

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
**БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**Кафедра «Инженерная геодезия»**

**ГЕОДЕЗИЯ**

**курс лекций по дисциплине «Геодезия»  
для студентов специальности 1-56 02 01**

составлен в соответствии с типовой учебной программой для высших учебных заведений по дисциплине «Геодезия» (регистрационный № ТД – I.395/тип. от 16.06.2010 г.

Минск 2012 г.

## **СОСТАВИТЕЛИ:**

М. С. Нестеренок профессор кафедры инженерной геодезии БНТУ

## **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

И. И. Леонович профессор кафедры строительства дорог БНТУ профессор, доктор технических наук;

В. Н. Вексин директор УП «Геокарт»

Учебный материал оформлен в виде 22-х текстов лекций по их числу и в последовательности, записанной в календарном плане дисциплины. Содержание лекций отвечает типовой и рабочей учебным программам. Объем лекций составляет 68 учебных часов. Курс лекций ориентирован на студентов 1-го года обучения. В лекциях изложены исходные понятия геодезии, как науки, как средства геодезического исследования геометрии Земли и топографического описания ее территорий в соответствующих системах координат. Настоящее электронное издание предназначено также для расширения и углубления того реального объема учебных сведений по геодезии, который можно методически правильно изложить на лекциях в аудитории в сопровождении или без применения техническими средствами обучения.

Белорусский национальный технический университет  
пр-т Независимости, 65, г. Минск, Республика Беларусь  
Тел.(017)292-77-52 факс (017)292-91-37  
E-mail:  
Регистрационный № БНТУ/ФТК79-84.2012

© Нестеренок М.С., 2012 г.

© Нестеренок М.С., компьютерный дизайн, 2012

© БНТУ, 2012

# СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие

ЛЕКЦИЯ № 1. Предмет геодезии. Научные и народнохозяйственные задачи геодезии. Развитие геодезической науки. Связь геодезии с другими дисциплинами

ЛЕКЦИЯ № 2. Исходные положения геодезии

- 2.1. Понятие о фигуре Земли
- 2.2. Метод проекции в геодезии
  - 2.2.1. Центральная проекция
  - 2.2.2. Ортогональная проекция
  - 2.2.3. Горизонтальная проекция
  - 2.2.4. Высотная координата и превышение
- 2.3. Расчет искажений при замене участка сферы плоскостью
  - 2.3.1. Искажение расстояний
  - 2.3.2. Искажение высот точек
- 2.4. Определение положения точек земной поверхности
  - 2.4.1. Астрономические координаты
  - 2.4.2. Геодезические координаты
  - 2.4.3. Плоские прямоугольные и полярные координаты
  - 2.4.4. Понятие о плане, карте, аэрофотоснимке

ЛЕКЦИЯ № 3. Понятие о государственной системе координат в проекции Гаусса-Крюгера. Ориентирование линий

- 3.1. Понятие о зональной системе плоских прямоугольных координат
- 3.2. Ориентирование линий
- 3.3. Прямая и обратная геодезические задачи

ЛЕКЦИЯ № 4. Топографические карты и планы

- 4.1. Понятие о картах, планах и профилях. Масштабы
- 4.2. Разграфка и номенклатура топографических карт

ЛЕКЦИЯ № 5. Условные топографические знаки. Изображение рельефа на картах и планах

- 5.1. Условные знаки топографических карт
- 5.2. Изображение рельефа на картах и планах

ЛЕКЦИЯ № 6. Инженерное использование планов и карт. Решение типовых задач по топографическим планам и картам

- 6.1. Перечень задач, решаемых с помощью карт и планов
- 6.2. Примеры решения задач по карте и плану
- 6.3. Цифровые топографические карты
- 6.4. Перечень задач, решаемых с помощью цифровых карт

ЛЕКЦИЯ № 7. Элементы теории погрешности геодезических измерений

- 7.1. Геодезические измерения, общие положения методы и виды геодезических измерений
- 7.2. Погрешности измерений, их классификация. Свойства случайных погрешностей. Погрешности измерений
- 7.3. Статистические характеристики погрешностей результатов равноточных измерений
- 7.4. Средняя квадратическая погрешность функций измеренных величин
- 7.5. Исходные положения математической обработки результатов неравноточных измерений
- 7.6. Общие сведения о технических средствах и правилах вычислений в геодезии

ЛЕКЦИЯ № 8. Измерения углов

- 8.1. Горизонтальные и вертикальные углы. Устройство теодолитов
- 8.2. Типы теодолитов

