

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Электротехника и электроника»

Применение MathCAD в решении задач электротехники

Часть 1

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Учебно-методическое пособие
для студентов электротехнических специальностей

Электронный учебный материал

М и н с к 2 0 1 2

УДК 621.38 (075.8)
ББК 32.85я7

А в т о р ы :

Ю.В. Бладыко, А.А. Мазуренко, И.В. Новаш

Р е ц е н з е н т ы :

О.И. Александров, доцент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат технических наук;
М.И. Полуянов, доцент Авиационного колледжа, кандидат технических наук

В учебном пособии приводится методика расчета линейных электрических цепей с помощью MathCAD. Рассмотрено 30 задач с решениями.

Большое внимание уделено компьютерному расчету в MathCAD, облегчающему изучение электротехники.

Предложенный материал является базовой основой для дальнейшего изучения электротехники, а навыки работы в математическом пакете – в других дисциплинах.

Соответствует программам изучения дисциплин «Теоретические основы электротехники», «Теория электроцепей», «Электротехника и электроника», «Электротехника и промышленная электроника».

Белорусский национальный технический университет
пр-т Независимости, 65, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.(017)292-71-93
E-mail: eie@bntu.by
<http://www.electro.bntu.edu.by/>
Регистрационный № БНТУ/ ЭИ ЭФ39-96.2012

© Ю.В. Бладыко, А.А. Мазуренко, И.В. Новаш, 2012
© Т.А. Мархель компьютерный дизайн, 2012
© БНТУ, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ.....	3
ЛИТЕРАТУРА.....	5
ЗАДАЧА 1. РАСЧЕТ ПРОСТОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА МЕТОДОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ.....	6
ЗАДАЧА 2. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ.....	9
ЗАДАЧА 3. РАСЧЕТ РЕЖИМА ВЫДЕЛЕННОЙ ВЕТВИ МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА.....	16
ЗАДАЧА 4. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ В МАТРИЧНОЙ ФОРМЕ.....	22
ЗАДАЧА 5. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК В ИДЕАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ R, L, C	28
ЗАДАЧА 6. РАСЧЕТ ПРОСТОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА МЕТОДОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ.....	31
ЗАДАЧА 7. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ.....	33
ЗАДАЧА 8. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ В МАТРИЧНОЙ ФОРМЕ.....	40
ЗАДАЧА 9. ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА В РЕЖИМЕ ПЕРЕДАЧИ ЭНЕРГИИ ОТ АКТИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА К ПАССИВНОМУ.....	46
ЗАДАЧА 10. ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА В РЕЖИМЕ КОМПЕНСАЦИИ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ ПРИЕМНИКА.....	49
ЗАДАЧА 11. РЕЗОНАНСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА.....	52
ЗАДАЧА 12. РЕЗОНАНСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА.....	56
ЗАДАЧА 13. РЕЗОНАНСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАГНИТНОСВЯЗАННЫХ КОНТУРОВ.....	59
ЗАДАЧА 14. РЕЗОНАНСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ НАПРЯЖЕНИИ ИСТОЧНИКА.....	61
ЗАДАЧА 15. РАСЧЕТ РЕЖИМА ЛИНЕЙНОГО ТРАНСФОРМАТОРА.....	63
ЗАДАЧА 16. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С МАГНИТНОСВЯЗАННЫМИ КАТУШКАМИ.....	66
ЗАДАЧА 17. РАСЧЕТ ЦЕПИ С ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОМ.....	68
ЗАДАЧА 18. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ ЗВЕЗДОЙ С НУЛЕВЫМ ПРОВОДОМ.....	71
ЗАДАЧА 19. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ ЗВЕЗДОЙ БЕЗ НУЛЕВОГО ПРОВОДА.....	73

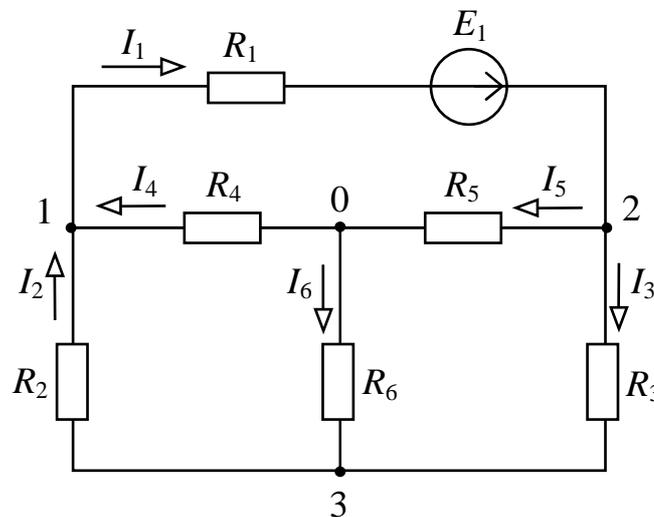
ЗАДАЧА 20. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ ТРЕУГОЛЬНИКОМ.....	76
ЗАДАЧА 21. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ (СХЕМА 1).....	79
ЗАДАЧА 22. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ (СХЕМА 2).....	84
ЗАДАЧА 23. РАСЧЕТ РЕЖИМА ТРЕХФАЗНОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ СИММЕТРИЧНОМ И НЕСИММЕТРИЧНОМ НАПРЯЖЕНИИ.....	92
ЗАДАЧА 24. АППРОКСИМАЦИЯ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ.....	96
ЗАДАЧА 25. ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ $U = F(T)$	101
ЗАДАЧА 26. РАСЧЕТ ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА ГАРМОНИЧЕСКИМ МЕТОДОМ.....	104
ЗАДАЧА 27. РАСЧЕТ ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ МЕТОДОМ.....	110
ЗАДАЧА 28. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ ЗВЕЗДОЙ С НУЛЕВЫМ ПРОВОДОМ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ НАПРЯЖЕНИИ ГЕНЕРАТОРА.....	116
ЗАДАЧА 29. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ ЗВЕЗДОЙ БЕЗ НУЛЕВОГО ПРОВОДА ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ НАПРЯЖЕНИИ ГЕНЕРАТОРА	122
ЗАДАЧА 30. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ ТРЕУГОЛЬНИКОМ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ НАПРЯЖЕНИИ ГЕНЕРАТОРА	128

ЛИТЕРАТУРА

1. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник для технических вузов/ Л.А. Бессонов . – 11-е изд. – М: Гардарики, 2006. – 701 с.: ил.
2. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: учебник для вузов / Л.А. Бессонов . – 10-е изд. – М: Гардарики, 2003. – 316 с.: ил.
3. Теоретические основы электротехники: учебник для вузов в 3 т. / К.С. Демирчан [и др.]. – СПб.: Питер, 2006.
4. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники / под ред. П.А. Ионкина. – М.: Энергоиздат. 1982. – 768 с.
5. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / под ред. Л. А. Бессонова. – М.: Высшая школа, 1980. – 472 с.
6. Прянишников, В.А. Электротехника и ТОЭ в примерах и задачах : практическое пособие / В.А. Прянишников, Е.А. Петров и Ю.М. Осипов; под общ. ред. В.А. Прянишникова. – СПб: Корона-Век, 2007. – 334 с.: ил.; дискета. – (Для высших и средних учебных заведений)
7. Потапов, Л.А. Теоретические основы электротехники: сборник задач: учебное пособие для вузов/ Л.А. Потапов; кол. авт. Брянский государственный технический университет. – Изд. 2-е изд., доп. – Брянск: Из-во БГТУ, 2007. – 192 с.: ил.
8. Гольдин, О.Е. Задачник по теории электрических цепей / О.Е. Гольдин. – М.: Высшая школа, 1969. – 312с.
9. Шебес, М.Р. Задачник по теории линейных электрических цепей / М.Р. Шебес. –М.: Высшая школа, 1984. – 488 с.

ЗАДАЧА 1.
РАСЧЕТ ПРОСТОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА
МЕТОДОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Для удобства расчета отдельные сопротивления резисторов сведены в матрицу. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, мощности источника и отдельных приемников энергии, проверить баланс мощностей.



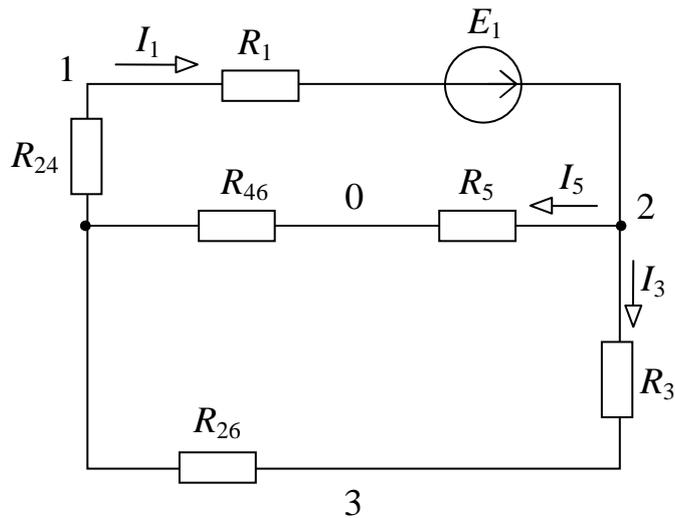
$$ORIGIN := 1 \quad E_1 := 154 \cdot V \quad R := (21 \ 47 \ 73 \ 68 \ 34 \ 24)^T \cdot \Omega$$

Решение задачи выполняется методом свертки схемы в следующей последовательности.

1. Определяется входное сопротивление $R_{вх}$ схемы относительно выводов источника ЭДС. На 1-м этапе треугольник $R_2R_4R_6$ преобразуется в эквивалентную звезду $R_{24}R_{46}R_{26}$.

$$R_{24} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_6} = 22.993 \Omega \quad R_{46} := \frac{R_4 \cdot R_6}{R_2 + R_4 + R_6} = 11.741 \Omega$$

$$R_{26} := \frac{R_6 \cdot R_2}{R_2 + R_4 + R_6} = 8.115 \Omega$$



На втором этапе схема приводится к эквивалентному элементу методом последовательного и параллельного преобразования.

$$R_{\text{вх}} := R_1 + R_{24} + \frac{(R_{46} + R_5) \cdot (R_{26} + R_3)}{R_{46} + R_5 + R_{26} + R_3} = 73.241 \Omega$$

2. На основании законов Ома и Кирхгофа определяются токи ветвей и потенциалов узловых точек:

$$I_1 := \frac{E_1}{R_{\text{вх}}} = 2.103 \text{ A} \quad V_0 := 0$$

$$U_{24} := E_1 - I_1 \cdot (R_1 + R_{24}) = 61.498 \text{ V}$$

$$I_3 := \frac{U_{24}}{R_3 + R_{26}} = 0.758 \text{ A} \quad I_5 := \frac{U_{24}}{R_5 + R_{46}} = 1.344 \text{ A}$$

$$V_1 := -I_5 \cdot R_{46} - I_1 \cdot R_{24} = -64.132 \text{ V}$$

$$V_3 := -I_5 \cdot R_{46} + I_3 \cdot R_{26} = -9.633 \text{ V}$$

$$I_2 := \frac{V_3 - V_1}{R_2} = 1.16 \text{ A} \quad I_4 := \frac{V_0 - V_1}{R_4} = 0.943 \text{ A}$$

$$I_6 := \frac{V_0 - V_3}{R_6} = 0.401 \text{ A}$$

3. Напряжения на отдельных резисторах, а также мощности источников и приемников энергии определяются в матричной форме:

$$k := 1..6 \quad U_k := I_k \cdot R_k \quad P_k := U_k \cdot I_k \quad P_e := E \cdot I_1 = (323.809) W$$

$U_k =$	
44.156	V
54.498	
55.346	
64.132	
45.713	
9.633	

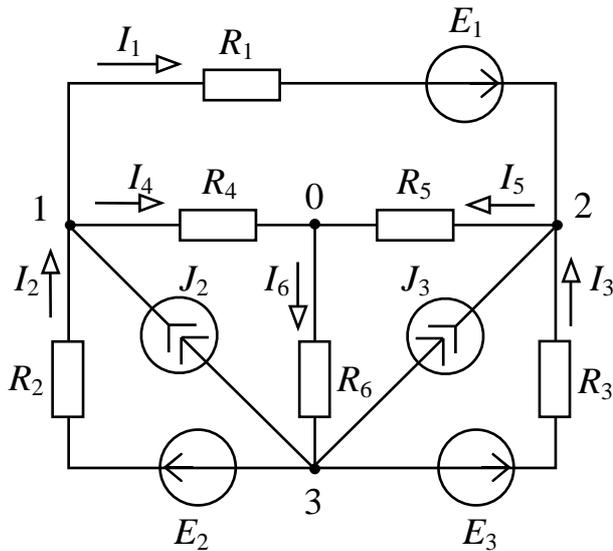
$P_k =$	
92.844	W
63.193	
41.961	
60.483	
61.46	
3.867	

 $\sum P = 323.809 W$

Вывод: баланс мощностей выполняется.

ЗАДАЧА 2.
РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА
РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Для удобства расчета параметры отдельных элементов сведены в матрицы. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, мощности отдельных источников и приемников энергии, проверить баланс мощностей.



ORIGIN := 1

$$E := (146 \ 182 \ 123 \ 0 \ 0 \ 0)^T \cdot V$$

$$J := (0 \ 1.24 \ 1.76 \ 0 \ 0 \ 0)^T \cdot A$$

$$R := (28 \ 61 \ 46 \ 52 \ 63 \ 34)^T \cdot \Omega$$

2. Определение токов в ветвях схемы методом законов Кирхгофа

Составляется система уравнений по законам Кирхгофа. Решение системы уравнений осуществляется методом последовательных приближений по программе "Given... find". Задаются первым приближением искомых величин.

Given $I := (1 \ 2 \ 1 \ 3 \ 1 \ 2)^T \cdot A$

$-I_1 + I_2 - I_4 = -J_2$ узел 1

$I_1 + I_3 - I_5 = -J_3$ узел 2

$-I_2 - I_3 + I_6 = J_2 + J_3$ узел 3

$I_1 \cdot R_1 - I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 = E_1$ контур 1

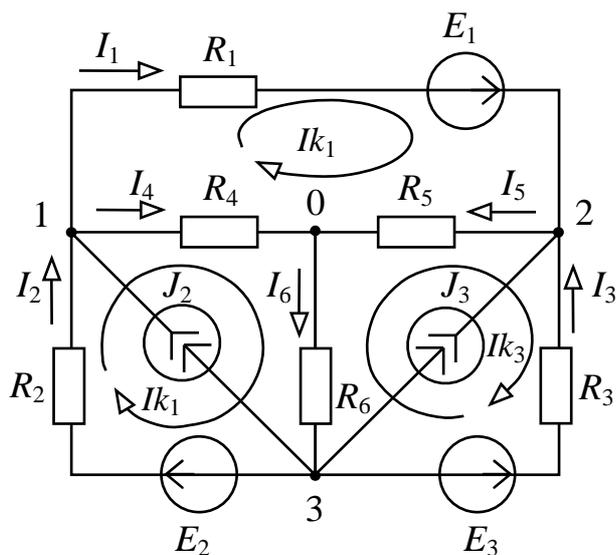
$I_2 \cdot R_2 + I_4 \cdot R_4 + I_6 \cdot R_6 = E_2$ контур 2

$I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 + I_6 \cdot R_6 = E_3$ контур 3

$$I := \text{Find}(I) = \begin{pmatrix} 1.893 \\ 1.178 \\ -1.742 \\ 0.526 \\ 1.91 \\ 2.436 \end{pmatrix} A \quad \begin{matrix} I_1 = 1.893A & I_4 = 0.526A \\ I_2 = 1.178A & I_5 = 1.91A \\ I_3 = -1.742A & I_6 = 2.436A \end{matrix}$$

$I := 0$

3. Определение токов в ветвях схемы методом контурных токов



Составляется система контурных уравнений в обобщенной форме, определяются коэффициенты уравнений, составляются матрицы коэффициентов:

$$Ik_1 \cdot R_{11} + Ik_2 \cdot R_{12} + Ik_3 \cdot R_{13} = Ek_1$$

$$Ik_1 \cdot R_{21} + Ik_2 \cdot R_{22} + Ik_3 \cdot R_{23} = Ek_2$$

$$Ik_1 \cdot R_{31} + Ik_2 \cdot R_{32} + Ik_3 \cdot R_{33} = Ek_3$$

Собственные и взаимные сопротивления контуров, контурные ЭДС:

$$R_{11} := R_1 + R_4 + R_5 \quad R_{22} := R_2 + R_4 + R_6 \quad R_{33} := R_3 + R_5 + R_6$$

$$R_{12} := -R_4 \quad R_{21} := R_{12} \quad R_{13} := -R_5 \quad R_{31} := R_{13} \quad R_{23} := -R_6 \quad R_{32} := R_{23}$$

$$Ek_1 := E_1 \quad Ek_2 := E_2 + J_2 \cdot R_2 \quad Ek_3 := -E_3 - J_3 \cdot R_3$$

Составляются матрицы коэффициентов и правых частей уравнений:

$$Rk := \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \quad Ek := \begin{pmatrix} Ek_1 \\ Ek_2 \\ Ek_3 \end{pmatrix}$$

Системы контурных уравнений решается по программе *lsolve*:

$$Ik := \text{lsolve}(Rk, Ek) = \begin{pmatrix} 1.893 \\ 2.418 \\ -0.018 \end{pmatrix} A$$

$$Ik_1 = 1.893 A \quad Ik_2 = 2.418 A \quad Ik_3 = -0.018 A$$

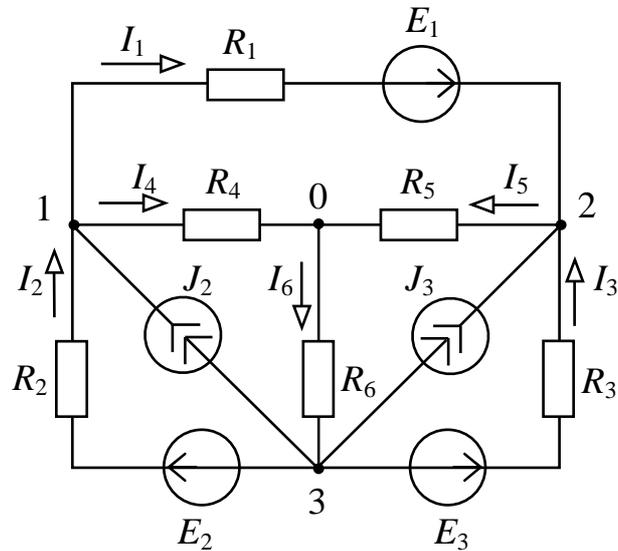
Токи ветвей определяются через контурные токи по методу наложения:

$$I_1 := Ik_1 = 1.893 A \quad I_2 := Ik_2 - J_2 = 1.178 A \quad I_3 := -Ik_3 - J_3 = -1.742 A$$

$$I_4 := -Ik_1 + Ik_2 = 0.526 A \quad I_5 := Ik_1 - Ik_3 = 1.91 A \quad I_6 := Ik_2 - Ik_3 = 2.436 A$$

$$I := 0$$

4. Определение токов в ветвях схемы методом узловых потенциалов



Составляется система узловых уравнений в обобщенной форме, определяются коэффициенты уравнений, составляются матрицы коэффициентов:

$$V_0 := 0$$

$$V_1 \cdot G_{11} - V_2 \cdot G_{12} - V_3 \cdot G_{13} = Ju_1$$

$$-V_1 \cdot G_{21} + V_2 \cdot G_{22} - V_3 \cdot G_{23} = Ju_2$$

$$-V_1 \cdot G_{31} - V_2 \cdot G_{32} + V_3 \cdot G_{33} = Ju_3$$

Собственные и взаимные проводимости узлов

$$G_{11} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \quad G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \quad G_{33} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6}$$

$$G_{12} := \frac{1}{R_1} \quad G_{21} := G_{12} \quad G_{13} := \frac{1}{R_2} \quad G_{31} := G_{13} \quad G_{23} := \frac{1}{R_3} \quad G_{32} := G_{23}$$

Узловые токи:

$$Ju_1 := J_2 - \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} \quad Ju_2 := J_3 + \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_3}{R_3} \quad Ju_3 := -J_2 - J_3 - \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_3}{R_3}$$

Составляются матрицы коэффициентов и правых частей уравнений:

$$Gu := \begin{pmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} \\ -G_{21} & G_{22} & -G_{23} \\ -G_{31} & -G_{32} & G_{33} \end{pmatrix} \quad Ju := \begin{pmatrix} Ju_1 \\ Ju_2 \\ Ju_3 \end{pmatrix}$$

Системы узловых уравнений решается по программе *lsolve*:

$$V := \text{lsolve}(Gu, Ju) = \begin{pmatrix} 27.328 \\ 120.338 \\ -82.812 \end{pmatrix} V$$

$$V_1 = 27.328 V \quad V_2 = 120.338 V \quad V_3 = -82.812 V$$

Токи в ветвях схемы определяются из потенциальных уравнений для ветвей:

$$I_1 := \frac{V_1 - V_2 + E_1}{R_1} = 1.893 A \quad I_2 := \frac{V_3 - V_1 + E_2}{R_2} = 1.178 A$$

$$I_3 := \frac{V_3 - V_2 + E_3}{R_3} = -1.742 A \quad I_4 := \frac{V_1 - V_0}{R_4} = 0.526 A$$

$$I_5 := \frac{V_2 - V_0}{R_5} = 1.91 A \quad I_6 := \frac{V_0 - V_3}{R_6} = 2.436 A$$

Определение напряжений на пассивных элементах

$$k := 1..6$$

$$U_k := I_k \cdot R_k$$

$$U = \begin{pmatrix} 52.99 \\ 71.86 \\ -80.15 \\ 27.328 \\ 120.338 \\ 82.812 \end{pmatrix} V$$

Мощности источников и приемников энергии

$$PE_1 := E_1 \cdot I_1 = 276.306 W \quad PJ_2 := (V_1 - V_3) \cdot J_2 = 136.573 W$$

$$PE_2 := E_2 \cdot I_2 = 214.403 W \quad PJ_3 := (V_2 - V_3) \cdot J_3 = 357.543 W$$

$$PE_3 := E_3 \cdot I_3 = -214.313 W$$

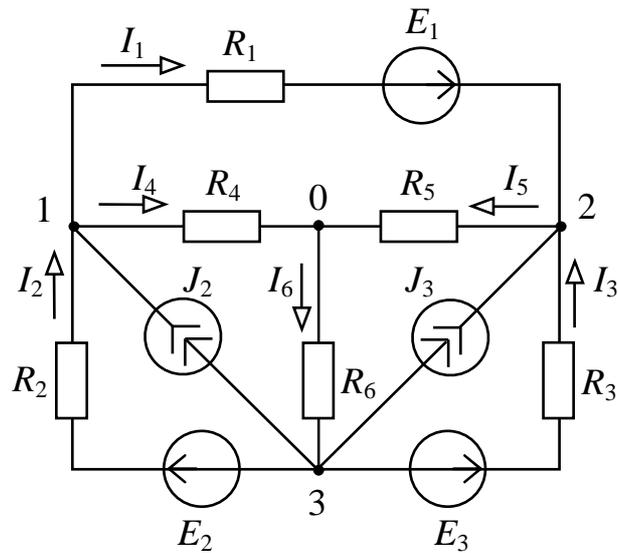
$$\sum PE + \sum PJ = 770.512 W$$

$$P_k := U_k \cdot I_k$$

$$P = \begin{pmatrix} 100.284 \\ 84.654 \\ 139.652 \\ 14.362 \\ 229.859 \\ 201.702 \end{pmatrix} W \quad \sum P = 770.512 W$$

Вывод: баланс мощностей выполняется.

5. Построение потенциальная диаграмма контура 1a2b3c1

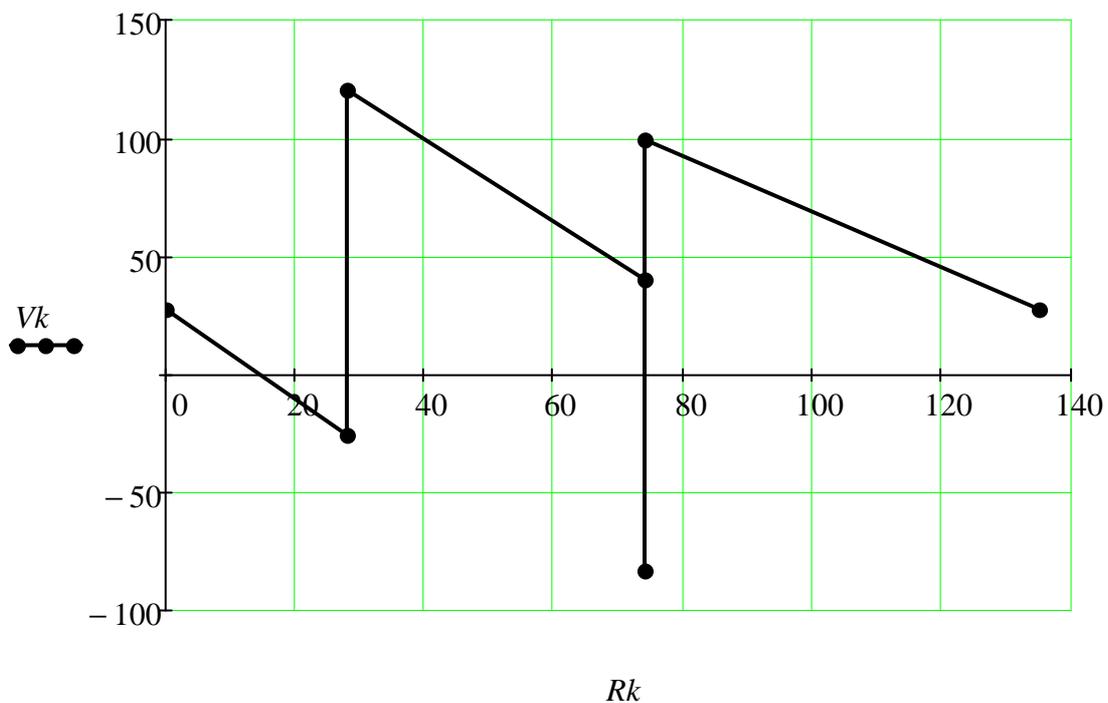


Составляется матрица потенциалов точек контура V_k и матрица сопротивлений контура R_k . В декартовой системе координат строится графическая диаграмма функции $V_k(R_k)$.

$$V_a := V_1 - I_1 \cdot R_1 \quad V_b := V_3 + E_3 \quad V_c := V_3 + E_2$$

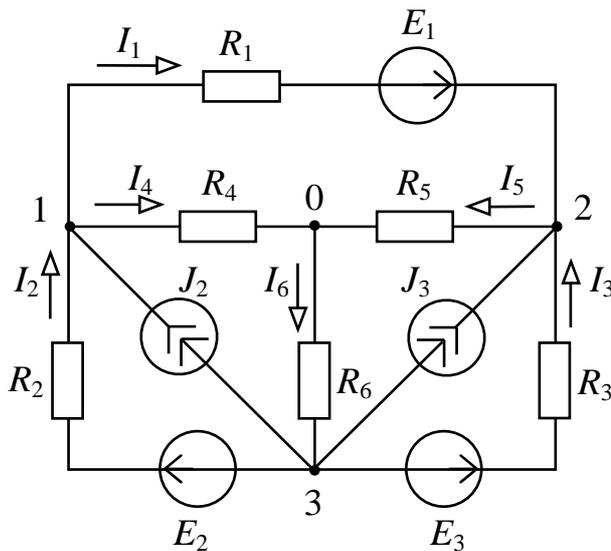
$$V_k := (V_1 \quad V_a \quad V_2 \quad V_b \quad V_3 \quad V_c \quad V_1)^T$$

$$R_k := (0 \quad R_1 \quad R_1 \quad R_1 + R_3 \quad R_1 + R_3 \quad R_1 + R_3 \quad R_1 + R_2 + R_3)^T$$



ЗАДАЧА 3.
РАСЧЕТ РЕЖИМА ВЫДЕЛЕННОЙ ВЕТВИ МЕТОДОМ
ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Для удобства расчета параметры отдельных элементов сведены в матрицы. Требуется определить режимные параметры U, I, P в выделенной ветви № 1 методом эквивалентного генератора, рассчитать и построить графические диаграммы функций $U, I, P = f(R)$



ORIGIN := 1

$$E := (146 \ 182 \ 123 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

$$J := (0 \ 1.24 \ 1.76 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

$$R := (28 \ 61 \ 46 \ 52 \ 63 \ 34)^T$$

1. Определение параметров эквивалентного генератора напряжения $E_{\text{э}} = U_{\text{хх}12}$ и $R_{\text{о}} = R_{\text{вх}12}$

Решение задачи по определению $E_{\text{э}} = U_{\text{хх}12}$ рационально выполнить методом узловых потенциалов. В режиме холостого хода ветви 1-2 следует принять ее параметры $E_1 = 0$ и $R_1 = \infty$ Ом, и внести эти коррективы в матрицы исходных параметров. Для решения задачи используется тот же алгоритм, что и для исходной схемы.

$$E_1 := 0 \quad R_1 := \infty$$

Составляется система узловых уравнений в обобщенной форме, определяются коэффициенты уравнений, составляются матрицы коэффициентов:

$$\begin{aligned} V_0 &:= 0 \\ V_1 \cdot G_{11} - V_2 \cdot G_{12} - V_3 \cdot G_{13} &= Ju_1 \\ -V_1 \cdot G_{21} + V_2 \cdot G_{22} - V_3 \cdot G_{23} &= Ju_2 \\ -V_1 \cdot G_{31} - V_2 \cdot G_{32} + V_3 \cdot G_{33} &= Ju_3 \end{aligned}$$

Собственные и взаимные проводимости узлов

$$\begin{aligned} G_{11} &:= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} & G_{22} &:= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} & G_{33} &:= \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} \\ G_{12} &:= \frac{1}{R_1} & G_{21} &:= G_{12} & G_{13} &:= \frac{1}{R_2} & G_{31} &:= G_{13} & G_{23} &:= \frac{1}{R_3} & G_{32} &:= G_{23} \end{aligned}$$

Узловые токи:

$$Ju_1 := J_2 - \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} \quad Ju_2 := J_3 + \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_3}{R_3} \quad Ju_3 := -J_2 - J_3 - \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_3}{R_3}$$

Матрицы коэффициентов и правых частей уравнений:

$$Gu := \begin{pmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} \\ -G_{21} & G_{22} & -G_{23} \\ -G_{31} & -G_{32} & G_{33} \end{pmatrix} \quad Ju := \begin{pmatrix} Ju_1 \\ Ju_2 \\ Ju_3 \end{pmatrix}$$

Система узловых уравнений решается по программе *lsolve*:

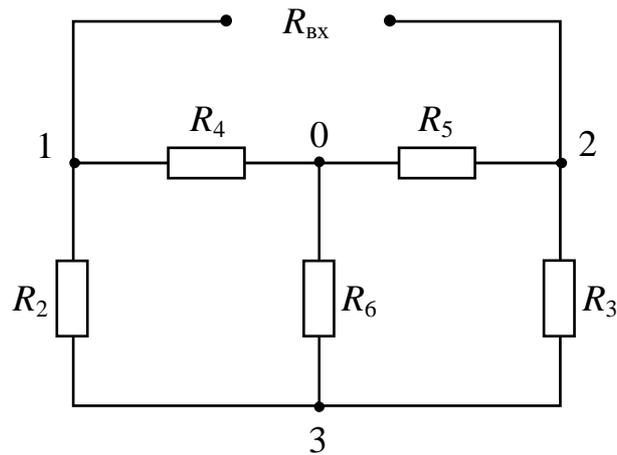
$$V := \text{lsolve}(Gu, Ju) = \begin{pmatrix} 78.289 \\ 67.305 \\ -87.512 \end{pmatrix}$$

$$U_{xx12} := V_1 - V_2 = 10.984$$

$$E_{\Sigma} := U_{xx12} = 10.984$$

Входное сопротивление $R_{вх12}$ определяется методом свертки схемы.
 На 1-м этапе треугольник $R_2R_4R_6$ преобразуется в эквивалентную звезду $R_{24}R_{46}R_{62}$.

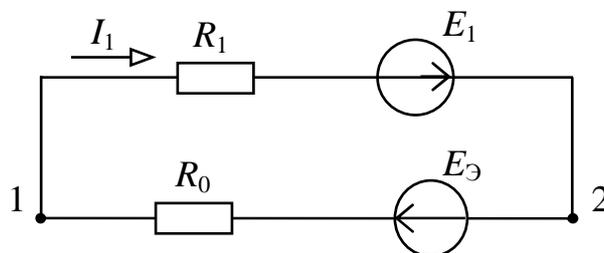
$$R_{24} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_6} \quad R_{46} := \frac{R_4 \cdot R_6}{R_2 + R_4 + R_6} \quad R_{62} := \frac{R_6 \cdot R_2}{R_2 + R_4 + R_6}$$



На втором этапе схема приводится к эквивалентному элементу методом последовательного и параллельного преобразования.

$$R_{вх12} := R_{24} + \frac{(R_{46} + R_5) \cdot (R_{62} + R_3)}{(R_{46} + R_5 + R_{62} + R_3)} \quad R_o := R_{вх12} = 54.951$$

Эквивалентная схема с генератором напряжения:

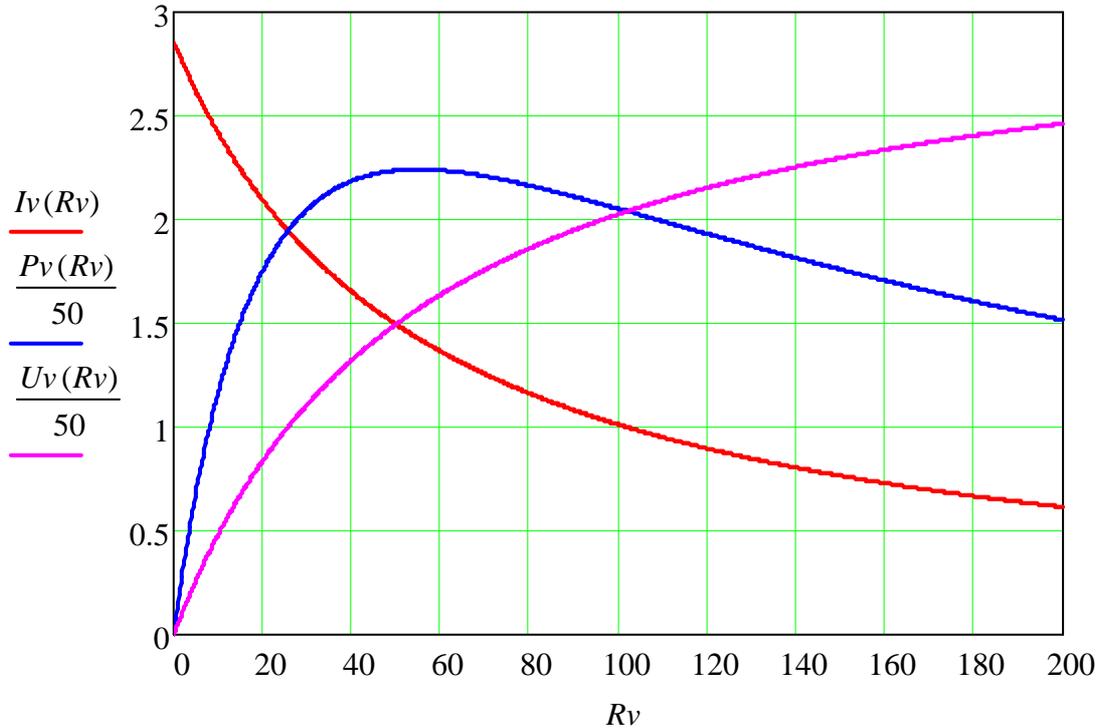


В соответствии с эквивалентной схемой для исследуемых функций составляются расчетные уравнения, по которым в выбранных масштабах строятся их графические диаграммы.

$$E_1 := 146$$

$$I_v(R_v) := \frac{E_1 + E_{\text{э}}}{R_v + R_o} \quad U_v(R_v) := I_v(R_v) \cdot R_v \quad P_v(R_v) := I_v(R_v)^2 \cdot R_v$$

Графические диаграммы функций



2. Определение параметров эквивалентного генератора напряжения $J_{\text{э}} = Ik_{312}$ и $R_o = R_{\text{вх}12}$

Решение задачи по определению Ik_{312} выполняем методом законов Кирхгофа. В режиме короткого замыкания ветви 1-2 принимаем ее параметры $E_1 = 0$ и $R_1 = 0$ и вносим эти коррективы в матрицы исходных параметров.

$$E := (0 \ 182 \ 123 \ 0 \ 0 \ 0)^T \quad R := (0 \ 61 \ 46 \ 52 \ 63 \ 34)^T$$

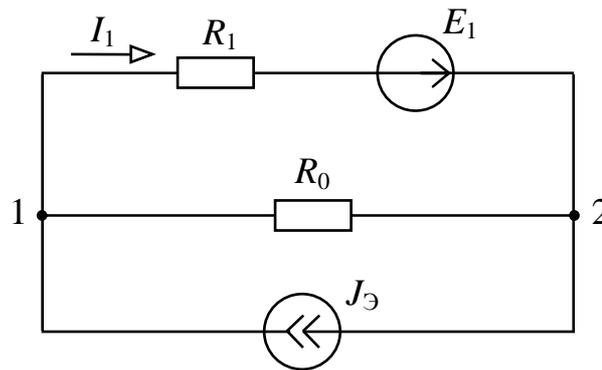
Для решения задачи используются те же уравнения, что и для исходной схемы. Составляется система уравнений по законам Кирхгофа. Решение системы уравнений осуществляется методом последовательных приближений по программе "Given... find". Задаются первым приближением искомым величин.

$$I := (1 \ 2 \ 1 \ 3 \ 1 \ 2)^T$$

<i>Given</i>	$-I_1 + I_2 - I_4 = -J_2$	узел 1
	$I_1 + I_3 - I_5 = -J_3$	узел 2
	$-I_2 - I_3 + I_6 = J_2 + J_3$	узел 3
	$I_1 \cdot R_1 - I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 = E_1$	контур 1
	$I_2 \cdot R_2 + I_4 \cdot R_4 + I_6 \cdot R_6 = E_2$	контур 2
	$I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 + I_6 \cdot R_6 = E_3$	контур 3

$$I := \text{Find}(I) \quad J_{\text{э}} := I_1 = 0.2$$

Эквивалентная схема с генератором тока:

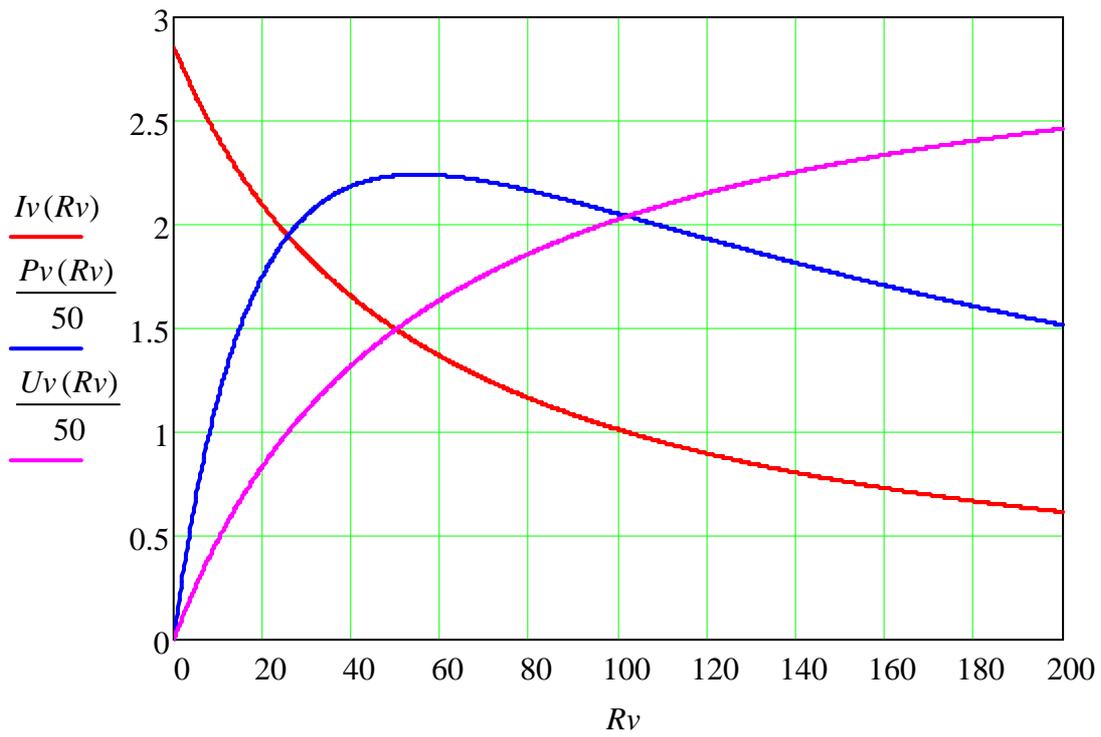


$$E_1 := 146$$

В соответствии с эквивалентной схемой для исследуемых функций составляются расчетные уравнения, по которым в выбранных масштабах строятся их графические диаграммы.

