

$$\text{Получаем, что } p_2 = -\frac{M}{m_2} p, e_2 = 1 - \frac{M}{m_2} (1 + e) \quad (5)$$

В данном случае имеем центральное поле отталкивания, так как $m_2 < 0$. Согласно (5) $e_2 > 1$, траекторией пробного тела может быть только гипербола, точнее правая ветвь гиперболы.

3) $m_3 = 0$. Данный случай будет тривиален.

При оговоренных нач. усл. решение УД (3) при $m_3 = 0$ ($M = m_0$) даёт прямую, проходящую через периастр и перпендикулярную большой оси опорной орбиты; по этой прямой движется опорное тело.

УДК 621.311

ДВИЖЕНИЕ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ В ФОТОГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЗВЕЗДЫ ПРИ УЧЁТЕ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

Ярош И. С., Статкевич Д. Г.

Научный руководитель – Рябушко А. П., д-р физ.-мат. наук, профессор

Цель: исследовать движение небесных тел в фотогравитационном поле звезды при учёте гравитационного поля однородной среды.

Как известно, система ДУ Ньютоновской небесной механики в векторной форме с учётом светового давления имеет вид:

$$m \cdot \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \frac{\gamma \cdot m \cdot M^*}{r^3} \cdot \vec{r} = 0$$

где $\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k} = (x, y, z)$ – радиус-вектор тела массой m , M^* – релятивистская масса Солнца, $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, γ – ньютоновская постоянная, $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, t – время в секундах.

После решения данной системы получаем уравнение траектории движения небесного тела, имеющую форму эллипса:

$$u^* = \frac{1}{r} = \frac{1}{p^*} \cdot (1 + e^* \cdot \cos \varphi)$$

Однако тело движется не в пустоте, а в газопылевом облаке, которое образуется из-за многочисленных столкновений комет и астероидов. Хотя плотность его достаточно мала, она влияет на движение небесных тел. При учёте этого система ДУ принимает вид:

$$m \cdot \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \frac{\gamma \cdot m \cdot M^*}{r^3} \cdot \vec{r} = -\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \gamma \cdot \rho \cdot \vec{r} \cdot m$$

где ρ – плотность межзвёздной среды. После всех вычислений данное уравнение принимает вид:

$$u = \frac{1}{r} = \frac{1}{p^*} \cdot (1 + e \cdot \cos \varphi) - \frac{2\pi \cdot \rho \cdot p^{*2}}{M^*} + \frac{\pi \cdot \rho \cdot p^{*2}}{M^*} \cdot \left[\left(\frac{4}{3} + 4e^2 \right) \cdot (1 - \cos \varphi) + \frac{4}{3} e^2 \cdot (\cos \varphi - \cos 2\varphi) \right]$$

Как видно на рисунке 1, траектория движения небесного тела сжимается и принимает другой вид по сравнению с траекторией без учёта фотогравитационного поля. Ещё одной особенностью является то, что траектория не только сжимается, но также поворачивается в своей плоскости против направления движения.

Чтобы исследовать влияние фотогравитационного поля на траекторию примем парусность $A = 0.1M$ и плотность среды $\rho = 10^{-11}$ г/см³. Тогда траектории будут сильно отличаться, как показано на рисунке 1. При данных значениях разница в апоастре с учётом фотогравитационного



Рисунок 1. Траектория движения небесных тел 1 – с учётом светового давления и фотогравитационного поля, 2 – без учёта внешних сил, 3 – с учётом с учётом светового давления

поля и без него составляет около 42 миллиона километров. Такие значения взяты для того, чтобы определить, как может влиять

межзвездная среда на небесные тела. В реальности, плотность межзвёздной среды примерно на 8 порядков меньше, чем принятая, а разница в апоастре составляет всего 5 километров. Однако в других небесных системах плотность межзвездной среды может иметь другое значение и оказывать большее влияние на движение небесных тел. На рисунке 2 изображены траектории движения тел в более приближенных к реальности условиях (1 – с учётом светового давления и фотогравитационного поля ($\rho = 10^{-19}$ г/см³), 2 – без учёта светового давления и влияния межзвездной среды, 3 – с учётом светового давления). Траектории 2 и 3 в масштабе рисунка совпали. В таблице 1 приведены зависимости между плотностью среды (г/см³) и разницей в апоастре (см).

	1	2
1	$1 \cdot 10^{-8}$	$1.9644883233014683 \cdot 10^{13}$
2	$1 \cdot 10^{-9}$	$1.9021627554655753 \cdot 10^{13}$
3	$1 \cdot 10^{-10}$	$1.4440286673385803 \cdot 10^{13}$
4	$1 \cdot 10^{-11}$	$4.236563596992215 \cdot 10^{12}$
5	$1 \cdot 10^{-12}$	$5.252274790585078 \cdot 10^{11}$
6	$1 \cdot 10^{-13}$	$5.381290606828515 \cdot 10^{10}$
7	$1 \cdot 10^{-14}$	$5.394541649890625 \cdot 10^9$
8	$1 \cdot 10^{-15}$	$5.395870344335938 \cdot 10^8$
9	$1 \cdot 10^{-16}$	$5.396003249609375 \cdot 10^7$
10	$1 \cdot 10^{-17}$	$5.3960165390625 \cdot 10^6$
11	$1 \cdot 10^{-18}$	$5.3960178515625 \cdot 10^5$
12	$1 \cdot 10^{-19}$	$5.39601796875 \cdot 10^4$
13	$1 \cdot 10^{-20}$	$5.396015625 \cdot 10^3$
14	$1 \cdot 10^{-21}$	539.6015625

Таблица 1. 1 столбец – плотность среды (г/см³), 2 столбец – разница в апоастре (см)

Как видно из таблицы, чем выше плотность среды, тем больше её влияние на движение небесных тел.

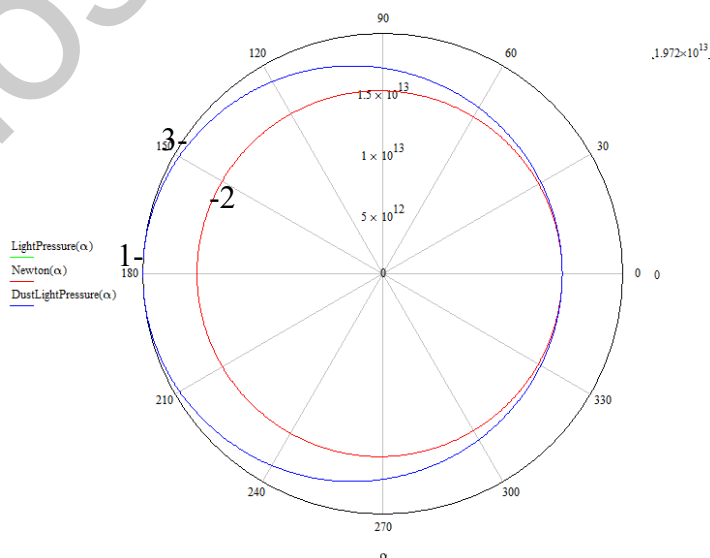


Рисунок 2. Траектория движения небесных тел 1 – с учётом светового давления и фотогравитационного поля, 2 – без учёта внешних сил, 3 – с учётом с учётом светового давления

Как было показано в работе, даже несмотря на такую ничтожно малую по астрономическим меркам плотность межзвездной среды, нельзя пренебречь её влиянием. Наша работа является одним из примеров того, что при исследовании движения небесных тел для получения точных результатов необходимо учитывать даже те факторы, влияние которых кажется незначительным.

Литература

1. А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике. Мн., «Вышэйшая школа», 2011.