

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ В ПЛАНЕ ОБОЛОЧКИ В УСЛОВИЯХ ЛИНЕЙНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

¹ Агаев В.Н.о., ¹ Мартыненко Т.М., ² Пронкевич С.А., ²Скляр О.Н.,
Мартыненко И.М.

¹ *Университет гражданской защиты МЧС Республики Беларусь, Минск*
² *УО «Белорусский национальный технический университет», Минск*

Для современных конструкций характерно увеличение интенсивности воздействий, усложнение условий их эксплуатации, что приводит к необходимости учета пластических деформаций и соответствующих внешних факторов при разработке практических методов расчета. Одними из распространенных конструктивных элементов являются коробчатые оболочки, для которых под воздействием температурных полей возможна потеря устойчивости. При эксплуатации таких конструкций неустойчивость, как правило, определяет исчерпание ресурса их функционирования и является недопустимой. Однако, в ряде случаев, это явление и последующее закритическое деформирование могут быть использованы в качестве технологического процесса с заданными требованиями, для обеспечения которых необходим как контроль текущих параметров, так и выбор соответствующих геометрических размеров, материала оболочки, условий нагружения и т.д. Реализация такого управляемого процесса деформирования связана с изучением закономерностей процесса упругопластического выпучивания; определением критических состояний оболочек, зависимости от истории нагружения, давления, температуры, внешних связей и других факторов. В теоретическом плане эти вопросы очень сложны и разработаны недостаточно; принципиальные трудности возникают уже на этапе постановки задачи при выборе варианта теории пластичности, учете эффектов сложного нагружения, ползучести материала и т.д. Имеющиеся опытные данные [1] весьма немногочисленны, относятся к ограниченным диапазонам исходных параметров и получены по различным методикам, так что их использование практически невозможно. В то же время экспериментальным путем возможно эффективное решение вопросов, связанных как с изучением общих закономерностей, так и с отработкой конкретных конструкций. Таким образом, исследования закономерностей потери устойчивости и неупругого деформирования коробчатой оболочки, разработка и реализация на этой основе процесса управляемой пластической деформации являются актуальными в механике деформируемого твердого тела и ее приложениях.

В данной работе проводится исследование по расчету на устойчивость при воздействии температурного поля на тренажерный комплекс для подготовки пожарных-спасателей в условиях моделирования опасных факторов пожара.

С учетом того, что блоки тренажерного модуля будут подвергаться многократному перепаду температур, воздействию воды и огнетушащих жидкостей при тушении учебного пожара, для их монтажа должны быть использованы материалы, стойкие к непрерывному и многократному быстрому увеличению температуры с последующим быстрым охлаждением, а также устойчивые к напряжениям, возникающим внутри несущих конструкций, газовой и жидкостной коррозии. Наиболее экономически и технически оправданным представляется использование для этих целей объединяющей несущей конструкции типа стандартного морского контейнера 40 футов (High Cube).

Контейнер представляет собой жесткую конструкцию, прямоугольную в плане, из стали со следующими размерными характеристиками: длина (мм) 12192; ширина (мм)

2438; высота (мм) 2896. Дверной проем: ширина (мм) 2340; высота (мм) 2597. Контейнер, имеющий грузоподъемность 26280 кг, представлен на рисунке 1.

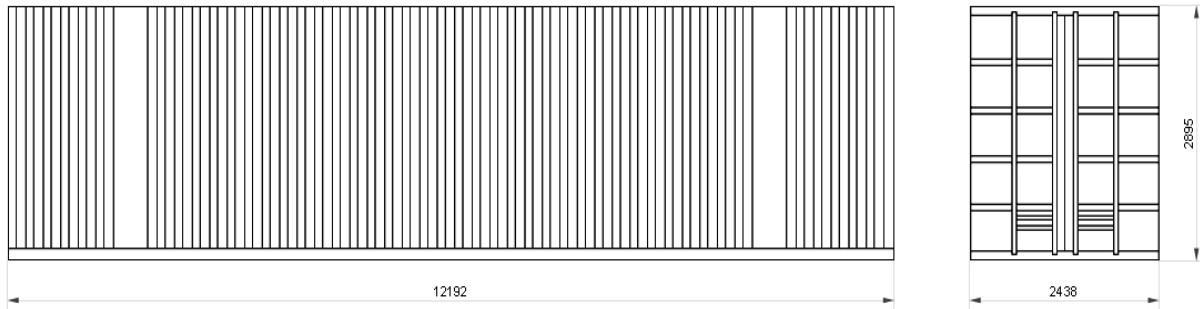


Рис. 1. Морской 40-футовый контейнер

Рассмотрим линейное распределение температуры

$$t = K + A_0 Z + A_1 X + A_2 Y. \quad (1)$$

где X , Y , Z – декартовы координаты произвольной точки оболочки. Они могут быть выражены через криволинейные координаты θ , φ , ζ следующим образом [1]:

$$X = (\nu + \zeta \sin \theta) \cos \varphi, Y = (\nu + \zeta \sin \theta) \sin \varphi, Z = - \int_{\theta_0}^{\theta} R_1 \sin \theta d\theta + \zeta \cos \theta, \quad (2)$$

где ν , R_1 представляют собой известные функции координаты θ . Учитывая (2), перепишем (1) в виде

$$t = K + A_0 \left(- \int_{\theta_0}^{\theta} R_1 \sin \theta d\theta + \zeta \cos \theta \right) + A_1 (\nu + \zeta \sin \theta) \cos \varphi + A_2 (\nu + \zeta \sin \theta) \sin \varphi. \quad (3)$$

Сравнивая (3) и (2), находим, что в рассматриваемом случае

$$t^m = K - A_0 \int_{\theta_0}^{\theta} R_1 \sin \theta d\theta + A_1 \nu \cos \varphi + A_2 \nu \sin \varphi, \quad (4)$$

$$\frac{t^m}{h} = A_0 \cos \theta + A_1 \sin \theta \cos \varphi + A_2 \sin \theta \sin \varphi.$$

где t^m – средняя температура стенки, Δt – перепад температуры по толщине.

Температурные напряжения не всегда являются опасными для прочности конструкции, так как рассасываются по мере развития деформации. Но те элементы конструкции, в которых развиваются сжимающие напряжения, могут потерять устойчивость, что в ряде случаев равносильно исчерпанию несущей способности и является недопустимым. Нетрудно видеть, что в соответствии с общей теоремой теории упругости напряжения в свободной оболочке при линейном распределении температуры (1) и (3), равны нулю.

По (4) и (3) имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^t &= \varepsilon_2^t = \varepsilon_0^t + \varepsilon_1^t \cos \varphi + \varepsilon_2^t \sin \varphi, \\ \chi_1^t &= \chi_2^t = \chi_0^t + \chi_1^t \cos \varphi + \chi_2^t \sin \varphi, \\ \gamma^t &= \tau^t, \end{aligned} \quad (5)$$

где введены обозначения

$$\varepsilon_0^t = \beta K - \beta A_0 \int_{\theta_0}^{\theta} R_1 \varepsilon_1^t \sin \theta d\theta, \chi_0^t = \beta A_0 \cos \theta, \quad (6)$$

$$\varepsilon_1^t = \beta A_1 \nu, \chi_1^t = \beta A_1 \sin \theta, \quad (7)$$

$$\varepsilon_2^t = \beta A_2 v, \chi_2^t = \beta A_2 \sin \theta, \quad (8)$$

Рассмотрим деформацию при осесимметричном распределении температуры (первое слагаемое в формулах (5)). Для осуществления статически возможного нулевого напряженного состояния необходимо, чтобы компоненты деформации

$$\varepsilon_{1(0)} = \varepsilon_{2(0)} = \varepsilon_0^t, \gamma^0 = 0, \chi_{1(0)} = \chi_{2(0)} = \chi_0^t, \tau^0 = 0, \quad (9)$$

тождественно удовлетворяли уравнениям неразрывности. Уравнение (4), связывающее только γ^0, τ^0 , удовлетворяется. В (4) было показано, что уравнения неразрывности допускают один первый интеграл. Поэтому они, уравнения неразрывности, запишутся в следующем виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\theta} (v\chi_{2(0)}) - R_1 \chi_{1(0)} \cos \theta - \frac{1}{R_1} \frac{d(v\varepsilon_{2(0)})}{d\theta} + \varepsilon_{1(0)} \cos \theta = 0, \\ v\chi_{2(0)} \sin \theta + \frac{\cos \theta}{R_1} \left(\frac{d(v\varepsilon_{2(0)})}{d\theta} - \varepsilon_{1(0)} R_1 \cos \theta \right) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Подстановка выражений (9), (6) в (10) превращает (10) в тождества. Рассмотрим теперь распределение температуры, пропорциональное $\cos \varphi$. Соответствующие ему амплитуды деформаций равны

$$\varepsilon_{1(1)} = \varepsilon_{2(1)} = \varepsilon_1^t, \gamma_1 = 0, \chi_{1(1)} = \chi_{2(1)} = \chi_1^t, \tau_{(1)} = 0. \quad (11)$$