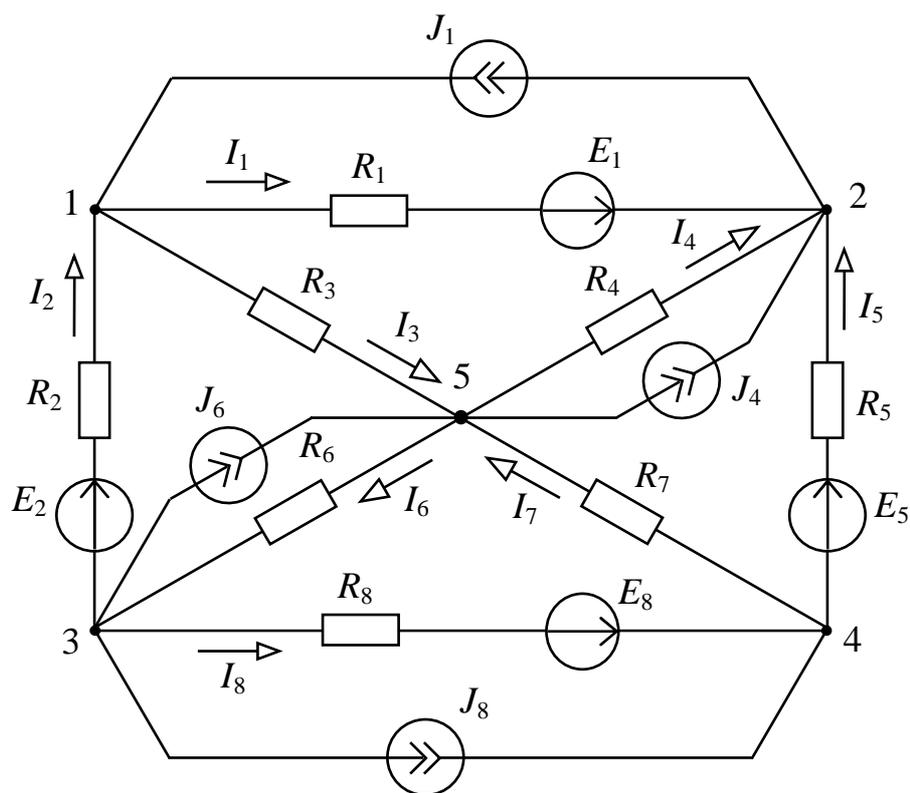
$$I_V(R_V) := \frac{(E_1 + J_{\text{э}} \cdot R_0)}{R_V + R_0} \quad U_V(R_V) := I_V(R_V) \cdot R_V \quad P_V(R_V) := I_V(R_V)^2 \cdot R_V$$

Графические диаграммы функций



ЗАДАЧА 4.
РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА
РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ В МАТРИЧНОЙ ФОРМЕ

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Для удобства расчета параметры отдельных элементов сведены в матрицы. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, мощности отдельных источников и приемников энергии, проверить баланс мощностей.



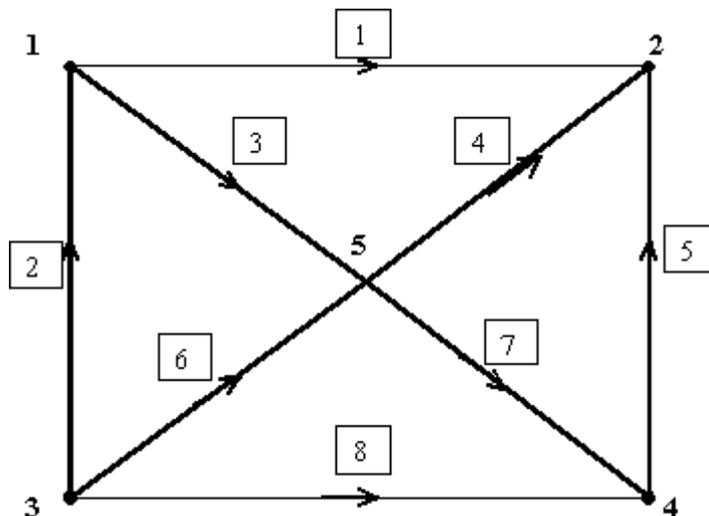
ORIGIN := 1

$$E := (142 \ 86 \ 0 \ 0 \ 112 \ 0 \ 0 \ 72)^T \cdot V$$

$$J := (1.25 \ 0 \ 0 \ .71 \ 0 \ 1.44 \ 0 \ -.94)^T \cdot A$$

$$R := \begin{pmatrix} 33 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 56 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 47 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 42 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 39 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 62 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 19 \end{pmatrix} \cdot \Omega \quad G := R^{-1}$$

1. Выбираются положительные направления токов в ветвях исходной схемы. В соответствии со структурой схемы и выбранными направлениями токов строится направленный граф схемы. Для графа составляются матрицы соединений A и B .



$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Расчет режима схемы методом контурных токов выполняется в следующей последовательности

2.1. Составляются матрицы контурных сопротивлений и контурных ЭДС:

$$R_k := B \cdot R \cdot B^T = \begin{pmatrix} 136 & -56 & 47 & 0 \\ -56 & 119 & 0 & 39 \\ 47 & 0 & 151 & -62 \\ 0 & 39 & -62 & 120 \end{pmatrix} \Omega$$

$$E_k := B \cdot E - B \cdot R \cdot J \quad E_k^T = (134.12 \quad 29.84 \quad 145.37 \quad 33.7) V$$

2.2. Определяются контурные токи:

$$I_k := R_k^{-1} \cdot E_k \quad I_k^T = (0.829 \quad 0.431 \quad 0.968 \quad 0.641) A$$

2.3. Определяются токи ветвей и токи в пассивных элементах:

$$I_v := B^T \cdot I_k = \begin{pmatrix} 0.829 \\ 0.431 \\ -0.398 \\ -1.797 \\ 0.968 \\ 1.072 \\ -0.327 \\ 0.641 \end{pmatrix} A \quad I := I_v + J = \begin{pmatrix} 2.079 \\ 0.431 \\ -0.398 \\ -1.087 \\ 0.968 \\ 2.512 \\ -0.327 \\ -0.299 \end{pmatrix} A$$

2.4. Определяются напряжения на ветвях схемы и на пассивных элементах:

$$U_v := R \cdot I_v + R \cdot J - E = \begin{pmatrix} -73.386 \\ -75.656 \\ -22.301 \\ -51.085 \\ -71.356 \\ 97.957 \\ -20.271 \\ -77.686 \end{pmatrix} V \quad U := U_v + E = \begin{pmatrix} 68.614 \\ 10.344 \\ -22.301 \\ -51.085 \\ 40.644 \\ 97.957 \\ -20.271 \\ -5.686 \end{pmatrix} V$$

2.5. Определяются мощности источников и приемников энергии, проверяется их баланс:

$$k := 1..8$$

$$PE_k := E_k \cdot I_k \qquad PJ_k := U_{vk} \cdot J_k$$

$$PE = \begin{pmatrix} 295.248 \\ 37.065 \\ 0 \\ 0 \\ 108.383 \\ 0 \\ 0 \\ -21.546 \end{pmatrix} W \qquad PJ = \begin{pmatrix} -91.732 \\ 0 \\ 0 \\ -36.27 \\ 0 \\ 141.059 \\ 0 \\ 73.025 \end{pmatrix} W$$

$$\sum PE + \sum PJ = 505.229 W$$

$$P_k := U_k \cdot I_k \qquad P = \begin{pmatrix} 142.663 \\ 4.458 \\ 8.881 \\ 55.525 \\ 39.331 \\ 246.042 \\ 6.628 \\ 1.702 \end{pmatrix} W \qquad \sum P = 505.229 W$$

$$I := 0 \qquad U := 0$$

3. Расчет режима схемы методом узловых потенциалов выполняется в следующей последовательности

3.1. Составляются матрицы узловых проводимостей и узловых токов:

$$Gu := A \cdot G \cdot A^T = \begin{pmatrix} 0.09 & -0.03 & -0.042 & 0 \\ -0.03 & 0.075 & 0 & -0.024 \\ -0.042 & 0 & 0.12 & -0.053 \\ 0 & -0.024 & -0.053 & 0.093 \end{pmatrix} \frac{1}{\Omega}$$

$$J_u := A \cdot J - A \cdot G \cdot E \quad J_u^T = (0.53 \quad 5.01 \quad -9.753 \quad 2.063) A$$

3.2. Определяются потенциалы узлов:

$$V_u := G_u^{-1} \cdot J_u \quad V_u^T = (-22.301 \quad 51.085 \quad -97.957 \quad -20.271) V$$

3.3. Определяются напряжения на ветвях схемы и на пассивных элементах:

$$U_v := A^T \cdot V_u = \begin{pmatrix} -73.386 \\ -75.656 \\ -22.301 \\ -51.085 \\ -71.356 \\ 97.957 \\ -20.271 \\ -77.686 \end{pmatrix} V \quad U := U_v + E = \begin{pmatrix} 68.614 \\ 10.344 \\ -22.301 \\ -51.085 \\ 40.644 \\ 97.957 \\ -20.271 \\ -5.686 \end{pmatrix} V$$

3.4. Определяются токи ветвей и токи в пассивных элементах:

$$I_v := G \cdot U_v + G \cdot E - J = \begin{pmatrix} 0.829 \\ 0.431 \\ -0.398 \\ -1.797 \\ 0.968 \\ 1.072 \\ -0.327 \\ 0.641 \end{pmatrix} A \quad I := I_v + J = \begin{pmatrix} 2.079 \\ 0.431 \\ -0.398 \\ -1.087 \\ 0.968 \\ 2.512 \\ -0.327 \\ -0.299 \end{pmatrix} A$$

3.5. Определяются мощности источников и приемников энергии, проверяется их баланс:

$$k := 1..8$$

$$PE_k := E_k \cdot I_k$$

$$PJ_k := U_{v_k} \cdot J_k$$

$$PE = \begin{pmatrix} 295.248 \\ 37.065 \\ 0 \\ 0 \\ 108.383 \\ 0 \\ 0 \\ -21.546 \end{pmatrix} W \qquad PJ = \begin{pmatrix} -91.732 \\ 0 \\ 0 \\ -36.27 \\ 0 \\ 141.059 \\ 0 \\ 73.025 \end{pmatrix} W$$

$$\sum PE + \sum PJ = 505.229 W$$

$$P_k := U_k \cdot I_k \qquad P = \begin{pmatrix} 142.663 \\ 4.458 \\ 8.881 \\ 55.525 \\ 39.331 \\ 246.042 \\ 6.628 \\ 1.702 \end{pmatrix} W \qquad \sum P = 505.229 W$$

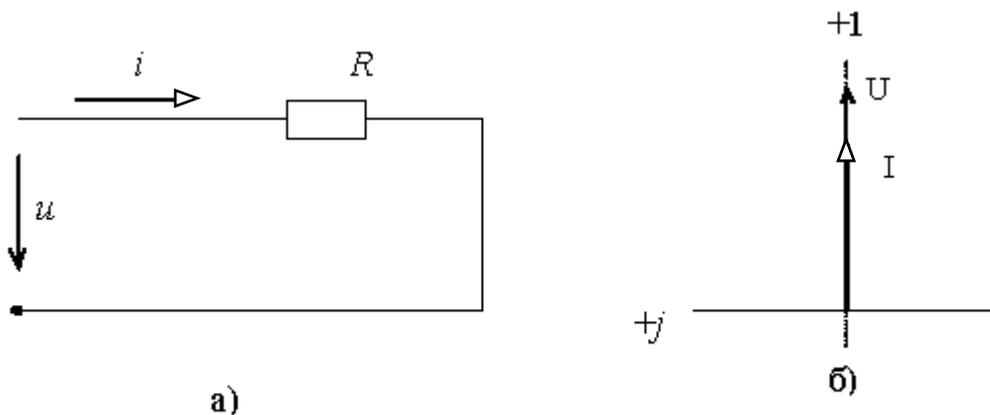
ЗАДАЧА 5. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК В ИДЕАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ R, L, C

Заданы схемы электрических цепей и параметры отдельных элементов. Требуется определить функции тока $i(t)$ и мощности $p(t)$ в цепях А) с идеальным резистором R , Б) с идеальной катушкой L , В) с идеальным конденсатором C при воздействии на них синусоидального напряжения $u(t) = U_m \sin(\omega t)$ и построить графические диаграммы этих функций

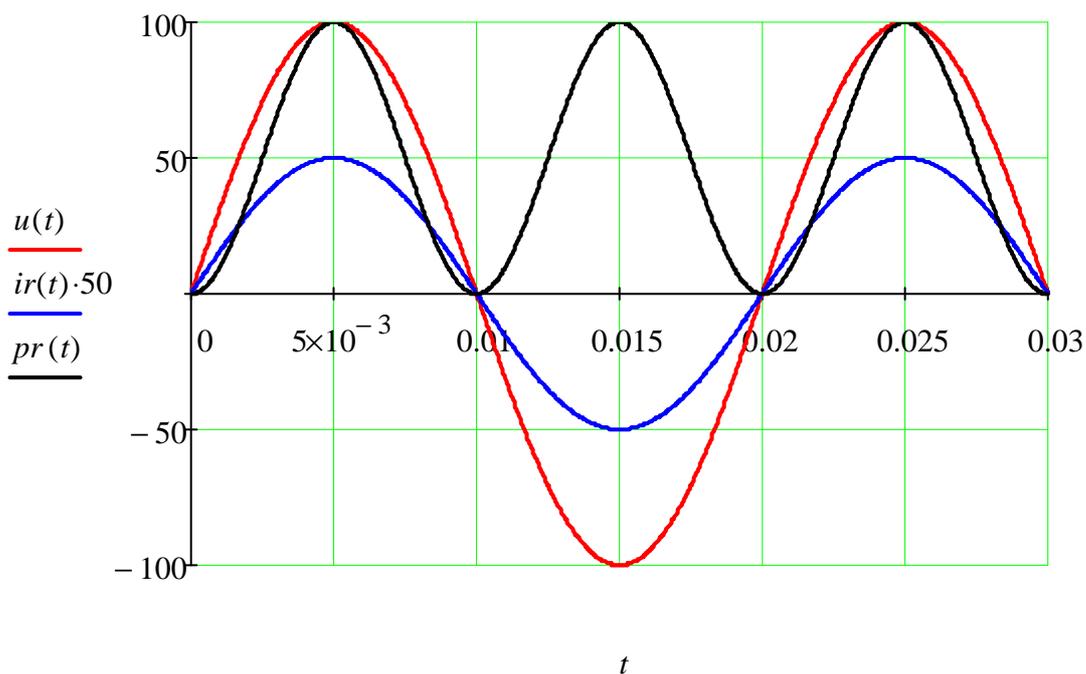
$$U_m := 100 \quad f := 50 \quad \omega := 2\pi f$$

$$R := 100 \quad L := \frac{100}{\omega} \quad C := \frac{1}{100 \cdot \omega}$$

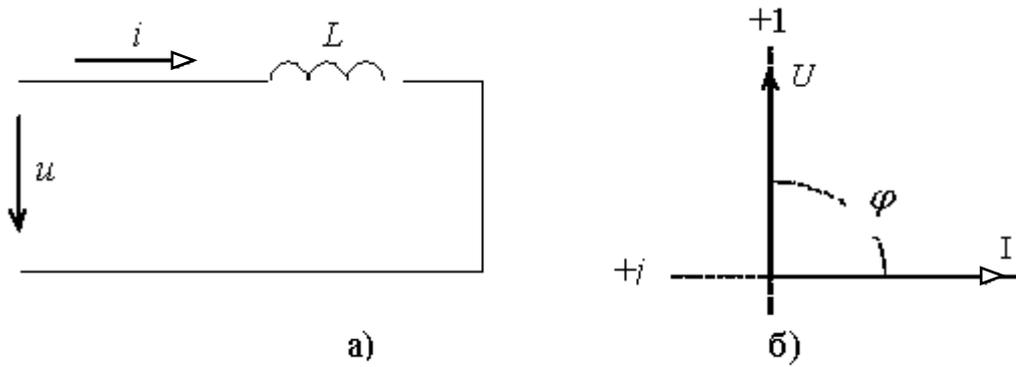
А. Электрическая цепь с идеальным резистором R



$$u(t) := U_m \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad i_r(t) := \frac{1}{R} \cdot u(t) \quad p_r(t) := u(t) \cdot i_r(t)$$



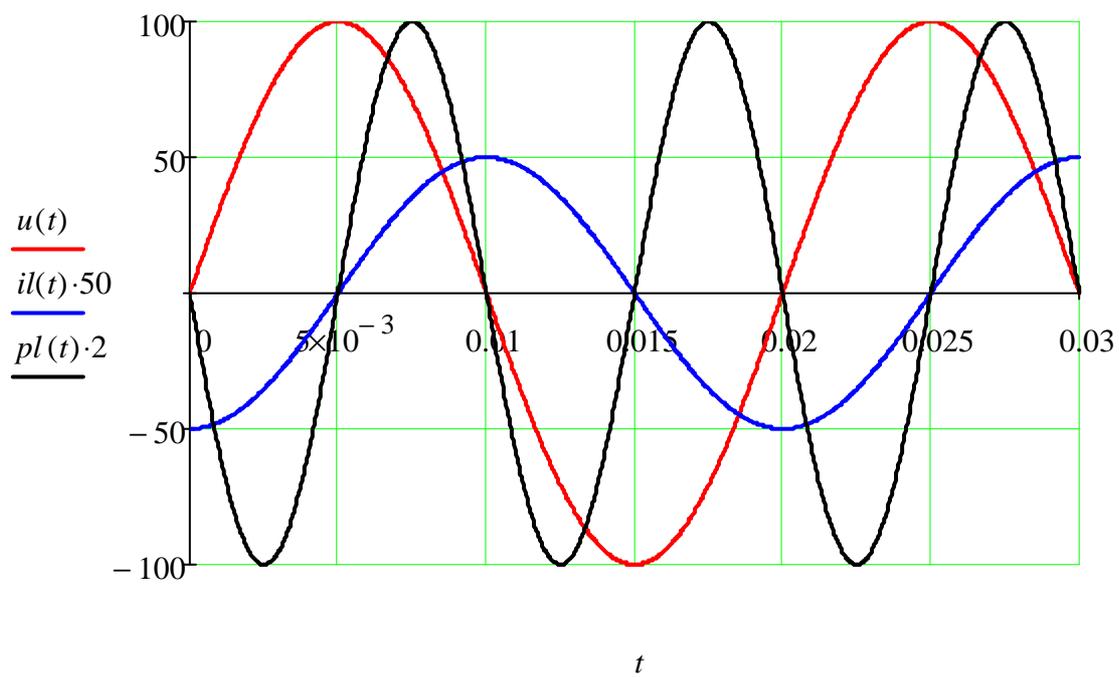
Б. Электрическая цепь с идеальной катушкой L



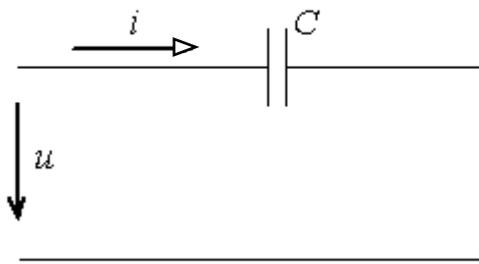
$$u(t) := Um \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$il(t) := \frac{1}{L} \cdot \int u(t) dt \rightarrow -\cos(100 \cdot \pi \cdot t)$$

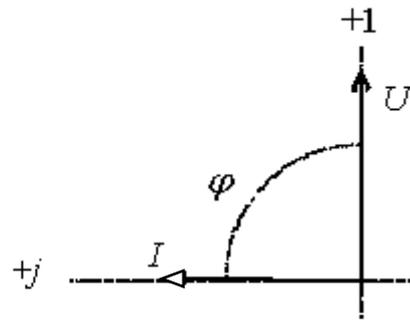
$$pl(t) := u(t) \cdot il(t)$$



В. Электрическая цепь с идеальным конденсатором C



а)

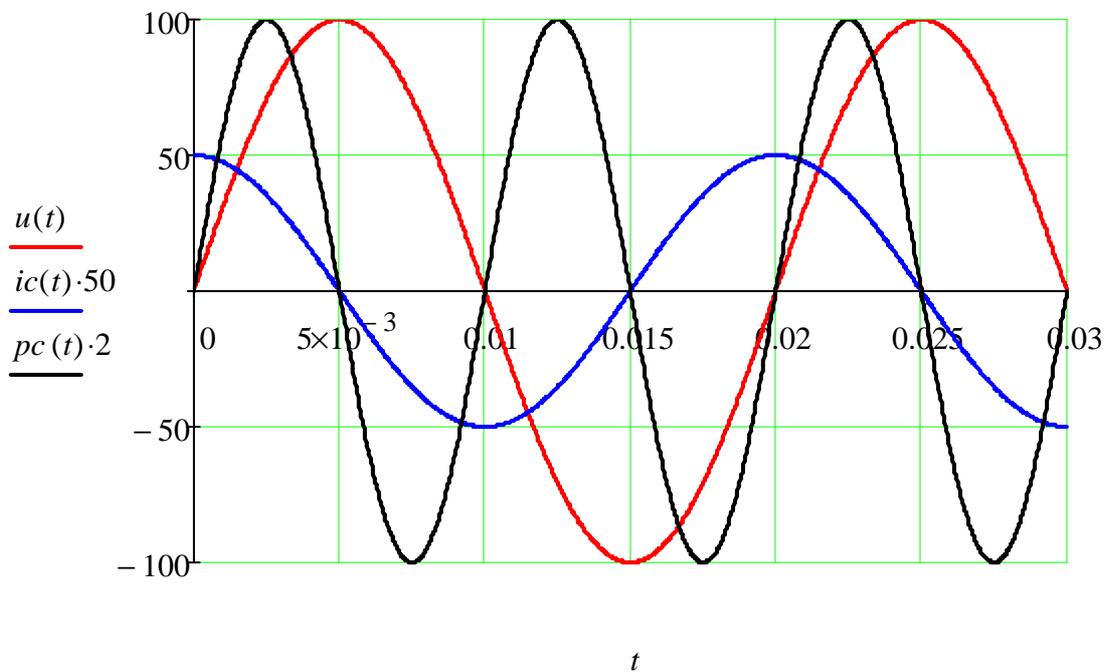


б)

$$u(t) := Um \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

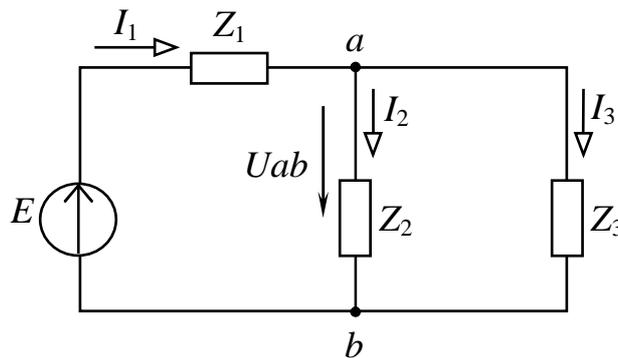
$$ic(t) := C \cdot \frac{d}{dt} u(t)$$

$$pc(t) := u(t) \cdot ic(t)$$



ЗАДАЧА 6.
РАСЧЕТ ПРОСТОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА
МЕТОДОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Для удобства расчета комплексные сопротивления приемников сведены в матрицу. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, мощности источника и отдельных приемников энергии, проверить баланс мощностей.



$$ORIGIN := 1 \quad j := \sqrt{-1} \quad E := 95 \cdot e^{j \cdot 0deg} \cdot V$$

$$Z := (27 + 12j \quad 46 + 49j \quad 18 - 52j)^T \cdot \Omega$$

1. Определяется комплексное входное сопротивление $Z_{вх}$ схемы относительно выводов источника ЭДС:

$$Z_{ab} := \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} \quad Z_{\Sigma} := Z_1 + Z_{ab} = (80.738 - 9.075j) \Omega$$

2. На основании законов Ома и Кирхгофа определяются токи в ветвях схемы:

$$I_1 := \frac{E}{Z_{\Sigma}} \quad |I_1| = 1.169A \quad \arg(I_1) = 6.413 \cdot deg$$

$$U_{ab} := I_1 \cdot Z_{ab} \quad |U_{ab}| = 67.494V \quad \arg(U_{ab}) = -15.001 \cdot deg$$

$$I_2 := \frac{U_{ab}}{Z_2} \quad |I_2| = 1.004A \quad \arg(I_2) = -61.81 \cdot deg$$

$$I_3 := \frac{U_{ab}}{Z_3} \quad |I_3| = 1.227A \quad \arg(I_3) = 55.906 \cdot deg$$

3. Напряжения на отдельных элементах, а также активные и реактивные мощности источника и приемников энергии определяются в матричной форме:

$$k := 1..3$$

$$U_k := I_k \cdot Z_k \quad \overrightarrow{|U|} = \begin{pmatrix} 34.548 \\ 67.494 \\ 67.494 \end{pmatrix} V \quad \arg(U) = \begin{pmatrix} 30.376 \\ -15.001 \\ -15.001 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

$$S_e := E \cdot \overline{I_1} = (110.387 - 12.407j) W$$

$$S_k := U_k \cdot \overline{I_k}$$

$$P := \text{Re}(S) = \begin{pmatrix} 36.915 \\ 46.392 \\ 27.08 \end{pmatrix} W \quad Q := \text{Im}(S) = \begin{pmatrix} 16.407 \\ 49.417 \\ -78.231 \end{pmatrix} W$$

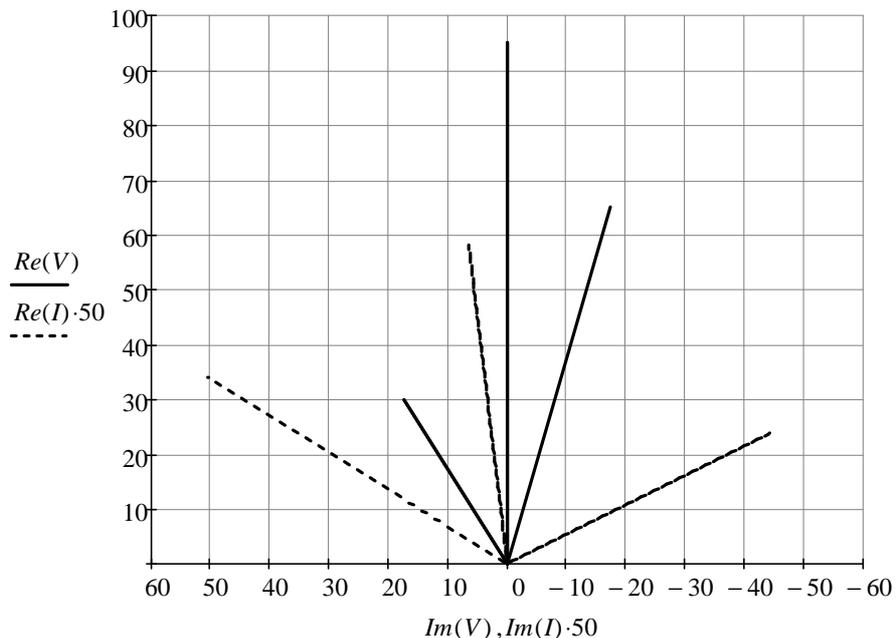
$$\sum P = 110.387 W$$

$$\sum Q = -12.407 W$$

Вывод: баланс активных и реактивных мощностей выполняется.

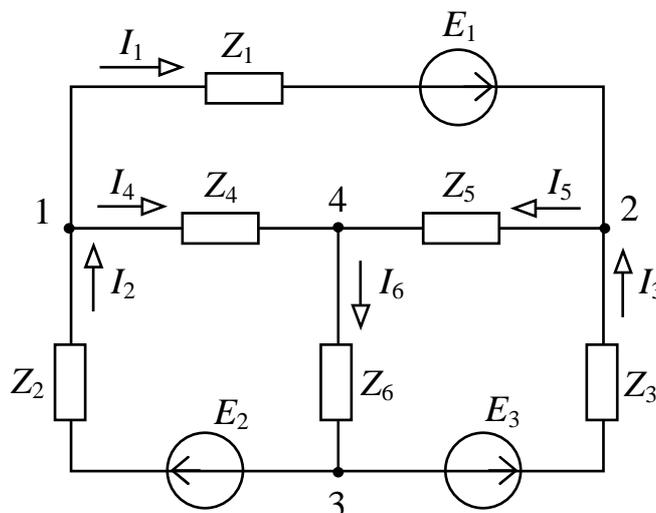
4. Векторная диаграмма токов и напряжений.

$$V := (0 \ E \ 0 \ U_1 \ 0 \ U_{ab})^T \quad I := (0 \ I_1 \ 0 \ I_2 \ 0 \ I_3)^T$$



ЗАДАЧА 7.
РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА
РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Для удобства расчета параметры отдельных элементов сведены в матрицы. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, активные и реактивные мощности отдельных источников и приемников энергии, проверить баланс мощностей, построить топографическую диаграмму потенциалов, совместив ее с векторной диаграммой токов.



$$ORIGIN := 1 \quad j := \sqrt{-1}$$

$$E := \begin{pmatrix} 146e^{-j \cdot 48deg} \\ 182e^{j \cdot 72deg} \\ 123e^{j \cdot 27deg} \end{pmatrix} \cdot V \quad Z := \begin{pmatrix} 28 + 31j \\ 61 - 42j \\ 46 + 22j \\ 52 - 34j \\ 63 + 18j \\ 34 - 52j \end{pmatrix} \cdot \Omega$$

1. Определение токов в ветвях схемы методом законов Кирхгофа

Составляется система уравнений по законам Кирхгофа. Решение системы уравнений осуществляется методом последовательных приближений по программе "Given... find". Задаются первым приближением искомых величин.

$$\text{Given} \quad I := (1 + j \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad 0)^T \cdot A$$

$$-I_1 + I_2 - I_4 = 0 \quad I_1 \cdot Z_1 - I_4 \cdot Z_4 + I_5 \cdot Z_5 = E_1$$

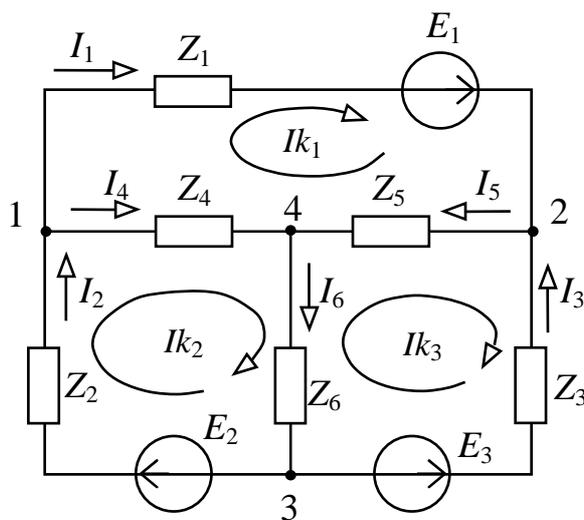
$$I_1 + I_3 - I_5 = 0 \quad I_2 \cdot Z_2 + I_4 \cdot Z_4 + I_6 \cdot Z_6 = E_2$$

$$-I_2 - I_3 + I_6 = 0 \quad I_3 \cdot Z_3 + I_5 \cdot Z_5 + I_6 \cdot Z_6 = E_3$$

$$I := \text{Find}(I) \quad \vec{|I|} = \begin{pmatrix} 0.993 \\ 0.57 \\ 0.547 \\ 1.56 \\ 0.887 \\ 0.983 \end{pmatrix} A \quad \text{arg}(I) = \begin{pmatrix} -55.309 \\ 118.544 \\ 61.971 \\ 122.451 \\ -22.094 \\ 90.885 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

$$I := 0$$

1. Определение токов в ветвях схемы методом контурных токов



Составляется система контурных уравнений в обобщенной форме, определяются коэффициенты уравнений, составляются матрицы коэффициентов:

$$Ik_1 \cdot Z_{11} + Ik_2 \cdot Z_{12} + Ik_3 \cdot Z_{13} = E_{11}$$

$$Ik_1 \cdot Z_{21} + Ik_2 \cdot Z_{22} + Ik_3 \cdot Z_{23} = E_{22}$$

$$Ik_1 \cdot Z_{31} + Ik_2 \cdot Z_{32} + Ik_3 \cdot Z_{33} = E_{33}$$

$$\begin{array}{llll}
Z_{11} := Z_1 + Z_4 + Z_5 & Z_{12} := -Z_4 & Z_{21} := Z_{12} & E_{11} := E_1 \\
Z_{22} := Z_2 + Z_4 + Z_6 & Z_{13} := -Z_5 & Z_{31} := Z_{13} & E_{22} := E_2 \\
Z_{33} := Z_3 + Z_5 + Z_6 & Z_{23} := -Z_6 & Z_{32} := Z_{23} & E_{33} := -E_3
\end{array}$$

$$Z_k := \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{pmatrix} \quad E_k := \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \end{pmatrix}$$

Системы контурных уравнений решается по программе *lsolve*:

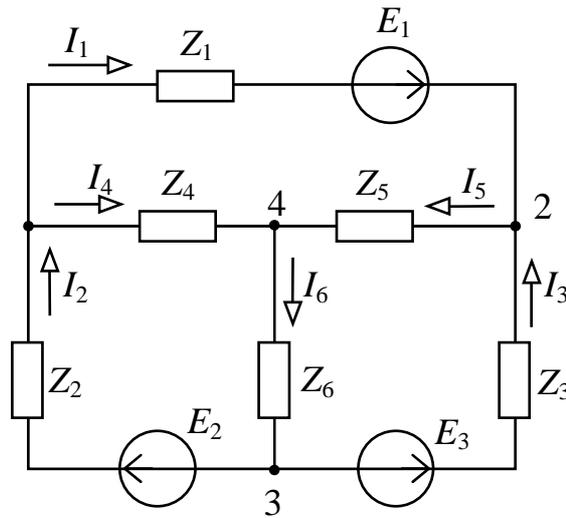
$$I_k := \text{lsolve}(Z_k, E_k) \quad I_k = \begin{pmatrix} 0.565 - 0.816j \\ -0.272 + 0.5j \\ -0.257 - 0.483j \end{pmatrix} A$$

Токи ветвей определяются через контурные токи по методу наложения:

$$\begin{array}{lll}
I_1 := I_{k1} & I_2 := I_{k2} & I_3 := -I_{k3} \\
I_4 := -I_{k1} + I_{k2} & I_5 := I_{k1} - I_{k3} & I_6 := I_{k2} - I_{k3}
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\vec{|I|} = \begin{pmatrix} 0.993 \\ 0.57 \\ 0.547 \\ 1.56 \\ 0.887 \\ 0.983 \end{pmatrix} A \\
I := 0
\end{array} \quad \arg(I) = \begin{pmatrix} -55.309 \\ 118.544 \\ 61.971 \\ 122.451 \\ -22.094 \\ 90.885 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

3. Определение токов в ветвях схемы методом узловых потенциалов



Составляется система узловых уравнений в обобщенной форме, определяются коэффициенты уравнений, составляются матрицы коэффициентов:

$$V_1 \cdot Y_{11} - V_2 \cdot Y_{12} - V_3 \cdot Y_{13} = J_{11}$$

$$-V_1 \cdot Y_{21} + V_2 \cdot Y_{22} - V_3 \cdot Y_{23} = J_{22}$$

$$V_4 := 0 \quad -V_1 \cdot Y_{31} - V_2 \cdot Y_{32} + V_3 \cdot Y_{33} = J_{33}$$

$$Y_{11} := \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} \quad Y_{22} := \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_5} \quad Y_{33} := \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_6}$$

$$Y_{12} := \frac{1}{Z_1} \quad Y_{21} := Y_{12} \quad Y_{13} := \frac{1}{Z_2} \quad Y_{31} := Y_{13} \quad Y_{23} := \frac{1}{Z_3} \quad Y_{32} := Y_{23}$$

$$J_{11} := \frac{-E_1}{Z_1} + \frac{E_2}{Z_2} \quad J_{22} := \frac{E_1}{Z_1} + \frac{E_3}{Z_3} \quad J_{33} := \frac{-E_2}{Z_2} - \frac{E_3}{Z_3}$$

$$Y_u := \begin{pmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & -Y_{13} \\ -Y_{21} & Y_{22} & -Y_{23} \\ -Y_{31} & -Y_{32} & Y_{33} \end{pmatrix} \quad J_u := \begin{pmatrix} J_{11} \\ J_{22} \\ J_{33} \end{pmatrix}$$

Система узловых уравнений решается по программе *lsolve*:

$$V := \text{lsolve}(Y_u, J_u)$$

$$\overrightarrow{|V|} = \begin{pmatrix} 96.94 \\ 58.129 \\ 61.078 \end{pmatrix} V \quad \arg(V) = \begin{pmatrix} 89.272 \\ -6.149 \\ -145.936 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

Токи в ветвях схемы определяются из потенциальных уравнений для ветвей:

$$I_1 := \frac{V_1 - V_2 + E_1}{Z_1} \quad I_2 := \frac{V_3 - V_1 + E_2}{Z_2} \quad I_3 := \frac{V_3 - V_2 + E_3}{Z_3}$$

$$I_4 := \frac{V_1 - V_4}{Z_4} \quad I_5 := \frac{V_2 - V_4}{Z_5} \quad I_6 := \frac{V_4 - V_3}{Z_6}$$

$$\vec{|I|} = \begin{pmatrix} 0.993 \\ 0.57 \\ 0.547 \\ 1.56 \\ 0.887 \\ 0.983 \end{pmatrix} A \quad \arg(I) = \begin{pmatrix} -55.309 \\ 118.544 \\ 61.971 \\ 122.451 \\ -22.094 \\ 90.885 \end{pmatrix} \cdot deg$$

4. Напряжения на отдельных элементах, а также активные и реактивные мощности источника и приемников энергии определяются в матричной форме:

$$k := 1..6 \quad U_k := I_k \cdot Z_k \quad \vec{|U|} = \begin{pmatrix} 41.475 \\ 42.18 \\ 27.882 \\ 96.94 \\ 58.129 \\ 61.078 \end{pmatrix} V \quad \arg(U) = \begin{pmatrix} -7.398 \\ 83.996 \\ 87.531 \\ 89.272 \\ -6.149 \\ 34.064 \end{pmatrix} \cdot deg$$

$$Se_k := E_k \cdot \overline{I_k}$$

$$Pe := Re(Se) = \begin{pmatrix} 143.779 \\ 71.293 \\ 55.113 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} W \quad Qe := Im(Se) = \begin{pmatrix} 18.442 \\ -75.244 \\ -38.549 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} W$$

$$\sum P_e = 270.185 \text{ W}$$

$$\sum Q_e = -95.351 \text{ W}$$

$$S_k := U_k \cdot \bar{I}_k$$

$$P := \text{Re}(S) = \begin{pmatrix} 27.601 \\ 19.786 \\ 13.754 \\ 126.597 \\ 49.587 \\ 32.86 \end{pmatrix} \text{ W}$$

$$Q := \text{Im}(S) = \begin{pmatrix} 30.559 \\ -13.623 \\ 6.578 \\ -82.775 \\ 14.168 \\ -50.256 \end{pmatrix} \text{ W}$$

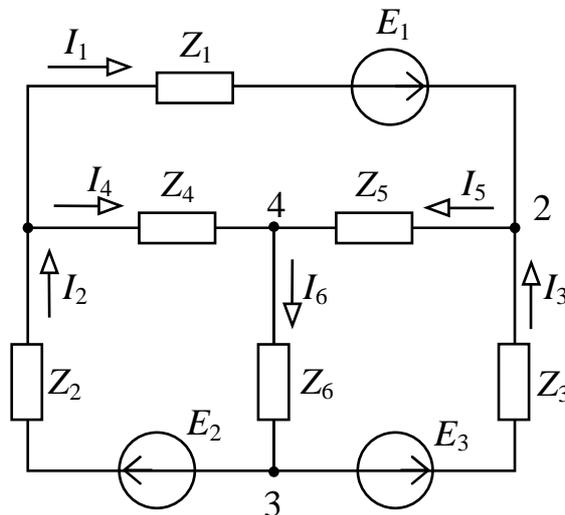
$$\sum P = 270.185 \text{ W}$$

$$\sum Q = -95.351 \text{ W}$$

Вывод: баланс активных и реактивных мощностей выполняется.

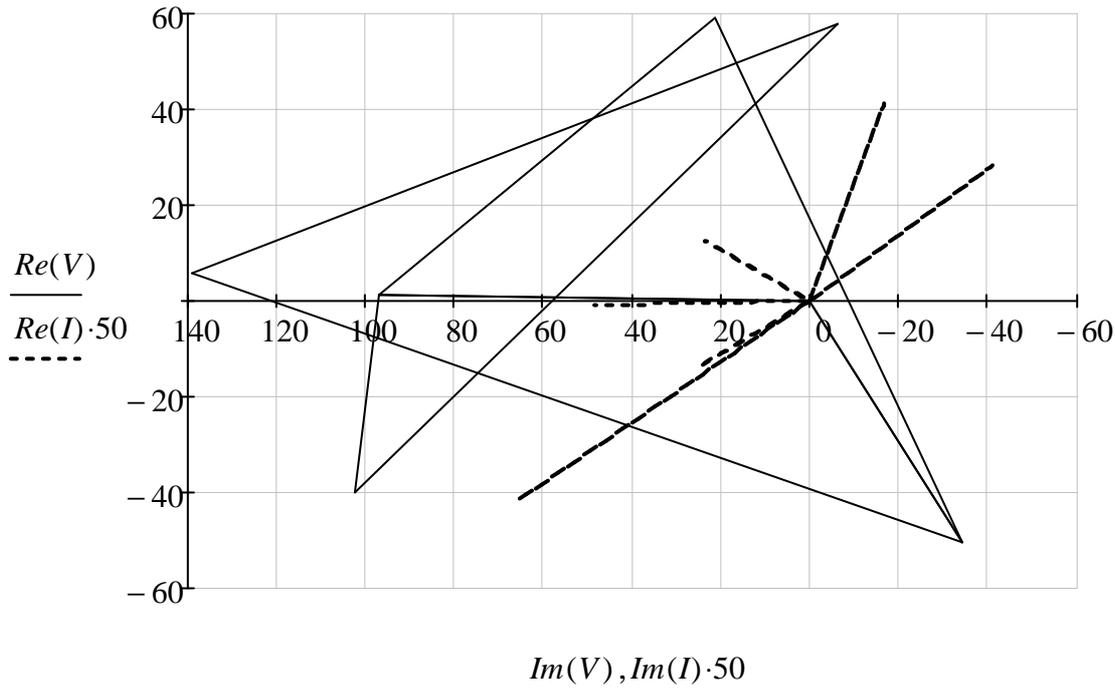
5. Топографическая диаграмма потенциалов и векторная диаграмма ТОКОВ

$$V_4 := 0 \quad V_a := V_1 - I_1 \cdot Z_1 \quad V_b := V_3 + E_3 \quad V_c := V_3 + E_2$$



$$V := (0 \quad V_1 \quad V_a \quad V_2 \quad V_c \quad V_3 \quad V_b \quad V_1 \quad V_4 \quad V_3 \quad 0 \quad 0)^T$$

$$I := (0 \quad I_1 \quad 0 \quad I_2 \quad 0 \quad I_3 \quad 0 \quad I_4 \quad 0 \quad I_5 \quad 0 \quad I_6)^T$$



6. Мощности источников и приемников энергии

$$k := 1..6$$

$$SE_k := E_k \cdot \overline{I_k}$$

$$SE = \begin{pmatrix} 0 \\ -109.525 + 143.724j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} W$$

$$PE := \sum Re(SE) = -109.525 W \quad QE := \sum Im(SE) = 143.724 W$$

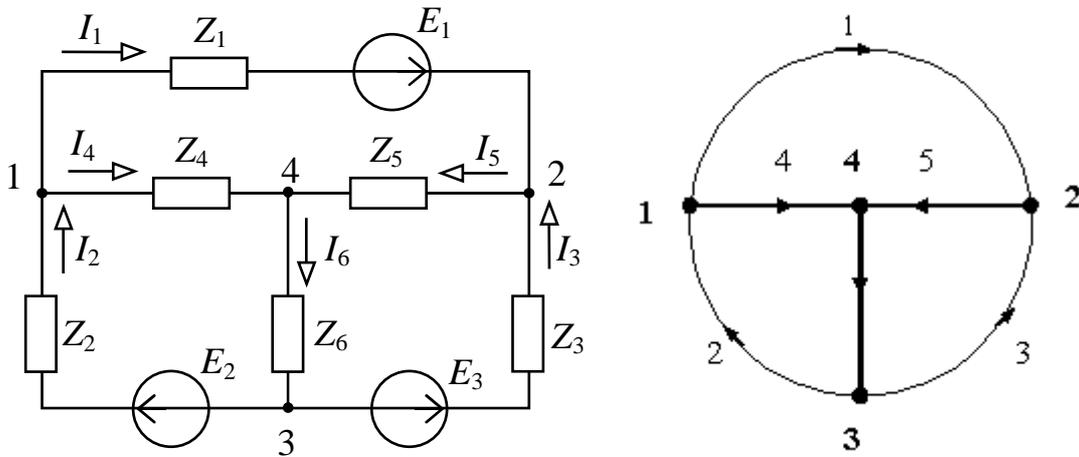
$$S_k := (|I_k|)^2 \cdot Z_k$$

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ 60.132 - 41.402j \\ 0 \\ 16.867 - 11.029j \\ 0 \\ 10.166 - 15.548j \end{pmatrix} W$$

$$Pn := \sum Re(S) = 87.165 W \quad Qn := \sum Im(S) = -67.978 W$$

ЗАДАЧА 8.
РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА
РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ В МАТРИЧНОЙ ФОРМЕ

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Для удобства расчета параметры отдельных элементов сведены в матрицы. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, активные и реактивные мощности отдельных источников и приемников энергии, проверить баланс мощностей.



$$ORIGIN := 1 \quad j := \sqrt{-1}$$

$$E := \left(146e^{-j \cdot 48deg} \quad 182e^{j \cdot 72deg} \quad 123e^{j \cdot 27deg} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right)^T \cdot V$$

$$Z := \begin{pmatrix} 28 + 31j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 61 - 42j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 46 + 22j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 52 - 34j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 63 + 18j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 34 - 52j \end{pmatrix} \cdot \Omega$$

$$Y := Z^{-1}$$

1. Выбираются положительные направления токов в ветвях исходной схемы. В соответствии со структурой схемы и выбранными направлениями токов строится направленный граф схемы. Для графа составляются матрицы соединений A и B .