- ЛЕКЦИЯ № 9. Поверки теодолитов. Способы измерения горизонтальных углов
- 9.1. Поверки и юстировки теодолитов
  - 9.2. Измерение горизонтальных углов
- ЛЕКЦИЯ № 10. Измерение вертикальных углов. Минимизация погрешностей Угловых измерений. Измерение магнитного азимута. Ориентирование карты
- 10.1. Измерение вертикальных углов
  - 10.2. Погрешности измерения углов и меры по их минимизации
  - 10.3. Измерение магнитного азимута
  - 10.4. Ориентирование карты (чертежа) на местности при помощи буссоли
- ЛЕКЦИЯ № 11. Измерения расстояний неавтоматизированными приборами. Определение неприступных расстояний . Сравнительная значимость погрешностей измерения углов и расстояний
- 11.1. Обзор средств и методов измерения расстояний
  - 11.2. Механические приборы для измерения расстояний
  - 11.3. Оптические дальномеры
  - 11.4. Определение неприступных расстояний тригонометрическими способами
  - 11.5. Учет значимости погрешностей измерений углов и расстояний при обосновании точности геодезических работ
- ЛЕКЦИЯ № 12. Геодезические сети. Их назначение, виды и точность. Методы построения и закрепления плановых и высотных сетей
- 12.1. Понятие о государственных геодезических сетях
  - 12.2. Понятие о современных методах создания Государственной геодезической сети
  - 12.3. Съёмочное обоснование
- ЛЕКЦИЯ № 13. Плановое обоснование топографических съёмок. Понятие о спутниковом автономном определении координат съёмочных пунктов
- 13.1. Линейно-угловые ходы, их виды
  - 13.2. Привязка линейно-угловых ходов
  - 13.3. Привязка линейно-углового хода к стенным маркам
  - 13.4. Понятие о системе линейно-угловых ходов
  - 13.5. Геодезические засечки
    - 13.5.1. Полярная засечка
    - 13.5.2. Обратная угловая засечка
  - 13.6 . Понятие о спутниковом определении координат пунктов съёмочного обоснования
- ЛЕКЦИЯ № 14. Теодолитная съёмка
- 14.1. Теодолитные ходы
  - 14.2. Съёмка контуров. Вспомогательный прибор – экер
- ЛЕКЦИЯ № 15. Определение площадей
- 15.1. Геометрические способы определения площади
  - 15.2. Аналитический способ определения площади
  - 15.3. Определение площади полярным планиметром
  - 15.4. Определение площади по плану посредством палетки
  - 15.5. Уравнивание площадей
- ЛЕКЦИЯ № 16. Назначение и виды нивелирования
- 16.1. Тригонометрическое нивелирование
  - 16.2. Геометрическое нивелирование, применяемые приборы, их поверки
- ЛЕКЦИЯ № 17. Приборы для геометрического нивелирования
- 16.3. Приборы для геометрического нивелирования
  - 16.4. Поверки и юстировки оптико-механических нивелиров
  - 16.5. Сведения о лазерных и электронных нивелирах, других видах нивелирования
- ЛЕКЦИЯ № 18. Техническое нивелирование: Тахеометрические ходы

16.6. Технология прокладки ходов технического нивелирования

16.7. Техническое нивелирование на примере и изысканиях  
дорожной трассы

ЛЕКЦИЯ № 19. Тахеометрическая съемка

19.1. Подготовительные работы для тахеометрической съемки

19.2. Тахеометрическая съемка посредством теодолита

19.3. Понятие о тахеометрической съемке при помощи электронных тахеометров

19.4. Составление топографического плана по материалам тахеометрической  
съемки, выполненной с помощью теодолита

19.5. Высотные тахеометрические ходы при помощи теодолита

ЛЕКЦИЯ № 20. Топографические съемки нивелированием поверхности

20.1. Нивелирование по квадратам

20.2. Другие способы нивелирования поверхности

20.3. Составление топографического плана

ЛЕКЦИЯ № 21. Мензуральная топографическая съемка

21.1. Основы мензуральной съемки

21.2. Устройство и поверки мензурального комплекта

21.3. Поверки мензурального комплекта

21.4. Кипрегель-автомат

21.5. Требования к точности центрирования и ориентирования планшета и кипрегеля

21.6. Графические способы определения на планшете места пунктов съемочного  
обоснования

21.7. Подготовка планшета и мензулы к работе

21.8. Производство мензуральной съемки

ЛЕКЦИЯ № 22. Понятие о космических съемках и аэрофотосъемке

22.1. Понятие о космических съемках

22.2. Аэрофотосъемка

Список использованной литературы

## *Предисловие*

Представленный курс лекций разработан впервые в связи с открытием в 2010 году в БНТУ подготовки инженеров по специальности 1-56 02 01 – **ГЕОДЕЗИЯ**. Учебный материал оформлен в виде 22-х текстов лекций по их числу и в последовательности, записанной в календарном плане дисциплины. Содержание лекций отвечает типовой и рабочей учебным программам. Объем лекций составляет 68 учебных часов, которые подкрепляются лабораторными занятиями в объеме 87 учебных часов. Аудиторные занятия затем сменяются учебной полевой геодезической практикой, во время которой закрепляются соответствующие теоретические знания и практические умения.

