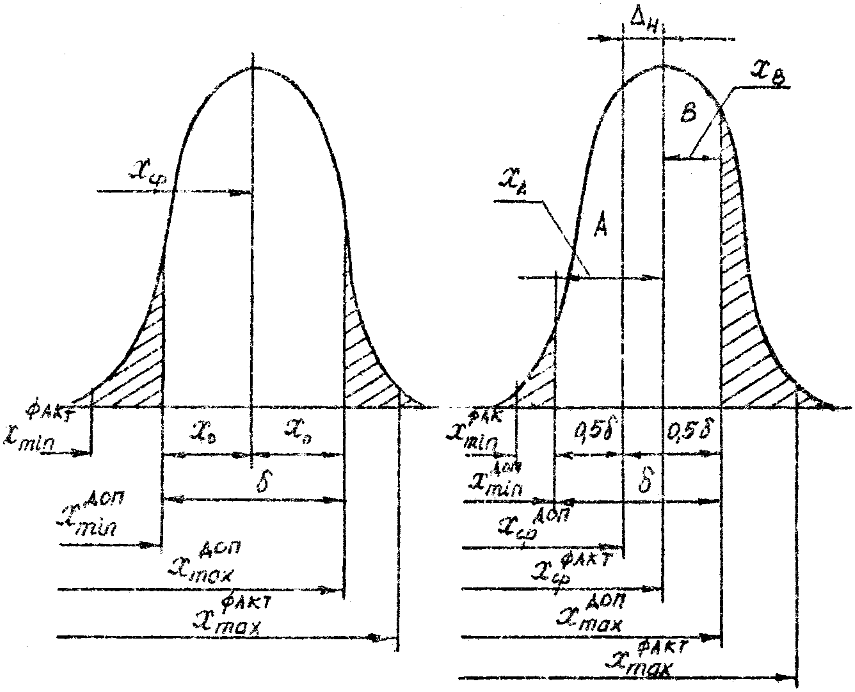

Рис.26. К оценке вероятного брака при симметричном (а) и несимметричном (б) расположении поля рассеивания относительно середины поля допуска /9/

ляет 47,72 % годных заготовок от половины всей партии (функция Лапласа решена от 0 до X_y). Для всей партии количество годных деталей составит 95,44 % или 286 шт. Бракованных будет 4,56 % или 14 штук.

Пример 2.

При тех же условиях определить количество годных и бракованных деталей, малых и чрезмерно больших заготовок, а также общее количество брака, если погрешность настройки смещает положение вершины кривой распределения вправо от середины поля допуска на 0,02 мм (по рис. 26б).

Решение. I. Определяем x_A и t_A по площади А.

$$x_A = \frac{\delta}{2} + \Delta_H = 0{,}05 + 0{,}02 = 0{,}07\ ; \qquad t_A = \frac{x_A}{\sigma} = \frac{0{,}07}{0{,}025} = 2{,}8 .$$

В соответствии с Приложением I /9/ находим $\Phi(t_A) = 0{,}4974$, т.е. 49,74 % заготовок будут годными и 0,26 % или одна заготовка, бракованных по причине слишком малого размера.

2. Находим значения x_B и t_B по площади В (см. рис. 26б).

$$x_B = \frac{\delta}{2} - \Delta_H = 0{,}05 - 0{,}02 = 0{,}03 ,$$

$$t_B = \frac{x_B}{\sigma} = \frac{0{,}03}{0{,}025} = 1{,}2 .$$

Тогда $\Phi(t) = 0{,}3849$, т.е. 38,49 % деталей годных и 11,52 % или 34,5 шт бракованных по причине слишком больших размеров.

3. Общее количество годных заготовок: 49,74+38,49=88,23 % или 255 штук. Общее количество бракованных: 0,26+11,51=11,77 % или 35 штук.

Пример.