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Проверка: $A \cdot B^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2. Расчет режима схемы методом контурных токов выполняется в следующей последовательности:

2.1. Составляются матрицы контурных сопротивлений и контурных ЭДС:

$$Z_k := B \cdot Z \cdot B^T \quad E_k := B \cdot E$$

2.2. Определяются контурные токи:

$$I_k := Z_k^{-1} \cdot E_k = \begin{pmatrix} 0.565 - 0.816j \\ -0.272 + 0.5j \\ 0.257 + 0.483j \end{pmatrix} A$$

2.3. Определяются токи ветвей :

$$I := B^T \cdot I_k \quad \vec{|I|} = \begin{pmatrix} 0.993 \\ 0.57 \\ 0.547 \\ 1.56 \\ 0.887 \\ 0.983 \end{pmatrix} A \quad \arg(I) = \begin{pmatrix} -55.309 \\ 118.544 \\ 61.971 \\ 122.451 \\ -22.094 \\ 90.885 \end{pmatrix} \cdot deg$$

2.4. Определяются напряжения на ветвях схемы и на пассивных элементах:

$$U_v := Z \cdot I - E \quad \overrightarrow{|U_v|} = \begin{pmatrix} 117.648 \\ 141.014 \\ 111.947 \\ 96.94 \\ 58.129 \\ 61.078 \end{pmatrix} V \quad \arg(U_v) = \begin{pmatrix} 118.737 \\ -111.564 \\ -165.523 \\ 89.272 \\ -6.149 \\ 34.064 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

$$U := U_v + E \quad \overrightarrow{|U|} = \begin{pmatrix} 41.475 \\ 42.18 \\ 27.882 \\ 96.94 \\ 58.129 \\ 61.078 \end{pmatrix} V \quad \arg(U) = \begin{pmatrix} -7.398 \\ 83.996 \\ 87.531 \\ 89.272 \\ -6.149 \\ 34.064 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

2.5. Определяются активные и реактивные мощности источников и приемников энергии, проверяется их баланс:

$$S_{e_k} := E_k \cdot \overline{I_k}$$

$$k := 1..6$$

$$P_e := \text{Re}(S_e) = \begin{pmatrix} 143.779 \\ 71.293 \\ 55.113 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} W \quad Q_e := \text{Im}(S_e) = \begin{pmatrix} 18.442 \\ -75.244 \\ -38.549 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} W$$

$$\sum P_e = 270.185 W$$

$$\sum Q_e = -95.351 W$$

$$S_k := U_k \cdot \overline{I_k}$$

$$P := \operatorname{Re}(S) = \begin{pmatrix} 27.601 \\ 19.786 \\ 13.754 \\ 126.597 \\ 49.587 \\ 32.86 \end{pmatrix} W \quad Q := \operatorname{Im}(S) = \begin{pmatrix} 30.559 \\ -13.623 \\ 6.578 \\ -82.775 \\ 14.168 \\ -50.256 \end{pmatrix} W$$

$$\sum P = 270.185 W$$

$$\sum Q = -95.351 W$$

Вывод: баланс активных и реактивных мощностей выполняется.

$$I := 0$$

$$U := 0$$

3. Расчет режима схемы методом узловых потенциалов выполняется в следующей последовательности:

3.1. Составляются матрицы узловых проводимостей и узловых токов:

$$Y_u := A \cdot Y \cdot A^T \quad J_u := -A \cdot Y \cdot E$$

3.2. Определяются узловые потенциалы:

$$V_u := Y_u^{-1} \cdot J_u = \begin{pmatrix} 51.829 + 131.144j \\ 108.393 + 27.985j \\ 50.598 + 34.211j \end{pmatrix} V$$

3.3. Определяются напряжения на ветвях схемы и на пассивных элементах:

$$U_v := A^T \cdot V_u \quad \overrightarrow{|U_v|} = \begin{pmatrix} 117.648 \\ 141.014 \\ 111.947 \\ 96.94 \\ 58.129 \\ 61.078 \end{pmatrix} V \quad \arg(U_v) = \begin{pmatrix} 118.737 \\ -111.564 \\ -165.523 \\ 89.272 \\ -6.149 \\ 34.064 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

$$U := U_v + E \quad \overrightarrow{|U|} = \begin{pmatrix} 41.475 \\ 42.18 \\ 27.882 \\ 96.94 \\ 58.129 \\ 61.078 \end{pmatrix} V \quad \arg(U) = \begin{pmatrix} -7.398 \\ 83.996 \\ 87.531 \\ 89.272 \\ -6.149 \\ 34.064 \end{pmatrix} \cdot deg$$

3.4. Определяются токи ветвей :

$$I := Y \cdot U_v + Y \cdot E \quad \overrightarrow{|I|} = \begin{pmatrix} 0.993 \\ 0.57 \\ 0.547 \\ 1.56 \\ 0.887 \\ 0.983 \end{pmatrix} A \quad \arg(I) = \begin{pmatrix} -55.309 \\ 118.544 \\ 61.971 \\ 122.451 \\ -22.094 \\ 90.885 \end{pmatrix} \cdot deg$$

3.5. Определяются активные и реактивные мощности источников и приемников энергии, проверяется их баланс:

$$S_{e_k} := E_k \cdot \overline{I_k} \quad k := 1..6$$

$$P_e := \operatorname{Re}(S_e) = \begin{pmatrix} 143.779 \\ 71.293 \\ 55.113 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} W \quad Q_e := \operatorname{Im}(S_e) = \begin{pmatrix} 18.442 \\ -75.244 \\ -38.549 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} W$$

$$\sum P_e = 270.185 W$$

$$\sum Q_e = -95.351 W$$

$$S_k := U_k \cdot \overline{I_k}$$

$$P := \operatorname{Re}(S) = \begin{pmatrix} 27.601 \\ 19.786 \\ 13.754 \\ 126.597 \\ 49.587 \\ 32.86 \end{pmatrix} \text{ W} \qquad Q := \operatorname{Im}(S) = \begin{pmatrix} 30.559 \\ -13.623 \\ 6.578 \\ -82.775 \\ 14.168 \\ -50.256 \end{pmatrix} \text{ W}$$

$$\sum P = 270.185 \text{ W}$$

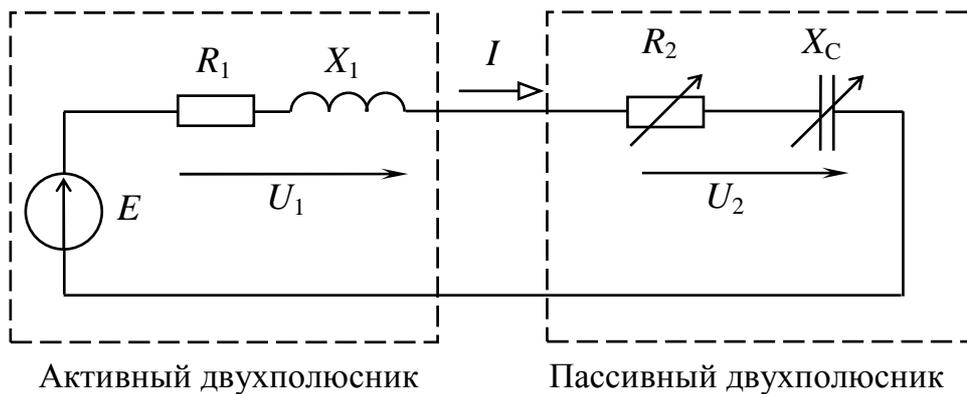
$$\sum Q = -95.351 \text{ W}$$

Вывод: баланс активных и реактивных мощностей выполняется.

ЗАДАЧА 9.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА В РЕЖИМЕ ПЕРЕДАЧИ ЭНЕРГИИ ОТ АКТИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА К ПАССИВНОМУ

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Требуется рассчитать и построить графические диаграммы технико-экономических характеристик электропередачи при изменении параметров нагрузки: а) $R_2 = \text{var}$, б) $X_2 = \text{var}$.



$$j := \sqrt{-1} \quad f := 50 \quad E := 100$$

$$Z_1 := 20 + j \cdot 20 \quad Z_2 = R_2 - j \cdot X_2$$

а). Расчетные формулы для технико-экономических характеристик при $R_2 = \text{var} = R_v$

$$X_2 := 20$$

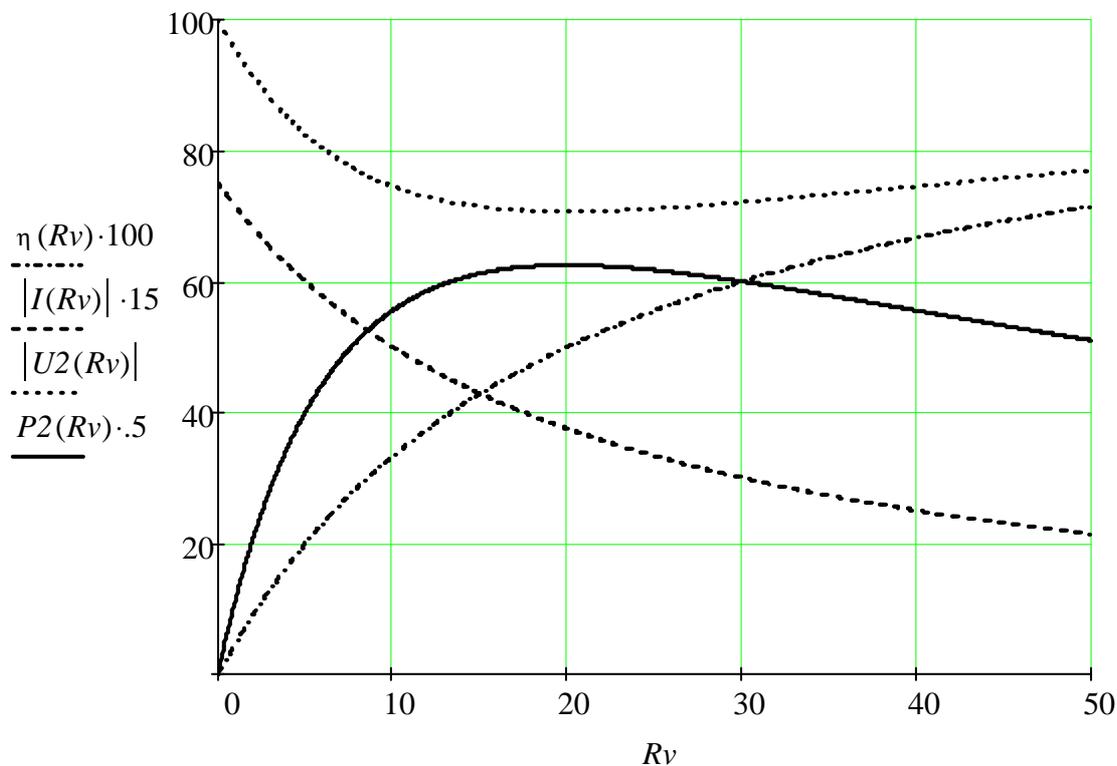
$$Z_e(R_v) := Z_1 + R_v - j \cdot X_2 \quad I(R_v) := \frac{E}{Z_e(R_v)}$$

$$U_2(R_v) := I(R_v) \cdot (R_v - j \cdot X_2) \quad U_1(R_v) := E - U_2(R_v)$$

$$P_e(R_v) := \text{Re}(E \cdot \overline{I(R_v)}) \quad P_2(R_v) := \text{Re}(U_2(R_v) \cdot \overline{I(R_v)})$$

$$\eta(R_v) := \frac{P_2(R_v)}{P_e(R_v)}$$

Графические диаграммы функций технико-экономических характеристик при $R_2 = var = Rv$



б). Расчетные формулы для технико-экономических характеристик при $X_2 = var = Xv$

$$R_2 := 20$$

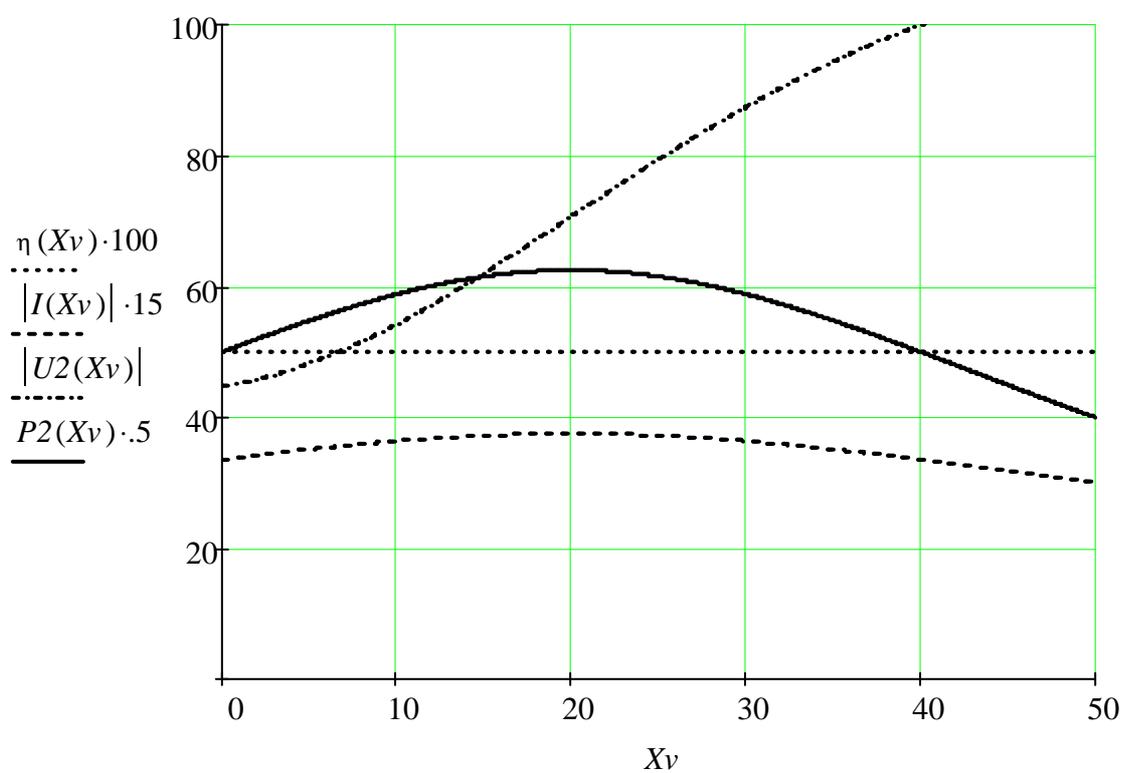
$$Ze(Xv) := Z_1 + R_2 - j \cdot Xv \qquad I(Xv) := \frac{E}{Ze(Xv)}$$

$$U2(Xv) := I(Xv) \cdot (R_2 - j \cdot Xv) \qquad U1(Xv) := E - U2(Xv)$$

$$Pe(Xv) := Re(E \cdot \overline{I(Xv)}) \qquad P2(Xv) := Re(U2(Xv) \cdot \overline{I(Xv)})$$

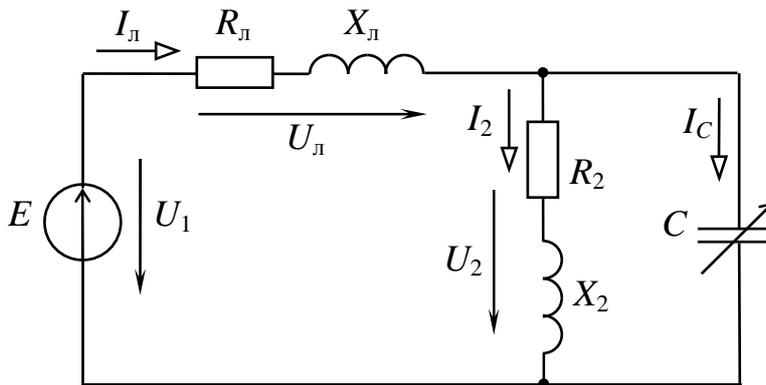
$$\eta(Xv) := \frac{P2(Xv)}{Pe(Xv)}$$

Графические диаграммы функций технико-экономических характеристик при $X_2 = var = Xv$



ЗАДАЧА 10.
ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА В РЕЖИМЕ
КОМПЕНСАЦИИ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ ПРИЕМНИКА

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Требуется рассчитать и построить графические диаграммы технико-экономических характеристик электропередачи при изменении емкости компенсирующего конденсатора C_k .



$$j := \sqrt{-1} \quad f := 50 \quad \omega := 2\pi f \quad U1 := 230 \cdot e^{j \cdot 0deg}$$

$$Z1 := 4 + 12j \quad Z2 := 40 + 60j \quad Ck = var$$

1. Расчетные формулы для технико-экономических характеристик

$$Zc(Ck) := \frac{-j}{\omega \cdot Ck} \quad Ze(Ck) := Z1 + \frac{Z2 \cdot Zc(Ck)}{Z2 + Zc(Ck)} \quad I1(Ck) := \frac{U1}{Ze(Ck)}$$

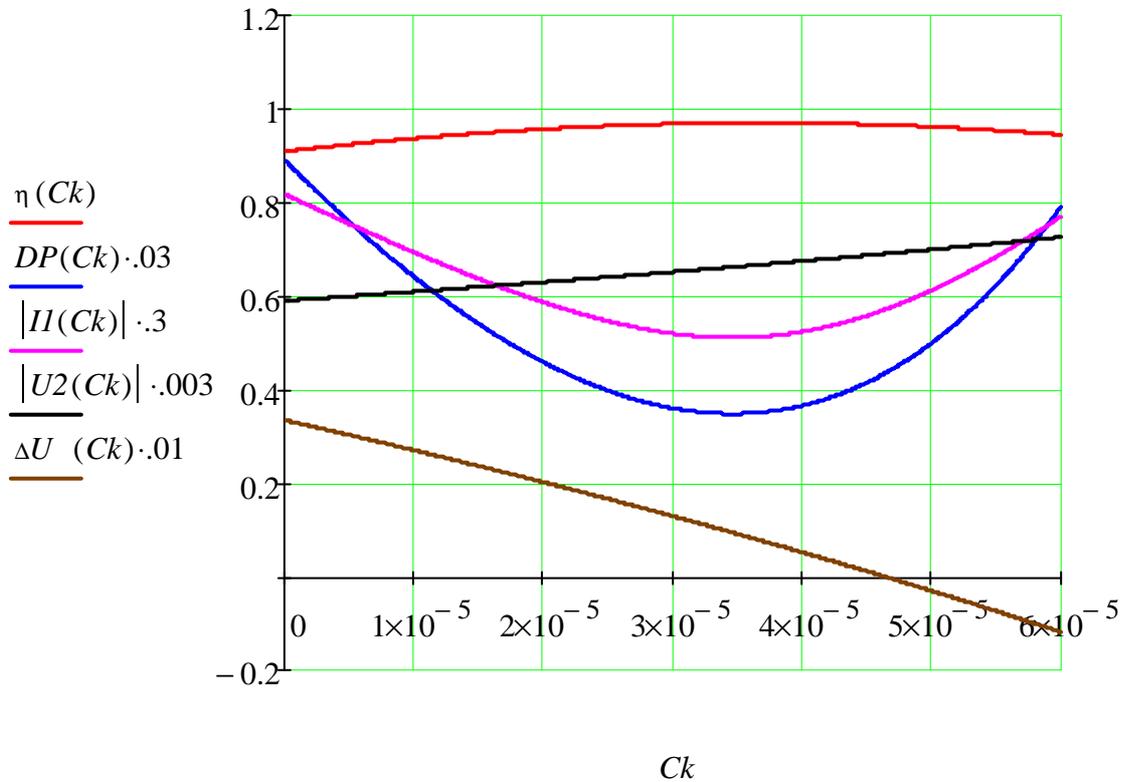
$$U2(Ck) := I1(Ck) \cdot \frac{Z2 \cdot Zc(Ck)}{Z2 + Zc(Ck)} \quad I2(Ck) := \frac{U2(Ck)}{Z2} \quad I3(Ck) := \frac{U2(Ck)}{Zc(Ck)}$$

$$DU(Ck) := U1 - U2(Ck) \quad \Delta U(Ck) := |U1| - |U2(Ck)|$$

$$P1(Ck) := Re(U1 \cdot \overline{I1(Ck)}) \quad P2(Ck) := Re(U2(Ck) \cdot \overline{I2(Ck)})$$

$$DP(Ck) := P1(Ck) - P2(Ck) \quad \eta(Ck) := \frac{P2(Ck)}{P1(Ck)}$$

2. Графические диаграммы функций технико-экономических характеристик



3. Расчет параметров режима схемы для заданного значения емкости компенсирующего конденсатора Ck

$$Ck := 30 \cdot 10^{-6}$$

$$|II(Ck)| = 1.732 \quad \arg(II(Ck)) = -19.904 \cdot \text{deg}$$

$$|U2(Ck)| = 217.092 \quad \arg(U2(Ck)) = -4.54 \cdot \text{deg}$$

$$|I2(Ck)| = 3.011 \quad \arg(I2(Ck)) = -60.849 \cdot \text{deg}$$

$$|I3(Ck)| = 2.046 \quad \arg(I3(Ck)) = 85.46 \cdot \text{deg}$$

$$|DU(Ck)| = 21.906 \quad \arg(DU(Ck)) = 51.661 \cdot \text{deg}$$

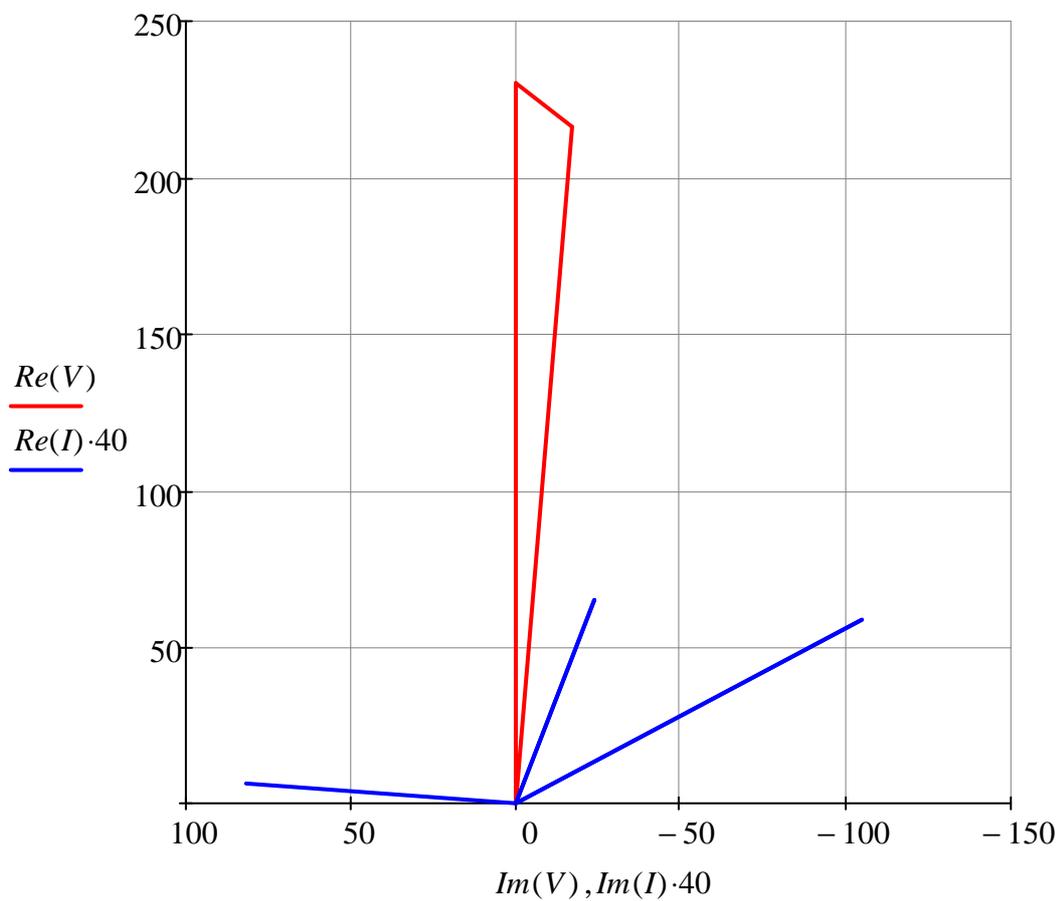
$$\Delta U(Ck) = 12.908 \quad P1(Ck) = 374.528$$

$$P2(Ck) = 362.531 \quad DP(Ck) = 11.997 \quad \eta(Ck) = 0.968$$

4. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

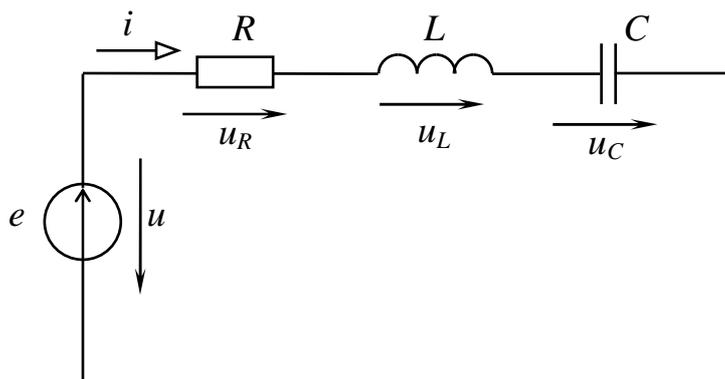
$$V := (0 \ U1 \ U2(Ck) \ 0)^T$$

$$I := (0 \ I1(Ck) \ 0 \ I2(Ck) \ 0 \ I3(Ck))^T$$



ЗАДАЧА 11. РЕЗОНАНСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Требуется рассчитать и построить графические диаграммы резонансных характеристик последовательного колебательного контура при изменении отдельных параметров: а) $f = var$, б) $L = var$, в) $C = var$.



а) Резонансные характеристики последовательного колебательного контура при $f = var$

Исходные данные:

$$E := 50 \quad R := 15 \quad L := 0.2 \quad C := 51 \cdot 10^{-6} \quad f = var$$

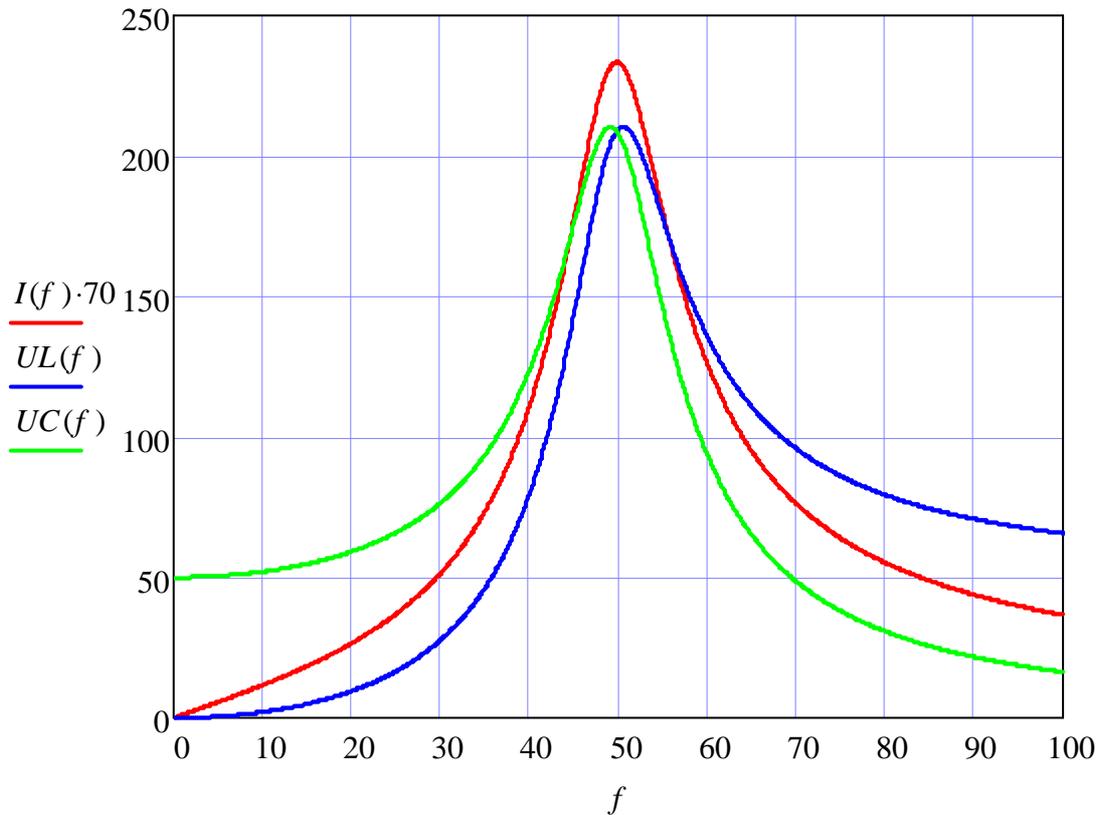
Расчетные формулы:

$$I(f) := \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot L - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}\right)^2}}$$

$$UL(f) := 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \cdot I(f)$$

$$UC(f) := \frac{I(f)}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

Графические диаграммы функций:



б) Резонансные характеристики последовательного колебательного контура при $L = var$

Исходные данные:

$$E := 50 \quad R := 15 \quad L := 0.2 \quad f := 50 \quad C = var$$

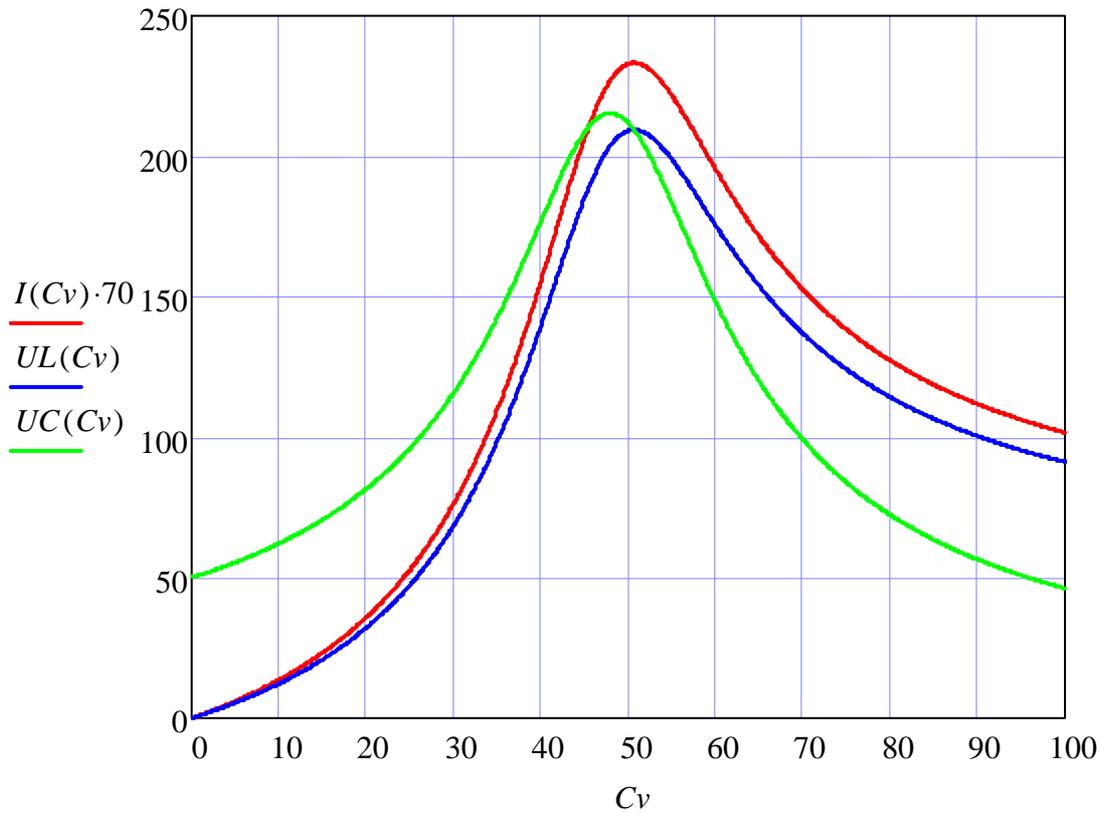
Расчетные формулы:

$$I(Cv) := \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot L - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot Cv \cdot 10^{-6}}\right)^2}}$$

$$UL(Cv) := 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \cdot I(Cv)$$

$$UC(Cv) := \frac{I(Cv)}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot Cv \cdot 10^{-6}}$$

Графические диаграммы функций:



в) Резонансные характеристики последовательного колебательного контура при $L = var$

Исходные данные:

$$E := 50 \quad R := 15 \quad f := 50 \quad C := 51 \cdot 10^{-6} \quad L = var$$

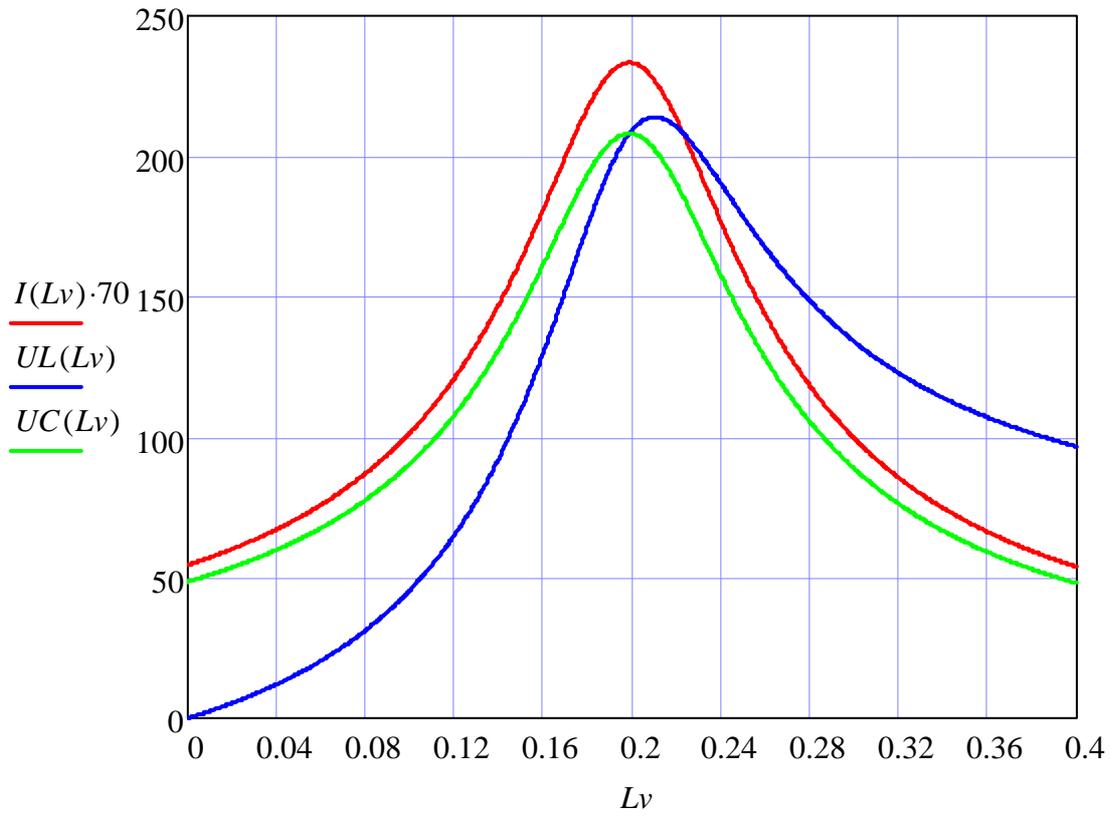
Расчетные формулы:

$$I(Lv) := \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot Lv - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}\right)^2}}$$

$$UL(Lv) := 2 \cdot \pi \cdot f \cdot Lv \cdot I(Lv)$$

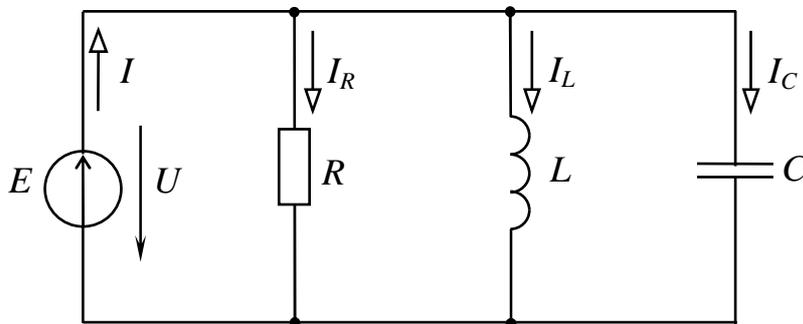
$$UC(Lv) := \frac{I(Lv)}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

Графические диаграммы функций:



ЗАДАЧА 12.
РЕЗОНАНСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО
КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Требуется рассчитать и построить графические диаграммы резонансных характеристик параллельного колебательного контура при изменении отдельных параметров: а) $f = var$, б) $C = var$, в) $L = var$.