При разработке курса лекций использованы соответствующие учебные издания последних выпусков, названные в списке литературы, а также научно-технические публикации и информационные сообщения по инновационным технологиям геодезического производства.

Данный курс лекций ориентирован на студентов 1-го года обучения. В лекциях изложены исходные понятия геодезии, как науки, как средства геодезического исследования геометрии Земли и топографического описания ее территорий в соответствующих системах координат. Должное внимание уделено развитию у студентов навыков работы с механическими и оптико-механическими средствами измерения углов, расстояний и превышений. На этой основе студенты подготавливаются к изучению и освоению на старших курсах более сложных, точных и высокоточных геодезических работ посредством оптико-механических, электронных и спутниковых геодезических приборов, к освоению специальных предметов, предусмотренных квалификационным стандартом подготовки инженера-геодезиста. Поэтому в соответствующих лекциях приводятся сведения о современных и инновационных технологиях выполнения изучаемых геодезических работ.

Настоящее электронное издание предназначено также для расширения и углубления того реального объема учебных сведений по геодезии, который можно мето-

дически правильно изложить на лекциях в аудитории в сопровождении или без применения техническими средствами обучения.

В дальнейшем планируется доработка данного издания на основе опыта преподавания и восприятия студентами учебного материала, а также в связи с совершенствованием геодезических приборов и средств вычислений, используемых в учебном процессе.

## ЛЕКЦИЯ № 1

### Предмет геодезии. Научные и народнохозяйственные задачи геодезии. Развитие геодезической науки. Связь геодезии с другими дисциплинами

**Предмет геодезии и отдельные фрагменты ее истории. [6].** Геодезия возникла в глубокой древности, когда появилась необходимость ориентирования на местности, межевания объектов землевладений и определения их площадей. Для решения этих задач, а также при строительстве различных сооружений определенных геометрических форм и размеров, выполнялись специальные измерения на местности. По их результатам задавали уклоны искусственных водотоков, составляли чертежи участков земной поверхности и сооружений на ней. В древнем Египте, в античной Греции уже в IV-II веках до новой эры для измерений на местности и в строительстве использовались различные технические средства: меры длины, отвесы, угольники, водяные уровни, угломерные устройства. На такой практической основе стала формироваться *геометрия* (землеизмерение). Термин *геодезия* (землеразделение) впервые встречается в трудах Аристотеля (384-322 гг. до н. э.) для обозначения различия между теоретическими и практическими задачами единой науки того времени о межевании земель, включающей расчеты их площадей и описание средств измерений на местности. Научные основы геодезии того времени отражены в трудах Герона Александрийского «О диоптрах», «Измерение площадей». Эратосфен (276-194 г. до н. э.) из определений длины отрезка сферической прибрежной полосы поверхности моря рассчитал близкий к действительному радиус Земли ( $\approx 6$  тыс. км.).

В исторически длительном процессе совершенствования геодезических методов и приборов по изучению и картографированию земной поверхности в 1616 году голландский ученый Снеллиус предложил определять большие расстояния методом триангуляции, из решения цепочки треугольников, в которых измерены все горизонтальные углы и не менее двух базисных сторон.

Для подтверждения Закона Всемирного тяготения И. Ньютона и его теоретических выводов о полярном сжатии Земли использовались астрономо-геодезические измерения. Ученые французской академии наук в 1735 – 1736 гг. ме-



тодом триангуляции определили длину и разность широт отрезка дуги меридиана вблизи экватора (Перуанские градусные измерения) и вдоль границы Финляндии и Швеции (Лапландские градусные измерения). В результате было подтверждено существование полярного сжатия планеты и впервые достаточно точно для того времени были определены размеры Земного эллипсоида. По мере накопления результатов градусных измерений по определению формы и размеров Земли к 1795 г. во Франции была установлена единица длины *метр*, равная  $1 : 40\,000\,000$  длины дуги «парижского меридиана».

Первые научно обоснованные геодезические работы на территории Беларуси проведены в 1816-1821 гг., когда корпусом военных топографов была создана первая в России Виленская опорная сеть триангуляции и на ее основе получены точные топографические карты. В годы существования СССР территория республики была обеспечена пунктами геодезических опорных сетей (в виде составной части государственной геодезической сети СССР), на их основе были созданы необходимые для народного хозяйства и обороны страны топографические карты масштабов от  $1 : 1\,000\,000$  до  $1 : 10\,000$ , крупномасштабные планы городов, промышленных предприятий.