На револьверном станке обрабатывают 300 штук валов из стали 45. Размеры заготовок Ø 25 x 40 мм. Допуск на обработку $\delta = 0{,}1$ мм. Материал резца- Т30К4. Режимы резания: $V = 150$ м/мин, подача $S = 0{,}08$ мм/об; $t = 0{,}5$ мм. Также как и в предыдущих примерах по пробной партии заготовок экспериментально установлено и подсчитано, что рассеивание размеров заготовок при обработке на данном станке характеризуется средним квадратическим отклонением $\sigma = 0{,}025$ мм. Определить количество годных и бракованных деталей при условии, что настройка станка обеспечивает симметричное расположение кривой рассеивания относительно середины поля допуска.

Решение.

Так как из-за износа резца при обработке 300 шт заготовок происходит непрерывное смещение вершины кривой рассеивания Гаусса вправо (в сторону увеличения размеров), полагаем, что фактическое распределение размеров подчиняется функции $a(t)$ и по условию задачи соответствует схеме изображенной на рис.27.

I. Смещение центра группирования происходит из-за износа резца. Для условий, изложенных в примере по табл.2.I. /9, стр.38/ находим относительный износ $U_0 = 6{,}5\ \frac{мкм}{км}$. Путь резания определим из соотношения

$$L = \frac{\pi D l}{1000 S} n = \frac{\pi \cdot 25 \cdot 40}{1000 \cdot 0{,}08} \cdot 300 = 11775\ м.$$

Износ определится из условия равномерной (линейной) зависимости между путем резания и величиной износа

$$U = U_0 \frac{L + L_{доп}}{1000} = 0{,}0065\ \frac{11775 + 1000}{1000} = 0{,}083\ мм.$$

Смещение центра группирования $2l = 2 \cdot U = 0{,}166$ мм.

Также, как и при нормальном законе распределения вероятное количество бракованных деталей определяется суммой заштрихованных площадей (см. рис.27), ограниченных кривой $a(t)$, при симметричном расположении кривой распределения по отношению к середине поля допуска (рис.26а) или величиной заштрихованного участка этой площади при одностороннем выходе бракованных деталей за пределы поля допуска (рис.26б). Здесь также как и ранее функцию $a(t)$ выражают в нормированном виде с помощью нормированного параметра распределения

$$t_a = \frac{x - \bar{x}}{\sigma_a} = \frac{x_0}{\sigma_a},$$

где σ_a – среднее квадратическое отклонение функции.

Функция $a(t) = \phi(t_a \lambda_a)$ тобулирована в Приложении 2 /9/. По установленным значениям t_a и x_a находят $\phi(t_a \lambda_a)$, выражающую в долях единицы половину общего числа годных заготовок (незаштрихованный участок площади на рис.26, расположенный по одну сторону от середины поля допуска). Общее количество бракованных деталей определяют по формуле