а) Резонансные характеристики параллельного колебательного контура при $f = var$

Исходные данные:

$$E := 50 \quad R := 200 \quad L := 0.1 \quad C := 100 \cdot 10^{-6} \quad f = var$$

Расчетные формулы:

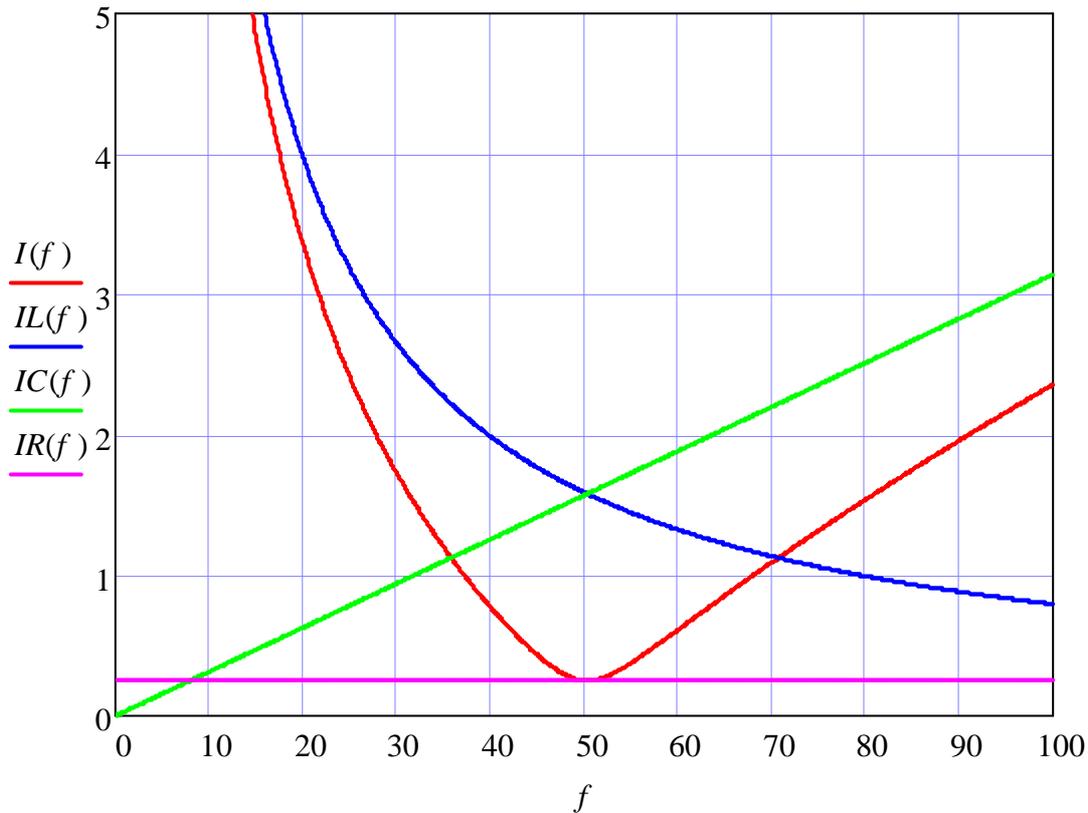
$$I(f) := E \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot C - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}\right)^2}$$

$$I_R(f) := \frac{E}{R}$$

$$I_C(f) := E \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C$$

$$I_L(f) := \frac{E}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}$$

Графические диаграммы функций:



б) Резонансные характеристики параллельного колебательного контура при $C = var$

Исходные данные:

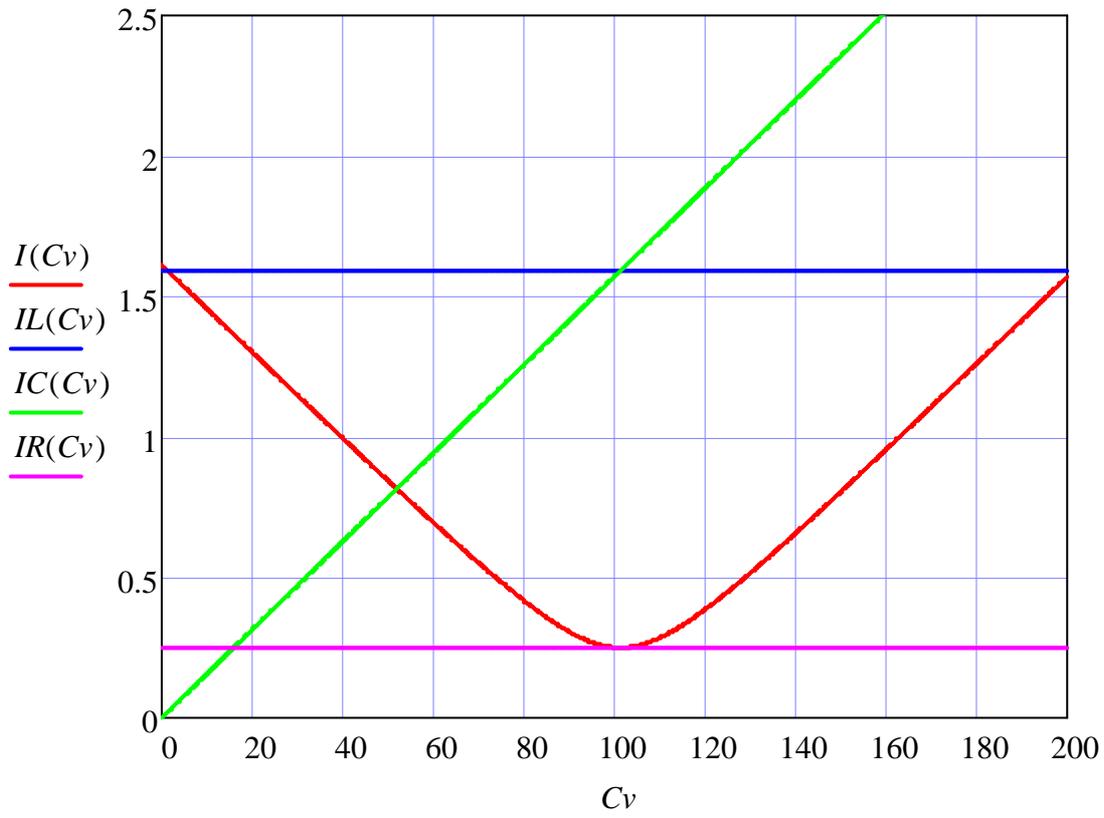
$$E := 50 \quad R := 200 \quad L := 0.1 \quad f := 50 \quad C = var$$

Расчетные формулы:

$$I(Cv) := E \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot Cv \cdot 10^{-6} - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}\right)^2}$$

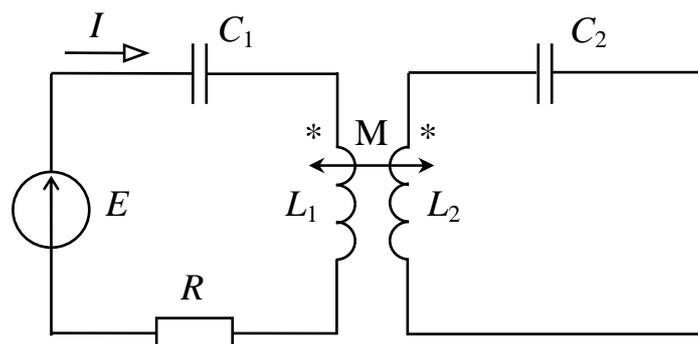
$$IR(Cv) := \frac{E}{R} \quad IC(Cv) := E \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot Cv \cdot 10^{-6} \quad IL(Cv) := \frac{E}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}$$

Графические диаграммы функций:



ЗАДАЧА 13. РЕЗОНАНСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАГНИТНОСВЯЗАННЫХ КОНТУРОВ

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Требуется рассчитать и построить графические диаграммы резонансных характеристик магнитно-связанных контуров при изменении частоты $f = \text{var}$.



Исходные данные:

$$E := 40 \quad R := 11 \quad L_1 := 0.2 \quad L_2 := 0.2 \quad K_c := .4$$

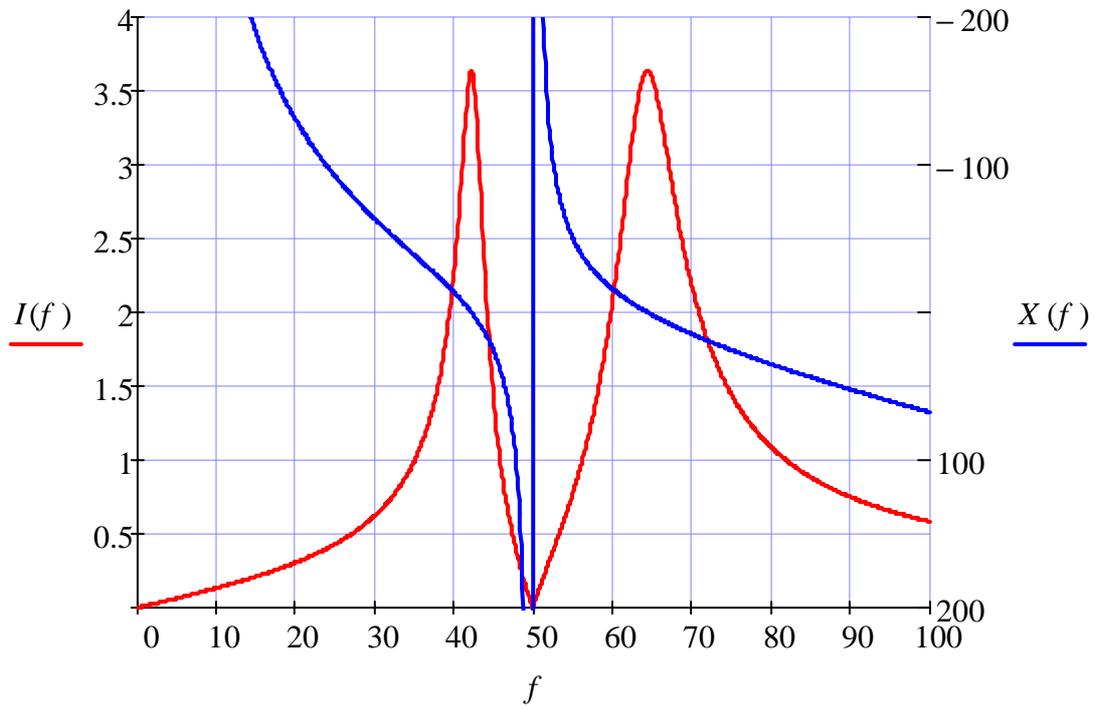
$$M := K_c \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad C_2 := 51 \cdot 10^{-6} \quad C_1 := 51 \cdot 10^{-6}$$

Расчетные формулы:

$$I(f) := \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left[2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} - \frac{(2 \cdot \pi \cdot f \cdot M)^2}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_2}} \right]^2}}$$

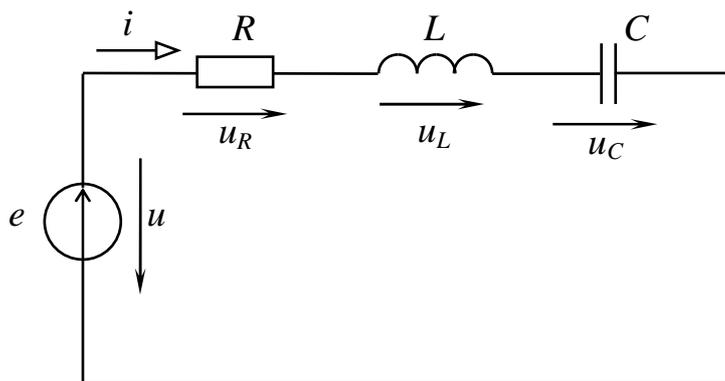
$$X(f) := 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} - \frac{(2 \cdot \pi \cdot f \cdot M)^2}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_2}}$$

Графические диаграммы функций:



ЗАДАЧА 14.
РЕЗОНАНСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО
КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ
НАПРЯЖЕНИИ ИСТОЧНИКА

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Требуется рассчитать и построить графические диаграммы резонансных характеристик последовательного колебательного контура при изменении емкости конденсатора $C = var$.



Исходные данные:

$$e(t) = E1m \cdot \sin(\omega \cdot t) + E2m \cdot \sin(2\omega \cdot t) + E3m \cdot \sin(3\omega \cdot t) \quad f := 50$$

$$E1 := 40 \quad E2 := 20 \quad E3 := 10 \quad R := 11 \quad L := 0.2 \quad C := 51 \cdot 10^{-6}$$

Расчетные формулы:

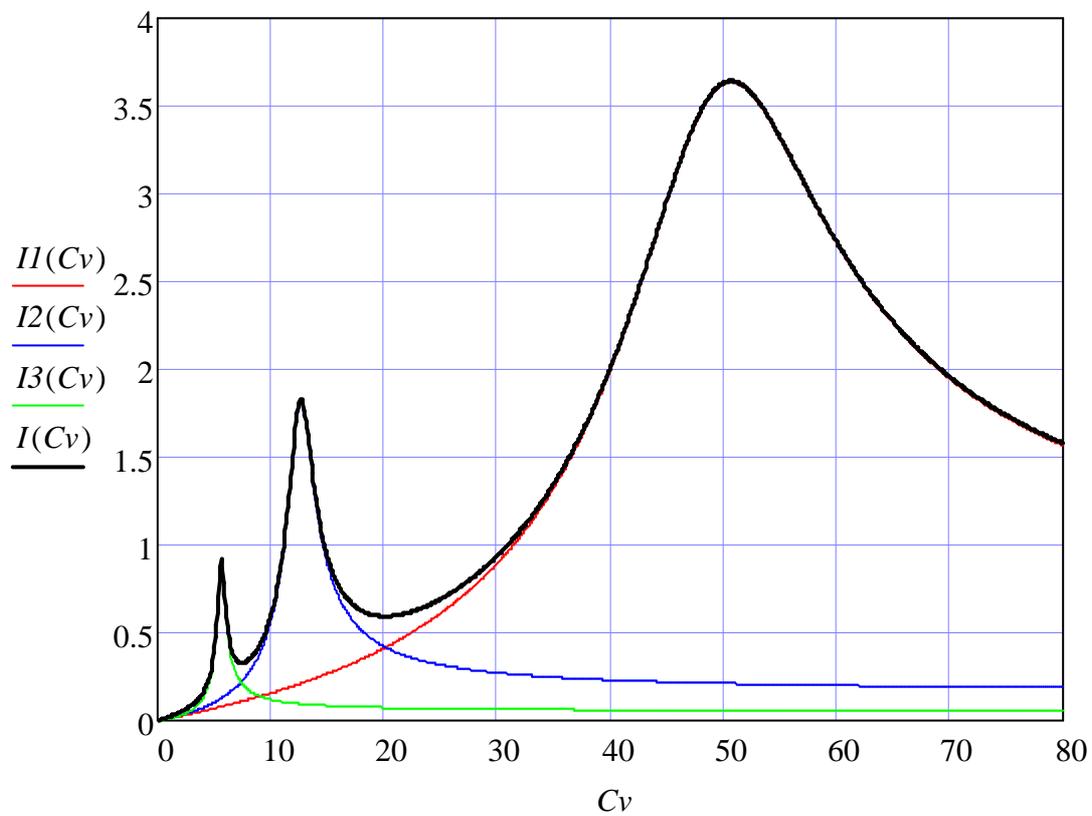
$$I1(Cv) := \frac{E1}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi \cdot f \cdot L - \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot Cv \cdot 10^{-6}}\right)^2}}$$

$$I2(Cv) := \frac{E2}{\sqrt{R^2 + \left(4\pi \cdot f \cdot L - \frac{1}{4\pi \cdot f \cdot Cv \cdot 10^{-6}}\right)^2}}$$

$$I3(Cv) := \frac{E3}{\sqrt{R^2 + \left(6 \cdot \pi \cdot f \cdot L - \frac{1}{6 \cdot \pi \cdot f \cdot Cv \cdot 10^{-6}}\right)^2}}$$

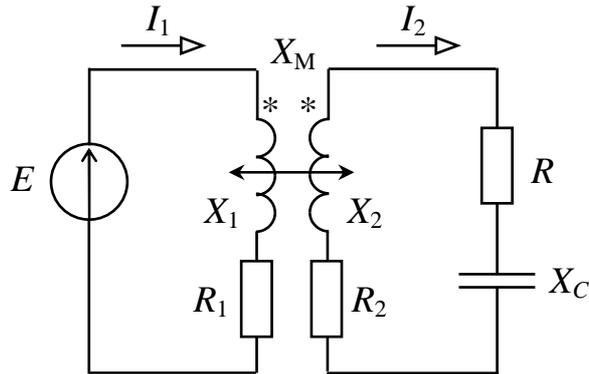
$$I(Cv) := \sqrt{I1(Cv)^2 + I2(Cv)^2 + I3(Cv)^2}$$

Графические диаграммы функций:



ЗАДАЧА 15.
РАСЧЕТ РЕЖИМА ЛИНЕЙНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах.



$$ORIGIN := 1 \quad j := \sqrt{-1} \quad E := 90 \cdot V$$

$$R_1 := 13 \cdot \Omega \quad R_2 := 9 \cdot \Omega \quad R_n := 29 \cdot \Omega \quad X_1 := 54 \cdot \Omega$$

$$X_2 := 67 \cdot \Omega \quad X_M := 43 \cdot \Omega \quad X_c := 90 \cdot \Omega \quad Z_n := R_n - j \cdot X_c$$

a). Решение задачи методом законов Кирхгофа

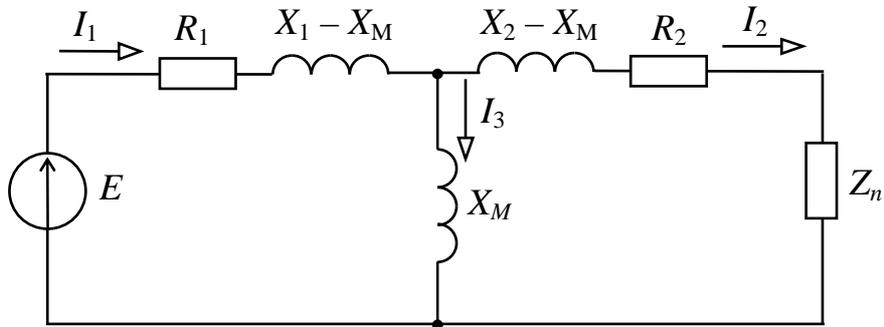
$$Given \quad I_1 := (1 + j) \cdot A \quad I_2 := (1 + j) \cdot A$$

$$I_1 \cdot (R_1 + j \cdot X_1) - I_2 \cdot j \cdot X_M = E$$

$$I_2 \cdot (R_2 + j \cdot X_2 + R_n - j \cdot X_c) - I_1 \cdot j \cdot X_M = 0$$

$$I := Find(I) \quad \vec{|I|} = \begin{pmatrix} 1.002 \\ 0.97 \end{pmatrix} A \quad arg(I) = \begin{pmatrix} -57.243 \\ 63.942 \end{pmatrix} \cdot deg$$

б). Решение задачи методом свертки схемы после магнитной развязки



$$Z_1 := R_1 + j \cdot (X_1 - XM) \quad Z_2 := R_2 + j \cdot (X_2 - XM) + Z_n \quad Z_3 := j \cdot XM$$

$$Z_{ab} := Z_2 \cdot \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \quad Z_{\Sigma} := Z_1 + Z_{ab} \quad I_1 := \frac{E}{Z_{\Sigma}}$$

$$U_1 := I_1 \cdot Z_1 \quad |U_1| = 17.059 \text{ V} \quad \arg(U_1) = -17.006 \cdot \text{deg}$$

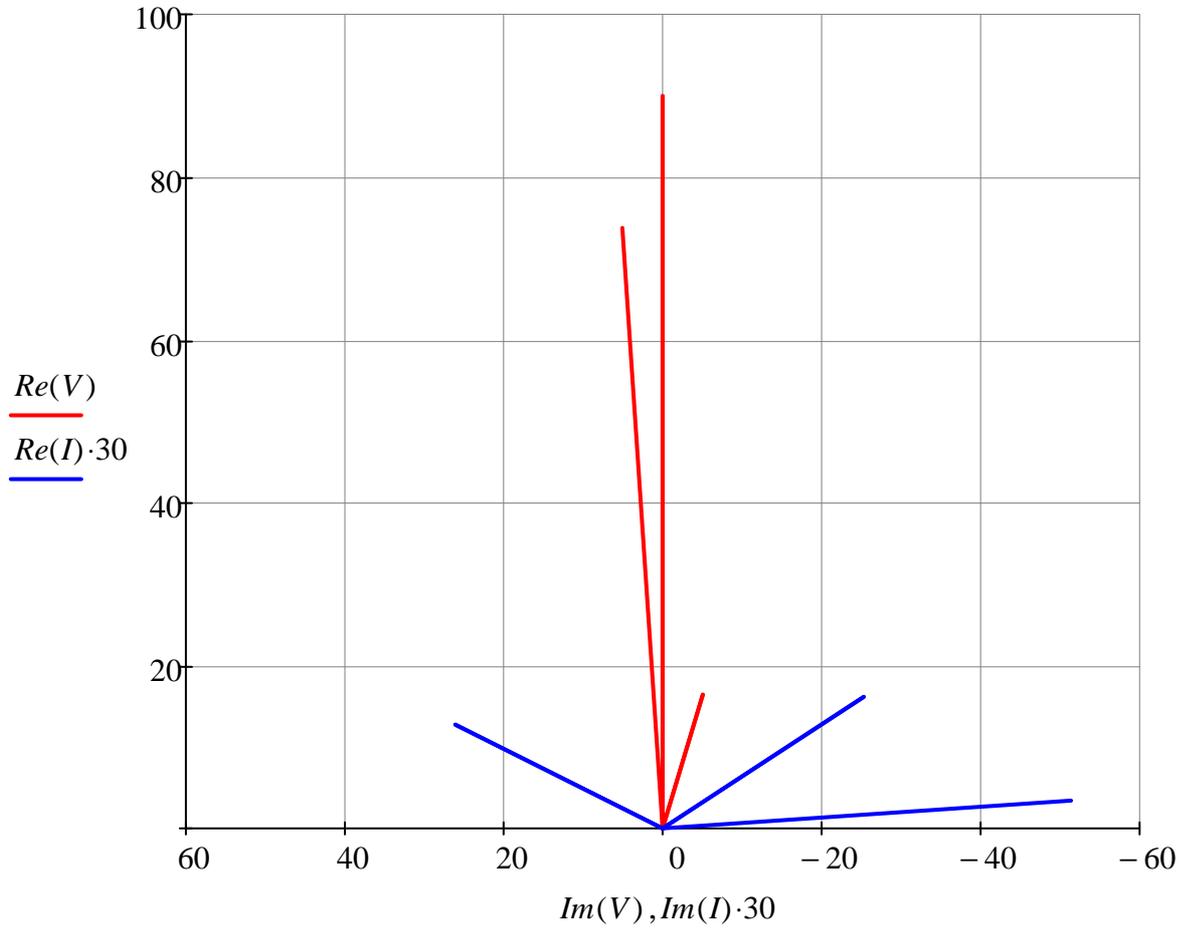
$$U_{ab} := I_1 \cdot Z_{ab} \quad |U_{ab}| = 73.855 \text{ V} \quad \arg(U_{ab}) = 3.874 \cdot \text{deg}$$

$$I_2 := \frac{U_{ab}}{Z_2} \quad I_3 := \frac{U_{ab}}{Z_3}$$

$$\vec{|I|} = \begin{pmatrix} 1.002 \\ 0.97 \\ 1.718 \end{pmatrix} \text{ A} \quad \arg(I) = \begin{pmatrix} -57.243 \\ 63.942 \\ -86.126 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

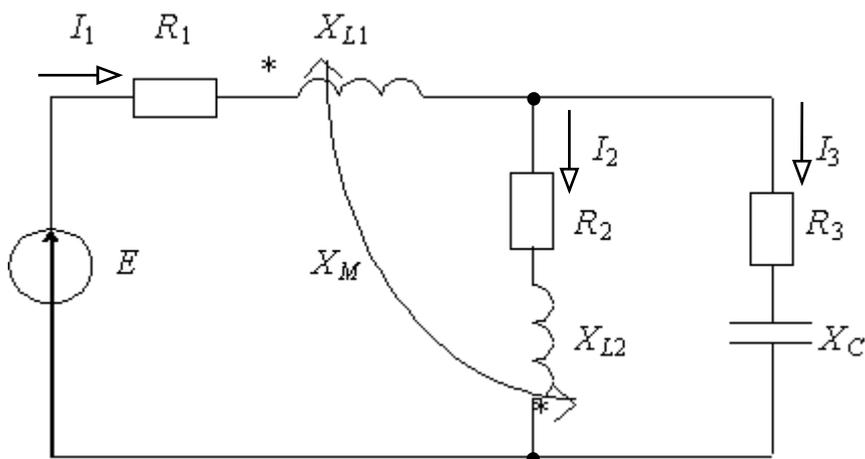
4. Векторная диаграмма токов и напряжений.

$$V := (0 \ E \ 0 \ U_1 \ 0 \ U_{ab})^T \quad I := (0 \ I_1 \ 0 \ I_2 \ 0 \ I_3)^T$$



ЗАДАЧА 16. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С МАГНИТНОСВЯЗАННЫМИ КАТУШКАМИ

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, активные и реактивные мощности источника и отдельных приемников энергии, проверить баланс мощностей, построить топографическую диаграмму потенциалов, совместив ее с векторной диаграммой токов..



$$j := \sqrt{-1}$$

$$ORIGIN := 1$$

$$E := 90 \cdot V$$

$$R_1 := 23 \cdot \Omega$$

$$R_2 := 31 \cdot \Omega$$

$$R_3 := 29 \cdot \Omega$$

$$X_1 := 34 \cdot \Omega$$

$$X_2 := 67 \cdot \Omega$$

$$XM := 23 \cdot \Omega$$

$$Xc := 49 \cdot \Omega$$

а). Решение задачи методом законов Кирхгофа

$$\text{Given} \quad I_1 := 1 \cdot A \quad I_2 := 1 \cdot A \quad I_3 := 1 \cdot A$$

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_1 \cdot (R_1 + j \cdot X_1) - I_2 \cdot j \cdot XM + I_2 \cdot (R_2 + j \cdot X_2) - I_1 \cdot j \cdot XM = E$$

$$-I_2 \cdot (R_2 + j \cdot X_2) + I_1 \cdot j \cdot XM + I_3 \cdot (R_3 - j \cdot Xc) = 0$$

$$I := \text{Find}(I) \quad \vec{|I|} = \begin{pmatrix} 1.577 \\ 0.98 \\ 1.355 \end{pmatrix} A \quad \text{arg}(I) = \begin{pmatrix} -8.884 \\ -67.461 \\ 29.25 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

$$I := 0$$

б). Решение задачи методом свертки схемы после магнитной развязки

$$Z_1 := R_1 + j \cdot (X_1 - XM) \quad Z_2 := R_2 + j \cdot (X_2 - XM)$$

$$Z_3 := R_3 + j \cdot (XM - Xc)$$

$$Z_{ab} := Z_2 \cdot \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \quad Z_{\Sigma} := Z_1 + Z_{ab} \quad I_1 := \frac{E}{Z_{\Sigma}} \quad U_1 := I_1 \cdot Z_1$$

$$U_2 := I_1 \cdot Z_{ab} \quad U_3 := I_1 \cdot Z_{ab} \quad I_2 := \frac{U_2}{Z_2} \quad I_3 := \frac{U_3}{Z_3}$$

$$\vec{|I|} = \begin{pmatrix} 1.577 \\ 0.98 \\ 1.355 \end{pmatrix} A$$

$$\arg(I) = \begin{pmatrix} -8.884 \\ -67.461 \\ 29.25 \end{pmatrix} \cdot deg$$

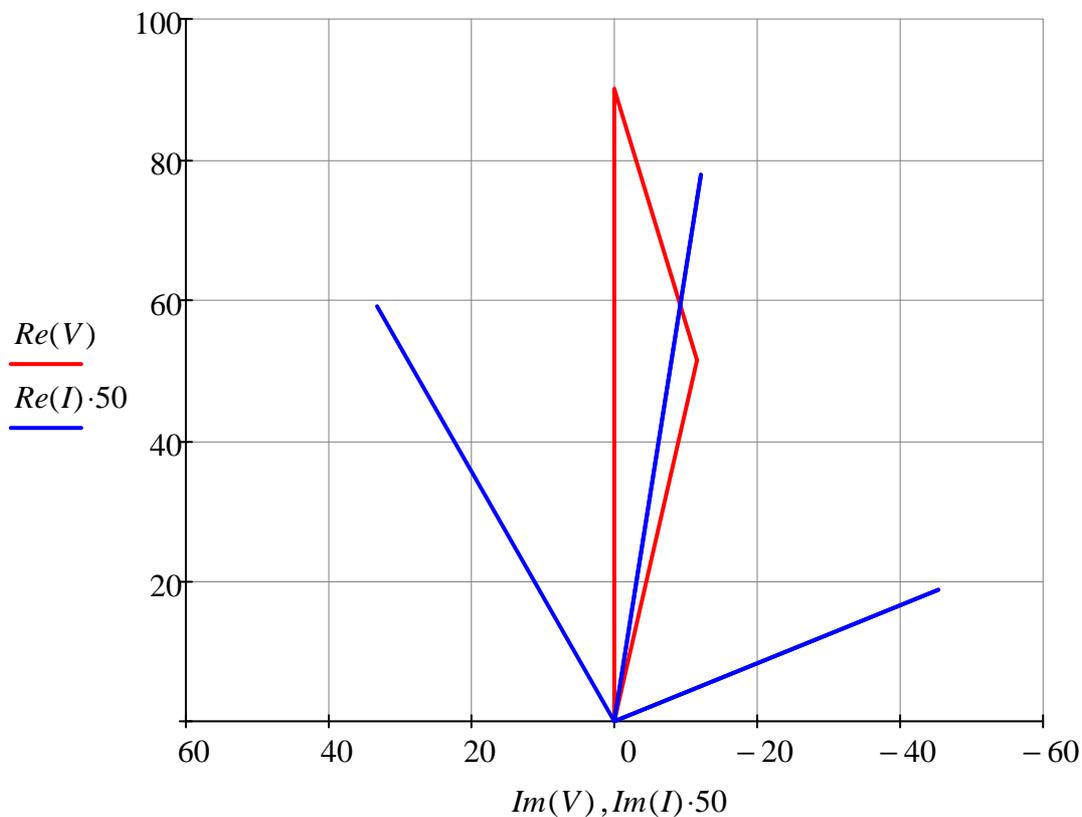
$$\vec{|U|} = \begin{pmatrix} 40.2 \\ 52.768 \\ 52.768 \end{pmatrix} V$$

$$\arg(U) = \begin{pmatrix} 16.676 \\ -12.628 \\ -12.628 \end{pmatrix} \cdot deg$$

Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

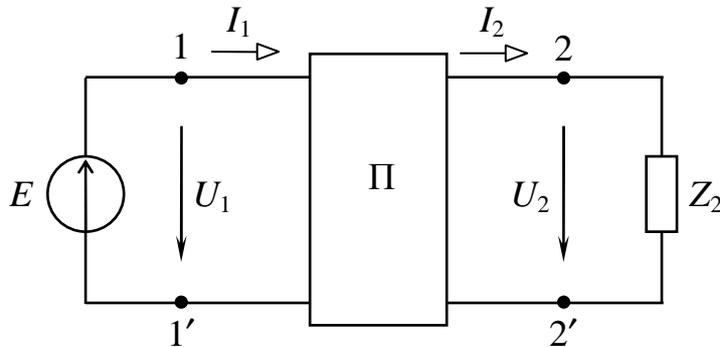
$$V := (0 \ E \ U_2 \ 0 \ 0)^T$$

$$I := (0 \ I_1 \ 0 \ I_2 \ 0 \ I_3)^T$$



ЗАДАЧА 17.
РАСЧЕТ ЦЕПИ С ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$ORIGIN := 1$$

$$j := \sqrt{-1}$$

Входные сопротивления четырехполюсника в режимах холостого хода и короткого замыкания были измерены экспериментально по схеме А – V – Φ, результаты измерений приведены ниже:

$$Zx_1 := 89 + 25j$$

$$Zx_2 := 70 - 31j$$

$$Zk_1 := 46 + 27j$$

$$Zk_2 := 65 + 49j$$

2. Определение коэффициентов четырехполюсника

$$A := 1$$

$$B := 1$$

$$C := 1$$

$$D := 1$$

Given

$$Zx_1 = \frac{A}{C}$$

$$Zk_1 = \frac{B}{D}$$

$$Zx_2 = \frac{D}{C}$$

$$A \cdot D - B \cdot C = 1$$

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix} := Find(A, B, C, D) = \begin{pmatrix} 1.409 + 0.78j \\ 66.927 + 24.094j \\ 0.017 + 4j \times 10^{-3} \\ 1.311 - 0.246j \end{pmatrix}$$

3. Определение параметров Т-образной схемы

$$ZT_1 := \frac{A - 1}{C} = 33.127 + 38.182j$$

$$ZT_2 := \frac{D - 1}{C} = 14.127 - 17.818j$$

$$YT_o := C = 0.017 + 4j \times 10^{-3}$$

$$ZT_o := \frac{1}{YT_o} = 55.873 - 13.182j$$

4. Определение параметров П-образной схемы

$$Y\Pi_1 := \frac{A - 1}{B} = 9.123 \times 10^{-3} + 8.368j \times 10^{-3}$$

$$Y\Pi_2 := \frac{D - 1}{B} = 2.941 \times 10^{-3} - 4.728j \times 10^{-3}$$

$$Z\Pi_o := B = 66.927 + 24.094j$$

$$Z\Pi_1 := \frac{1}{Y\Pi_1} = 59.53 - 54.606j$$

$$Z\Pi_2 := \frac{1}{Y\Pi_2} = 94.855 + 152.482j$$

5. Расчет параметров режима при заданной нагрузке

$$U_1 := 180 \quad Z_2 := 57 + 32j$$

$$\text{Given} \quad I_1 := 1 \quad I_2 := 1 \quad U_2 := 10$$

$$U_1 = A \cdot U_2 + B \cdot I_2 \quad I_1 = C \cdot U_2 + D \cdot I_2 \quad U_2 = I_2 \cdot Z_2$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ U_2 \end{pmatrix} := \text{Find}(I_1, I_2, U_2) = \begin{pmatrix} 2.083 - 1.163j \\ 0.79 - 0.734j \\ 68.514 - 16.563j \end{pmatrix}$$

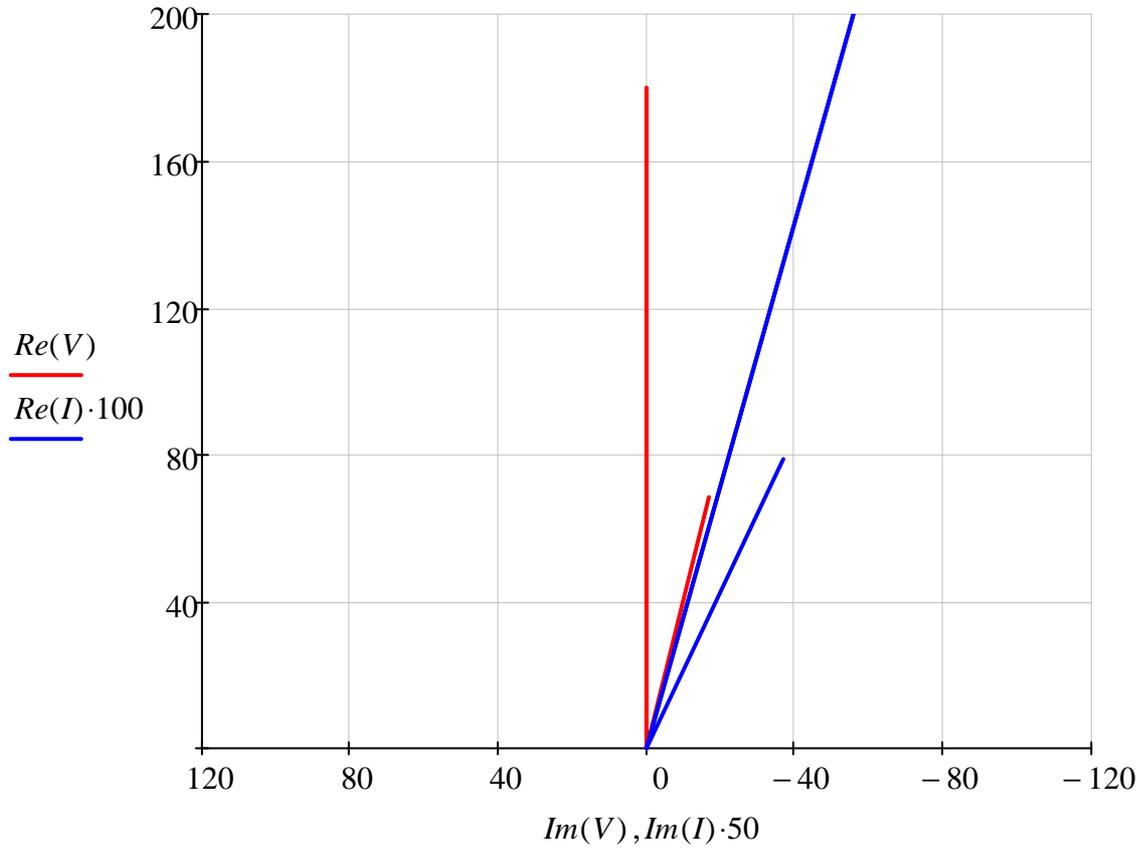
$$|I_1| = 2.386 \quad \arg(I_1) = -29.174 \cdot \text{deg}$$

$$|I_2| = 1.078 \quad \arg(I_2) = -42.9 \cdot \text{deg}$$

$$|U_2| = 70.488 \quad \arg(U_2) = -13.59 \cdot \text{deg}$$

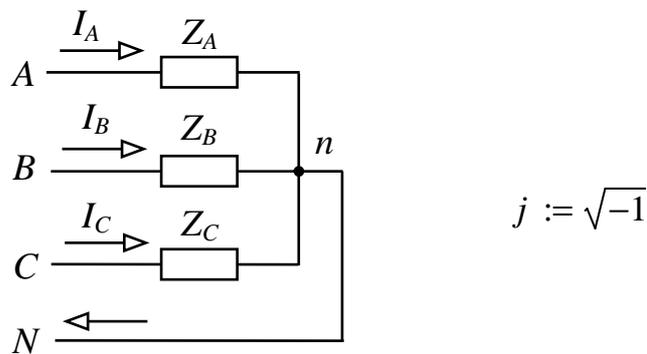
6. Векторная диаграмма токов и напряжений

$$V := (0 \ U_1 \ 0 \ U_2)^T \quad I := (0 \ I_1 \ 0 \ I_2)^T$$



ЗАДАЧА 18.
РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ
ЗВЕЗДОЙ С НУЛЕВЫМ ПРОВОДОМ

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, активные и реактивные мощности отдельных фаз и всей цепи, построить топографическую диаграмму потенциалов, совместив ее с векторной диаграммой токов.



$$U_a := 220e^{j \cdot 0deg} \cdot V \quad U_b := 220e^{-j \cdot 120deg} \cdot V \quad U_c := 220e^{j \cdot 120deg} \cdot V$$

$$Z_a := (55 + 32j) \cdot \Omega \quad Z_b := (45 - 22j) \cdot \Omega \quad Z_c := (51 + 12j) \cdot \Omega$$

1. Расчет токов

$$I_a := \frac{U_a}{Z_a} \quad |I_a| = 3.457 A \quad \arg(I_a) = -30.192 \cdot deg$$

$$I_b := \frac{U_b}{Z_b} \quad |I_b| = 4.392 A \quad \arg(I_b) = -93.947 \cdot deg$$

$$I_c := \frac{U_c}{Z_c} \quad |I_c| = 4.199 A \quad \arg(I_c) = 106.759 \cdot deg$$

$$I_n := I_a + I_b + I_c \quad |I_n| = 2.566 A \quad \arg(I_n) = -54.907 \cdot deg$$

2. Расчет мощностей

$$S_a := U_a \cdot \bar{I}_a$$

$$S_b := U_b \cdot \bar{I}_b$$

$$S_c := U_c \cdot \bar{I}_c$$

$$P_a := \operatorname{Re}(S_a) = 657.446 \text{ W}$$

$$Q_a := \operatorname{Im}(S_a) = 382.514 \text{ W}$$

$$P_b := \operatorname{Re}(S_b) = 868.075 \text{ W}$$

$$Q_b := \operatorname{Im}(S_b) = -424.392 \text{ W}$$

$$P_c := \operatorname{Re}(S_c) = 899.235 \text{ W}$$

$$Q_c := \operatorname{Im}(S_c) = 211.585 \text{ W}$$

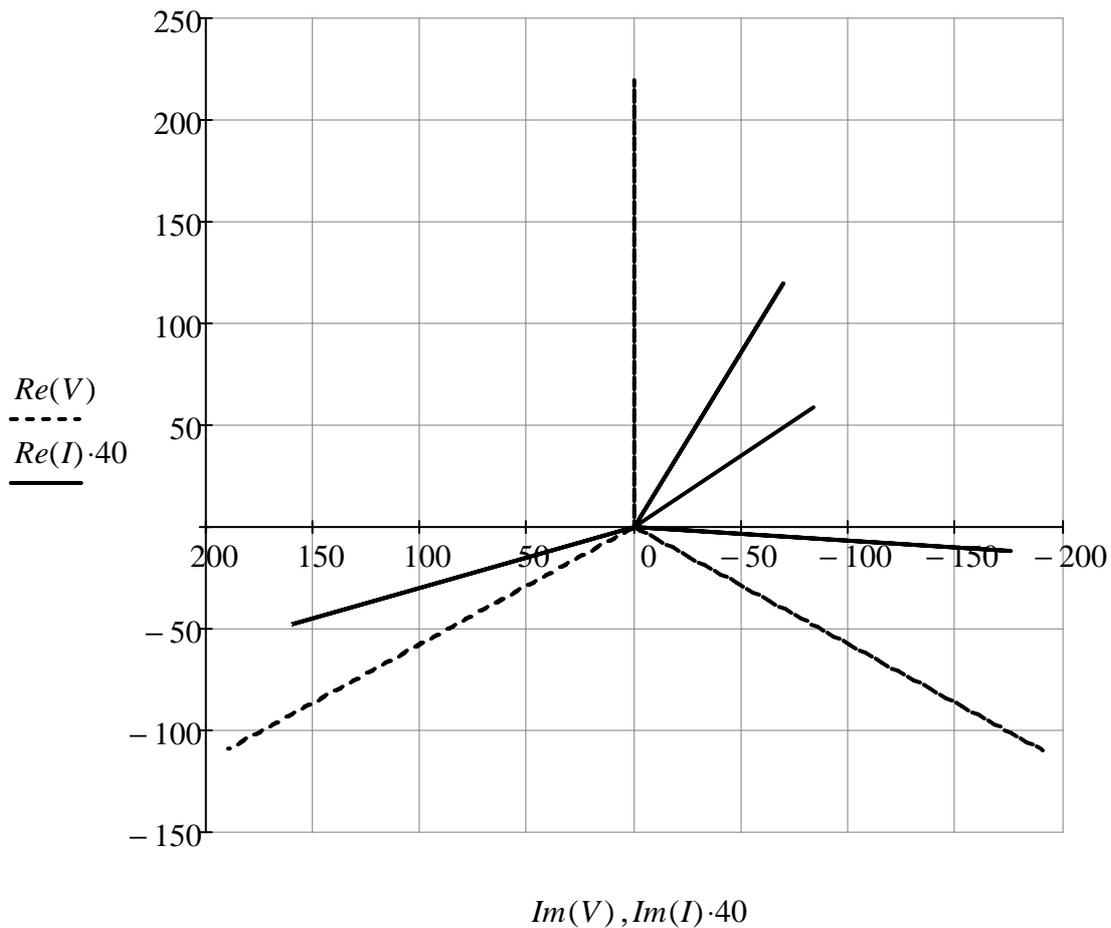
$$P := P_a + P_b + P_c = 2.425 \times 10^3 \text{ W}$$

$$Q := Q_a + Q_b + Q_c = 169.707 \text{ W}$$

3. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

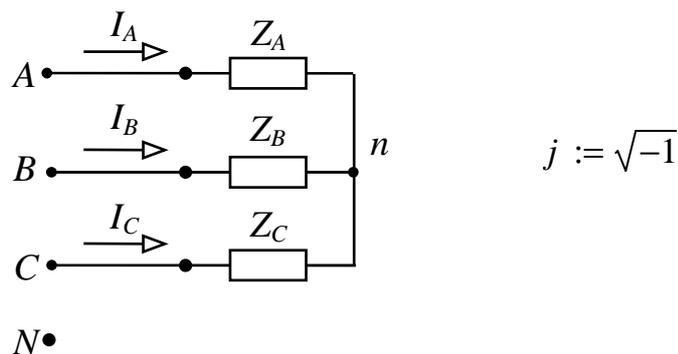
$$V := (0 \ U_a \ 0 \ U_b \ 0 \ U_c \ 0 \ 0)^T$$

$$I := (0 \ I_a \ 0 \ I_b \ 0 \ I_c \ 0 \ I_n)^T$$



ЗАДАЧА 19.
РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ
ЗВЕЗДОЙ БЕЗ НУЛЕВОГО ПРОВОДА