После 1960-х годов на смену оптико-механическим геодезическим приборам и относительно простым вычислительным устройствам стали все более широко применяться высокоавтоматизированные электронно-цифровые измерительные комплексы и компьютерные технологии обработки результатов измерений для получения баз картографо-геодезических данных. Спутниковые методы позиционирования и дистанционного зондирования получили эффективное применение для решения задач геодезии и картографии с 1990-х годов, обеспечивая высокую точность, производительность и снижение трудоемкости.

Без высокоточных геодезических измерений невозможно обеспечивать необходимую геометрическую точность строительства обычных гражданских зданий и уникальных зданий и сооружений. Такие задачи строители решают в сотрудничестве с работниками геодезической службы строительных и специализированных геодезических организаций. В геодезическом обеспечении строительства применяются современные высокоточные теодолиты, цифровые нивелиры, лазерные светодальномеры, электронные тахеометры.

**Геодезия – геометрический метод познания мира [1].** Как одна из наук Земли геодезия представляет геометрический метод познания мира, в котором изначально были выделены три фундаментальных свойства объектов: *размер, форма и местоположение*. На этой основе реальный мир изначально изображался в некотором подобии на предметах – носителях информации, к ним относятся доисторические наскальные карты. Древнейшая из них, представленная на рис. 1.1, датируется примерно 4-3 тысячелетием до нашей эры, найдена в 1978 году на юге Иордании в подземном гроте. Здесь в качестве носителя информации использован камень.

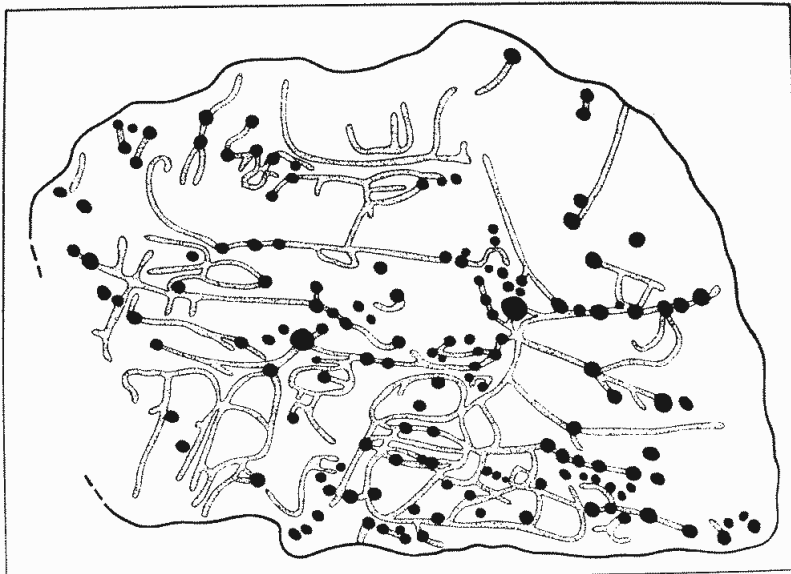


Рис 1.1. Древнейшая каменная карта. 4-3 тыс. до н.э. Масштаб примерно 1:16000

Дальнейшее развитие человека и общества привело к зарождению классового общества и появлению групп людей, которые постоянно занимались изучением мира и хранением полученных знаний. Не последнее место в этой копилке знаний занимали знания о геометрии предметов и среды, которые стали развиваться еще интенсивнее в связи с

- появлением религий и связанных с ними работ по возведению ритуальных сооружений;
- переходами на большие расстояния по земле и морю, что требовало использования картографических схем, а также средств и методов навигации;
- развитием сельского хозяйства и необходимости постоянного учета, разделения и перераспределения земли на участки.

Применительно к религии наибольшее развитие геометрических методов, связанных со звездами добились древние шумеры (примерно IV тысячелетие до н. э.), что запечатлено в их знаменитых глиняных табличках. Им же мы обязаны делени-

ем окружности на 360 градусов, градуса на 60 минут, минуты на 60 секунд. Появились эти понятия исходя из следующих рассуждений. Если умозрительно представить на небе два рядом стоящих Солнца, то расстояние между их центрами было названо "шаг Солнца". В дни равноденствия от восхода до заката на небе умещалось 180 "шагов Солнца" – полуокружность, а целая окружность – 360 шагов, которые в последствии получили название градус.

Большие и малые переселения народов, поиски Ойкумены (края Земли) требовали развития методов измерений объектов реального мира и переносов их на удобный носитель (глиняные таблички, листы пергамента, папируса и др.) для дальнейшего хранения и использования.

**Развитие геометрических знаний основными древними цивилизациями [1].** Все широко известные древние цивилизации находились по берегам больших рек: Тигр-Евфрат, Нил, Янцзы-Хуанхэ, Инд. Эти реки часто меняли русло, или бурно разливались, уничтожая границы земельных наделов, которые требовалось восстановить.