$$Q_{БР} = 100\%[1 - 2\phi(t_a \lambda_a)].$$

2. Для рассматриваемого примера имеем

$$\lambda_a = \frac{l}{\sigma} = \frac{0{,}083}{0{,}025} = 3{,}32.$$

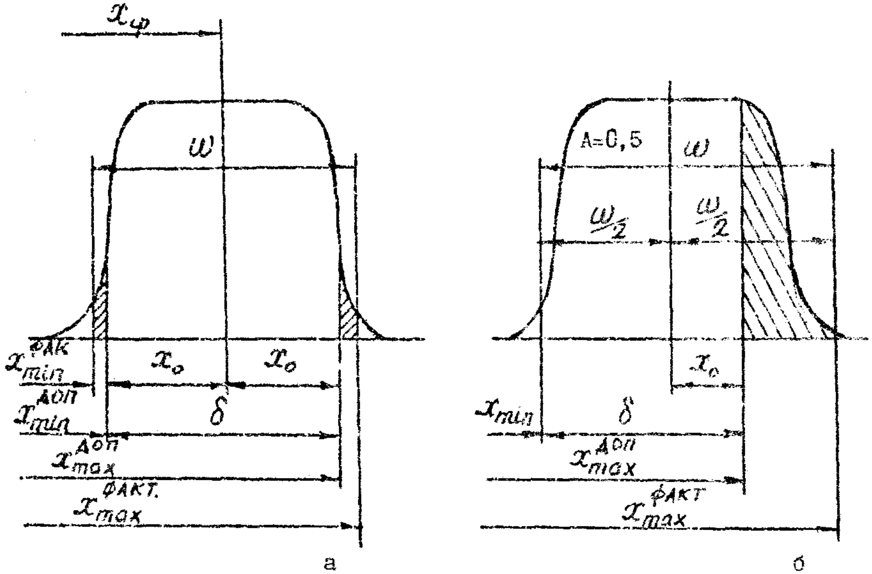

Рис.27. К определению количества вероятного брака при симметричном (а) и несимметричном (б) расположении поля рассеивания, ограниченного кривой функции $\alpha(t)$ относительно середины поля допуска /9/

3. Среднее квадратическое отклонение функции $a(t)$ определяем как для кривой распределения композиционной временной функции

$$\sigma_a=\sqrt{\sigma^2+\frac{\ell^2}{3}}=\sigma\sqrt{1+\frac{1}{3}\lambda_a^2}=0{,}025\sqrt{1+\frac{1}{3}(3{,}32)^2}=$$
$$=0{,}054\ мм.$$

4. Поле рассеивания для $a(t)$ при $\lambda_a=3$ определим из соотношения /9/ : ω =4,74х0,054=0,256 мм

Таким образом $\omega>\delta$;0,256мм > 0,I мм. В связи с этим обработка всей партии без брака требует подналадки станка.

Количество вероятного брака определяется параметром

$$t_a=-\frac{x_o}{\sigma_a}=\frac{0{,}05}{0{,}054}=0{,}926.$$

Количество годных деталей при λ_a=3,0 ; t_a =0,926 находим по Приложению 2 /9/ $Q=2\varphi(t_a,\lambda_a)$=2 х 0,2969=0,5938, т.е. 59,38 % от всей партии или I78 штук. деталей. Тогда количество бракованных деталей определяется 40,62 % или I22 штуки.

Сравнение рассмотренных примеров указывает на то, что при одновременном влиянии случайных гауссовских переменных и систематических погрешностей брак увеличивается от 4,56 % (I4 заготовок) при только гауссовском распределении до 40,6 % (I22 заготовки) при распределении, соответствующем функции $a(t)$.

Одним из путей снижения брака в данном случае может быть снижение относительного износа U_o путем замены резца на эльборовый, который по сравнению с твердосплавным не только обеспечивает повышение точности, но и способствует повышению производительности за счет увеличения скорости резания.

При одностороннем расположении бракованных деталей (рис. 26б) общее количество брака больше, чем при симметричном (рис. 26в).

Пример.

Рассчитать вероятный процент брака по эксцентриситету между двумя шейками ступенчатого вала, если допуск на биение 0,08 мм. В результате непосредственных измерений первых 25 штук заготовок установлено среднее квадратическое отклонение эксцентриситета S_z=0,009 мм.

Решение.

Определяем расчетное значение среднего квадратического отклонения эксцентриситета /9/.

$$\sigma_z = \rho \cdot S_z = 1,4 \times 0,009 = 0,0126 \text{ мм.}$$

Фактическое поле рассеивания

$$\omega = 5,252 \times \sigma_z = 5,252 \times 0,0126 = 0,0662 \text{ мм.}$$

Допуск на эксцентриситет, равный половине допуска на биение (δ_z =0,04 мм) значительно меньше фактического поля рассеивания ($\delta_z < \omega$), поэтому вероятно возникновение брака. При $x_o = \delta_z$ = 0,04 мм и

$$t = \frac{0,655\,\delta_z}{\sigma_z} = \frac{0,655 \cdot 0,04}{0,0126} = 2,08.$$

В соответствии с Приложением 3 /9/ имеем $\Phi(t)$ =0,8851, т.е. количество годных заготовок составляет 88,51% и количество брака - 11,49 %.