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, активные и реактивные мощности отдельных фаз и всей цепи, построить топографическую диаграмму потенциалов, совместив ее с векторной диаграммой токов.



$$\begin{aligned}
 U_a &:= 220e^{j \cdot 0deg} \cdot V & U_b &:= 220e^{-j \cdot 120deg} \cdot V & U_c &:= 220e^{j \cdot 120deg} \cdot V \\
 Z_a &:= (55 + 32j) \cdot \Omega & Z_b &:= (45 - 22j) \cdot \Omega & Z_c &:= (51 + 22j) \cdot \Omega
 \end{aligned}$$

1. Расчет напряжений и токов

$$U_n := \frac{\frac{U_a}{Z_a} + \frac{U_b}{Z_b} + \frac{U_c}{Z_c}}{\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c}} \quad |U_n| = 64.392 V \quad \arg(U_n) = -37.05 \cdot deg$$

$$U_{an} := U_a - U_n \quad |U_{an}| = 173.014 V \quad \arg(U_{an}) = 12.958 \cdot deg$$

$$U_{bn} := U_b - U_n \quad |U_{bn}| = 221.515 V \quad \arg(U_{bn}) = -136.768 \cdot deg$$

$$U_{cn} := U_c - U_n \quad |U_{cn}| = 280.422 V \quad \arg(U_{cn}) = 125.137 \cdot deg$$

$$I_a := \frac{U_{an}}{Z_a} \quad |I_a| = 2.719 \text{ A} \quad \arg(I_a) = -17.233 \cdot \text{deg}$$

$$I_b := \frac{U_{bn}}{Z_b} \quad |I_b| = 4.422 \text{ A} \quad \arg(I_b) = -110.714 \cdot \text{deg}$$

$$I_c := \frac{U_{cn}}{Z_c} \quad |I_c| = 5.049 \text{ A} \quad \arg(I_c) = 101.803 \cdot \text{deg}$$

2. Расчет мощностей генератора

$$S_{ag} := U_a \cdot \overline{I_a} \quad S_{bg} := U_b \cdot \overline{I_b} \quad S_{cg} := U_c \cdot \overline{I_c}$$

$$P_{ag} := \text{Re}(S_{ag}) = 571.323 \text{ W} \quad Q_{ag} := \text{Im}(S_{ag}) = 177.218 \text{ W}$$

$$P_{bg} := \text{Re}(S_{bg}) = 960.167 \text{ W} \quad Q_{bg} := \text{Im}(S_{bg}) = -156.988 \text{ W}$$

$$P_{cg} := \text{Re}(S_{cg}) = 1.055 \times 10^3 \text{ W} \quad Q_{cg} := \text{Im}(S_{cg}) = 346.864 \text{ W}$$

$$P := P_{ag} + P_{bg} + P_{cg} = 2.587 \times 10^3 \text{ W}$$

$$Q := Q_{ag} + Q_{bg} + Q_{cg} = 367.093 \text{ W}$$

3. Расчет мощностей приемника

$$S_{an} := U_{an} \cdot \overline{I_a} \quad S_{bn} := U_{bn} \cdot \overline{I_b} \quad S_{cn} := U_{cn} \cdot \overline{I_c}$$

$$P_{an} := \text{Re}(S_{an}) = 406.609 \text{ W} \quad Q_{an} := \text{Im}(S_{an}) = 236.573 \text{ W}$$

$$P_{bn} := \text{Re}(S_{bn}) = 880.073 \text{ W} \quad Q_{bn} := \text{Im}(S_{bn}) = -430.258 \text{ W}$$

$$P_{cn} := \text{Re}(S_{cn}) = 1.3 \times 10^3 \text{ W} \quad Q_{cn} := \text{Im}(S_{cn}) = 560.778 \text{ W}$$

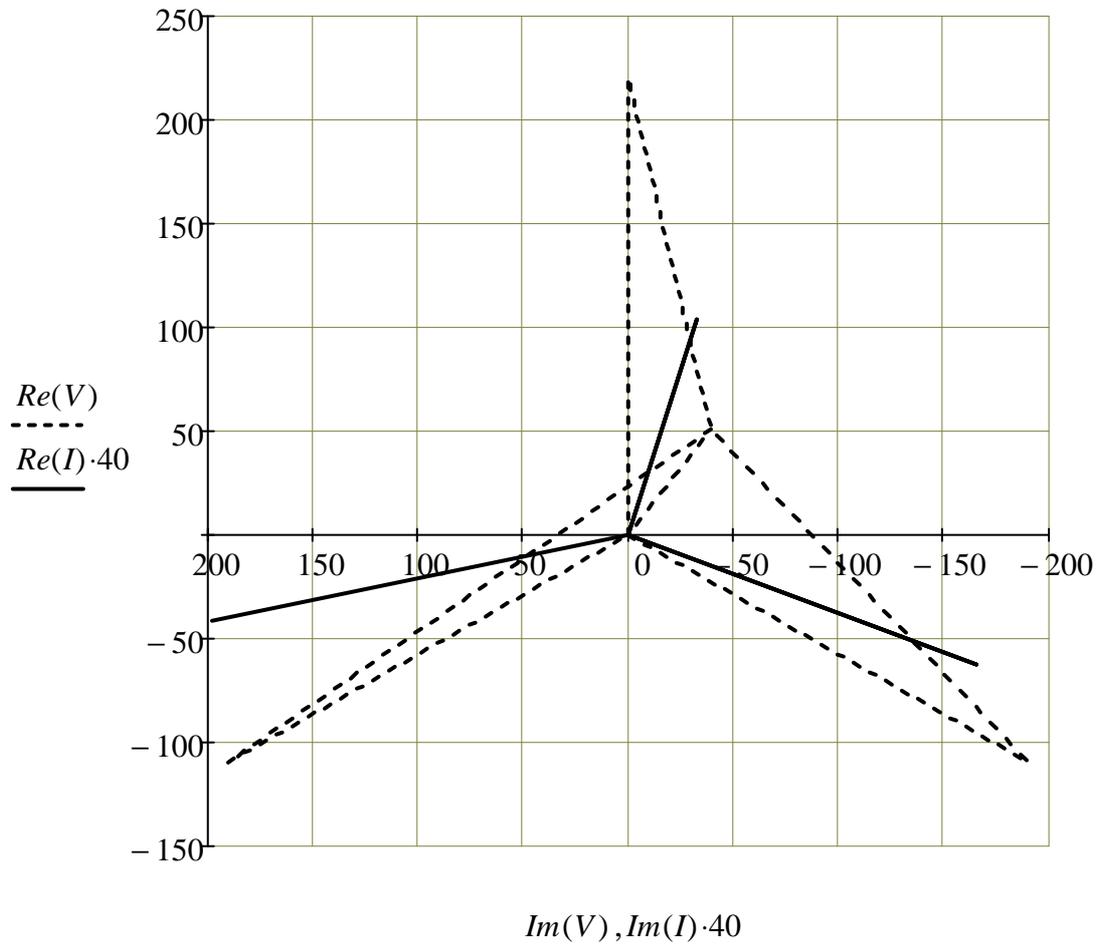
$$P_n := P_{an} + P_{bn} + P_{cn} = 2.587 \times 10^3 \text{ W}$$

$$Q_n := Q_{an} + Q_{bn} + Q_{cn} = 367.093 \text{ W}$$

4. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

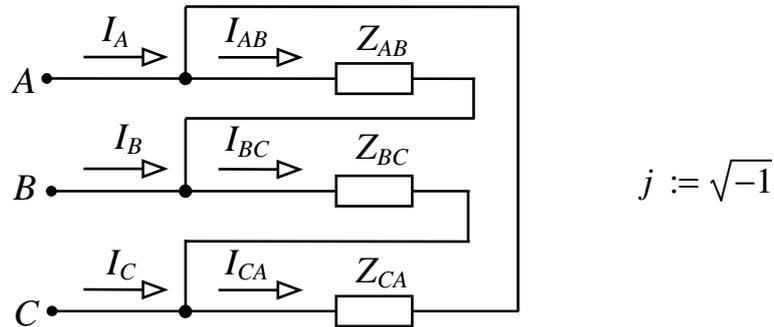
$$V := (0 \ U_a \ U_n \ U_b \ 0 \ U_n \ U_c \ 0)^T$$

$$I := (0 \ I_a \ 0 \ I_b \ 0 \ I_c)^T$$



ЗАДАЧА 20.
РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ
ТРЕУГОЛЬНИКОМ

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, активные и реактивные мощности отдельных фаз и всей цепи, построить топографическую диаграмму потенциалов, совместив ее с векторной диаграммой токов.



$$\begin{aligned}
 U_a &:= 220e^{j \cdot 0deg} \cdot V & U_b &:= 220e^{-j \cdot 120deg} \cdot V & U_c &:= 220e^{j \cdot 120deg} \cdot V \\
 U_{ab} &:= U_a - U_b & U_{bc} &:= U_b - U_c & U_{ca} &:= U_c - U_a \\
 Z_{ab} &:= (55 + 32j) \cdot \Omega & Z_{bc} &:= (45 - 22j) \cdot \Omega & Z_{ca} &:= (51 + 12j) \cdot \Omega
 \end{aligned}$$

1. Расчет токов

$$\begin{aligned}
 I_{ab} &:= \frac{U_{ab}}{Z_{ab}} & |I_{ab}| &= 5.988A & \arg(I_{ab}) &= -0.192 \cdot deg \\
 I_{bc} &:= \frac{U_{bc}}{Z_{bc}} & |I_{bc}| &= 7.607A & \arg(I_{bc}) &= -63.947 \cdot deg \\
 I_{ca} &:= \frac{U_{ca}}{Z_{ca}} & |I_{ca}| &= 7.273A & \arg(I_{ca}) &= 136.759 \cdot deg \\
 I_a &:= I_{ab} - I_{ca} & |I_a| &= 12.346A & \arg(I_a) &= -23.904 \cdot deg \\
 I_b &:= I_{bc} - I_{ab} & |I_b| &= 7.31A & \arg(I_b) &= -111.229 \cdot deg \\
 I_c &:= I_{ca} - I_{bc} & |I_c| &= 14.638A & \arg(I_c) &= 126.171 \cdot deg
 \end{aligned}$$

2. Расчет мощностей генератора

$$S_{ag} := U_a \cdot \overline{I_a} \quad S_{bg} := U_b \cdot \overline{I_b} \quad S_{cg} := U_c \cdot \overline{I_c}$$

$$P_{ag} := \operatorname{Re}(S_{ag}) = 2.483 \times 10^3 \text{ W} \quad Q_{ag} := \operatorname{Im}(S_{ag}) = 1.101 \times 10^3 \text{ W}$$

$$P_{bg} := \operatorname{Re}(S_{bg}) = 1.589 \times 10^3 \text{ W} \quad Q_{bg} := \operatorname{Im}(S_{bg}) = -245.227 \text{ W}$$

$$P_{cg} := \operatorname{Re}(S_{cg}) = 3.202 \times 10^3 \text{ W} \quad Q_{cg} := \operatorname{Im}(S_{cg}) = -346.197 \text{ W}$$

$$P_g := P_{ag} + P_{bg} + P_{cg} = 7.274 \times 10^3 \text{ W}$$

$$Q_g := Q_{ag} + Q_{bg} + Q_{cg} = 509.12 \text{ W}$$

3. Расчет мощностей приемника

$$S_{ab} := U_{ab} \cdot \overline{I_{ab}} \quad S_{bc} := U_{bc} \cdot \overline{I_{bc}} \quad S_{ca} := U_{ca} \cdot \overline{I_{ca}}$$

$$P_{ab} := \operatorname{Re}(S_{ab}) = 1.972 \times 10^3 \text{ W} \quad Q_{ab} := \operatorname{Im}(S_{ab}) = 1.148 \times 10^3 \text{ W}$$

$$P_{bc} := \operatorname{Re}(S_{bc}) = 2.604 \times 10^3 \text{ W} \quad Q_{bc} := \operatorname{Im}(S_{bc}) = -1.273 \times 10^3 \text{ W}$$

$$P_{ca} := \operatorname{Re}(S_{ca}) = 2.698 \times 10^3 \text{ W} \quad Q_{ca} := \operatorname{Im}(S_{ca}) = 634.754 \text{ W}$$

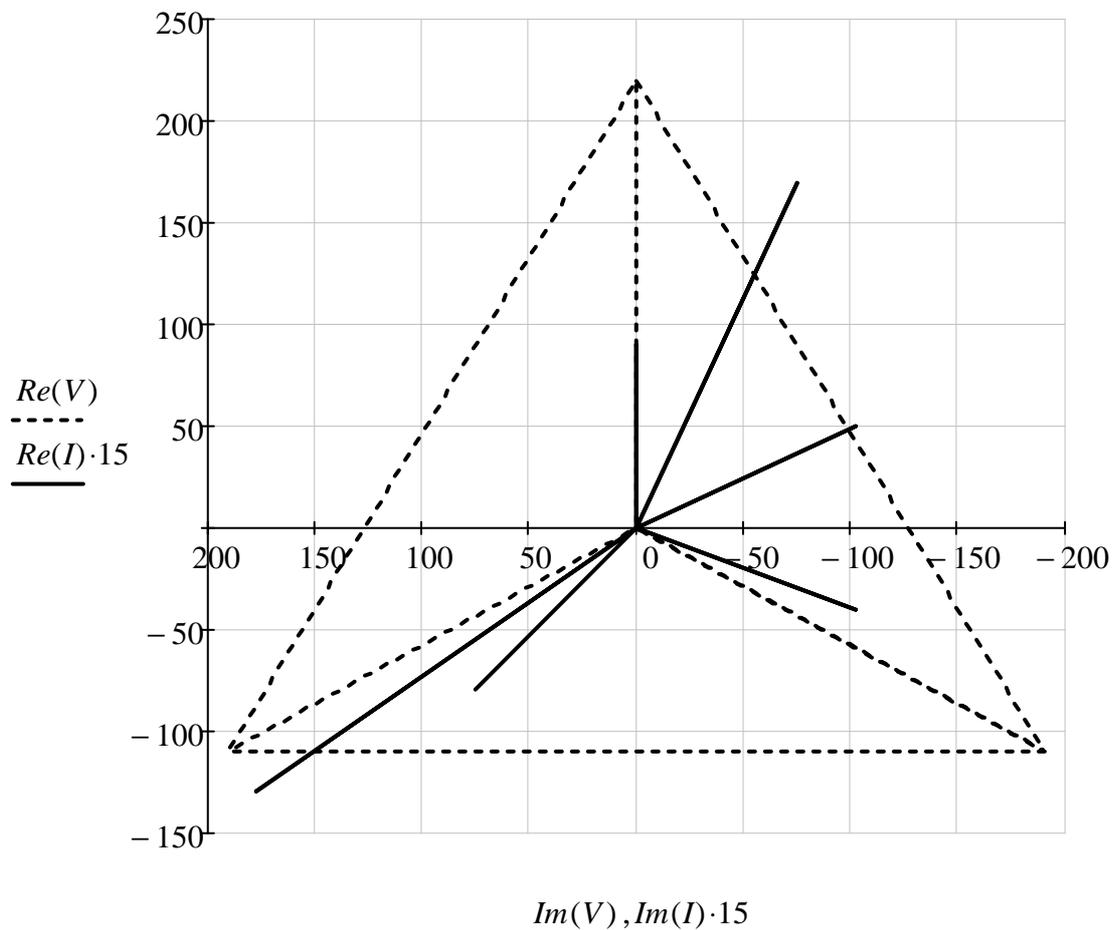
$$P_n := P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = 7.274 \times 10^3 \text{ W}$$

$$Q_n := Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca} = 509.12 \text{ W}$$

4. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

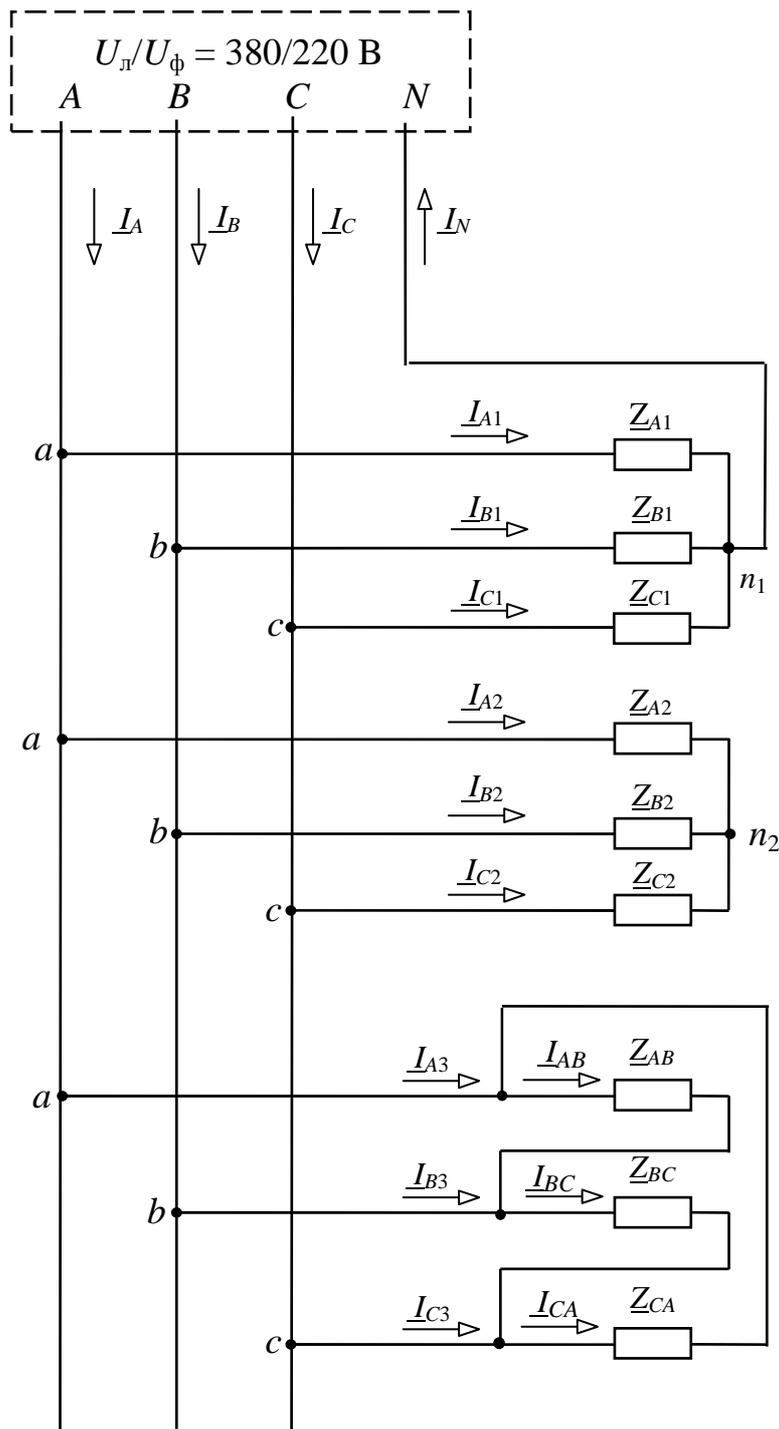
$$V := (U_a \ U_b \ U_c \ U_a \ 0 \ U_b \ 0 \ U_c)^T$$

$$I := (0 \ I_a \ 0 \ I_b \ 0 \ I_c \ 0 \ I_{ab} \ 0 \ I_{bc} \ 0 \ I_{ca})^T$$



ЗАДАЧА 21.
РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ (СХЕМА 1)

Задана схема сложной трехфазной цепи и параметры отдельных элементов. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, активные и реактивные мощности отдельных фаз и всей цепи, построить топографическую диаграмму потенциалов, совместив ее с векторной диаграммой токов.



$$j := \sqrt{-1} \quad \text{ORIGIN} := 1$$

$$U_a := 220e^{j \cdot 0deg} \cdot V \quad U_b := 220e^{-j \cdot 120deg} \cdot V \quad U_c := 220e^{j \cdot 120deg} \cdot V$$

$$U_{ab} := U_a - U_b \quad U_{bc} := U_b - U_c \quad U_{ca} := U_c - U_a$$

$$Z_{a1} := (48 + 29j) \cdot \Omega \quad Z_{b1} := (44 + 26j) \cdot \Omega \quad Z_{c1} := (54 - 16j) \cdot \Omega$$

$$Z_{a2} := (58 + 29j) \cdot \Omega \quad Z_{b2} := (44 - 26j) \cdot \Omega \quad Z_{c2} := (34 + 36j) \cdot \Omega$$

$$Z_{ab} := (124 + 78j) \cdot \Omega \quad Z_{bc} := (122 - 87j) \cdot \Omega \quad Z_{ca} := (132 + 31j) \cdot \Omega$$

1. Расчет токов 1-го приемника

$$I_{a1} := \frac{U_a}{Z_{a1}} \quad |I_{a1}| = 3.923 A \quad \arg(I_{a1}) = -31.139 \cdot deg$$

$$I_{b1} := \frac{U_b}{Z_{b1}} \quad |I_{b1}| = 4.305 A \quad \arg(I_{b1}) = -150.579 \cdot deg$$

$$I_{c1} := \frac{U_c}{Z_{c1}} \quad |I_{c1}| = 3.906 A \quad \arg(I_{c1}) = 136.504 \cdot deg$$

$$I_{n1} := I_{a1} + I_{b1} + I_{c1} \quad |I_{n1}| = 3.538 A \quad \arg(I_{n1}) = -155.727 \cdot deg$$

3. Расчет мощностей 1-го приемника

$$S_{a1} := U_a \cdot \overline{I_{a1}} \quad S_{b1} := U_b \cdot \overline{I_{b1}} \quad S_{c1} := U_c \cdot \overline{I_{c1}}$$

$$P_{a1} := \operatorname{Re}(S_{a1}) = 738.696 W \quad Q_{a1} := \operatorname{Im}(S_{a1}) = 446.296 W$$

$$P_{b1} := \operatorname{Re}(S_{b1}) = 815.314 W \quad Q_{b1} := \operatorname{Im}(S_{b1}) = 481.776 W$$

$$P_{c1} := \operatorname{Re}(S_{c1}) = 823.96 W \quad Q_{c1} := \operatorname{Im}(S_{c1}) = -244.136 W$$

$$P_1 := P_{a1} + P_{b1} + P_{c1} = 2.378 \times 10^3 W$$

$$Q_1 := Q_{a1} + Q_{b1} + Q_{c1} = 683.936 W$$

4. Расчет напряжений и токов 2-го приемника

$$Un_2 := \frac{\frac{Ua}{Za_2} + \frac{Ub}{Zb_2} + \frac{Uc}{Zc_2}}{\frac{1}{Za_2} + \frac{1}{Zb_2} + \frac{1}{Zc_2}} \quad |Un_2| = 100.502 \text{ V} \quad \arg(Un_2) = -5.146 \cdot \text{deg}$$

$$Uan_2 := Ua - Un_2 \quad |Uan_2| = 120.241 \text{ V} \quad \arg(Uan_2) = 4.3 \cdot \text{deg}$$

$$Ubn_2 := Ub - Un_2 \quad |Ubn_2| = 277.645 \text{ V} \quad \arg(Ubn_2) = -139.175 \cdot \text{deg}$$

$$Ucn_2 := Uc - Un_2 \quad |Ucn_2| = 289.754 \text{ V} \quad \arg(Ucn_2) = 136.476 \cdot \text{deg}$$

$$Ia_2 := \frac{Uan_2}{Za_2} \quad |Ia_2| = 1.854 \text{ A} \quad \arg(Ia_2) = -22.265 \cdot \text{deg}$$

$$Ib_2 := \frac{Ubn_2}{Zb_2} \quad |Ib_2| = 5.433 \text{ A} \quad \arg(Ib_2) = -108.596 \cdot \text{deg}$$

$$Ic_2 := \frac{Ucn_2}{Zc_2} \quad |Ic_2| = 5.852 \text{ A} \quad \arg(Ic_2) = 89.84 \cdot \text{deg}$$

5. Расчет мощностей 2-го приемника

$$Sa_2 := Uan_2 \cdot \overline{Ia_2} \quad Sb_2 := Ubn_2 \cdot \overline{Ib_2} \quad Sc_2 := Ucn_2 \cdot \overline{Ic_2}$$

$$Pa_2 := \text{Re}(Sa_2) = 199.421 \text{ W} \quad Qa_2 := \text{Im}(Sa_2) = 99.71 \text{ W}$$

$$Pb_2 := \text{Re}(Sb_2) = 1.299 \times 10^3 \text{ W} \quad Qb_2 := \text{Im}(Sb_2) = -767.327 \text{ W}$$

$$Pc_2 := \text{Re}(Sc_2) = 1.164 \times 10^3 \text{ W} \quad Qc_2 := \text{Im}(Sc_2) = 1.233 \times 10^3 \text{ W}$$

$$P_2 := Pa_2 + Pb_2 + Pc_2 = 2.662 \times 10^3 \text{ W}$$

$$Q_2 := Qa_2 + Qb_2 + Qc_2 = 565.034 \text{ W}$$

6. Расчет токов 3-го приемника

$$Iab := \frac{Uab}{Zab} \quad |Iab| = 2.601 \text{ A} \quad \arg(Iab) = -2.171 \cdot \text{deg}$$

$$Ibc := \frac{Ubc}{Zbc} \quad |Ibc| = 2.543 \text{ A} \quad \arg(Ibc) = -54.507 \cdot \text{deg}$$

$$Ica := \frac{Uca}{Zca} \quad |Ica| = 2.81 \text{ A} \quad \arg(Ica) = 136.784 \cdot \text{deg}$$

$$\begin{array}{lll}
I_{a3} := I_{ab} - I_{ca} & |I_{a3}| = 5.069A & \arg(I_{a3}) = -23.523 \cdot \text{deg} \\
I_{b3} := I_{bc} - I_{ab} & |I_{b3}| = 2.269A & \arg(I_{b3}) = -119.657 \cdot \text{deg} \\
I_{c3} := I_{ca} - I_{bc} & |I_{c3}| = 5.327A & \arg(I_{c3}) = 131.421 \cdot \text{deg}
\end{array}$$

7. Расчет мощностей 3-го приемника

$$\begin{array}{lll}
S_{ab} := U_{ab} \cdot \overline{I_{ab}} & S_{bc} := U_{bc} \cdot \overline{I_{bc}} & S_{ca} := U_{ca} \cdot \overline{I_{ca}} \\
P_{ab} := \text{Re}(S_{ab}) = 838.993 W & Q_{ab} := \text{Im}(S_{ab}) = 527.754 W & \\
P_{bc} := \text{Re}(S_{bc}) = 788.955 W & Q_{bc} := \text{Im}(S_{bc}) = -562.615 W & \\
P_{ca} := \text{Re}(S_{ca}) = 1.043 \times 10^3 W & Q_{ca} := \text{Im}(S_{ca}) = 244.83 W & \\
P_3 := P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = 2.67 \times 10^3 W & & \\
Q_3 := Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca} = 209.969 W & &
\end{array}$$

8. Мощность всех приемников

$$P_n := \sum P = 7.711 \times 10^3 W \qquad Q_n := \sum Q = 1.459 \times 10^3 W$$

9. Расчет токов генератора

$$\begin{array}{lll}
I_{ga} := \sum I_a & |I_{ga}| = 10.821A & \arg(I_{ga}) = -26.061 \cdot \text{deg} \\
I_{gb} := \sum I_b & |I_{gb}| = 11.354A & \arg(I_{gb}) = -125.571 \cdot \text{deg} \\
I_{gc} := \sum I_c & |I_{gc}| = 14.048A & \arg(I_{gc}) = 116.836 \cdot \text{deg} \\
I_{gn} := \sum I_n & |I_{gn}| = 3.538A & \arg(I_{gn}) = -155.727 \cdot \text{deg}
\end{array}$$

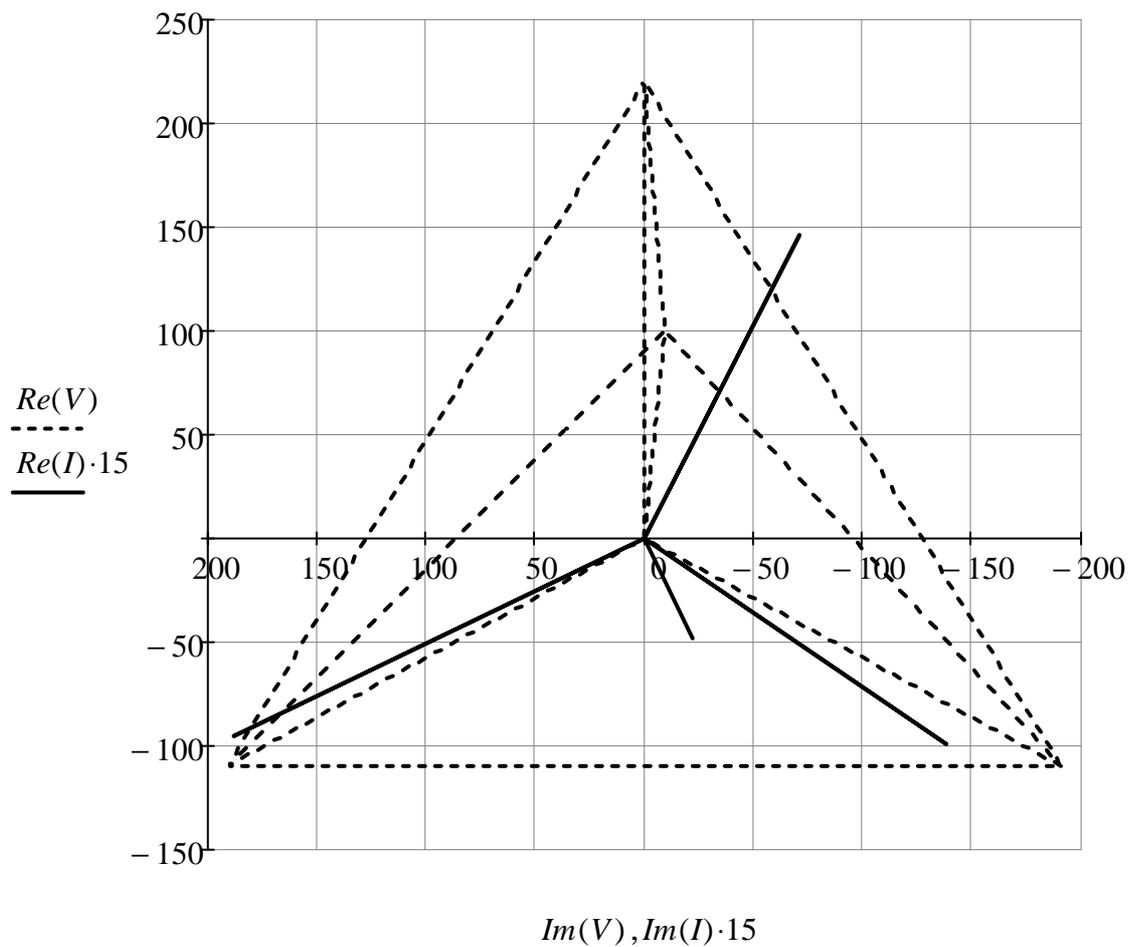
10. Расчет мощностей генератора

$$\begin{array}{lll}
S_{ga} := U_a \cdot \overline{I_{ga}} & S_{gb} := U_b \cdot \overline{I_{gb}} & S_{gc} := U_c \cdot \overline{I_{gc}} \\
P_{ga} := \text{Re}(S_{ga}) = 2.139 \times 10^3 W & Q_{ga} := \text{Im}(S_{ga}) = 1.046 \times 10^3 W & \\
P_{gb} := \text{Re}(S_{gb}) = 2.486 \times 10^3 W & Q_{gb} := \text{Im}(S_{gb}) = 242.473 W & \\
P_{gc} := \text{Re}(S_{gc}) = 3.086 \times 10^3 W & Q_{gc} := \text{Im}(S_{gc}) = 170.564 W & \\
P_g := P_{ga} + P_{gb} + P_{gc} = 7.711 \times 10^3 W & & \\
Q_g := Q_{ga} + Q_{gb} + Q_{gc} = 1.459 \times 10^3 W & &
\end{array}$$

11. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов генератора.

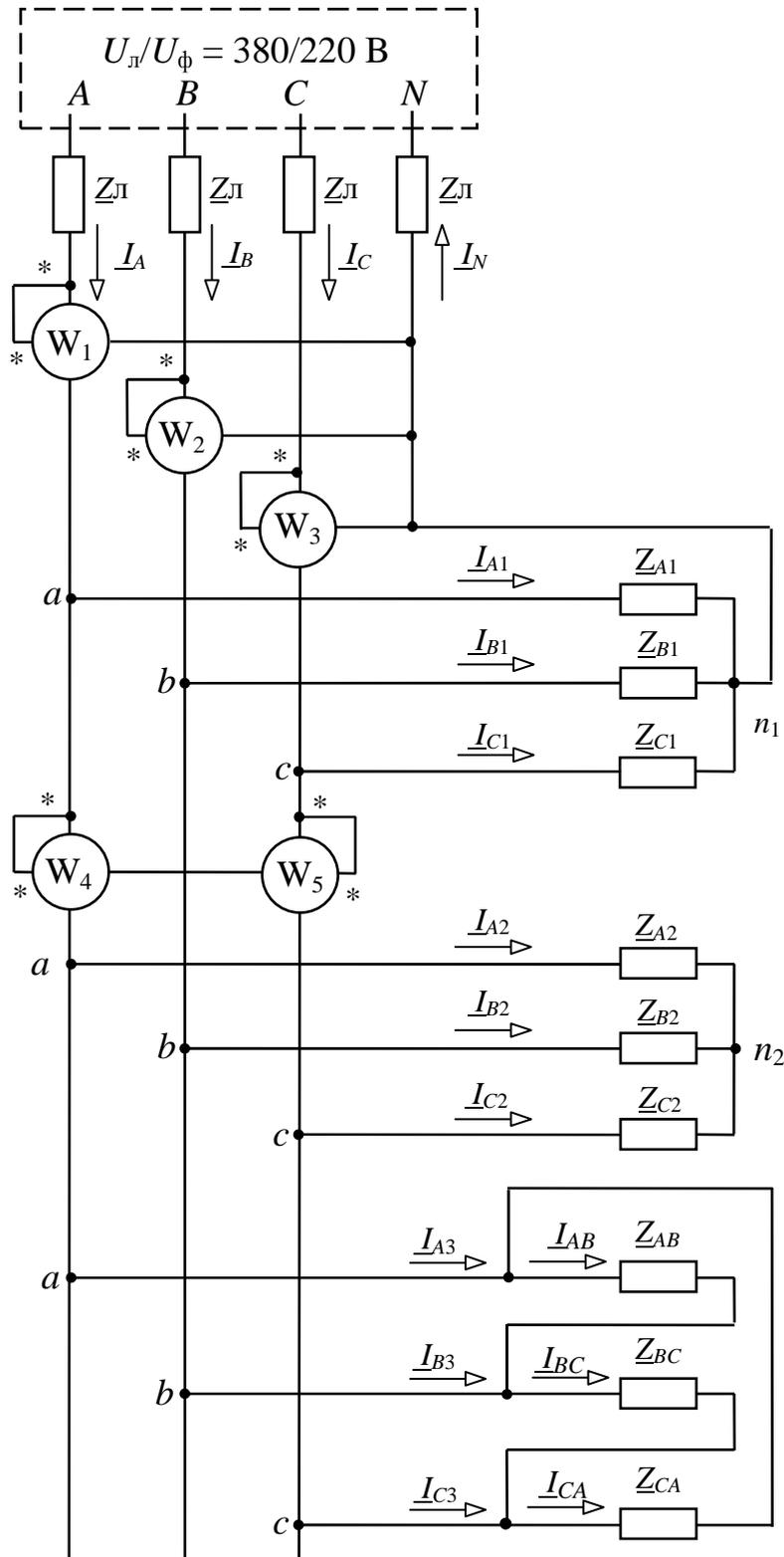
$$V := (0 \ U_a \ U_b \ U_c \ U_a \ U_{n_2} \ U_b \ 0 \ U_{n_2} \ U_c \ 0)^T$$

$$I := (0 \ I_{ga} \ 0 \ I_{gb} \ 0 \ I_{gc} \ 0 \ I_{gn})^T$$



ЗАДАЧА 22. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ (СХЕМА 2)

Задана схема сложной трехфазной цепи и параметры отдельных элементов. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, активные и реактивные мощности отдельных фаз и всей цепи, построить топографическую диаграмму потенциалов, совместив ее с векторной диаграммой токов генератора.



$$j := \sqrt{-1}$$

$$U_a := 220e^{j \cdot 0deg} \cdot V \quad U_b := 220e^{-j \cdot 120deg} \cdot V \quad U_c := 220e^{j \cdot 120deg} \cdot V$$

$$Z_{a1} := (48 + 29j) \cdot \Omega \quad Z_{b1} := (44 - 26j) \cdot \Omega \quad Z_{c1} := (24 + 46j) \cdot \Omega$$

$$Z_{ab} := (124 + 78j) \cdot \Omega \quad Z_{bc} := (122 - 87j) \cdot \Omega \quad Z_{ca} := (64 + 131j) \cdot \Omega$$

$$Z_2 := (33 - 42j) \cdot \Omega \quad Z_L := (3 + 5j) \cdot \Omega$$

1. Расчет потенциалов узлов по методу узловых потенциалов

1.1. Система узловых уравнений в общей форме

$$V_a \cdot Y_{aa} - V_b \cdot Y_{ab} - V_c \cdot Y_{ac} - V_{n1} \cdot Y_{an1} - V_{n2} \cdot Y_{an2} = J_{aa}$$

$$-V_a \cdot Y_{ba} + V_b \cdot Y_{bb} - V_c \cdot Y_{bc} - V_{n1} \cdot Y_{bn1} - V_{n2} \cdot Y_{bn2} = J_{bb}$$

$$-V_a \cdot Y_{ca} - V_b \cdot Y_{cb} + V_c \cdot Y_{cc} - V_{n1} \cdot Y_{cn1} - V_{n2} \cdot Y_{cn2} = J_{cc}$$

$$-V_a \cdot Y_{n1a} - V_b \cdot Y_{n1b} - V_c \cdot Y_{n1c} + V_{n1} \cdot Y_{n1n1} - V_{n2} \cdot Y_{n1n2} = J_{nn1}$$

$$-V_a \cdot Y_{n2a} - V_b \cdot Y_{n2b} - V_c \cdot Y_{n2c} - V_{n1} \cdot Y_{n2n1} + V_{n2} \cdot Y_{n2n2} = J_{nn2}$$

1.2. Коэффициенты и матрицы узловых уравнений

$$Y_{aa} := \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_{a1}} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_{ab}} + \frac{1}{Z_{ca}} \quad Y_{bb} := \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_{b1}} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_{bc}} + \frac{1}{Z_{ab}}$$

$$Y_{cc} := \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_{c1}} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_{bc}} + \frac{1}{Z_{ca}} \quad Y_{n1} := \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_{a1}} + \frac{1}{Z_{b1}} + \frac{1}{Z_{c1}} \quad Y_{n2} := \frac{3}{Z_2}$$

$$Y_u := \begin{pmatrix} Y_{aa} & \frac{-1}{Z_{ab}} & \frac{-1}{Z_{ca}} & \frac{-1}{Z_{a1}} & \frac{-1}{Z_2} \\ \frac{-1}{Z_{ab}} & Y_{bb} & \frac{-1}{Z_{bc}} & \frac{-1}{Z_{b1}} & \frac{-1}{Z_2} \\ \frac{-1}{Z_{ca}} & \frac{-1}{Z_{bc}} & Y_{cc} & \frac{-1}{Z_{c1}} & \frac{-1}{Z_2} \\ \frac{-1}{Z_{a1}} & \frac{-1}{Z_{b1}} & \frac{-1}{Z_{c1}} & Y_{n1} & 0 \\ \frac{-1}{Z_2} & \frac{-1}{Z_2} & \frac{-1}{Z_2} & 0 & Y_{n2} \end{pmatrix} \quad J_u := \begin{pmatrix} \frac{U_a}{Z_L} \\ \frac{U_b}{Z_L} \\ \frac{U_c}{Z_L} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1.3. Решение системы уравнений и определение потенциалов узлов

$$V_u := Y_u^{-1} \cdot J_u \quad \overrightarrow{|V_u|} = \begin{pmatrix} 191.129 \\ 211.765 \\ 183.575 \\ 25.494 \\ 8.498 \end{pmatrix} V \quad \arg(V_u) = \begin{pmatrix} -8.354 \\ -135.376 \\ 110.241 \\ 9.678 \\ -170.322 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

$$\begin{array}{lll} V_a := V_{u0} & |V_a| = 191.129 V & \arg(V_a) = -8.354 \cdot \text{deg} \\ V_b := V_{u1} & |V_b| = 211.765 V & \arg(V_b) = -135.376 \cdot \text{deg} \\ V_c := V_{u2} & |V_c| = 183.575 V & \arg(V_c) = 110.241 \cdot \text{deg} \\ V_{n1} := V_{u3} & |V_{n1}| = 25.494 V & \arg(V_{n1}) = 9.678 \cdot \text{deg} \\ V_{n2} := V_{u4} & |V_{n2}| = 8.498 V & \arg(V_{n2}) = -170.322 \cdot \text{deg} \end{array}$$