Инструменты и методы их применения, создаваемые древними народами для решения геометрических задач по обеспечению различных видов хозяйственной деятельности, можно разделить на четыре категории:

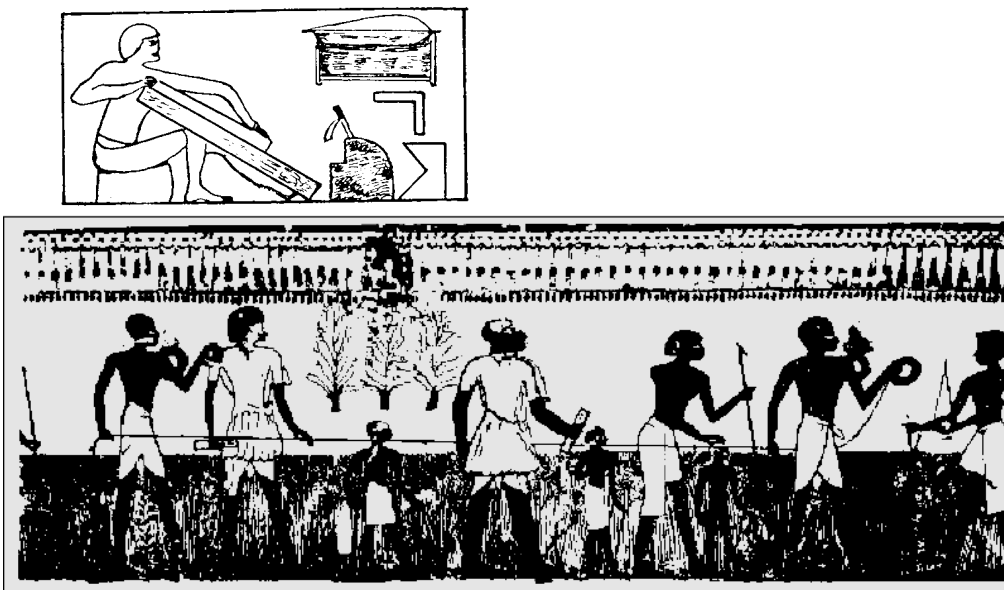
- средства и методы измерений размеров, площадей земельных наделов элементарных форм для назначения налогов, последние как правило изымались пропорционально площадям земельных владений;
- средства и методы определения разностей высот между точками ирригационных сооружений;
- устройства для определения вертикальности стен в строительстве с применением отвеса как естественной основы метода;
- средства построения одной линии под определенным углом к другой для ориентации зданий и сооружений и придания возводимым объектам заданной геометрической формы в целом и в деталях.

На стенах египетских могил были обнаружены несколько сцен, изображающих землемеров в процессе измерения шнурами, разделенными на правильные интервалы. Самое древнее из дошедших до нас названий человека, занимающегося разделением земли, это древнеегипетский *харпедонатт* (рис. 2).

В общем рассмотрении геометрические методы изучения мира в древности развивались по следующим направлениям:

- наблюдения звездного неба;
- геометрическое сопровождение возведения зданий и сооружений;
- земледеление;
- землеизмерения для целей описания и путешествий.

Очевидно, что знания древних (примерно до 5 века до н.э.) были не систематизированы и носили прикладной характер. Инструменты для измерений были также самые простые (рис. 1.3, *а, б, в*): просмоленные веревки, отвес, расщепленная палка для визирования. Позже появились землемерные кресты для отложения прямого угла, а при наблюдении звезд разного рода астролябии. До средних веков в измерениях на земле использовались только прямые углы, а иные углы использовались неявно, в относительной мере (отношение катета к гипотенузе, или катета к катету) и только при наблюдении звезд использовались угломерные шкалы с делениями на градусы, такие шкалы применялись в астролябиях – приборах для измерения горизонтальных и вертикальных углов.



*Рис. 1.2. Египетские Харпедонапты или Носители Веревки*

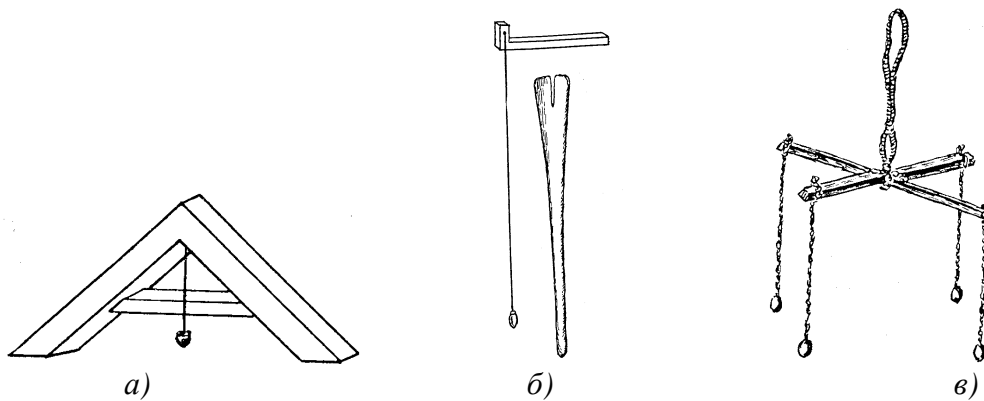


Рис. 1.3.: а) Египетский уровень (ватерпас), б) Египетское визирное устройство (мерхет), в) Египетский землемерный крест

Астролябья включала основание прибора, горизонтальное и вертикальное угломерные круги со шкалами градусных делений и имела визирное устройство для наведения на визирные цели, приспособления для отсчетов по шкалам углов наклона и горизонтальных углов.