Иногда производят смещение вершины кривой распределения на некоторую величину вправо от середины поля допуска, чтобы все валы, выходящие за пределы допуска, имели размер больше чертежного и после дополнительной операции могли стать годными. Эта необходимость часто связана с отсутствием станка требуемой точности или при необходимости выполнения данного задания на высокопроизводительном станке, но менее точном. Когда $\omega < \delta$ не выполняется и возможен брак, но допустить появления окончательного брака нельзя по экономическим или другим соображениям. В этом случае при обработке отверстий поступают также, но размер должен быть меньше номинального. Для чего при настройке станка кривую распределения размеров отверстий следует сместить на величину влево по отношению к середине поля допуска, чтобы полностью исключить возможность появления неисправимого брака, размер смещения вершины кривой распределения увеличивают на величину погрешности $\Delta_н$ настройки станка. При этом общее количество заготовок, требующих дополнительной обработки возрастает. Из рис. 28 видно, что количество заготовок, требующих дополнительной обработки определяется по значению x_B (для валов) и x_A (для отверстий), т.е. $x_A = x_B = \delta - 3\sigma - \Delta_H$.

Затем определяют параметр

$$t = (x - \bar{x})\frac{1}{\sigma} = \frac{x_o}{\sigma}.$$

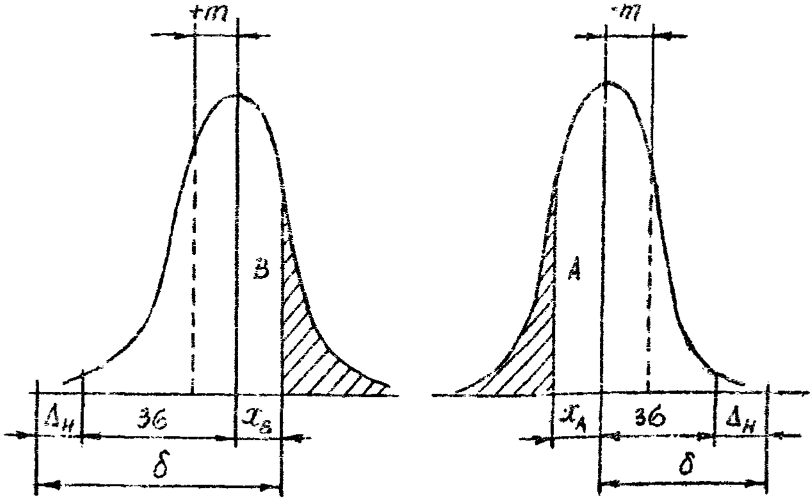

Рис.28. Настройка станка на размер для обработки валов (а) и отверстий (б) с исправимым браком /9/

Находят $t_A (t_B)$ по таблице Приложения I /9/, рассчитывают $\phi(t_A)$ или $\phi(t_B)$ и тем самым определяют размеры площадей A или B. Количество заготовок $Q_{доп}$ в %, требующих дополнительной обработки определяют по формуле

$$Q_{доп.} = [0{,}5 - \phi(t)]\,100\%.$$

Пример.

Определить количество заготовок, требующих дополнительной обработки при $\delta = 0{,}1$ мм, $\sigma = 0{,}025$ мм и $\Delta_H = 0{,}02$ мм.

Решение.

1. $x_B = 0{,}1 - 3 \times 0{,}025 - 0{,}02 = 0{,}005.$
2. $t = \frac{x_B}{\sigma} = \frac{0{,}005}{0{,}025} = 0{,}2.$
3. $\phi(t_B) = 0{,}0793$ (по Приложению I /9/).
4. $Q_{доп.} = (0{,}5 - 0{,}0793) \times 100 = 42{,}07$ % или 127 штук.