2. Определение линейных и фазных напряжений для приемников

2.1. Линейные напряжения для всех приемников, фазные напряжения для 3-го приемника

$$\begin{array}{lll} U_{ab} := V_a - V_b & |U_{ab}| = 360.715 V & \arg(U_{ab}) = 19.597 \cdot \text{deg} \\ U_{bc} := V_b - V_c & |U_{bc}| = 332.628 V & \arg(U_{bc}) = -105.2 \cdot \text{deg} \\ U_{ca} := V_c - V_a & |U_{ca}| = 322.205 V & \arg(U_{ca}) = 141.629 \cdot \text{deg} \end{array}$$

2.2. Фазные напряжения для 1-го приемника

$$\begin{aligned}U_{an1} &:= V_a - V_{n1} & |U_{an1}| &= 167.074 V & \arg(U_{an1}) &= -11.062 \cdot \text{deg} \\U_{bn1} &:= V_b - V_{n1} & |U_{bn1}| &= 233.12 V & \arg(U_{bn1}) &= -138.968 \cdot \text{deg} \\U_{cn1} &:= V_c - V_{n1} & |U_{cn1}| &= 189.909 V & \arg(U_{cn1}) &= 117.824 \cdot \text{deg}\end{aligned}$$

2.3. Фазные напряжения для 2-го приемника

$$\begin{aligned}U_{an2} &:= V_a - V_{n2} & |U_{an2}| &= 199.227 V & \arg(U_{an2}) &= -7.598 \cdot \text{deg} \\U_{bn2} &:= V_b - V_{n2} & |U_{bn2}| &= 204.857 V & \arg(U_{bn2}) &= -134.015 \cdot \text{deg} \\U_{cn2} &:= V_c - V_{n2} & |U_{cn2}| &= 182.208 V & \arg(U_{cn2}) &= 107.613 \cdot \text{deg}\end{aligned}$$

3. Определение линейных и фазных токов для приемников

3.1. Фазные (линейные) токи для 1-го приемника

$$\begin{aligned}I_{a1} &:= \frac{U_{an1}}{Z_{a1}} & |I_{a1}| &= 2.979 A & \arg(I_{a1}) &= -42.201 \cdot \text{deg} \\I_{b1} &:= \frac{U_{bn1}}{Z_{b1}} & |I_{b1}| &= 4.561 A & \arg(I_{b1}) &= -108.388 \cdot \text{deg} \\I_{c1} &:= \frac{U_{cn1}}{Z_{c1}} & |I_{c1}| &= 3.66 A & \arg(I_{c1}) &= 55.377 \cdot \text{deg}\end{aligned}$$

3.2. Фазные (линейные) токи для 2-го приемника

$$\begin{aligned}I_{a2} &:= \frac{U_{an2}}{Z_2} & |I_{a2}| &= 3.73 A & \arg(I_{a2}) &= 44.245 \cdot \text{deg} \\I_{b2} &:= \frac{U_{bn2}}{Z_2} & |I_{b2}| &= 3.835 A & \arg(I_{b2}) &= -82.172 \cdot \text{deg} \\I_{c2} &:= \frac{U_{cn2}}{Z_2} & |I_{c2}| &= 3.411 A & \arg(I_{c2}) &= 159.456 \cdot \text{deg}\end{aligned}$$

3.3. Фазные токи для 3-го приемника

$$\begin{aligned}I_{ab} &:= \frac{U_{ab}}{Z_{ab}} & |I_{ab}| &= 2.462 A & \arg(I_{ab}) &= -12.574 \cdot \text{deg} \\I_{bc} &:= \frac{U_{bc}}{Z_{bc}} & |I_{bc}| &= 2.22 A & \arg(I_{bc}) &= -69.706 \cdot \text{deg} \\I_{ca} &:= \frac{U_{ca}}{Z_{ca}} & |I_{ca}| &= 2.21 A & \arg(I_{ca}) &= 77.667 \cdot \text{deg}\end{aligned}$$

3.4. Линейные токи для 3-го приемника

$$I_{a3} := I_{ab} - I_{ca} \quad |I_{a3}| = 3.316A \quad \arg(I_{a3}) = -54.374 \cdot \text{deg}$$

$$I_{b3} := I_{bc} - I_{ab} \quad |I_{b3}| = 2.249A \quad \arg(I_{b3}) = -136.575 \cdot \text{deg}$$

$$I_{c3} := I_{ca} - I_{bc} \quad |I_{c3}| = 4.251A \quad \arg(I_{c3}) = 94.018 \cdot \text{deg}$$

4. Расчет режимных параметров линии

4.1. Токи в проводах линии

$$I_a := I_{a1} + I_{a2} + I_{a3} \quad |I_a| = 7.125A \quad \arg(I_a) = -17.09 \cdot \text{deg}$$

$$I_b := I_{b1} + I_{b2} + I_{b3} \quad |I_b| = 10.004A \quad \arg(I_b) = -104.766 \cdot \text{deg}$$

$$I_c := I_{c1} + I_{c2} + I_{c3} \quad |I_c| = 8.567A \quad \arg(I_c) = 99.49 \cdot \text{deg}$$

$$I_n := I_a + I_b + I_c \quad |I_n| = 4.372A \quad \arg(I_n) = -49.358 \cdot \text{deg}$$

4.2. Падения напряжения в проводах линии:

$$U_{Aa} := I_a \cdot Z_L \quad |U_{Aa}| = 41.544V \quad \arg(U_{Aa}) = 41.946 \cdot \text{deg}$$

$$U_{Bb} := I_b \cdot Z_L \quad |U_{Bb}| = 58.335V \quad \arg(U_{Bb}) = -45.73 \cdot \text{deg}$$

$$U_{Cc} := I_c \cdot Z_L \quad |U_{Cc}| = 49.956V \quad \arg(U_{Cc}) = 158.526 \cdot \text{deg}$$

$$U_{nN} := I_n \cdot Z_L \quad |U_{nN}| = 25.494V \quad \arg(U_{nN}) = 9.678 \cdot \text{deg}$$

4.3. Потеря напряжения в проводах линии:

$$\Delta U_a := |U_a| - |V_a| = 28.871V$$

$$\Delta U_b := |U_b| - |V_b| = 8.235V$$

$$\Delta U_c := |U_c| - |V_c| = 36.425V$$

5. Расчет активных и реактивных мощностей источника и приемников

5.1. Активные и реактивные мощности генератора

$$S_{ga} := U_a \cdot \bar{I}_a \quad S_{gb} := U_b \cdot \bar{I}_b \quad S_{gc} := U_c \cdot \bar{I}_c$$

$$P_{ga} := \text{Re}(S_{ga}) = 1.498 \times 10^3 W \quad Q_{ga} := \text{Im}(S_{ga}) = 460.626 W$$

$$P_{gb} := \text{Re}(S_{gb}) = 2.124 \times 10^3 W \quad Q_{gb} := \text{Im}(S_{gb}) = -578.317 W$$

$$P_{gc} := \text{Re}(S_{gc}) = 1.765 \times 10^3 W \quad Q_{gc} := \text{Im}(S_{gc}) = 660.382 W$$

$$P_g := P_{ga} + P_{gb} + P_{gc} = 5.387 \times 10^3 W$$

$$Q_g := Q_{ga} + Q_{gb} + Q_{gc} = 542.691 W$$

5.2. Активные и реактивные мощности 1-го приемника

$$Sa1 := Uan1 \cdot \overline{Ia1} \quad Sb1 := Ubn1 \cdot \overline{Ib1} \quad Sc1 := Ucn1 \cdot \overline{Ic1}$$

$$Pa1 := \operatorname{Re}(Sa1) = 426.026 \text{ W} \quad Qa1 := \operatorname{Im}(Sa1) = 257.391 \text{ W}$$

$$Pb1 := \operatorname{Re}(Sb1) = 915.457 \text{ W} \quad Qb1 := \operatorname{Im}(Sb1) = -540.952 \text{ W}$$

$$Pc1 := \operatorname{Re}(Sc1) = 321.535 \text{ W} \quad Qc1 := \operatorname{Im}(Sc1) = 616.275 \text{ W}$$

$$P1 := Pa1 + Pb1 + Pc1 = 1.663 \times 10^3 \text{ W}$$

$$Q1 := Qa1 + Qb1 + Qc1 = 332.714 \text{ W}$$

5.3. Активные и реактивные мощности 2-го приемника

$$Sa2 := Uan2 \cdot \overline{Ia2} \quad Sb2 := Ubn2 \cdot \overline{Ib2} \quad Sc2 := Ucn2 \cdot \overline{Ic2}$$

$$Pa2 := \operatorname{Re}(Sa2) = 459.1 \text{ W} \quad Qa2 := \operatorname{Im}(Sa2) = -584.309 \text{ W}$$

$$Pb2 := \operatorname{Re}(Sb2) = 485.416 \text{ W} \quad Qb2 := \operatorname{Im}(Sb2) = -617.802 \text{ W}$$

$$Pc2 := \operatorname{Re}(Sc2) = 384.016 \text{ W} \quad Qc2 := \operatorname{Im}(Sc2) = -488.748 \text{ W}$$

$$P2 := Pa2 + Pb2 + Pc2 = 1.329 \times 10^3 \text{ W}$$

$$Q2 := Qa2 + Qb2 + Qc2 = -1.691 \times 10^3 \text{ W}$$

5.4. Активные и реактивные мощности 3-го приемника

$$Sab := Uab \cdot \overline{Iab} \quad Sbc := Ubc \cdot \overline{Ibc} \quad Sca := Uca \cdot \overline{Ica}$$

$$Pab := \operatorname{Re}(Sab) = 751.832 \text{ W} \quad Qab := \operatorname{Im}(Sab) = 472.927 \text{ W}$$

$$Pbc := \operatorname{Re}(Sbc) = 601.178 \text{ W} \quad Qbc := \operatorname{Im}(Sbc) = -428.709 \text{ W}$$

$$Pca := \operatorname{Re}(Sca) = 312.566 \text{ W} \quad Qca := \operatorname{Im}(Sca) = 639.784 \text{ W}$$

$$P3 := Pab + Pbc + Pca = 1.666 \times 10^3 \text{ W}$$

$$Q3 := Qab + Qbc + Qca = 684.002 \text{ W}$$

5.5. Активные и реактивные мощности линии

$$SAa := UAa \cdot \overline{Ia} \quad SBb := UBb \cdot \overline{Ib} \quad SCc := UCc \cdot \overline{Ic} \quad SNn := UnN \cdot \overline{In}$$

$$PAa := Re(SAa) = 152.288 \text{ W} \quad QAa := Im(SAa) = 253.813 \text{ W}$$

$$PBb := Re(SBb) = 300.264 \text{ W} \quad QBb := Im(SBb) = 500.44 \text{ W}$$

$$PCc := Re(SCc) = 220.201 \text{ W} \quad QCc := Im(SCc) = 367.002 \text{ W}$$

$$PnN := Re(SNn) = 57.348 \text{ W} \quad QnN := Im(SNn) = 95.579 \text{ W}$$

$$PL := PAa + PBb + PCc + PnN = 730.1 \text{ W}$$

$$QL := QAa + QBb + QCc + QnN = 1.217 \times 10^3 \text{ W}$$

5.6. Активные и реактивные мощности всех приемников

$$Pn := P1 + P2 + P3 + PL = 5.387 \times 10^3 \text{ W}$$

$$Qn := Q1 + Q2 + Q3 + QL = 542.691 \text{ W}$$

5.7. Активные и реактивные мощности генератора

$$Pg = 5.387 \times 10^3 \text{ W} \quad Qg = 542.691 \text{ W}$$

5.8. Показания ваттметров 1-группы W1, W2, W3.

$$W1 := Re(Uan1 \cdot \overline{Ia}) = 1.184 \times 10^3 \text{ W}$$

$$W2 := Re(Ubn1 \cdot \overline{Ib}) = 1.929 \times 10^3 \text{ W}$$

$$W3 := Re(Ucn1 \cdot \overline{Ic}) = 1.544 \times 10^3 \text{ W}$$

$$SW1 := W1 + W2 + W3 = 4.657 \times 10^3 \text{ W}$$

$$SP1 := P1 + P2 + P3 = 4.657 \times 10^3 \text{ W}$$

5.9. Показания ваттметров 2-й группы W4, W5.

$$W4 := Re[Uab \cdot (\overline{Ia2} + \overline{Ia3})] = 1.553 \times 10^3 \text{ W}$$

$$W5 := -Re[Ubc \cdot (\overline{Ic2} + \overline{Ic3})] = 1.441 \times 10^3 \text{ W}$$

$$SW2 := W4 + W5 = 2.994 \times 10^3 \text{ W}$$

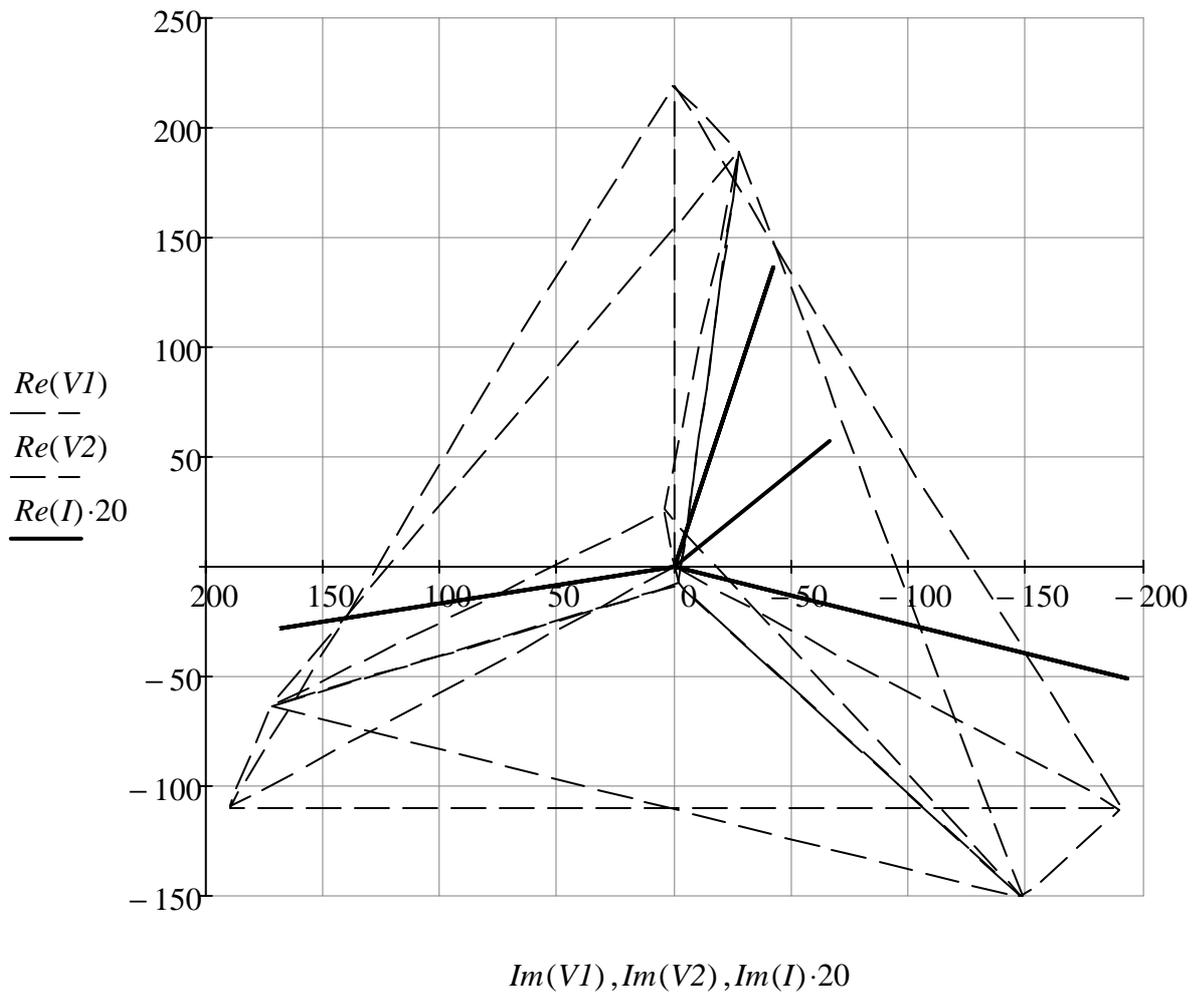
$$SP2 := P2 + P3 = 2.994 \times 10^3 \text{ W}$$

6. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов линии.

$$V1 := (0 \ Ua \ Ub \ Uc \ Ua \ Va \ Vb \ Vc \ Va \ Vn1 \ Vb \ Ub \ 0)^T$$

$$V2 := (0 \ Uc \ Vc \ Vn1 \ 0 \ Vn2 \ Vb \ Vn2 \ Va \ Vn2 \ Vc \ Vn2)^T$$

$$I := (0 \ Ia \ 0 \ Ib \ 0 \ Ic \ 0 \ In)^T$$

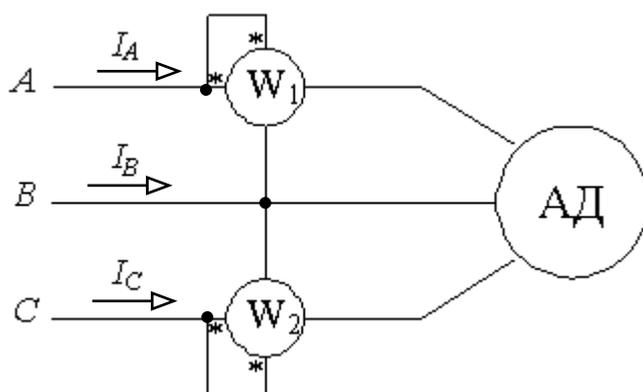


ЗАДАЧА 23.

РАСЧЕТ РЕЖИМА ТРЕХФАЗНОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ СИММЕТРИЧНОМ И НЕСИММЕТРИЧНОМ НАПРЯЖЕНИИ

Трехфазный асинхронный двигатель работает в номинальном режиме (P_n, η, ϕ) А) при симметричной системе напряжения; Б) при несимметричной системе напряжения. Требуется определить фазные токи, показания ваттметров, построить топографическую диаграмму потенциалов, совместив ее с векторной диаграммой токов.

1. Исходные данные для симметричного режима (вариант А)



$$j := \sqrt{-1} \quad a := e^{j \cdot 120deg}$$

$$U_a := 220 \cdot V \quad U_b := 220a^2 \cdot V \quad U_c := 220a \cdot V$$

$$U_{ab} := U_a - U_b \quad U_{bc} := U_b - U_c \quad U_{ca} := U_c - U_a$$

$$P_n := 2000 \cdot W \quad \eta := 0.91 \quad \phi := 40deg$$

2. Определение фазных токов

$$I := \frac{P_n}{3 \cdot |U_a| \cdot \eta \cdot \cos(\phi)} = 4.347 A$$

$$I_a := I \cdot e^{-j \cdot \phi} \quad |I_a| = 4.347 A \quad \arg(I_a) = -40 \cdot deg$$

$$I_b := a^2 \cdot I_a \quad |I_b| = 4.347 A \quad \arg(I_b) = -160 \cdot deg$$

$$I_c := a \cdot I_a \quad |I_c| = 4.347 A \quad \arg(I_c) = 80 \cdot deg$$

$$Z_1 := \frac{U_a}{I_a} = (38.769 + 32.531j) \Omega$$

3. Показания ваттметров

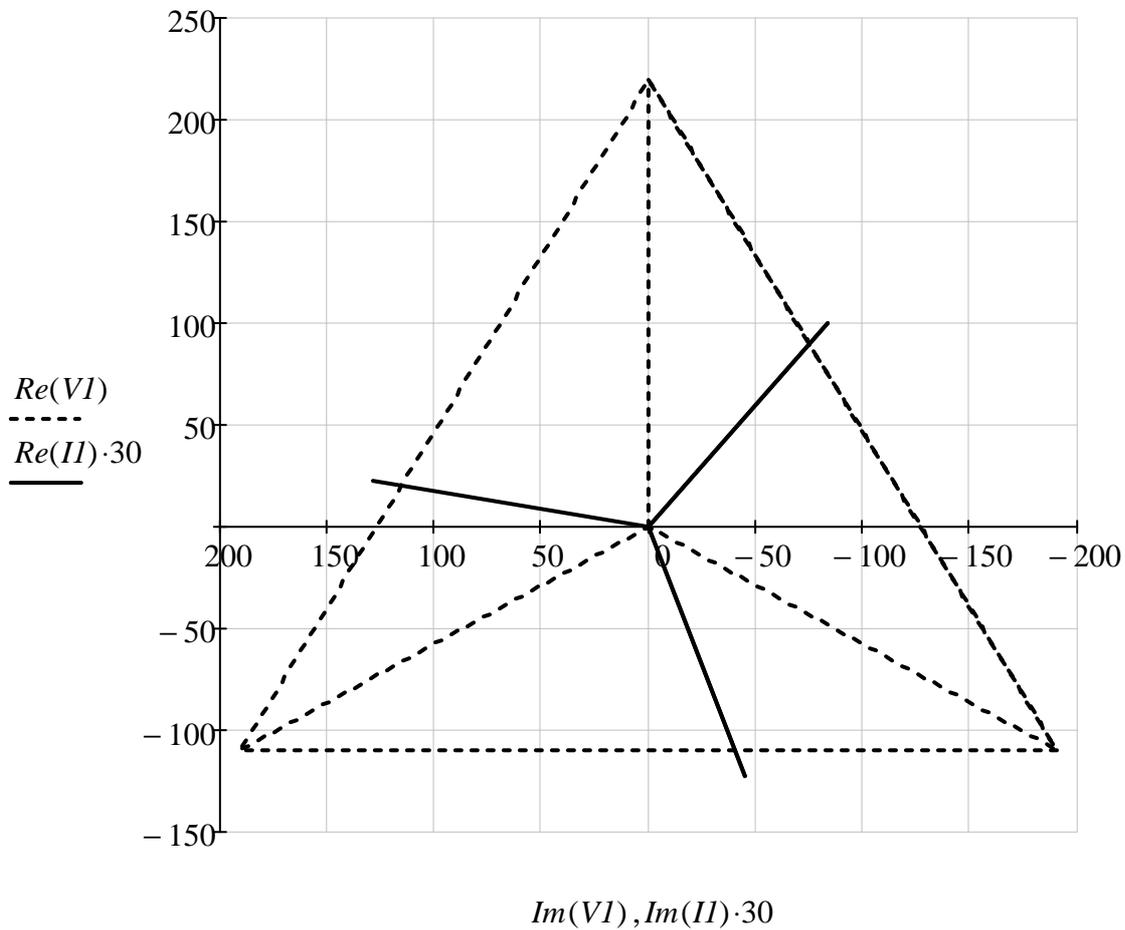
$$W1 := \operatorname{Re}(U_{ab} \cdot \overline{I_a}) = 566.534 \text{ W} \quad W2 := \operatorname{Re}(-U_{bc} \cdot \overline{I_c}) = 1.631 \times 10^3 \text{ W}$$

$$SW := W1 + W2 = 2.198 \times 10^3 \text{ W}$$

4. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

$$VI := (0 \ U_a \ U_b \ U_c \ U_a \ U_b \ 0 \ U_c)^T$$

$$II := (0 \ I_a \ 0 \ I_b \ 0 \ I_c)^T$$



5. Исходные данные для несимметричного режима (вариант Б)

$$Z1 = (38.769 + 32.531j) \Omega \quad Z2 := (1 + 3j) \cdot \Omega \quad (\text{из справочника})$$

$$Ua := 180 \cdot V \quad Ub := 220a^2 \cdot V \quad Uc := 220a \cdot V$$

$$Uab := Ua - Ub \quad Ubc := Ub - Uc \quad Uca := Uc - Ua$$

6. Разложение несимметричной системы напряжений на симметричные составляющие

$$Ua1 := \frac{1}{3} \cdot (Ua + a \cdot Ub + a^2 \cdot Uc) = 206.667 V$$

$$Ua2 := \frac{1}{3} \cdot (Ua + a^2 \cdot Ub + a \cdot Uc) = -13.333 V$$

$$Ua0 := \frac{1}{3} \cdot (Ua + Ub + Uc) = -13.333 V$$

7. Расчет фазных токов методом симметричных составляющих

$$Ia1 := \frac{Ua1}{Z1} \quad Ia2 := \frac{Ua2}{Z2} \quad Ia0 := 0$$

$$Ia := Ia1 + Ia2 + Ia0 \quad |Ia| = 2.261 A \quad \arg(Ia) = 37.458 \cdot \text{deg}$$

$$Ib := a^2 \cdot Ia1 + a \cdot Ia2 + Ia0 \quad |Ib| = 8.046 A \quad \arg(Ib) = -145.55 \cdot \text{deg}$$

$$Ic := a \cdot Ia1 + a^2 \cdot Ia2 + Ia0 \quad |Ic| = 5.789 A \quad \arg(Ic) = 33.275 \cdot \text{deg}$$

8. Показания ваттметров

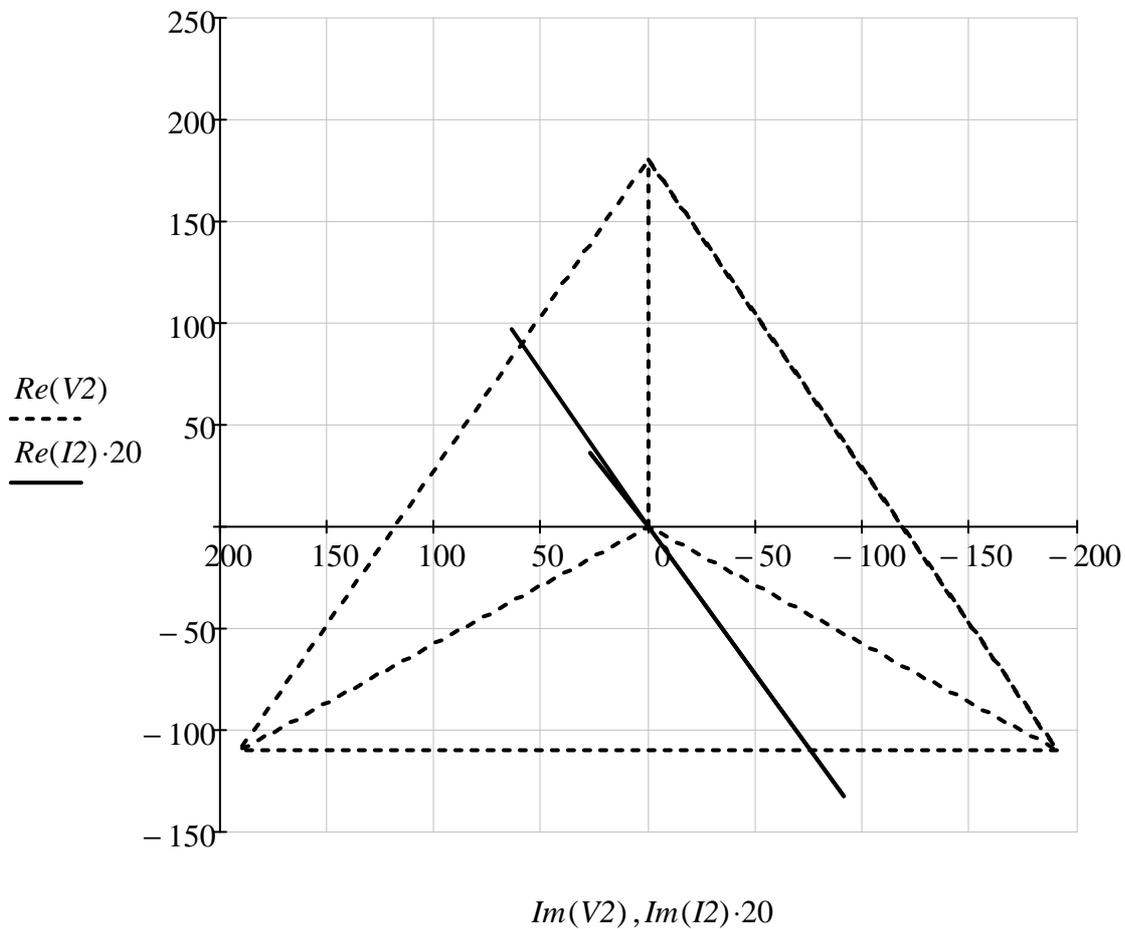
$$W1 := \text{Re}(Uab \cdot \bar{Ia}) = 782.507 W \quad W2 := \text{Re}(-Ubc \cdot \bar{Ic}) = 1.21 \times 10^3 W$$

$$SW := W1 + W2 = 1.993 \times 10^3 W$$

9. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

$$V2 := (0 \ Ua \ Ub \ Uc \ Ua \ Ub \ 0 \ Uc)^T$$

$$I2 := (0 \ Ia \ 0 \ Ib \ 0 \ Ic)^T$$

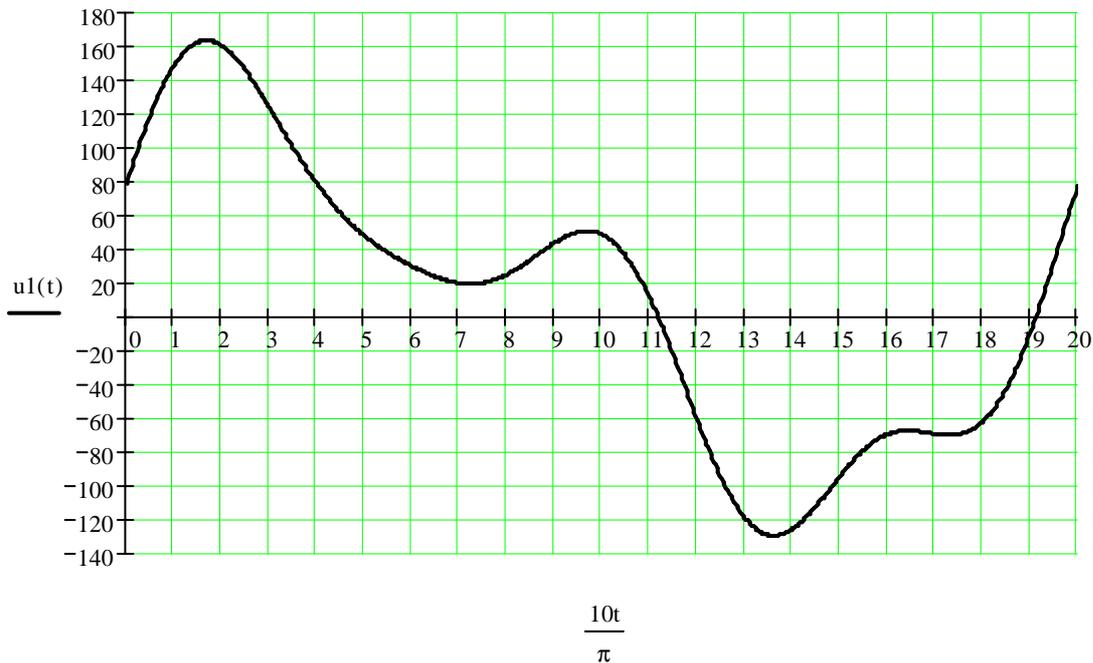


ЗАДАЧА 24. АППРОКСИМАЦИЯ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

1. Исходные данные

Задана несинусоидальная функция напряжения $u(t)$ в виде графической диаграммы в интервале полного периода T . Требуется аппроксимировать заданную функцию а) прямолинейными отрезками, б) параболическими сплайнами, в) кубическими сплайнами.

$$T := .02$$



Заданную несинусоидальную функцию разбивают на 20-30 участков и по графической диаграмме определяют координаты точек стыка отдельных участков, результаты оформляют в виде матриц.

$$tn := (0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20)^T$$

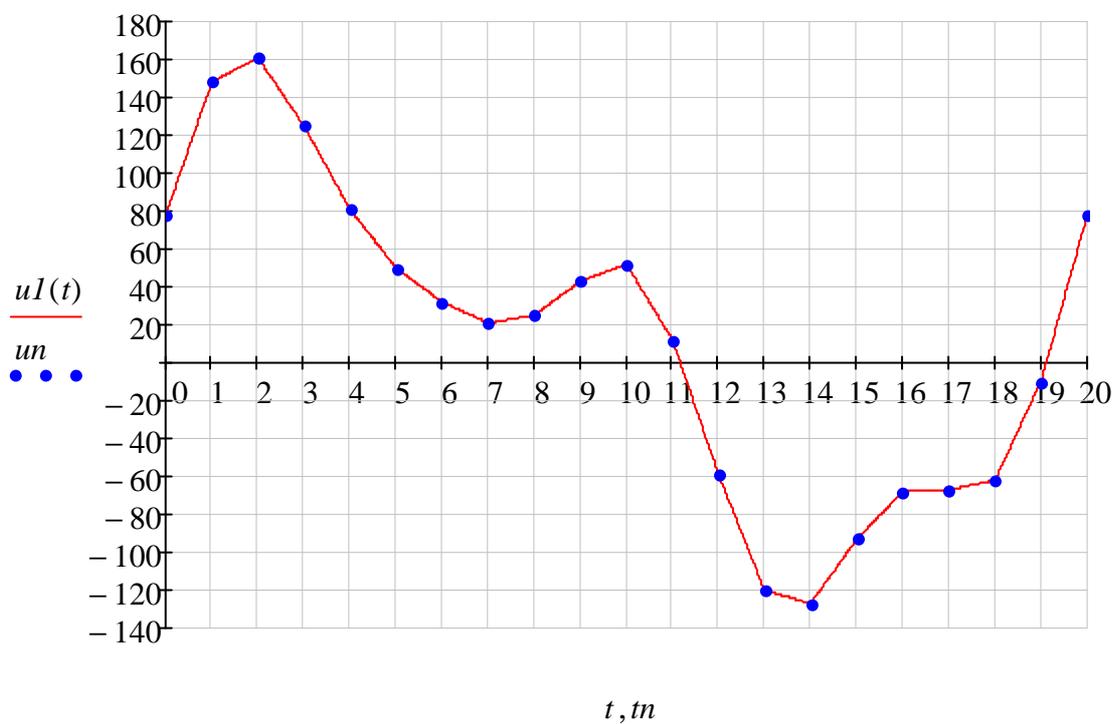
$$un := (78 \ 148 \ 161 \ 125 \ 81 \ 50 \ 32 \ 21 \ 25 \ 43 \ 52 \ 12 \ -59 \ -120 \ -127 \ -93 \ -68 \ -67 \ -62 \ -10 \ 78)^T$$

а). Кусочно-линейная аппроксимация (линейная интерполяция)

Кусочно-линейная аппроксимация (линейная интерполяция) в MathCAD осуществляется посредством функции *lintrp* по форме:

$$uI(t) := \text{lintrp}(tn, un, t)$$

Для проверки качества аппроксимации строится графическая диаграмма аппроксимированной функции $uI(t)$, на которую наносятся координаты точек заданной функции.

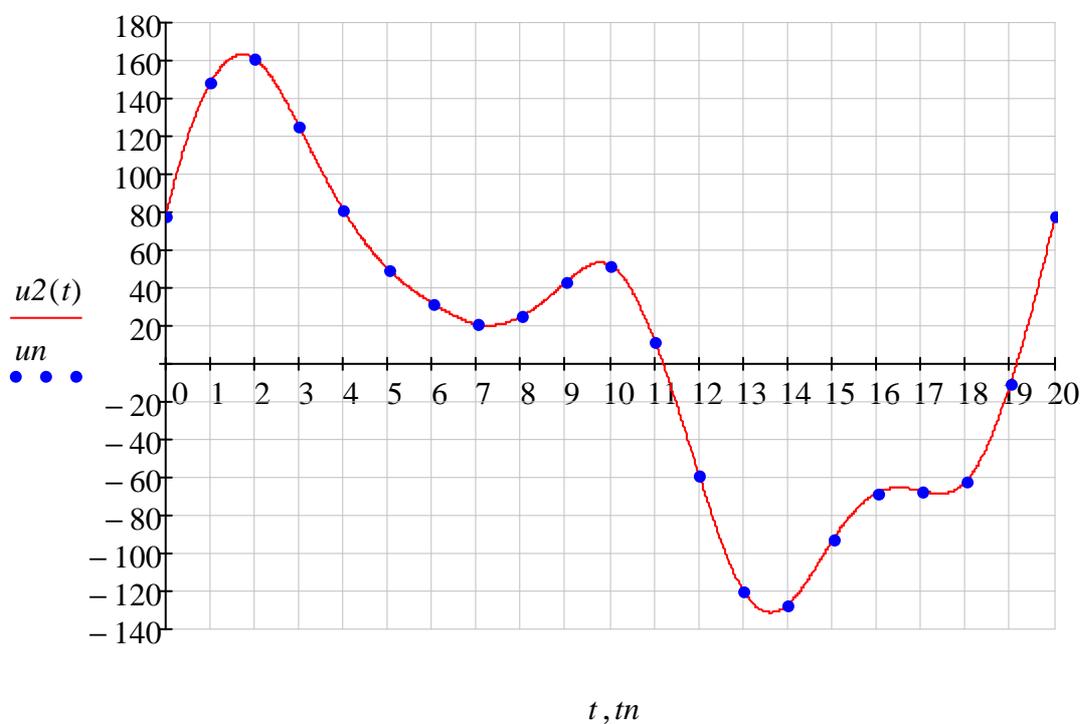


б). Аппроксимация (интерполяция) параболическими сплайнами

Аппроксимация (интерполяция) параболическими сплайнами в MathCAD осуществляется посредством 2-х функций (*pspline* + *interp*) по форме:

$$ps := pspline(tn, un) \quad u2(t) := interp(ps, tn, un, t)$$

Для проверки качества аппроксимации строится графическая диаграмма аппроксимированной функции $u2(t)$, на которую наносятся координаты точек заданной функции.

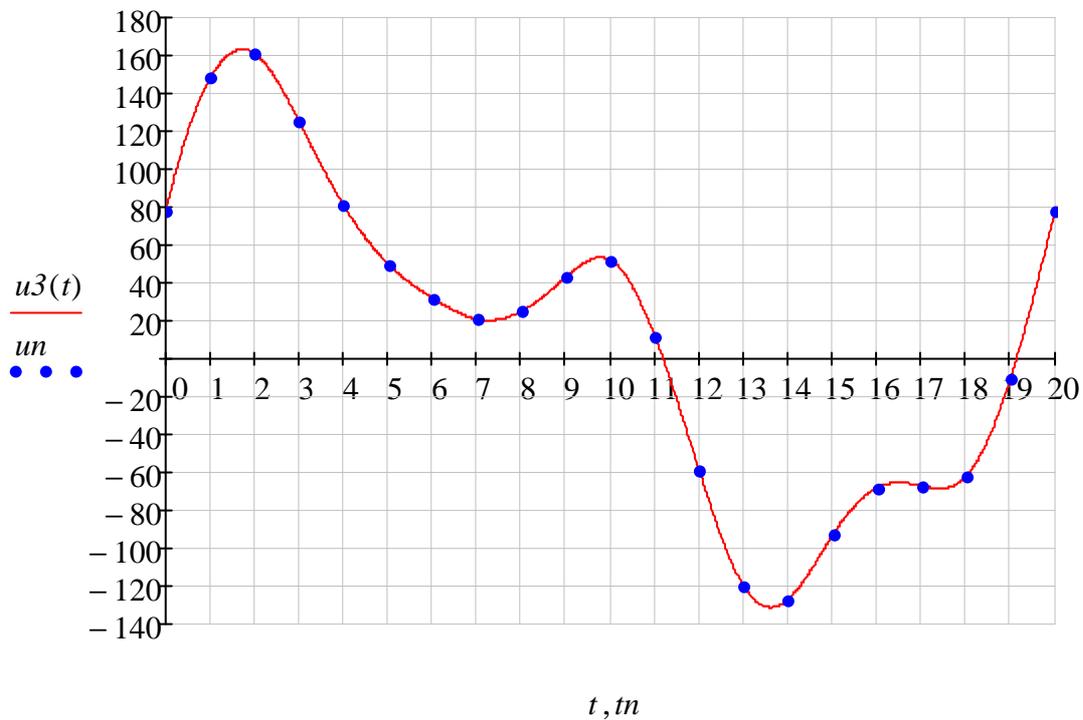


в). Аппроксимация (интерполяция) кубическими сплайнами

Аппроксимация (интерполяция) параболическими сплайнами в MathCAD осуществляется посредством 2-х функций (*cspline* + *interp*) по форме:

$$cs := cspline(tn, un) \quad u3(t) := interp(cs, tn, un, t)$$

Для проверки качества аппроксимации строится графическая диаграмма аппроксимированной функции $u3(t)$, на которую наносятся координаты точек заданной функции.