Они должны удовлетворять уравнениям совместности, которые, могут быть заменены уравнениями (5):

$$\begin{aligned} v\chi_{2(1)} + v\tau_1 \cos \theta - \varepsilon_{2(1)} \sin \theta - \gamma_1 \sin \theta \cos \theta = 0, \\ \frac{1}{R_1} \frac{d\varepsilon_{2(1)}}{d\theta} - \tau_1 \sin \theta - \frac{\varepsilon_{1(1)} \cos \theta}{v} - \frac{\gamma_1 \cos^2 \theta}{v} = 0, \\ -R_1 \chi_{1(1)} - v \frac{d\tau_1}{d\theta} - 2R_1 \cos \theta \tau_1 + \gamma_1 \cos \theta + \frac{d\gamma_1}{d\theta} \sin \theta + \gamma_1 \frac{R_1}{v} \sin \theta \cos \theta + \frac{R_1}{v} \sin \theta \varepsilon_{1(0)} = 0. \end{aligned}$$

Подставляя в эти уравнения компоненты деформации (11), имеем

$$-R_1 \chi_1^t + \frac{R_1 \sin \theta}{v} \varepsilon_1^t = 0, \frac{1}{R_1} \frac{d\varepsilon_1^t}{d\theta} - \varepsilon_1^t \frac{\cos \theta}{v} = 0, v\chi_1^t - \varepsilon_1^t \sin \theta = 0. \quad (12)$$

Три соотношения (12) связывают две величины: $\chi_1^t, \varepsilon_1^t$. В том случае, когда $\chi_1^t, \varepsilon_1^t$ имеют вид (7), соотношения (12) не противоречивы, так как каждое из них тождественно удовлетворяется. Случай распределения температуры, нечетного относительно плоскости $\varphi = 0$, проверяется аналогично. При линейном распределении температуры в пространстве, занимаемом оболочкой, компоненты температурной деформации, удовлетворяют уравнениям неразрывности и, следовательно, статически возможное нулевое напряженное состояние осуществляется.

Определим перемещения точек срединной поверхности оболочки при линейном распределении температуры. Сначала положим в (4) $A_1 = A_2 = 0$ и найдем перемещения u, v, w по заданным компонентам деформации (9), (6):

$$\varepsilon_{1(0)} = \varepsilon_{2(0)} = \beta A_0 Z + \beta K, \chi_{1(0)} = \chi_{2(0)} = \beta A_0 \cos \theta, \gamma_0 = \tau_0 = 0. \quad (13)$$

Из выражений, связывающих деформации и перемещения, ясно, что $\nu_0 = 0$, т. е. кручение отсутствует. Используя выражения, связывающие кривизну с углом поворота

(6), имеем $\frac{d\mathcal{G}_{1(0)}}{d\theta} = -\beta A_0 R_1 \cos \theta$, откуда, принимая во внимание (6) и производя интегрирование, получим $\mathcal{G}_{1(0)} = -\beta A_0 v + D$. Подставляя полученное выражение для $\mathcal{G}_{1(0)}$ и деформации (13) в уравнение (6), связывающие величины ε_1 , ε_2 , $\mathcal{G}_{1(0)}$ при осесимметричной деформации убеждаемся, что постоянная интегрирования $D = 0$. Итак,

$$\mathcal{G}_{1(0)} = -\beta A_0 v. \quad (14)$$

Определение осевого и радиального перемещений можно провести по схеме, изложенной в [5]. Получаем

$$\Delta_e = \beta v (K + A_0 Z), \frac{d\Delta_z}{d\theta} = \beta (K + A_0 Z) R_1 \sin \theta - \beta A_0 v \cos \theta R_1. \quad (15)$$

Интегрируя второе соотношение (15), находим

$$\Delta_z = D_1 - \beta \int_{\theta_0}^{\theta} (K + A_0 Z) R_1 \sin \theta d\theta - \beta A_0 \frac{v^2 - v_0^2}{2}. \quad (16)$$