Важным критерием практического использования законов распределения является оценка экономической целесообразности применения высокопроизводительных станков пониженной точности. Здесь речь идет о том, что можно добиться значительного повышения выпуска деталей и снижения их себестоимости ценой сравнительно малых затрат на неизбежный брак. Это возможно за счет использования для обработки точных деталей высокопроизводительных, но менее точных станков.

При расчете экономической целесообразности обработки деталей на более производительном, но менее точном технологическом оборудовании с заведомым количеством брака определяют:

количество ожидаемого брака, требующего дополнительной обработки;

убытки от брака как результат нерационального расхода материала, потерь времени на дополнительную и предыдущую обработку;

стоимость дополнительной обработки;

снижение себестоимости и соответствующую экономию при обработке на более производительном оборудовании.

Особое значение вероятностно-статистические методы имеют для оценки точности и устойчивости технологических процессов в реальных производственных условиях без остановки производств и без изготовления специальных экспериментальных стендов и образцов. Они позволяют не только изучить причины возникновения погрешностей, но и уменьшить или устранить их влияние на параметры качества изделий. Другими словами, технологические методы повышения качества изделий машиностроения могут быть во многом решены вероятностно-статистическими методами.

17. СЕМЬ ПРОСТЫХ "ЯПОНСКИХ" МЕТОДОВ ОБЕСПЕЧЕНИЯ КАЧЕСТВА

Анализ литературных источников в области теории вероятности и математической статистики указывает на существенный вклад отечественных ученых в решение прикладных задач в области управления качеством машин и технологических процессов их изготовления. Анализ ГОСТов бывшего Советского Союза указывает на основополагающую документацию по оценке параметров качества, положенную в государственную систему оценки. Несмотря на эти достижения система оценки качества в государствах СНГ не прижилась. Она не сложилась как система несмотря на имеющийся огромный интеллектуальный задел в этой области знания. Анализ систем оценки качества производства и изделий наиболее развитых промышленных стран указывает на то,что решение этих проблем во многом определяется не только техническими и математическими методами.Здесь немаловажное значение имеют психологические аспекты коллектива как исполнителя отдельных этапов взаимосвязанных действий,и в большей степени коллектива,чем отдельной личности (инженера,экономиста,рабочего).Источники заинтересованности всего коллектива,изучение мотивации поддержания системы оценки качества на всех этапах производства.включая сбыт продукции является,по-видимому, основным направлением внедрения хорошо известных отдельных действий и принципов,не связанных между собой в систему.На сегодняшний день проблема качества является в большей степени организационно-психологической,чем технико-экономической проблемой.Необходимость саморегулирования,самоприспособления такой системы к нуждам общества и человека в целом выходит за рамки узкоспециализированной технико-экономической проблемы и становится необходимым условием межгосударственных отношений на основе общечеловеческих принципов.

Анализ литературы,посвященной этой проблеме /19/ . . . /23/ указывает на успешную реализацию проблем совершенствования системы качества на основе поэтапного освоения коллективного подхода к решению основных этапов.Известные в литературе семь простых "японских" методов обеспечения качества не представляют собой ничего нового ни в методике,ни в практике.Но система их организации отражает в большей степени национальные особенности,которые оказались вполне благоприятными для освоения основополагающих организационных принципов.Умение всего коллектива работать на результат,моральное и материальное стимулирование этого умения,развитие его на всех этапах производства,включая сбыт, и является основой системы качества. Здесь наиболее важным является не то кто высказал хорошую идею и реализовал ее.Авторство не так важно,как коллективное стремление в процессе изготовления получить результат,удовлетворяющий потребителя.Почитание производителя как потребителя комплектующих,энергоресурсов и т.г. является основополагающим в системе качества. Совершенствование технологических процессов возможно только коллективно на всех этапах производства.Здесь мелочей нет.Есть только проблемы первой важности,исправление которых наиболее эффективно на сегодняшний день и проблемы вторичные,решение которых может быть не сегодня,а завтра.В решение этих проблем ложится весьма простой цикл, заключающийся в:

планировании;

реализации;

анализе результатов;

коррекции действий (управлении).