**Греческая цивилизация и выделение геодезии как науки [1].** С появлением греческой цивилизации, которая получила определенные знания по астрономии у шумеров, а по геометрии у египтян, подход к познанию был кардинально изменен. Были выделены в отдельные науки абстрактная наука о методах землемерия – *геометрия*, со своей структурой, понятиями, аксиомами и теоремами, наука о земле-разделении – *геодезия*, которая занималась сугубо практическими вопросами по разделению и измерению земель и геометрическому сопровождению возводимых объектов, и *астрономия*, которая занималась наблюдением за небесными объектами. О вкладе Древней Греции в геометрический метод познания и, следовательно, в геодезию, говорит тот факт, что вплоть до эпохи Возрождения, работы ученого *Герона Александрийского* (1 век н.э.) "*Метрика*" и "*О диоптре*" были основными учебниками всех геометров и геодезистов (геодетов).

В работе "О диоптре" Героном практически были заложены основные принципы геодезических приборов, созданных им под названием «диоптра». В «диоптре» предназначенной для измерения горизонтальных и вертикальных углов (рис. 1.4 , а, б), применены визирные устройства в виде прицелов ( такие прицелы ныне имену-ются диоптрами) и горизонтальный и вертикальный угломерные круги со шкалами градусных делений. «Диоптра» помещалась на подставке.

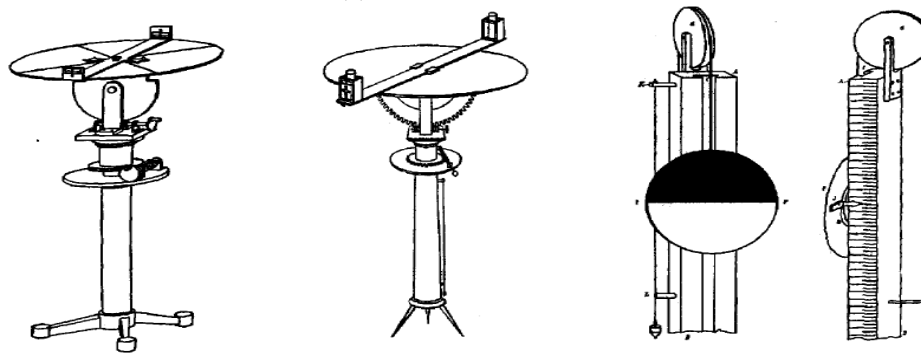


Рис. 1.4. Диоптры Герона (а, б) с рейкой для определения разности высот (в, з).

Нитяный отвес служил для горизонтирования (установки в рабочее положение) «диоптры» относительно направления силы тяжести. Описанной схеме отвечают современные угломерные приборы – теодолиты, тахеометры и отчасти нивелиры.

Для определения высоты предмета была предложена рейка со шкалой (рис.1.4, в, з). Рейка коробчатого вида была снабжена нитяным отвесом. Разность высот (высота предмета) определялась перемещением по вертикали относительно шкалы отсчетного целика, закрепленного на нити, перекинутой через шкив и снабженной с одного конца грузом, с другого – контактным приспособлением.

«Диоптра» Герона опередила своим появлением последующие разработки геодезических приборов почти на полторы – две тысячи лет, заложенные в ней принципиальная схема и технические идеи используются и в современном геодезическом приборостроении. Но сложность изготовления измерительных инструментов Герона, а отчасти и применения их на практике, привело к тому, что в последующем они не использовались. Более приемлемые для измерений геодезические устройства, отвечающие героновским принципам их устройства, появились только в XVI в частности топографический инструмент Диггса. Прибор Диггса был универсален, так как позволял измерять углы, разность высот между точками и расстояния с достаточно приличной точностью, т.е. решать все основные практические задачи известные как "17 задач Герона" изложенных также в этой работе:

1. Измерить разность высот двух точек, невидимых одна из другой.
2. Провести прямую линию между двумя точками, невидимыми одна из другой.
3. Найти расстояние до места, где находишься, от другой, недоступной точки.
4. Измерить ширину реки, которую нельзя переплыть.
5. Измерить расстояние между двумя отдаленными точками.