При распределении температуры по закону $t = A_1 (v + \zeta \sin \theta) \cos \varphi$ амплитуды деформаций в свободной оболочке равны

$$\varepsilon_{1(1)} = \varepsilon_{2(1)} = \beta A_1 v, \gamma_1 = 0, \chi_{1(1)} = \chi_{2(1)} = \beta A_1 \sin \theta, \tau_1 = 0. \quad (17)$$

Определение перемещений начинаем с угла поворота $\mathcal{G}_{1(1)}$. Согласно [6] $k = 1$, имеем

$$\frac{d\mathcal{G}_{1(1)}}{d\theta} = -R_1 \chi_{1(1)} = -\beta A_1 R_1 \cos \theta. \quad (18)$$

Интегрируя (18) и учитывая (6), получим

$$\mathcal{G}_{1(1)} = \beta A_1 Z + C. \quad (19)$$

Здесь Z – аппликата точек срединной поверхности в сечении $\theta = const$. После этого, $\Delta_{z(1)}$ может быть найдено по формуле

$$\Delta_{z(1)} = C_1 + \int_{\theta_0}^{\theta} (-\varepsilon_{1(1)} \sin \theta + \mathcal{G}_{1(1)} \cos \theta) R_1 d\theta = C_1 + \int_{\theta_0}^{\theta} ((\beta A_1 Z + C) \cos \theta - \beta A_1 v \sin \theta) R_1 d\theta, \quad (20)$$

а окружное и радиальное перемещения – с помощью (5):

$$v_1 = C_2 + \int_{\theta_0}^{\theta} \left(A_1 \beta v \cos \theta - \frac{\Delta_{z(1)} \sin \theta}{v} \right) R_1 d\theta, \Delta_{e(1)} = \varepsilon_{2(1)} v - v_1. \quad (21)$$

Полученные выражения содержат три постоянные: C , C_1 , C_2 . Одна из них, например, C_1 должна быть определена из уравнения связи деформаций и перемещениями совместности при $k = 1$. Для определения используем уравнение, являющееся следствием пятого и шестого уравнений

$$\chi_{2(1)} \cos \theta + \tau_1 = \frac{\sin \theta}{v R_1} \frac{dv_1}{dt} + \frac{1}{v} \mathcal{G}_{1(1)} \sin^2 \theta. \quad (22)$$

Подставляя в него найденные выражения для v_1 и $\mathcal{G}_{1(1)}$, а также $\chi_{2(1)}$ и $\tau_{(1)}$ согласно (17) и требуя, чтобы (22) удовлетворялось тождественно, после ряда преобразований получим $C_1 = C v_0$.

Принимая во внимание, что $\int_{\theta_0}^{\theta} v R_1 \cos \theta d\theta = \frac{v^2 - v_0^2}{2}$, $\int_{\theta_0}^{\theta} R_1 Z \sin \theta d\theta = \frac{Z^2}{2}$, получаем

окончательные выражения для перемещений

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{1(1)} &= A_1 \beta Z + C, \Delta_{z(1)} = Cv + A_1 \beta Z v, v_1 = C_2 + CZ + A_1 \beta \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2} + \frac{Z^2}{2} \right), \\ \Delta_{e(1)} &= -C_2 - CZ + A_1 \beta \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2} - \frac{Z^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Постановка задачи устойчивости прямоугольной в плане оболочки в условиях линейного распределения температуры представлена на рисунке 2. В работе предлагаются трехмерные конечно-элементные модели. На основе этих моделей проведены виртуальные испытания статического напряженно-деформированного состояния, возникающего в случае когда действует температура 500 градусов на поперечную несущую балку на примере составленных модулей 40 футовых морских контейнеров, поставленных один на один.