Это является основой управления сложной системой, в которой каждый объект является также сложным и подлежит управлению своими параметрами. Проблема качества, как и большинство проблем такого плана, требует главного: получение информации, обработки информации и использование информации. Эта проблема на 70 % относится к информационной проблеме. Поэтому семь простых "японских" методов отражают некоторый алгоритм обработки информации о состоянии исследуемого объекта и использование его для управления. Около 90 % проблем может быть решено с использованием этого простого алгоритма. Упоминание о простых принципах говорит о том, что они могут быть использованы и без особого математического анализа или численных методов и даже без использования ЭВМ.

Первичное получение информации может быть самым разнообразным, например, разобранные нами контрольные карты и т.п. Таким образом:

I. Контрольный листок (табличка) предусматривает формализацию информации и систематизацию ее. Он должен полностью освещать состояние исследуемой проблемы, а информация должна отличаться достоверностью.

2. Расслоение информации, т.е. выделение случайных и систематических погрешностей, анализ композиций законов распределения и т.п. Расслоение (разбиение) проблемы на составляющие проводится с целью анализа взаимовлияния на выходной параметр качества отдельных составляющих. Раздельное их изучение позволяет наметить пути стабилизации качества за счет устранения отдельных причин.

3. Для выявления наиболее существенных причин, оказывающих наибольшее влияние на тот или иной показатель качества строится т.н. диаграмма Паретта, который подметил тот факт, что в любой сложной системе % и менее причин имеют 80 % и более последствий. Это означает, что, например, в технологическом процессе, состоящем из I00 операций 20 и менее операций оказывают наиболее существенное влияние на тот или иной параметр качества. Остальные могут не приниматься во внимание, т.к. их вклад оказывает несущественное относительное влияние.

Построение такой диаграммы предусматривает расположение всех измеряемых (подлежащих исследованию) параметров по их степени убывания. Например, рассматривается точность изготовления детали, где отдельные погрешности изготовления распределяются следующим образом в исследуемой партии из n =100 шт:

1) погрешности размеров диаметра – 50 %;

2) погрешности длины – 15 %;

3) эксцентриситет наружных поверхностей – 5 %;

4) неперпендикулярность – 20 %;

5) конусность – 10 %.

На рис. 29 представлена графически эта информация по мере убывания в %-ном отношении отдельных показателей качества.

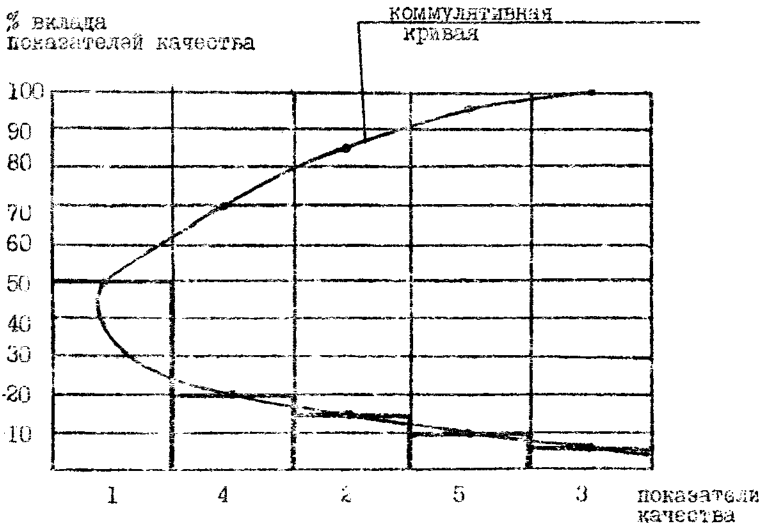

Рис.29. Пример построения диаграммы Паретта

На рис. 29 представлена также коммулятивная (суммарная) кривая, показывающая вклад каждого исследуемого параметра в суммарное 100 % значение брака. Такая кривая указывает на то, чем (каким параметром) следует заниматься в первую очередь, для более эффективного решения проблемы повышения качества изделия (процесса) в целом.