6. Провести из одной точки перпендикуляр на прямую, к которой нельзя приблизиться.
7. Измерить высоту недоступной точки.
8. Измерить разность высот двух недоступных точек.
9. Измерить глубину ямы.
10. Сквозь гору провести прямую, соединяющую две точки, данные с различных сторон. Выкопать в горе колодец, чтобы он оканчивался в данном подземном углублении.
12. Начертить контур реки.
13. Придать насыпи форму данного сферического сегмента.
14. Сообщить насыпи определенный наклон.
15. Измерить поле, не входя в него.
16. Разделить поле на данное число частей посредством прямых, выходящих из одной точки.
17. Разделить треугольник и трапецию в данном отношении.

Приведенные задачи являются реализацией ряда теорем «Начал» Евклида. Отметим, что задачи 3 и 7 – определение высоты пирамиды и расстояния до корабля — в свое время поставил впервые Фалес, за 600 лет до Герона. Задачи Герона являются образцом применения теории к практике в самом обобщенном, а потому и в самом эффективном виде.

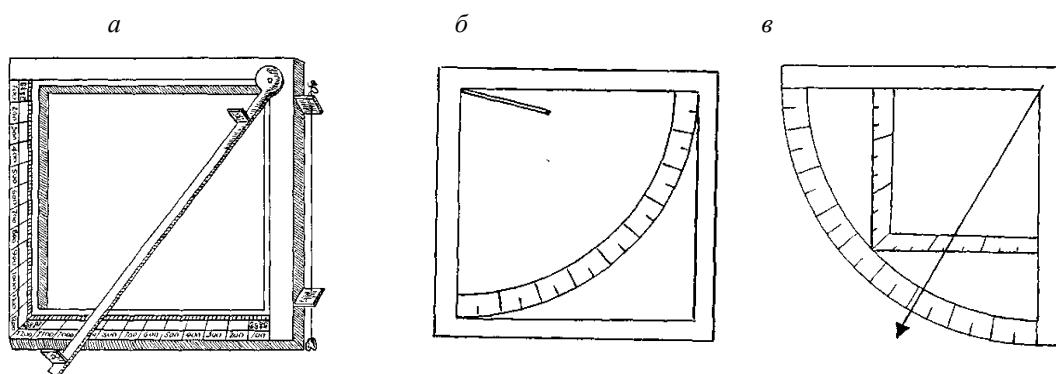
И принципы и задачи Герона используются до сегодняшнего времени.

**Дальнейшее развитие геодезических приборов [1].** В эпоху *Ренессанса* научно-технический прогресс охватил Европу и тогда многие ученые внесли свой вклад в науку, называемую *практической геометрией*, в частности доступным усовершенствованием известных угломерных устройств (рис. 1.5) и угломерных приспособлений для астрономических приборов (рис. 1.6, *а*), для артиллерийского оружия (рис. 1.6, *б*). Упомянутое название геодезии сохранялось до начала 20 века.

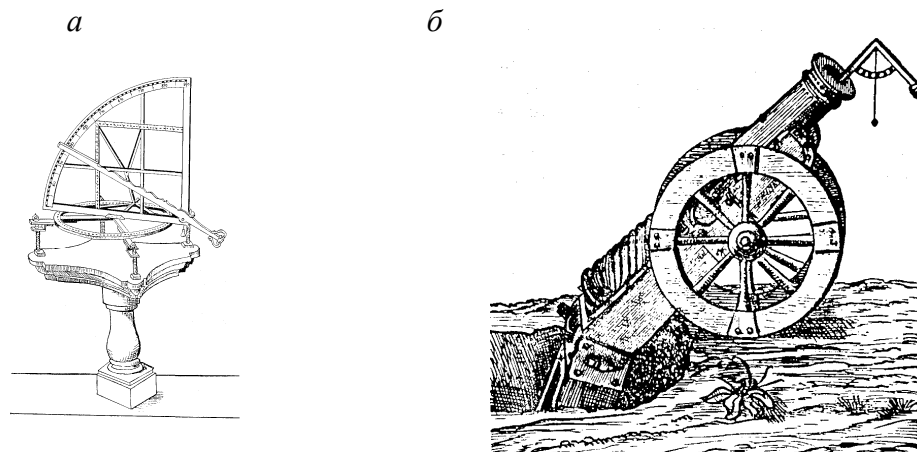
На рис. 1.7 показаны первые известные устройства маятникового вида для автоматического придания линейке (рис. 1.7, *а*) или визирной трубке с диоптрами (рис. 1.7, *б*) горизонтального положения под действием силы тяжести.