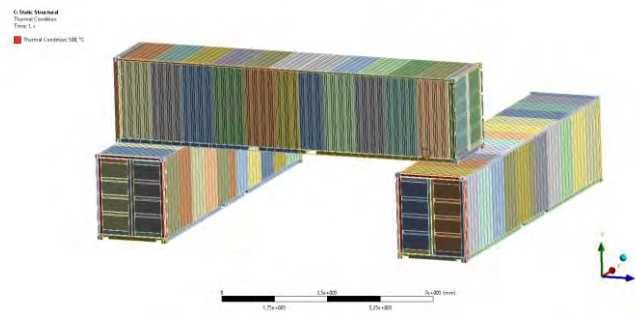


Рис. 2. Постановка задачи. Расчетная модель для нахождения распределения температурных полей

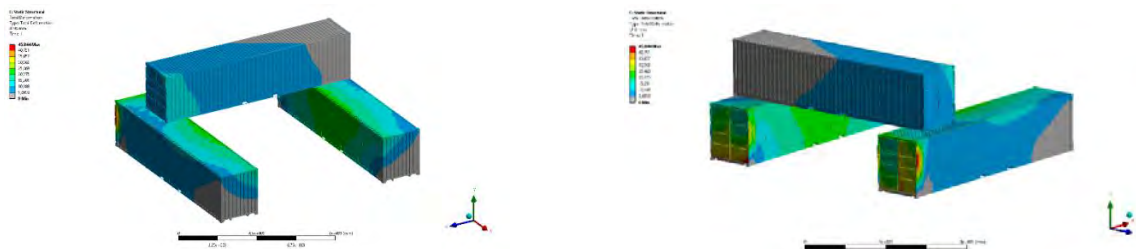


Рис. 3. Поля перемещений при температурном воздействии. Максимальное перемещение несущей конструкции составило 46 мм

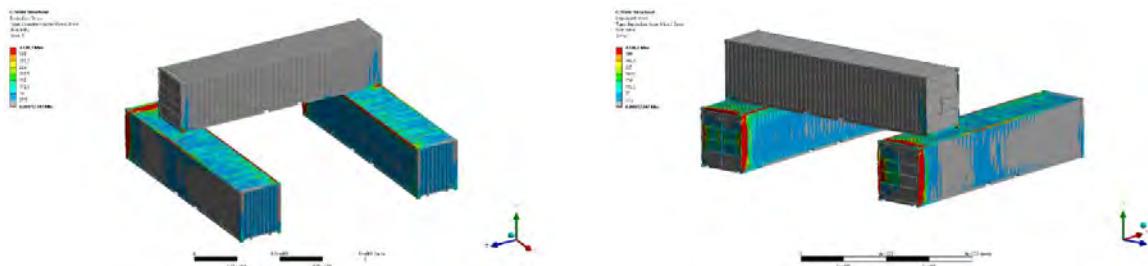


Рис. 4. Распределение эквивалентных напряжений при температурном воздействии. Максимальное напряжение составило 300 мПа

Предложено решение задачи по определению устойчивости оболочечной системы при накоплении повреждений вследствие действия циклических температурных полей и потере устойчивости ключевых элементов конструкций путем проведения виртуаль-

ных испытаний с использованием пакета компьютерных программы ANSYS. В результате исследований рассмотрены вопросы устойчивости вследствие линейного распределения отдельных элементов тренировочного модуля которые стремятся изменить свои геометрические свойства, а так как они образуют силовой каркас конструкции, то в оболочке возникает напряженное состояние. Получены следующие численные значения:

- максимальное перемещение несущей конструкции при температурном воздействии составило 46 мм;

- максимальное распределение эквивалентного напряжения при температурном воздействии составило 300 мПа.

Решена задача о распределении поля температуры в оболочке коробчатого типа. Результаты решения позволяют более детально назначать прочностные критерии для оболочек работающих под действием контактных термодинамических нагрузок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнберг Д.В. *Справочник по прочности, устойчивости и колебаниям пластин.* Киев, «Будівельник», 1973. – 488с.
2. Вольмир А.С. *Устойчивость деформируемых систем.* М.: Наука, 1967. - 984 с.
3. Власов В.З. *Общая теория оболочек.* – М.-Л.:Физматгиз, 1949. – 784 с.
4. Блейх Ф. *Устойчивость металлических конструкций.* – М.-Л.:Физматгиз, 1959. – 544 с.
5. Тимошенко С.П., Войковский-Кригер С. *Пластинки и оболочки.* -М.: Физматгиз, 1963.
6. Белов Н.Н. *Расчет железобетонных конструкций на взрывные и ударные нагрузки.* / Н.Н. Белов, Д.Г. Компаница, О.Г. Кумпяк, Н.Т. Югов// Томск: STT, 2004. – 465 с.
7. Bangash M.Y.H. *Explosion-Resistant Building Structures / Design, Analysis, and Case Studies.* // Bangash M.Y.H., Bangash T. Springer, Berlin, 2006. – 450.