4.После выявления вклада в исследуемую проблему отдельных составляющих строится так называемая причинно-следственная диаграмма (диаграмма Исикавы "рыбий хвост","рыбья кость").Смысл такой диаграммы (рис.29) состоит в комплексном подходе к выявлению причин брака по тому или иному признаку качества.Комплексность заключается в рассмотрении 4-х отдельных наиболее важных связанных между собой причин.Они сводятся к следующим:

машины и механизмы;

материал;

метод (технология,оснастка,способы контроля);

рабочий персонал (технический и управленческий).

По всем четырем показателям рассматриваются причины I,2,3 ... Например,по машинам:наладка станка,приспособление,инструмент и т.д.; по людям:заинтересованность,продолжительность рабочего дня,материальное поощрение и т.д.Каждой причине присваивается вес на основании экспертной оценки или по другим источникам.Утверждается,например,что на 80 % проблема качества решается совершенствованием методов управления.

5.По каждому исследуемому параметру определяются статистические методы оценки параметров качества выборки для управления параметрами качества генеральной совокупности.Графики строятся чаще в виде гистограмм.

6.Изучение взаимовлияния одной величины на другую производится с использованием диаграмм разброса.В основе этого лежат хорошо изученные соотношения корреляционного и регрессионного анализа.

7.Окончательная информация представляется в виде графиков,чаще в относительном виде.Например,круговые диаграммы,где площадь круга принимается за единицу (I00 %),а все составляющие рассматриваются по степени долевого суммарного влияния.

Таким образом,в основе системы управления качеством лежат вероятностно-статистические методы.Использование тех или иных методов,конечно же,базируется на экономической целесообразности их внедрения.Как известно,прибыль П (грубо) определяется разностью цены Ц на изделие и себестоимости С его изготовления,т.е.П=Ц-С. Ценообразование есть одна из проблем,выходящая за рамки рассматриваемых методов,имеющая свои закономерности и особенности.Однако она определяется произведением количества N проданных изделий