г). Аппроксимация функции в интервале нескольких периодов

Координаты точек заданной функции в интервале 1-го периода оформляются в виде столбцовых матриц, затем производится сшивание матриц для последующих периодов посредством программы *stack*, после чего создается сплайн и производится аппроксимация в интервале заданного числа периодов (5)..

$$tn1 := 10^{-3} \cdot (0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18 \ 19)^T$$

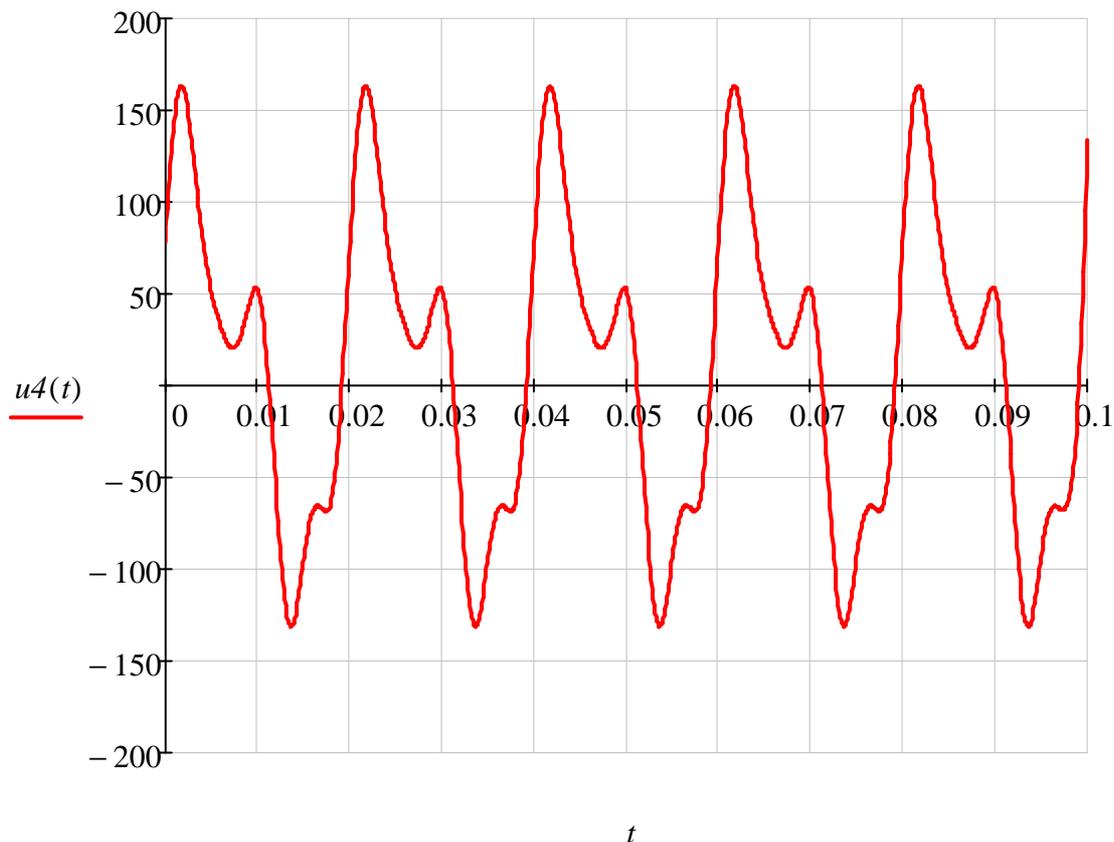
$$un1 := (78 \ 148 \ 161 \ 125 \ 81 \ 50 \ 32 \ 21 \ 25 \ 43 \ 52 \ 12 \ -59 \ -120 \ -127 \ -93 \ -68 \ -67 \ -62 \ -10)^T$$

$$tn2 := tn1 + T \quad tn3 := tn1 + 2 \cdot T \quad tn4 := tn1 + 3 \cdot T \quad tn5 := tn1 + 4 \cdot T$$

$$tt := stack(tn1, tn2, tn3, tn4, tn5) \quad uu := stack(un1, un1, un1, un1, un1)$$

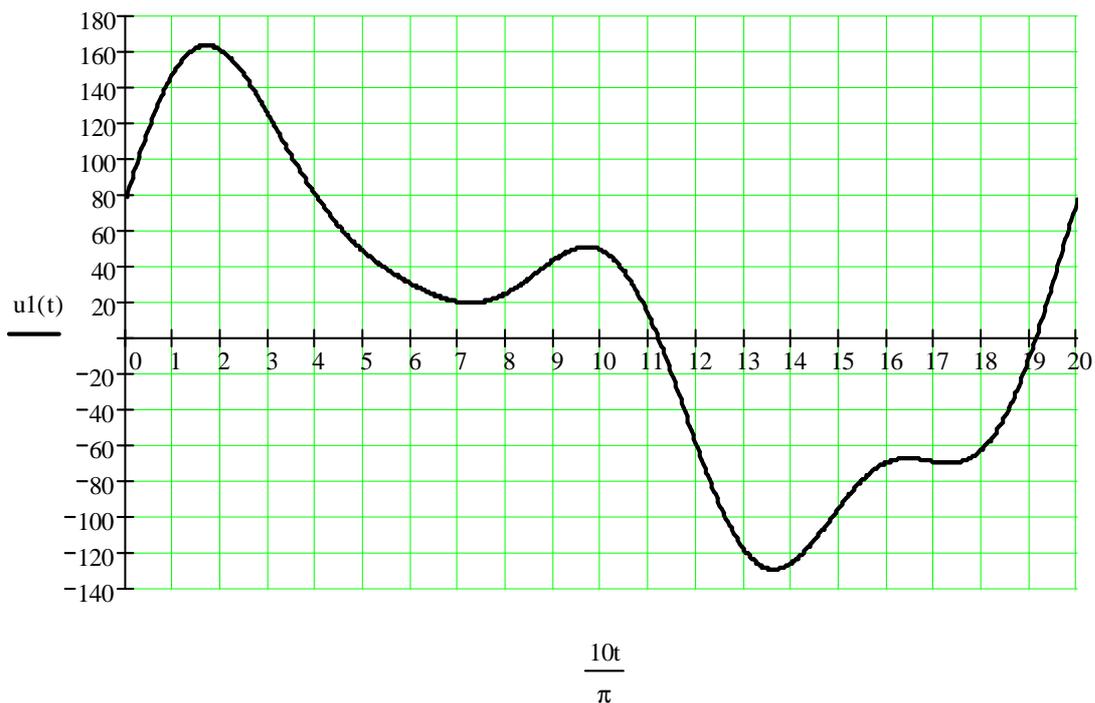
$$sp := cspline(tt, uu) \quad u4(t) := interp(sp, tt, uu, t)$$

Строится графическая диаграмма аппроксимированной функции $u4(t)$.



ЗАДАЧА 25. ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ $U = F(T)$

Задана несинусоидальная функция напряжения $u(t)$ в виде графической диаграммы в интервале полного периода T . Требуется выполнить гармонический анализ заданной функции, т. е. представить ее в виде гармонического ряда Фурье. Решение задачи выполняется в 2 этапа.



1. Аппроксимация функции

Заданную несинусоидальную функцию разбивают на 20-30 участков и по графической диаграмме определяют координаты точек стыка отдельных участков, результаты оформляют в виде матриц. Затем функцию аппроксимируют кубическими сплайнами по стандартной программе.

```

tn := (0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20) * 10-3
un := (78 148 161 125 81 50 32 21 25 43 52 12 -59 -120 -127 -93 -68 -67 -62 -10 78)T

cs := cspline(tn, un)    u(t) := interp(cs, tn, un, t)
    
```

2. Гармонический анализ функции

Гармонический анализ функции выполняется по классическим формулам математики, при этом постоянная составляющая определяется отдельно, а амплитуды гармоник в матричной форме:

$$T := .02 \quad \omega := 2 \frac{\pi}{T} \quad j := \sqrt{-1} \quad k := 1..5$$

2.1. Постоянная составляющая:

$$U_0 := \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) dt = 11.102$$

2.2. Амплитуды и начальные фазы отдельных гармоник (до 5-ой включительно):

$$Um_k := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \cdot \left(\frac{2}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$ Um_k =$
100.303
49.564
30.196
20.804
0.107

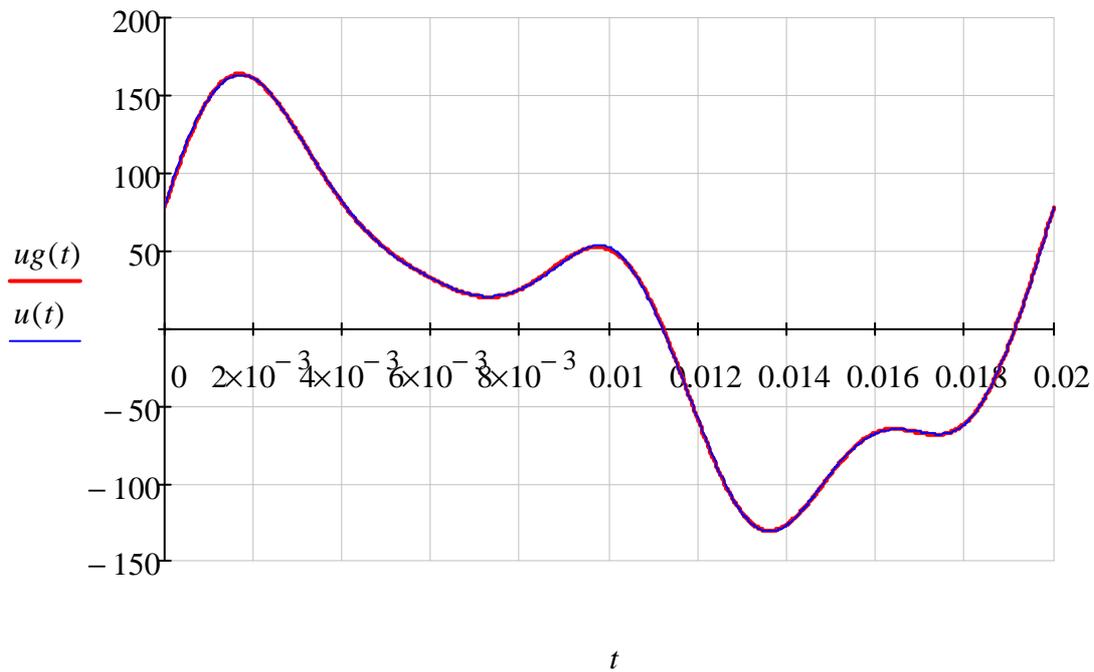
$arg(Um_k) =$
19.707
59.755
-42.163
29.178
102.331

$\cdot deg$

2.3. Гармонический состав функции:

$$u_g(t) := U_0 + \sum_{k=1}^5 (|Um_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \arg(Um_k)))$$

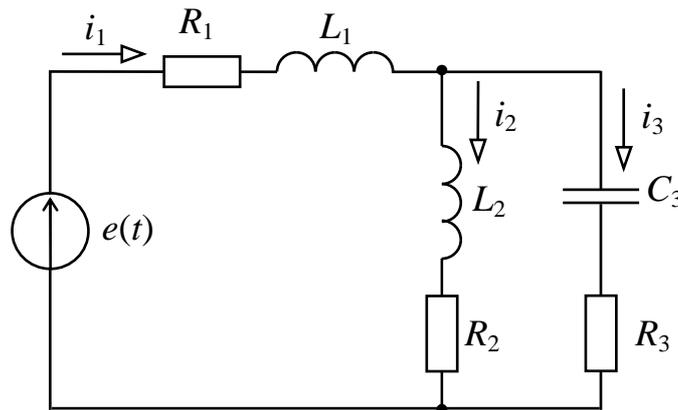
Для проверки качества выполненного гармонического анализа строят в одной системе координат графические диаграммы исходной $u(t)$ и расчетной $u_g(t)$ функций.



Совпадение графических диаграмм этих функций указывает на верное решение задачи.

ЗАДАЧА 26.
РАСЧЕТ ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА
ГАРМОНИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Задана схема цепи и параметры отдельных элементов. Несинусоидальная функция ЭДС $e(t)$ задана в виде таблицы координат точек в интервале полного периода T . Требуется определить действующие значения токов в ветвях схемы, напряжений на отдельных элементах, активные мощности источника и отдельных приемников энергии, проверить баланс мощностей.



$$R_1 := 21 \quad R_2 := 38 \quad R_3 := 26 \quad L_1 := .025 \quad L_2 := .092 \quad C_3 := 28 \cdot 10^{-6}$$

$$tn = (0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20) \cdot 10^{-3}$$

$$en = (52 \ 122 \ 167 \ 138 \ 73 \ 28 \ 14 \ 15 \ 26 \ 38 \ 29 \ -11 \ -61 \ -110 \ -147 \ -144 \ -82 \ -4 \ 30 \ 27 \ 52)$$

Задача решается в 3 этапа

1. Гармонический анализ функции $e(t)$

1.1. Функция $e(t)$ аппроксимируется кубическими сплайнами

$$tn := (0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20)^T \cdot 10^{-3}$$

$$en := (52 \ 122 \ 167 \ 138 \ 73 \ 28 \ 14 \ 15 \ 26 \ 38 \ 29 \ -11 \ -61 \ -110 \ -147 \ -144 \ -82 \ -4 \ 30 \ 27 \ 52)^T$$

$$cs := cspline(tn, en) \quad e(t) := interp(cs, tn, en, t)$$

1.2. Выполняется разложение функции $e(t)$ в гармонический ряд Фурье

$$T := .02 \quad \omega := 2 \frac{\pi}{T} \quad j := \sqrt{-1} \quad k := 1..5$$

$$Eo := \frac{1}{T} \cdot \int_0^T e(t) dt = 9.978$$

$$Em_k := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T e(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \cdot \left(\frac{2}{T} \cdot \int_0^T e(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$ Em_k =$	$arg(Em_k) =$	
99.854	29.996	·deg
49.943	79.919	
30.014	-79.525	
19.898	-69.71	
9.742	-59.825	

$$eg(t) := Eo + \sum_{k=1}^5 (|Em_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + arg(Em_k)))$$

2. Расчет токов и напряжений в схеме для отдельных гармоник

2.1. Расчет схемы для постоянной составляющей:

$$Ro := R_1 + R_2 \quad I1o := \frac{Eo}{Ro} = 0.169 \quad I2o := I1o \quad I3o := 0$$

$$U1o := I1o \cdot R_1 = 3.552 \quad U2o := I2o \cdot R_2 = 6.427$$

$$PEo := Eo \cdot I1o = 1.688 \quad P1o := U1o \cdot I1o = 0.601$$

$$P2o := U2o \cdot I2o = 1.087 \quad P3o := 0$$

2.2. Расчет схемы для k-ой гармоники

$$Z1_k := R_1 + j \cdot k \cdot \omega \cdot L_1 \quad Z2_k := R_2 + j \cdot k \cdot \omega \cdot L_2 \quad Z3_k := R_3 - j \cdot \frac{1}{k \cdot \omega \cdot C_3}$$

$$Zab_k := Z2_k \cdot \frac{Z3_k}{Z2_k + Z3_k} \quad Z\alpha_k := Z1_k + Zab_k$$

$$I1m_k := \frac{Em_k}{Z\vartheta_k}$$

$ I1m_k =$
1.337
0.569
0.433
0.334
0.167

$$\psi i1_k := \arg(I1m_k)$$

$\psi i1_k =$
14.686
77.018
-79.035
-79.466
-81.56

$$\cdot deg$$

$$U1m_k := I1m_k \cdot Z1_k$$

$ U1m_k =$
29.969
14.931
13.659
12.616
7.453

$$\psi u1_k := \arg(U1m_k)$$

$\psi u1_k =$
35.192
113.815
-30.745
-23.226
-19.696

$$\cdot deg$$

$$U2m_k := I1m_k \cdot Zab_k$$

$ U2m_k =$
70.06
38.462
23.391
14.47
6.279

$$\psi u2_k := \arg(U2m_k)$$

$\psi u2_k =$
27.776
67.415
-105.58
-108.928
-109.737

$$\cdot deg$$

$$I2m_k := \frac{U2m_k}{Z2_k}$$

$ I2m_k =$
1.467
0.556
0.247
0.119
0.042

$$\psi i2_k := \arg(I2m_k)$$

$\psi i2_k =$
-9.481
10.735
-171.914
179.267
174.996

$$\cdot deg$$

$$I3m_k := \frac{U2m_k}{Z3_k}$$

$ I3m_k =$
0.601
0.615
0.509
0.376
0.182

$$\psi i3_k := \arg(I3m_k)$$

$\psi i3_k =$
104.893
132.835
-50.034
-61.381
-68.568

$$\cdot deg$$

3. Обработка результатов расчета

3.1. Мгновенные значения токов и напряжений, как функции времени

$$i1(t) := I1o + \sum_{k=1}^5 (|I1m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \psi i1_k))$$

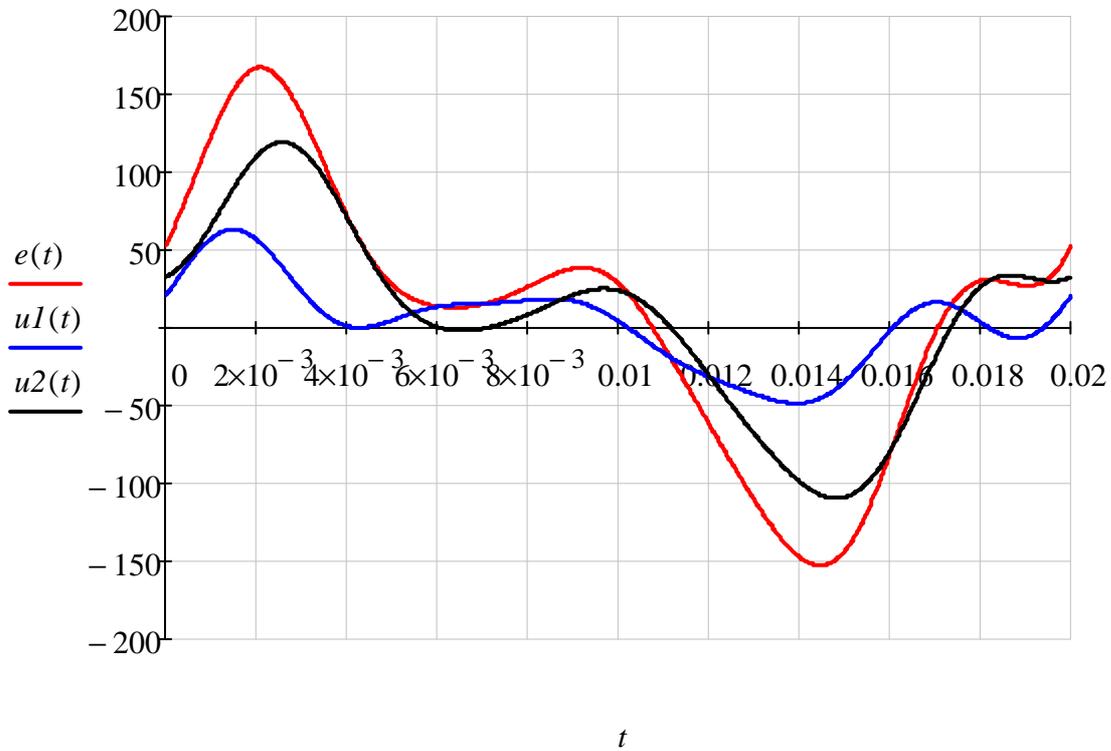
$$i2(t) := I2o + \sum_{k=1}^5 (|I2m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \psi i2_k))$$

$$i3(t) := I3o + \sum_{k=1}^5 (|I3m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \psi i3_k))$$

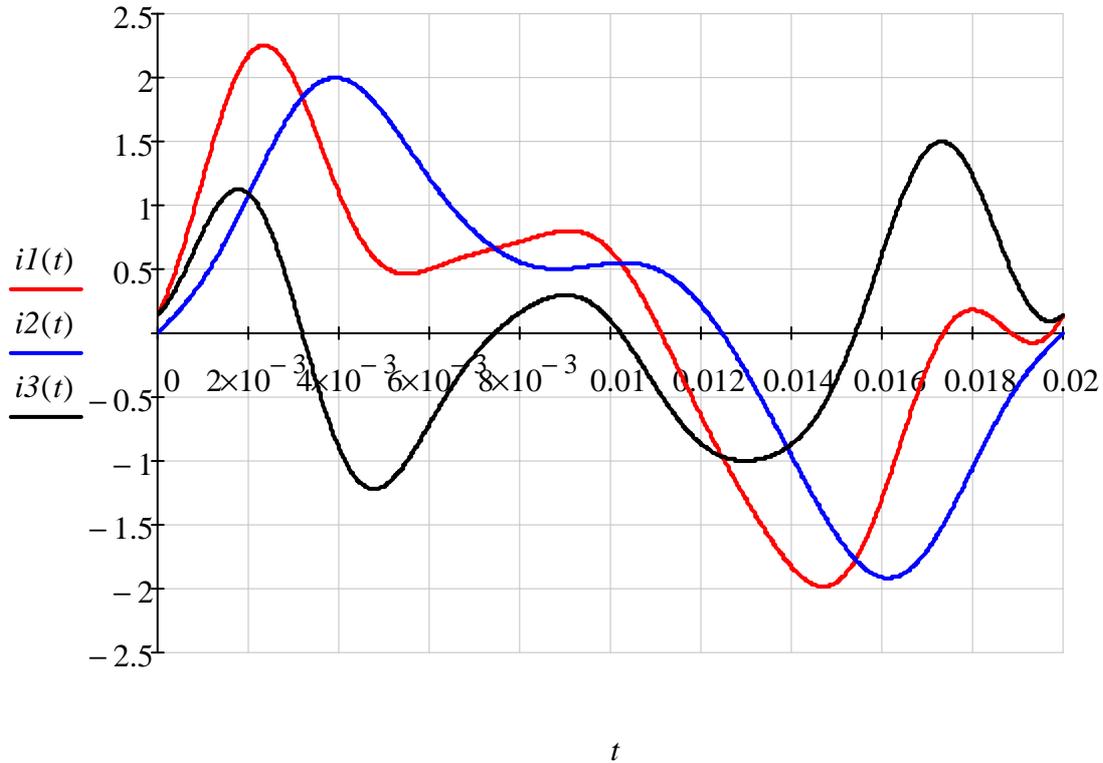
$$u1(t) := U1o + \sum_{k=1}^5 (|U1m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \psi u1_k))$$

$$u2(t) := U2o + \sum_{k=1}^5 (|U2m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \psi u2_k))$$

3.2. Графические диаграммы функций напряжений



3.3. Графические диаграммы функций токов



3.4. Действующие значения токов и напряжений:

$$I_1 := \sqrt{(I_{1o})^2 + \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^5 (|I_{1m_k}|)^2} = 1.117$$

$$I_2 := \sqrt{(I_{2o})^2 + \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^5 (|I_{2m_k}|)^2} = 1.139$$

$$I_3 := \sqrt{(I_{3o})^2 + \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^5 (|I_{3m_k}|)^2} = 0.766$$

$$E := \sqrt{(E_o)^2 + \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^5 (|E_{m_k}|)^2} = 83.833$$

$$U1 := \sqrt{(U1o)^2 + \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^5 (|U1m_k|)^2} = 27.817$$

$$U2 := \sqrt{(U2o)^2 + \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^5 (|U2m_k|)^2} = 60.276$$

3.5. Активная мощность источника и приемников энергии

$$PE_k := \operatorname{Re}(.5 \cdot Em_k \cdot \overline{I1m_k}) \quad PE := PEo + \sum_{k=1}^5 PE_k = 90.78$$

$$P1_k := \operatorname{Re}(.5 \cdot U1m_k \cdot \overline{I1m_k}) \quad P1 := P1o + \sum_{k=1}^5 P1_k = 26.196$$

$$P2_k := \operatorname{Re}(.5 \cdot U2m_k \cdot \overline{I2m_k}) \quad P2 := P2o + \sum_{k=1}^5 P2_k = 49.338$$

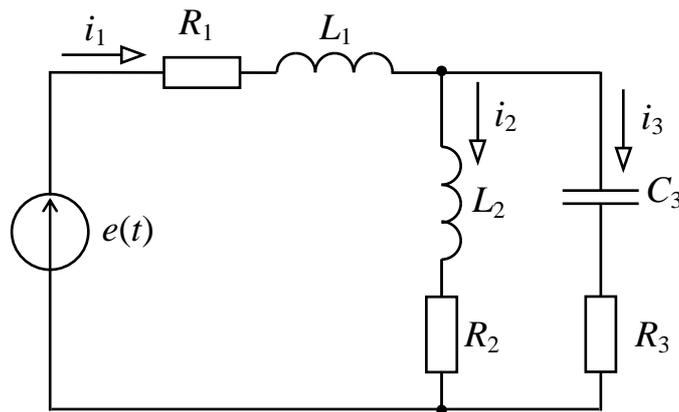
$$P3_k := \operatorname{Re}(.5 \cdot U2m_k \cdot \overline{I3m_k}) \quad P3 := P3o + \sum_{k=1}^5 P3_k = 15.246$$

$$Pn := P1 + P2 + P3 = 90.78$$

Вывод: баланс мощностей выполняется.

ЗАДАЧА 27.
РАСЧЕТ ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Задана схема цепи и параметры отдельных элементов. Несинусоидальная функция ЭДС $e(t)$ задана в виде таблицы координат точек в интервале полного периода T . Требуется определить действующие значения токов в ветвях схемы, напряжений на отдельных элементах, активные мощности источника и отдельных приемников энергии, проверить баланс мощностей.



$$\begin{array}{llll}
 T := .02 & R_1 := 21 & R_2 := 38 & R_3 := 26 \\
 L_1 := .025 & L_2 := .092 & C_3 := 28 \cdot 10^{-6} &
 \end{array}$$

Задача решается в 3 этапа

1. Аппроксимация функции в интервале нескольких периодов

Координаты точек заданной функции $e(t)$ в интервале 1-го периода оформляются в виде столбцовых матриц, затем производится сшивание аналогичных матриц для последующих периодов, после чего создается кубический сплайн и производится аппроксимация.

```

tn1 := 10-3 · (0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19)T
en1 := (52 122 167 138 73 28 14 15 26 38 29 -11 -61 -110 -147 -144 -82 -4 30 27)T

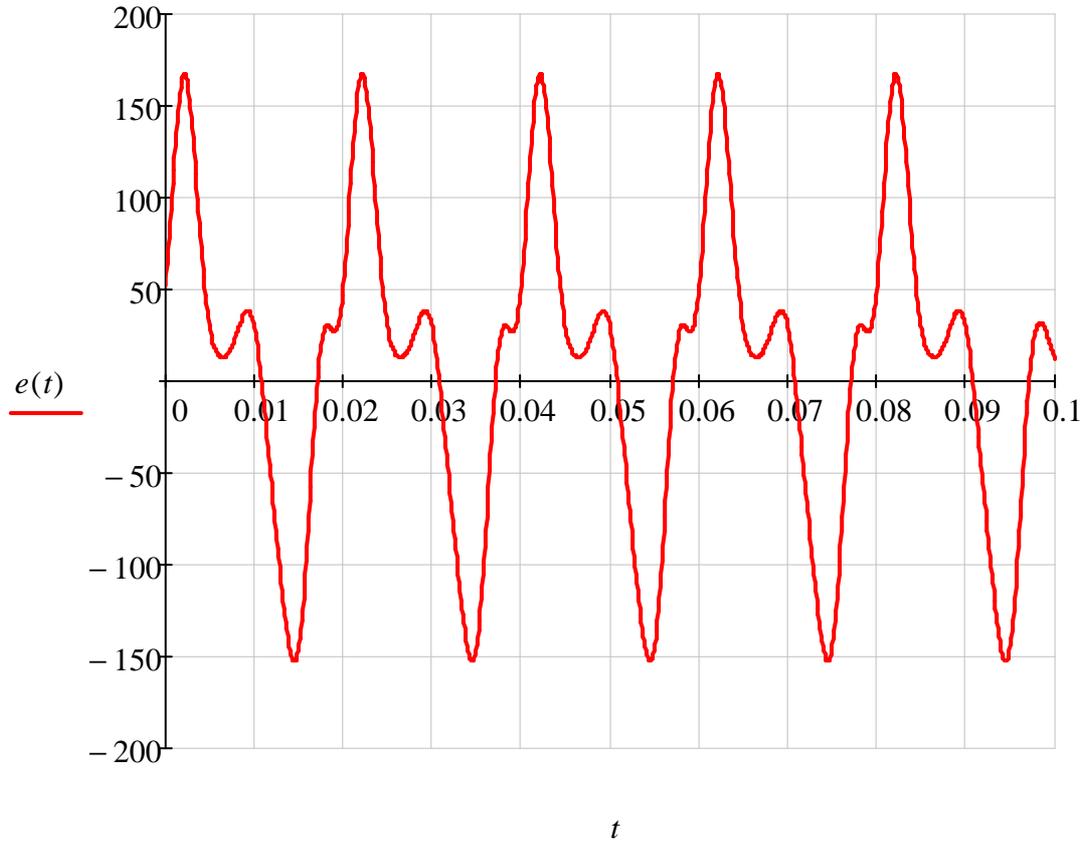
tn2 := tn1 + T   tn3 := tn1 + 2 · T   tn4 := tn1 + 3 · T   tn5 := tn1 + 4 · T

tt := stack(tn1, tn2, tn3, tn4, tn5)   ee := stack(en1, en1, en1, en1, en1)

cs := cspline(tt, ee)   e(t) := interp(cs, tt, ee, t)

```

Графическая диаграмма функции $e(t)$



2. Решение системы дифференциальных уравнений

2.1. Для расчетной схемы составляется система дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа:

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$i_1 \cdot R_1 + L_1 \cdot \frac{d}{dt} i_1 + i_3 \cdot R_3 + U_c = e(t)$$

$$-i_3 \cdot R_3 - U_c + i_2 \cdot R_3 + L_2 \cdot \frac{d}{dt} i_2 = 0$$

$$i_3 = C_3 \cdot \frac{dU_c}{dt}$$

2.2. Система дифференциальных уравнений приводится к форме Коши:

$$\frac{d}{dt} i_1 = \frac{-(R_1 + R_3) \cdot i_1}{L_1} + \frac{R_3}{L_1} \cdot i_2 - \frac{1}{L_1} \cdot U_c + \frac{1}{L_1} \cdot e(t)$$

$$\frac{d}{dt} i_2 = \frac{R_2}{L_2} \cdot i_1 - \frac{(R_2 + R_3)}{L_2} \cdot i_2 + \frac{1}{L_2} U_c + 0$$

$$\frac{d}{dt} U_c = \frac{1}{C_3} i_1 - \frac{1}{C_3} i_2 + 0$$

2.3. Система дифференциальных уравнений решается численным методом по программе *rkfixed*

$$N := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad F(t, X) := \begin{bmatrix} \frac{-(R_1 + R_3) \cdot X_0}{L_1} + \frac{R_3}{L_1} \cdot X_1 - \frac{1}{L_1} \cdot X_2 + \frac{1}{L_1} \cdot e(t) \\ \frac{R_2}{L_2} \cdot X_0 - \frac{(R_2 + R_3)}{L_2} \cdot X_1 + \frac{1}{L_2} X_2 \\ \frac{1}{C_3} X_0 - \frac{1}{C_3} X_1 \end{bmatrix}$$

$$Z := rkfixed(N, 0, 0.1, 5000, F)$$

$$tk := Z^{\langle 0 \rangle} \quad i1k := Z^{\langle 1 \rangle} \quad i2k := Z^{\langle 2 \rangle} \quad Uck := Z^{\langle 3 \rangle}$$

$$i3k := i1k - i2k \quad u2k := Uck + i3k \cdot R_3 \quad u1k := e(tk) - u2k$$

2.4. Массивы переменных интерполируются и превращаются в функции времени:

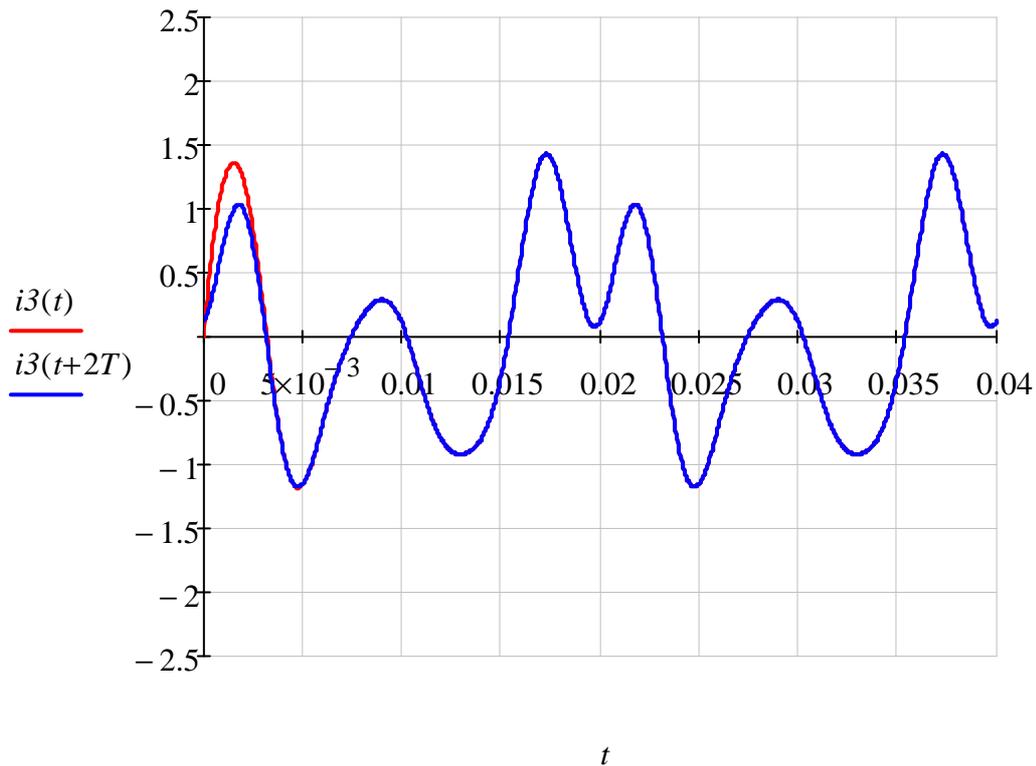
$$i1(t) := linterp(tk, i1k, t) \quad i2(t) := linterp(tk, i2k, t)$$

$$i3(t) := linterp(tk, i3k, t) \quad u1(t) := linterp(tk, u1k, t)$$

$$u2(t) := linterp(tk, u2k, t)$$

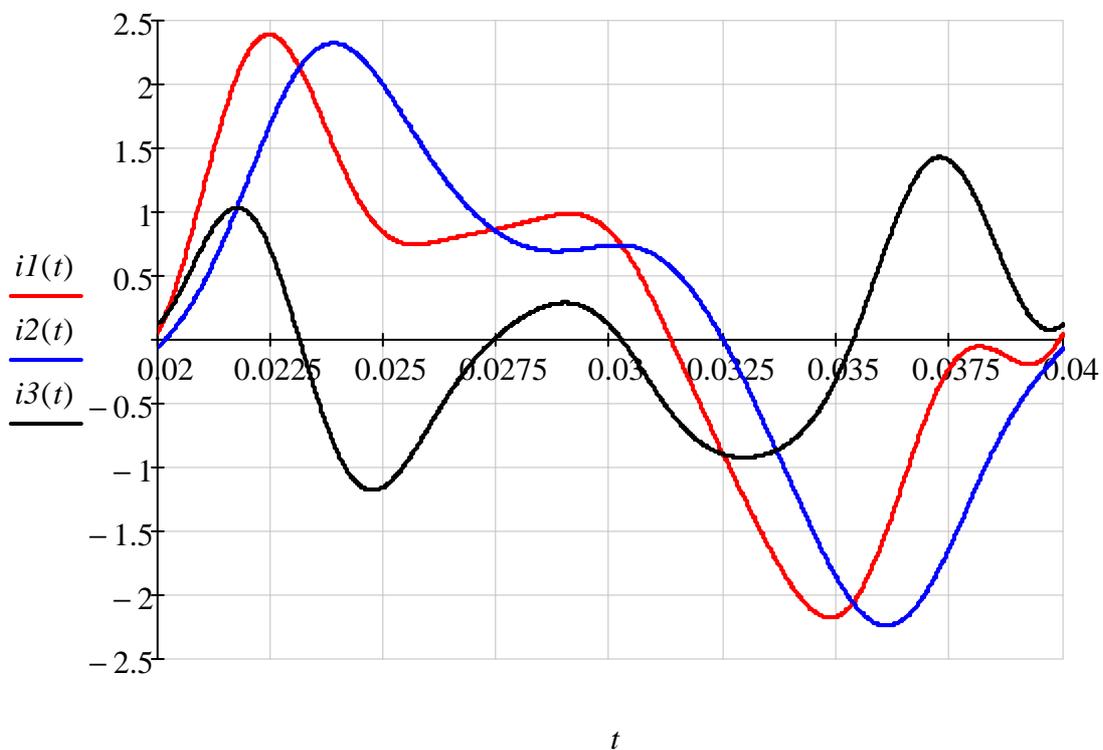
3. Математическая обработка результатов расчета:

3.1. Определение времени переходного процесса

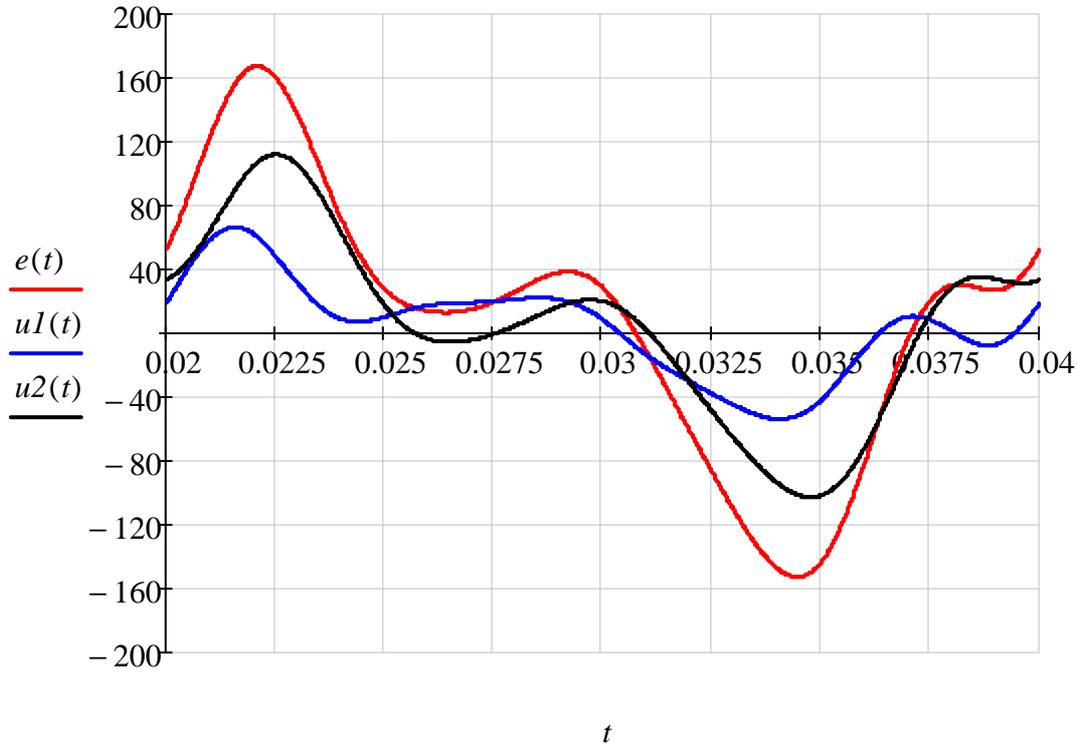


Вывод: переходной процесс продолжается менее одного периода, начиная со 2-го периода в схеме действует установившийся режим.

3.2. Графические диаграммы функций токов для 2-го периода



3.3. Графические диаграммы функций напряжений для 2-го периода



3.4.. Действующие значения токов и напряжений:

$$I1 := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_T^{2T} i1(t)^2 dt} = 1.247$$

$$U1 := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_T^{2T} u1(t)^2 dt} = 30.412$$

$$I2 := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_T^{2T} i2(t)^2 dt} = 1.341$$

$$U2 := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_T^{2T} u2(t)^2 dt} = 56.616$$

$$I3 := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_T^{2T} i3(t)^2 dt} = 0.724$$

$$E := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_T^{2T} e(t)^2 dt} = 83.835$$

3.5. Активная мощность источника и приемников энергии:

$$P_e := \int_T^{2T} e(t) \cdot i_1(t) dt = 1.952$$

$$P_1 := \int_T^{2T} u_1(t) \cdot i_1(t) dt = 0.653$$

$$P_2 := \int_T^{2T} u_2(t) \cdot i_2(t) dt = 1.027$$

$$P_3 := \int_T^{2T} u_3(t) \cdot i_3(t) dt = 0.272$$

$$P_n := P_1 + P_2 + P_3 = 1.952$$

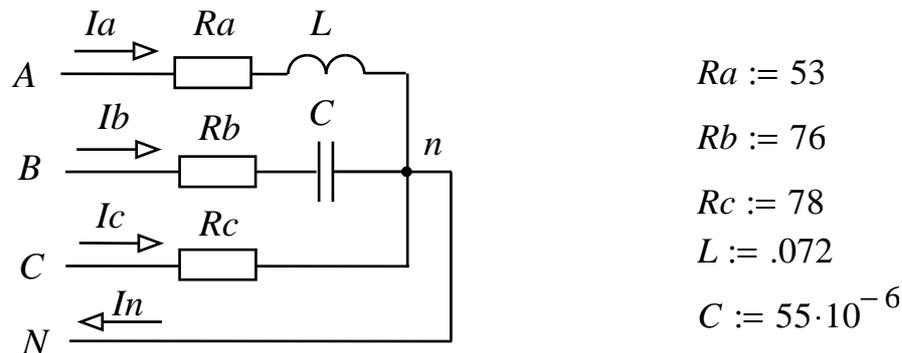
Вывод: баланс мощностей выполняется.

$$j := \sqrt{-1}$$

ЗАДАЧА 28.

РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ ЗВЕЗДОЙ С НУЛЕВЫМ ПРОВОДОМ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ НАПРЯЖЕНИИ ГЕНЕРАТОРА

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, активные мощности отдельных фаз и всей цепи, построить топографическую диаграмму потенциалов, совместив ее с векторной диаграммой токов.



$$u_A(t) = 220 \cdot \sin(\omega t) + 120 \cdot \sin(2\omega t) + 50 \cdot \sin(3\omega t)$$

$$j := \sqrt{-1} \quad a := e^{j \cdot 120 \text{deg}} \quad f := 50 \quad \omega := 2\pi f$$

1. Расчет схемы для 1-ой гармоники

1.1. Исходные данные:

$$U_{a1m} := 220 \quad U_{b1m} := a^2 \cdot U_{a1m} \quad U_{c1m} := a \cdot U_{a1m}$$

$$Z_{a1} := R_a + j \cdot \omega \cdot L \quad Z_{b1} := R_b - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \quad Z_{c1} := R_c$$

1.2. Расчет токов

$$I_{a1m} := \frac{U_{a1m}}{Z_{a1}} \quad |I_{a1m}| = 3.818 \quad \arg(I_{a1m}) = -23.112 \cdot \text{deg}$$

$$I_{b1m} := \frac{U_{b1m}}{Z_{b1}} \quad |I_{b1m}| = 2.303 \quad \arg(I_{b1m}) = -82.71 \cdot \text{deg}$$

$$I_{c1m} := \frac{U_{c1m}}{Z_{c1}} \quad |I_{c1m}| = 2.821 \quad \arg(I_{c1m}) = 120 \cdot \text{deg}$$

$$I_{n1m} := I_{a1m} + I_{b1m} + I_{c1m} \quad |I_{n1m}| = 2.743 \quad \arg(I_{n1m}) = -29.25 \cdot \text{deg}$$

1.3. Расчет мощностей

$$P_{a1} := \operatorname{Re}\left(\frac{1}{2}U_{a1m} \cdot \overline{I_{a1m}}\right) = 386.251$$

$$P_{b1} := \operatorname{Re}\left(\frac{1}{2}U_{b1m} \cdot \overline{I_{b1m}}\right) = 201.546$$

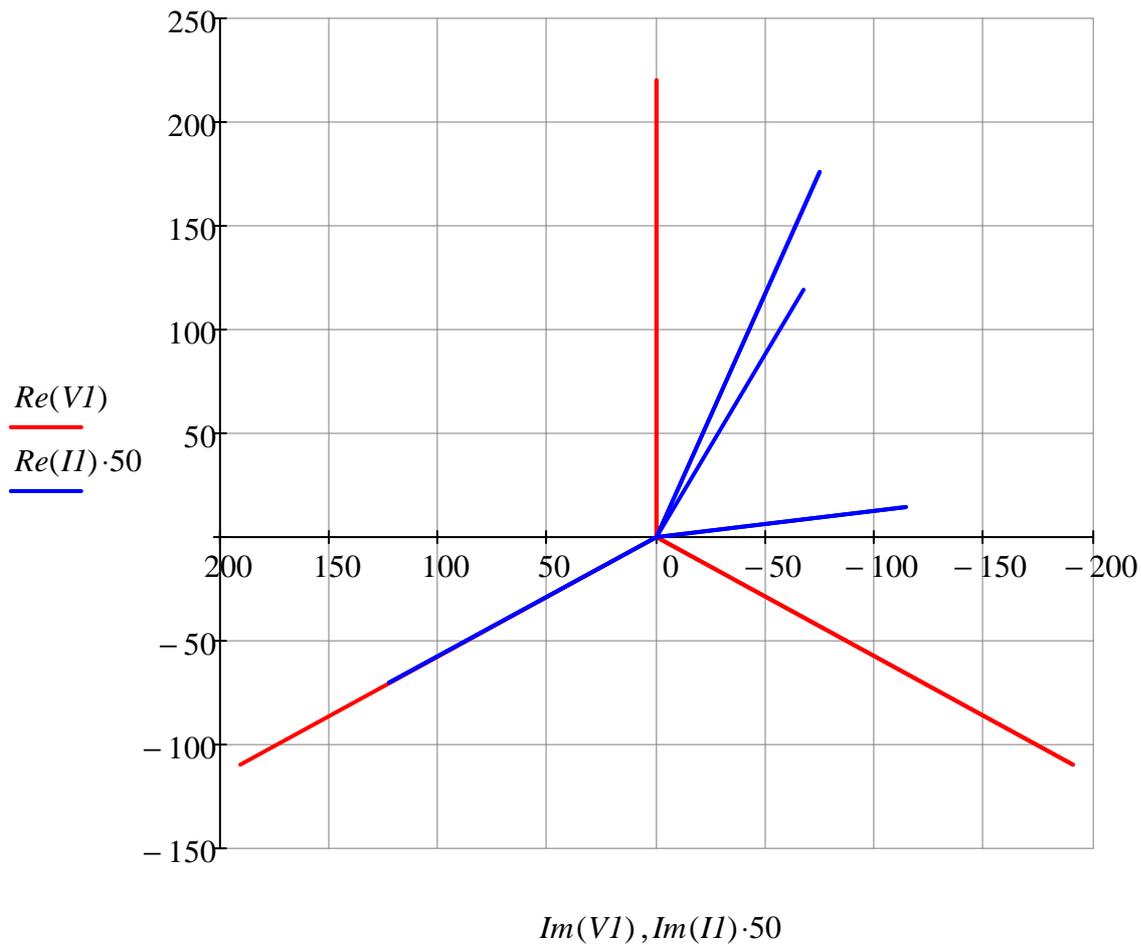
$$P_{c1} := \operatorname{Re}\left(\frac{1}{2}U_{c1m} \cdot \overline{I_{c1m}}\right) = 310.256$$

$$P_{l1} := P_{a1} + P_{b1} + P_{c1} = 898.053$$

1.4. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

$$VI := (0 \ U_{a1m} \ 0 \ U_{b1m} \ 0 \ U_{c1m})^T$$

$$II := (0 \ I_{a1m} \ 0 \ I_{b1m} \ 0 \ I_{c1m} \ 0 \ I_{n1m})^T$$



2. Расчет схемы для 2-ой гармоники

2.1. Исходные данные:

$$U_{a2m} := 120 \quad U_{b2m} := a \cdot U_{a2m} \quad U_{c2m} := a^2 \cdot U_{a2m}$$

$$Z_{a2} := R_a + j \cdot 2\omega \cdot L \quad Z_{b2} := R_b - j \cdot \frac{1}{2\omega \cdot C} \quad Z_{c2} := R_c$$

2.2. Расчет токов:

$$I_{a2m} := \frac{U_{a2m}}{Z_{a2}} \quad |I_{a2m}| = 1.722 \quad \arg(I_{a2m}) = -40.483 \cdot \text{deg}$$

$$I_{b2m} := \frac{U_{b2m}}{Z_{b2}} \quad |I_{b2m}| = 1.476 \quad \arg(I_{b2m}) = 140.845 \cdot \text{deg}$$

$$I_{c2m} := \frac{U_{c2m}}{Z_{c2}} \quad |I_{c2m}| = 1.538 \quad \arg(I_{c2m}) = -120 \cdot \text{deg}$$

$$I_{n2m} := I_{a2m} + I_{b2m} + I_{c2m} \quad |I_{n2m}| = 1.634 \quad \arg(I_{n2m}) = -111.677 \cdot \text{deg}$$

2.3. Расчет мощностей:

$$P_{a2} := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} U_{a2m} \cdot \overline{I_{a2m}} \right) = 78.59$$

$$P_{b2} := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} U_{b2m} \cdot \overline{I_{b2m}} \right) = 82.742$$

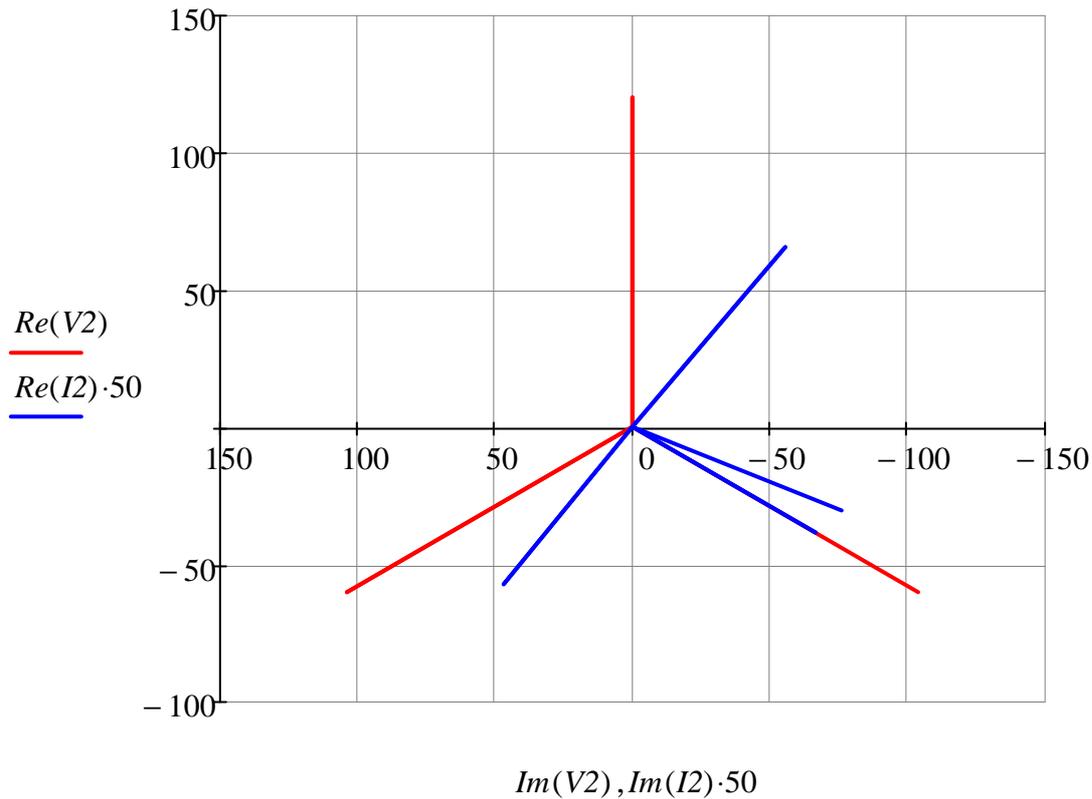
$$P_{c2} := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} U_{c2m} \cdot \overline{I_{c2m}} \right) = 92.308$$

$$P_2 := P_{a2} + P_{b2} + P_{c2} = 253.64$$

2.4. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

$$V_2 := (0 \quad U_{a2m} \quad 0 \quad U_{b2m} \quad 0 \quad U_{c2m})^T$$

$$I_2 := (0 \quad I_{a2m} \quad 0 \quad I_{b2m} \quad 0 \quad I_{c2m} \quad 0 \quad I_{n2m})^T$$



3. Расчет схемы для 3-ой гармоники

3.1. Исходные данные:

$$U_{a3m} := 50 \quad U_{b3m} := U_{a3m} \quad U_{c3m} := U_{a3m}$$

$$Z_{a3} := R_a + j \cdot 3\omega \cdot L \quad Z_{b3} := R_b - j \cdot \frac{1}{3\omega \cdot C} \quad Z_{c3} := R_c$$

3.2. Расчет токов:

$$I_{a3m} := \frac{U_{a3m}}{Z_{a3}} \quad |I_{a3m}| = 0.581 \quad \arg(I_{a3m}) = -52.009 \cdot \text{deg}$$

$$I_{b3m} := \frac{U_{b3m}}{Z_{b3}} \quad |I_{b3m}| = 0.638 \quad \arg(I_{b3m}) = 14.243 \cdot \text{deg}$$

$$I_{c3m} := \frac{U_{c3m}}{Z_{c3}} \quad |I_{c3m}| = 0.641 \quad \arg(I_{c3m}) = 0 \cdot \text{deg}$$

$$I_{n3m} := I_{a3m} + I_{b3m} + I_{c3m} \quad |I_{n3m}| = 1.644 \quad \arg(I_{n3m}) = -10.54 \cdot \text{deg}$$

3.3. Расчет мощностей:

$$P_{a3} := \operatorname{Re}\left(\frac{1}{2}U_{a3m} \cdot \overline{I_{a3m}}\right) = 8.936$$

$$P_{b3} := \operatorname{Re}\left(\frac{1}{2}U_{b3m} \cdot \overline{I_{b3m}}\right) = 15.452$$

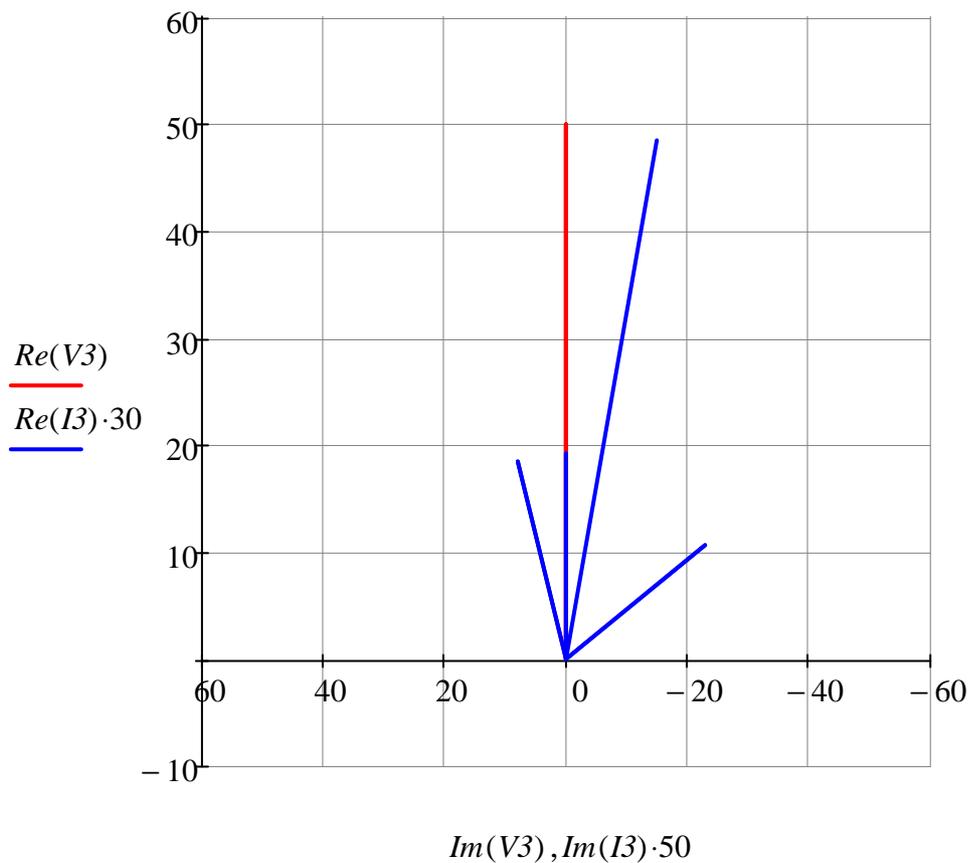
$$P_{c3} := \operatorname{Re}\left(\frac{1}{2}U_{c3m} \cdot \overline{I_{c3m}}\right) = 16.026$$

$$P_3 := P_{a3} + P_{b3} + P_{c3} = 40.413$$

3.4. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

$$V_3 := (0 \ U_{a3m} \ 0 \ U_{b3m} \ 0 \ U_{c3m})^T$$

$$I_3 := (0 \ I_{a3m} \ 0 \ I_{b3m} \ 0 \ I_{c3m} \ 0 \ I_{n3m})^T$$



4. Синтез

4.1. Расчет действующих значений напряжений и токов

$$U_f := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|U_{a1m}|)^2 + (|U_{a2m}|)^2 + (|U_{a3m}|)^2]} = 180.693$$

$$U_l := \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|U_{a1m}|)^2 + (|U_{a2m}|)^2]} = 306.92$$

$$I_a := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|I_{a1m}|)^2 + (|I_{a2m}|)^2 + (|I_{a3m}|)^2]} = 2.99$$

$$I_b := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|I_{b1m}|)^2 + (|I_{b2m}|)^2 + (|I_{b3m}|)^2]} = 1.986$$

$$I_c := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|I_{c1m}|)^2 + (|I_{c2m}|)^2 + (|I_{c3m}|)^2]} = 2.317$$

$$I_n := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|I_{n1m}|)^2 + (|I_{n2m}|)^2 + (|I_{n3m}|)^2]} = 2.54$$

4.2. Расчет мощностей:

$$P_a := P_{a1} + P_{a2} + P_{a3} = 473.777$$

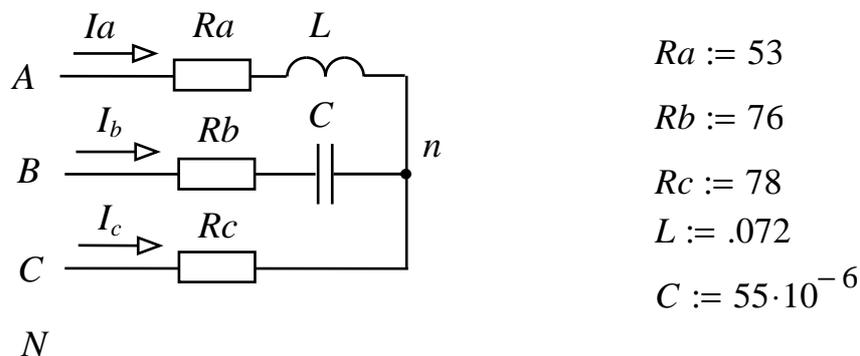
$$P_b := P_{b1} + P_{b2} + P_{b3} = 299.739$$

$$P_c := P_{c1} + P_{c2} + P_{c3} = 418.59$$

$$P := P_a + P_b + P_c = 1.192 \times 10^3$$

ЗАДАЧА 29.
РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ
ЗВЕЗДОЙ БЕЗ НУЛЕВОГО ПРОВОДА ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ
НАПРЯЖЕНИИ ГЕНЕРАТОРА

Задана схема электрической цепи и параметры отдельных элементов. Требуется определить токи в ветвях схемы, напряжения на отдельных элементах, активные мощности отдельных фаз и всей цепи, построить топографическую диаграмму потенциалов, совместив ее с векторной диаграммой токов.



$$u_A(t) = 220 \cdot \sin(\omega t) + 120 \cdot \sin(2\omega t) + 50 \cdot \sin(3\omega t)$$

$$j := \sqrt{-1} \quad a := e^{j \cdot 120 \text{deg}} \quad f := 50 \quad \omega := 2\pi f$$

1. Расчет схемы для 1-ой гармоники

1.1. Исходные данные:

$$Ua1m := 220 \quad Ub1m := a^2 \cdot Ua1m \quad Uc1m := a \cdot Ua1m$$

$$Za1 := Ra + j \cdot \omega \cdot L \quad Zb1 := Rb - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \quad Zc1 := Rc$$

1.2. Расчет токов

$$U_{n1m} := \frac{\frac{U_{a1m}}{Z_{a1}} + \frac{U_{b1m}}{Z_{b1}} + \frac{U_{c1m}}{Z_{c1}}}{\frac{1}{Z_{a1}} + \frac{1}{Z_{b1}} + \frac{1}{Z_{c1}}}$$

$$U_{an1m} := U_{a1m} - U_{n1m}$$

$$U_{bn1m} := U_{b1m} - U_{n1m}$$

$$U_{cn1m} := U_{c1m} - U_{n1m}$$

$$I_{a1m} := \frac{U_{an1m}}{Z_{a1}} \quad |I_{a1m}| = 2.76 \quad \arg(I_{a1m}) = -10.288 \cdot \text{deg}$$

$$I_{b1m} := \frac{U_{bn1m}}{Z_{b1}} \quad |I_{b1m}| = 2.448 \quad \arg(I_{b1m}) = -101.127 \cdot \text{deg}$$

$$I_{c1m} := \frac{U_{cn1m}}{Z_{c1}} \quad |I_{c1m}| = 3.662 \quad \arg(I_{c1m}) = 127.764 \cdot \text{deg}$$

1.3. Расчет мощностей

$$P_{a1} := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} U_{an1m} \cdot \overline{I_{a1m}} \right) = 201.819$$

$$P_{b1} := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} U_{bn1m} \cdot \overline{I_{b1m}} \right) = 227.781$$

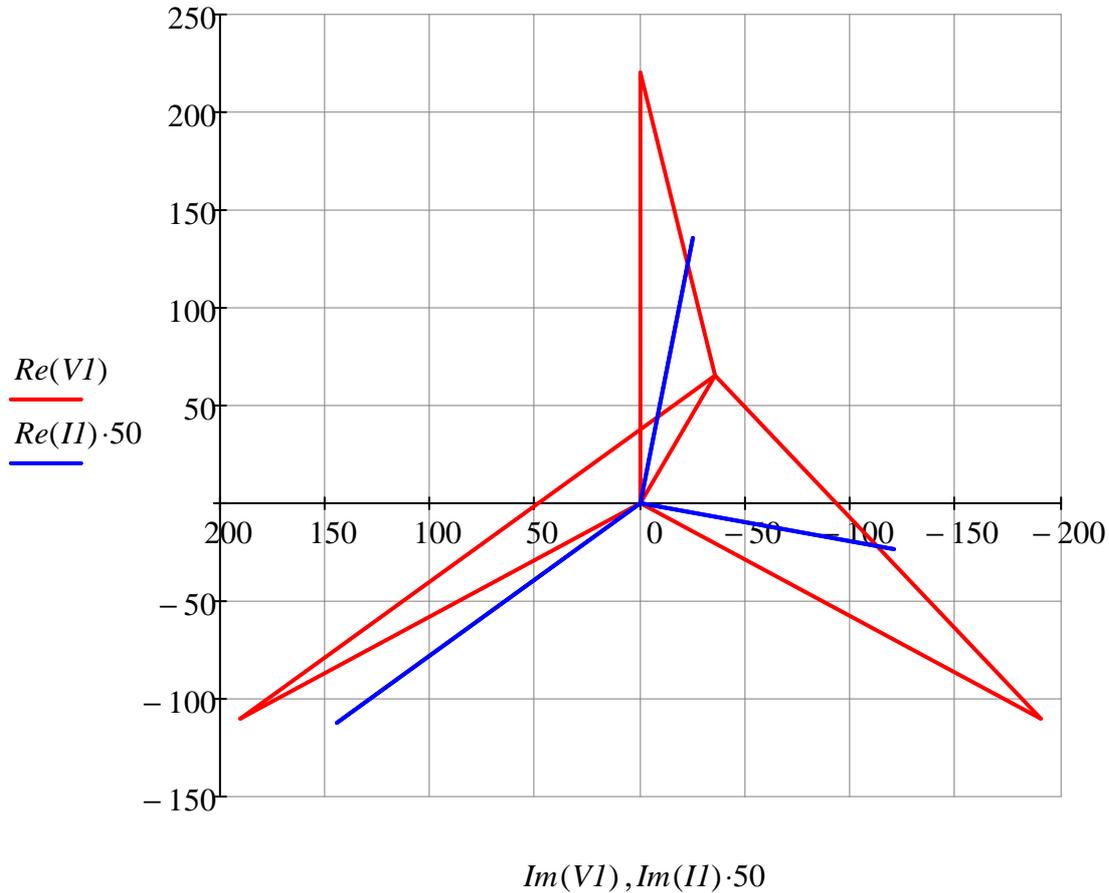
$$P_{c1} := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} U_{cn1m} \cdot \overline{I_{c1m}} \right) = 523.075$$

$$P_1 := P_{a1} + P_{b1} + P_{c1} = 952.675$$

1.4. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

$$V1 := (0 \ Ua1m \ Un1m \ 0 \ Ub1m \ Un1m \ Uc1m \ 0 \ 0)^T$$

$$I1 := (0 \ Ia1m \ 0 \ Ib1m \ 0 \ Ic1m \ 0 \ 0)^T$$



2. Расчет схемы для 2-ой гармоники

2.1. Исходные данные:

$$Ua2m := 120 \quad Ub2m := a \cdot Ua2m \quad Uc2m := a^2 \cdot Ua2m$$

$$Za2 := Ra + j \cdot 2\omega \cdot L \quad Zb2 := Rb - j \cdot \frac{1}{2\omega \cdot C} \quad Zc2 := Rc$$

2.2. Расчет токов:

$$Un2m := \frac{\frac{Ua2m}{Za2} + \frac{Ub2m}{Zb2} + \frac{Uc2m}{Zc2}}{\frac{1}{Za2} + \frac{1}{Zb2} + \frac{1}{Zc2}}$$

$$Uan2m := Ua2m - Un2m$$

$$Ubn2m := Ub2m - Un2m$$

$$Ucn2m := Uc2m - Un2m$$

$$Ia2m := \frac{Uan2m}{Za2} \quad |Ia2m| = 1.984 \quad \arg(Ia2m) = -21.651 \cdot \text{deg}$$

$$Ib2m := \frac{Ubn2m}{Zb2} \quad |Ib2m| = 1.924 \quad \arg(Ib2m) = 129.143 \cdot \text{deg}$$

$$Ic2m := \frac{Ucn2m}{Zc2} \quad |Ic2m| = 0.987 \quad \arg(Ic2m) = -129.645 \cdot \text{deg}$$

2.3. Расчет мощностей:

$$Pa2 := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} Uan2m \cdot \overline{Ia2m} \right) = 104.352$$

$$Pb2 := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} Ubn2m \cdot \overline{Ib2m} \right) = 140.676$$

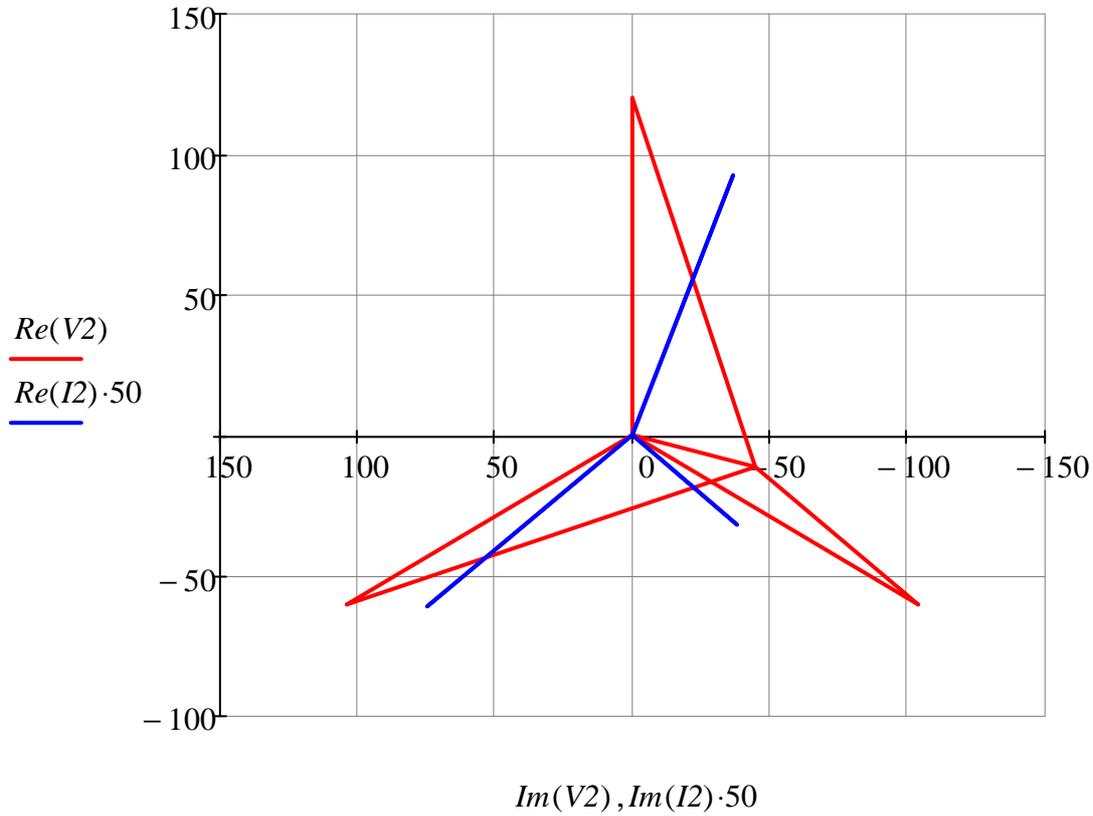
$$Pc2 := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} Ucn2m \cdot \overline{Ic2m} \right) = 38.003$$

$$P2 := Pa2 + Pb2 + Pc2 = 283.031$$

2.4. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

$$V2 := (0 \ Ua2m \ Un2m \ 0 \ Ub2m \ Un2m \ Uc2m \ 0 \ 0)^T$$

$$I2 := (0 \ Ia2m \ 0 \ Ib2m \ 0 \ Ic2m \ 0 \ 0)^T$$



3. Расчет схемы для 3-ей гармоники

$$Ua3m := 50$$

При отсутствии нулевого провода все токи и соответственно активные мощности для гармоник, кратных трем, равны нулю.

4. Синтез

4.1. Расчет действующих значений напряжений и токов

$$U_f := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|U_{a1m}|)^2 + (|U_{a2m}|)^2 + (|U_{a3m}|)^2]} = 180.693$$

$$U_l := \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|U_{a1m}|)^2 + (|U_{a2m}|)^2]} = 306.92$$

$$I_a := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|I_{a1m}|)^2 + (|I_{a2m}|)^2]} = 2.404$$

$$I_b := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|I_{b1m}|)^2 + (|I_{b2m}|)^2]} = 2.202$$

$$I_c := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|I_{c1m}|)^2 + (|I_{c2m}|)^2]} = 2.682$$

5.2. Расчет мощностей:

$$P_a := P_{a1} + P_{a2} = 306.171$$

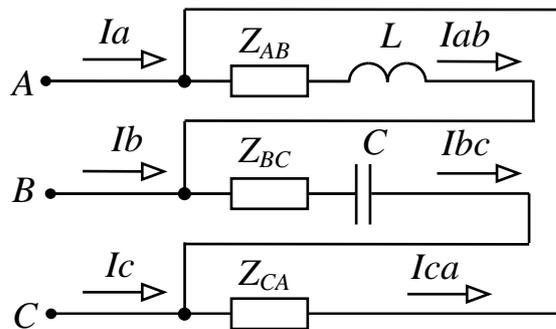
$$P_b := P_{b1} + P_{b2} = 368.457$$

$$P_c := P_{c1} + P_{c2} = 561.078$$

$$P := P_a + P_b + P_c = 1.236 \times 10^3$$

ЗАДАЧА 30.
РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ
НАГРУЗКИ ТРЕУГОЛЬНИКОМ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ
НАПРЯЖЕНИИ ГЕНЕРАТОРА

1. Схема цепи и параметры элементов



$$\begin{aligned} R_{ab} &:= 83 \\ R_{bc} &:= 76 \\ R_{ca} &:= 68 \\ L &:= .122 \\ C &:= 38 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

$$u_A(t) = 220 \cdot \sin(\omega t) + 120 \cdot \sin(2\omega t) + 50 \cdot \sin(3\omega t)$$

$$j := \sqrt{-1} \quad a := e^{j \cdot 120 \text{deg}} \quad f := 50 \quad \omega := 2\pi f$$

1. Расчет схемы для 1-ой гармоники

1.1. Исходные данные:

$$U_{a1m} := 220 \quad U_{b1m} := a^2 \cdot U_{a1m} \quad U_{c1m} := a \cdot U_{a1m}$$

$$U_{ab1m} := U_{a1m} - U_{b1m} \quad U_{bc1m} := U_{b1m} - U_{c1m}$$

$$U_{ca1m} := U_{c1m} - U_{a1m}$$

$$Z_{ab1} := R_{ab} + j \cdot \omega \cdot L \quad Z_{bc1} := R_{bc} - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \quad Z_{ca1} := R_{ca}$$

1.2. Расчет токов

$$I_{ab1m} := \frac{U_{ab1m}}{Z_{ab1}} \quad |I_{ab1m}| = 4.168 \quad \arg(I_{ab1m}) = 5.214 \cdot \text{deg}$$

$$I_{bc1m} := \frac{U_{bc1m}}{Z_{bc1}} \quad |I_{bc1m}| = 3.369 \quad \arg(I_{bc1m}) = -42.217 \cdot \text{deg}$$

$$I_{ca1m} := \frac{U_{ca1m}}{Z_{ca1}} \quad |I_{ca1m}| = 5.604 \quad \arg(I_{ca1m}) = 150 \cdot \text{deg}$$

$$I_{a1m} := I_{ab1m} - I_{ca1m} \quad |I_{a1m}| = 9.324 \quad \arg(I_{a1m}) = -15.063 \cdot \text{deg}$$

$$I_{b1m} := I_{bc1m} - I_{ab1m} \quad |I_{b1m}| = 3.118 \quad \arg(I_{b1m}) = -122.07 \cdot \text{deg}$$

$$I_{c1m} := I_{ca1m} - I_{bc1m} \quad |I_{c1m}| = 8.925 \quad \arg(I_{c1m}) = 145.418 \cdot \text{deg}$$

1.3. Расчет мощностей

$$P_{ab1} := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} U_{ab1m} \cdot \overline{I_{ab1m}} \right) = 720.963$$

$$P_{bc1} := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} U_{bc1m} \cdot \overline{I_{bc1m}} \right) = 431.308$$

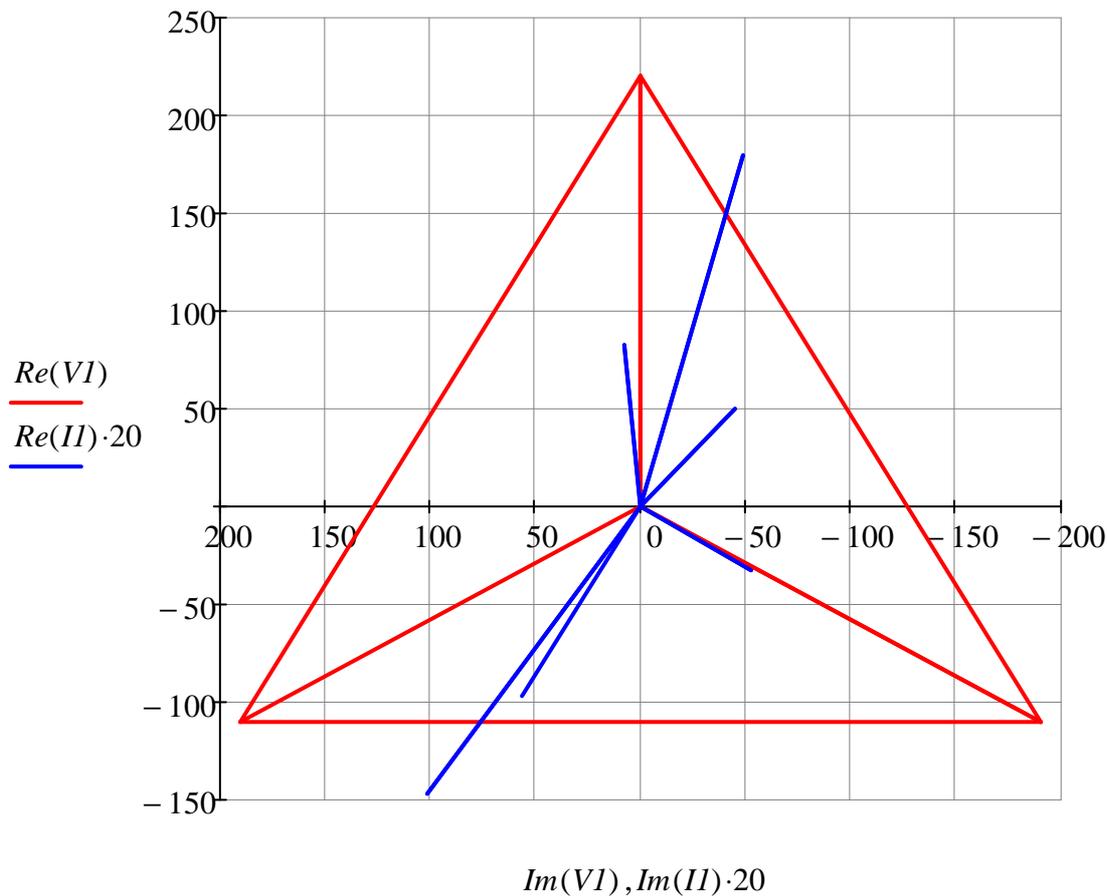
$$P_{ca1} := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} U_{ca1m} \cdot \overline{I_{ca1m}} \right) = 1.068 \times 10^3$$

$$P_1 := P_{ab1} + P_{bc1} + P_{ca1} = 2.22 \times 10^3$$

1.4. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

$$V1 := (0 \ Ua1m \ 0 \ Ub1m \ 0 \ Uc1m \ Ua1m \ Ub1m \ Uc1m)^T$$

$$I1 := (0 \ Ia1m \ 0 \ Ib1m \ 0 \ Ic1m \ 0 \ Iab1m \ 0 \ Ibc1m \ 0 \ Ica1m)^T$$



2. Расчет схемы для 2-ой гармоники

2.1. Исходные данные:

$$Ua2m := 120 \quad Ub2m := a \cdot Ua2m \quad Uc2m := a^2 \cdot Ua2m$$

$$Uab2m := Ua2m - Ub2m \quad Ubc2m := Ub2m - Uc2m$$

$$Uca2m := Uc2m - Ua2m$$

$$Zab2 := Rab + j \cdot 2\omega \cdot L \quad Zbc2 := Rbc - j \cdot \frac{1}{2\omega \cdot C} \quad Zca2 := Rca$$

2.2. Расчет токов:

$$I_{ab2m} := \frac{U_{ab2m}}{Z_{ab2}} \quad |I_{ab2m}| = 1.84 \quad \arg(I_{ab2m}) = -72.724 \cdot \text{deg}$$

$$I_{bc2m} := \frac{U_{bc2m}}{Z_{bc2}} \quad |I_{bc2m}| = 2.395 \quad \arg(I_{bc2m}) = 118.859 \cdot \text{deg}$$

$$I_{ca2m} := \frac{U_{ca2m}}{Z_{ca2}} \quad |I_{ca2m}| = 3.057 \quad \arg(I_{ca2m}) = -150 \cdot \text{deg}$$

$$I_{a2m} := I_{ab2m} - I_{ca2m} \quad |I_{a2m}| = 3.202 \quad \arg(I_{a2m}) = -4.09 \cdot \text{deg}$$

$$I_{b2m} := I_{bc2m} - I_{ab2m} \quad |I_{b2m}| = 4.214 \quad \arg(I_{b2m}) = 113.83 \cdot \text{deg}$$

$$I_{c2m} := I_{ca2m} - I_{bc2m} \quad |I_{c2m}| = 3.921 \quad \arg(I_{c2m}) = -112.352 \cdot \text{deg}$$

2.3. Расчет мощностей:

$$P_{ab2} := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} U_{ab2m} \cdot \overline{I_{ab2m}} \right) = 140.447$$

$$P_{bc2} := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} U_{bc2m} \cdot \overline{I_{bc2m}} \right) = 218.003$$

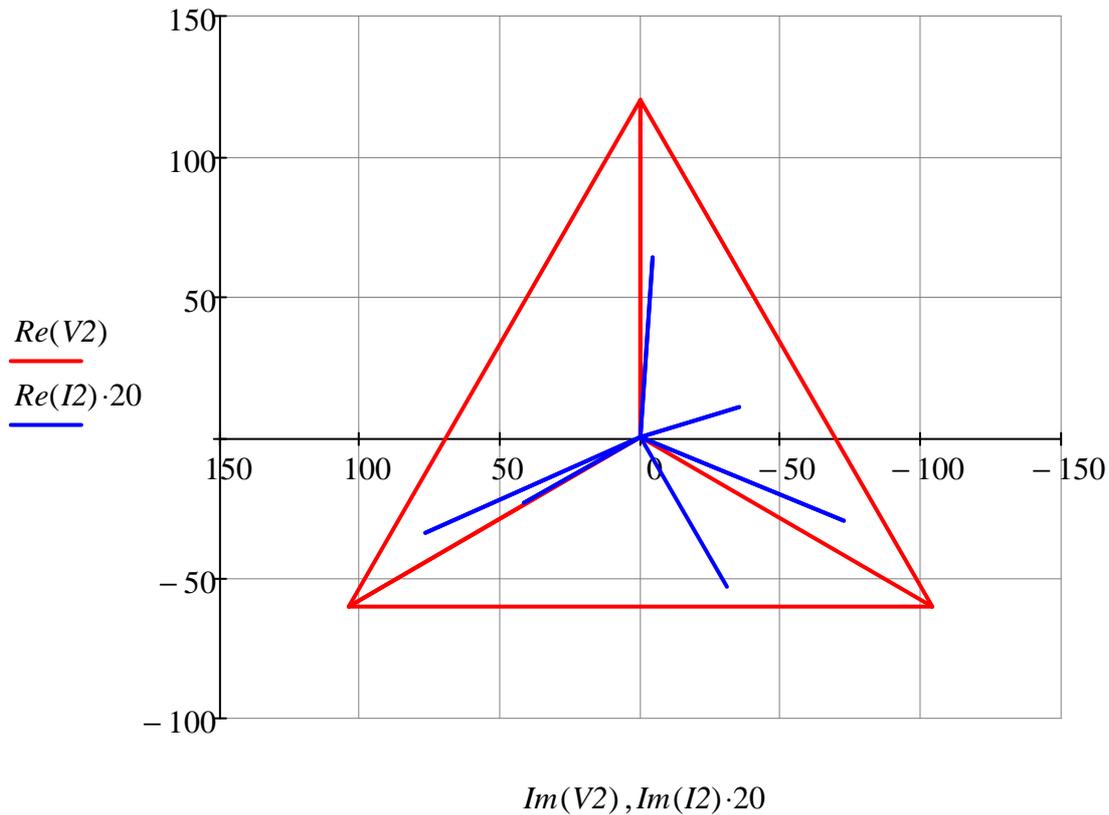
$$P_{ca2} := \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} U_{ca2m} \cdot \overline{I_{ca2m}} \right) = 317.647$$

$$P_1 := P_{ab2} + P_{bc2} + P_{ca2} = 676.097$$

2.4. Топографическая диаграмма потенциалов, совмещенная с векторной диаграммой токов

$$V2 := (0 \ Ua2m \ 0 \ Ub2m \ 0 \ Uc2m \ Ua2m \ Ub2m \ Uc2m)^T$$

$$I2 := (0 \ Ia2m \ 0 \ Ib2m \ 0 \ Ic2m \ 0 \ Iab2m \ 0 \ Ibc2m \ 0 \ Ica2m)^T$$



3. Расчет схемы для 3-ой гармоники

$$Ua3m := 50$$

Линейные напряжения гармоник, кратных трем, равны нулю, поэтому все токи и соответственно активные мощности также равны нулю.

4. Синтез

4.1. Расчет действующих значений напряжений и токов

$$U_f := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|U_{a1m}|)^2 + (|U_{a2m}|)^2 + (|U_{a3m}|)^2]} = 180.693$$

$$U_l := \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|U_{a1m}|)^2 + (|U_{a2m}|)^2]} = 306.92$$

$$I_{ab} := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|I_{ab1m}|)^2 + (|I_{ab2m}|)^2]} = 3.222$$

$$I_{bc} := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|I_{bc1m}|)^2 + (|I_{bc2m}|)^2]} = 2.923$$

$$I_{ca} := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|I_{ca1m}|)^2 + (|I_{ca2m}|)^2]} = 4.514$$

$$I_a := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|I_{a1m}|)^2 + (|I_{a2m}|)^2]} = 6.971$$

$$I_b := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|I_{b1m}|)^2 + (|I_{b2m}|)^2]} = 3.707$$

$$I_c := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(|I_{c1m}|)^2 + (|I_{c2m}|)^2]} = 6.893$$

4.2. Расчет мощностей:

$$P_{ab} := P_{ab1} + P_{ab2} = 861.41$$

$$P_{bc} := P_{bc1} + P_{bc2} = 649.311$$

$$P_{ca} := P_{ca1} + P_{ca2} = 1.385 \times 10^3$$

$$P := P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = 2.896 \times 10^3$$