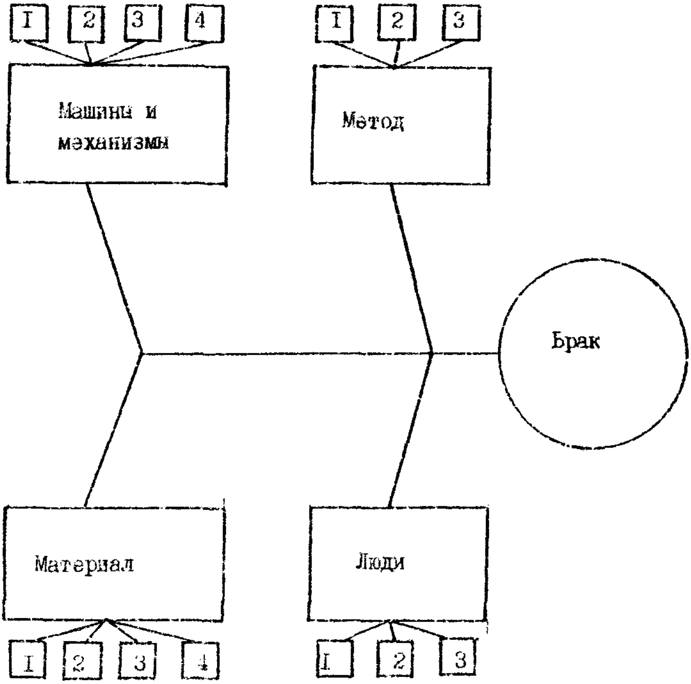

Рис.30. Причинно-следственная диаграмма брака по отдельным показателям

на стоимость единицы изделия $Ц = N \cdot Ц_i$.Себестоимость (грубо) определяется суммой себестоимостей комплектующих,накладных расходов и т.п. Не вдаваясь в подробности экономики,следует отметить, что в коммерческую политику должна входить политика по качеству, и в особенности,это связано с проблемой ценообразования,т.к. цена одного изделия определяется не только экономическими,техническими и другими показателями,но и количеством изделий,выпускаемых во времени с единицы производственной площади,т.е. она определяется организацией производства.В этом плане система качества,как соответствие требованиям международного стандарта ИСО 9001,является некоторой гарантией на реализацию продукции во всех странах вне зависимости от их региональной принадлежности.

Литература

1.Международные стандарты.Управление качеством продукции. ИСО 900 - ИСО 9004,ИСО 8402. М.:Изд-во стандартов,1987. - 485 с.

2.Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К. , Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. М.:Наука, 1968. - 268 с.

3.Дунин - Барковский И. В. ,Смирнов Н.В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике.М.: Гостехиздат,1955. - 511 с.

4.Колмогоров А. И. Основные понятия теории вероятностей. М-Л.: Машиностроение, 1976. - 275 с.

5.Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика - М.:Высшая школа,1977. - 479 с.

6.Методика оценки уровня качества промышленной продукции.М.: Изд-во стандартов,1971.- 55 с.

7.Зарепин Ю. Г.,Стоянова И. И. Определительные испытания на надежность.М.:Изд-во стандартов,1978. - 223 с.

8.ГОСТ 13377-75.Надежность в технике.Термины.М.:Изд-во стандартов,1975. - 21 с.

9.Маталин А. А. Технология машиностроения.Л.:Машиностроение,1985.- 512 с.

10.Дербишер А. В. Управление технологическими процессами в машино- и приборостроении.М.:Изд-во стандартов,1977. - 268 с.

11. Ш и ш о н о к Н. А. , Р е п к и н В.Ф., Б а р в и н с к и й А. Л. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники.М.:Советское радио,1964.- 306 с.

12. В е н т ц е л ь Е. С. Теория вероятности.М.:Физматгиз, 1962.- 524 с.

13. ГОСТ 11.006-74. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим.Прикладная статистика.М.:Изд-во стандартов, 1975. - 24 с.

14. С м и р н о в Н. В. Оценка расхождения между эмпирическими кривыми в двух независимых выборках.Бюллетень МГУ-,Вып.2,-Т.2, 1939.

15. С м и р н о в Н. В. Приближения законов распределения случайных величин по эмпирическим данным.Усп.матем.наук.-Т.X.-1944.

16. Г н е д е н к о Б.В. , К о р о л ю к В.С. О максимальном расхождении двух эмпирических распределений. ДАН СССР.1951,-Т.80.- С.525 - 528.

17. Г н е д е н к о Б. Б. , Р в а ч е в а Е.Л. Об одной задаче сравнения двух эмпирических распределений.ДАН СССР,1952,- Т. 82.-С.513 - 516.

18. Ф е л л е р В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения.М.:Мир,1967. - 412 с.

19. Методы определения издержек производства.Пер. с англ.-нем..- М.:Мир,1976. - 374 с.

20. К а о р у И с и к а в а . Контроль качества продукции в Японии.Японские методы управления качеством. - М.:Экономика,1988. - 311 с.

21. Х а р и н г т о н Д. Управление качеством в американских корпорациях. М.:Экономика,1990. - 358 с.

22. Статистические методы повышения качества.Под ред.Куме. М.:Финансы и статистика,1990 - 296 с.

23. М и х а й л о в а Н. В. Статистический приемочный контроль - М.:Надежность и контроль качества,1991.№ 2,4,6,8,10,12.

С о д е р ж а н и е