Существенный прогресс геодезия получила в 17 веке в связи с изобретением и использованием в геодезических приборах оптических зрительных труб. До 20 ве-

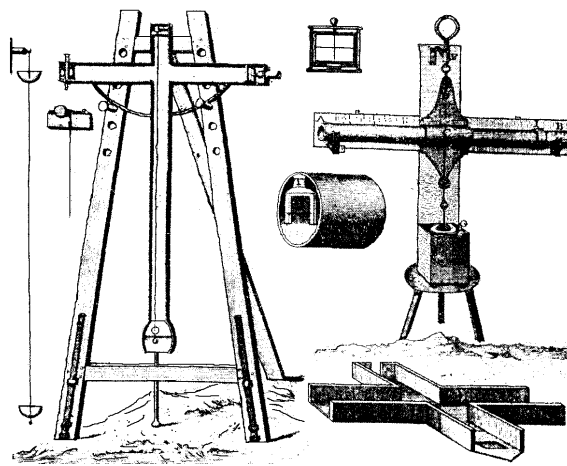
ка для геодезических работ в основном модернизировали и усовершенствовали приборы и методы, основанные на геометрических решениях. И только в 20-м, начале 21 века появились принципиально новые научно-технические методы в геодезическом приборостроении и соответственно в геодезии.



*Рис. 1.5.* Угломерные устройства:  
 а) геометрический квадрат Герберта, б) квадрант Птолемея  
 в) квадрант Леонардо Пизанского



*Рис. 1.6.* Угломеры в устройствах:  
 а – астрономический квадрант Тихо Браге; б – артиллерийский квадрант Тартальи





*Рис. 1.7. Балансирующие уровни Пикарда и Гюйгенса*

**Современные задачи геодезии [1].** Среди многих задач геодезии в глобальном и региональных масштабах можно выделить долговременные задачи и задачи на ближайшие годы.

К первым относятся:

- определение постоянства фигуры, размеров и гравитационного поля Земли,
- распространение единой системы координат на территорию отдельного государства, континента и всей земли в целом,
- обновление изображения поверхности земли на топографических картах и планах,
- изучение глобальных смещений блоков земной коры.

Ко вторым в настоящее время относятся:

- создание комплекса современных топографических карт в электронном виде и на бумажных носителях и их банков данных,
- создание новых и модернизация существующих ГИС – геоинформационных систем,
- создание государственных и локальных кадастров: земельного, водного, лесного, городского и т.д.,
- топографо-геодезическое обеспечение (уточнение) делимитации (определения) и демаркации (обозначения) государственной границы Беларуси,
- уточнение государственной программы повсеместного перехода на спутниковые методы автономного определения наземных геодезических координат и другие,

Усложнение и развитие геодезии привело к разделению ее на несколько научных дисциплин.

*Высшая геодезия* изучает фигуру Земли, ее размеры и гравитационное поле, обеспечивает распространение принятых систем координат в пределах государства, континента или всей поверхности Земли, занимается исследованием современных

движений земной коры, а также изучает фигуру, размеры и гравитационное поле других планет Солнечной системы.

*Топография* ("топос" - место, "графо" - пишу; дословно - описание местности) изучает методы топографической съемки местности с целью изображения ее на планах и картах.

*Картография* изучает методы и процессы создания и использования карт, планов, атласов и другой картографической продукции.

*Фотограмметрия* (фототопография и аэрофототопография) изучает методы создания карт и планов по фото- и аэрофотоснимкам.

*Инженерная геодезия* изучает методы и средства проведения геодезических работ при изысканиях, проектировании, строительстве и эксплуатации различных инженерных сооружений.

*Маркшейдерское дело* изучает методы проведения маркшейдерско-геодезических работ на земной поверхности и в подземных горных выработках при изысканиях и добыче полезных ископаемых.

Отметим, что четко обозначенных границ между перечисленными дисциплинами нет. Так, топография включает в себя элементы высшей геодезии и картографии, инженерная геодезия использует разделы практически всех остальных геодезических дисциплин и т.д.

Уже из этого неполного перечня геодезических дисциплин видно, какие разнообразные задачи и теоретического, и практического характера приходится решать геодезистам, чтобы удовлетворить требования государственных и частных учреждений, компаний и фирм. Для государственного планирования и развития производительных сил страны необходимо использовать топографические карты ее территории, создаваемые геодезистами. Топографические карта и планы также нужны всем, кто работает или передвигается по Земле: геологам, морякам, летчикам, проектировщикам, строителям, земледельцам, лесоводам, туристам и т.д.

Особенно нужны карты и другие геодезические материалы армии: без них невозможно планирование военных операций, строительство оборонительных сооружений, стрельба по невидимым целям, использование ракетной техники и др.

Среди всех наук о Земле геодезия занимает свое место: она изучает геометрию Земли в целом и отдельных участков ее поверхности, а также геометрию любых

объектов (и естественного, и искусственного происхождения) на поверхности Земли и вблизи нее.

В различных науках о Земле используют картографо-геодезические, т.е. геометрические интерпретации изучаемых представлений и процессов. Физические свойства Земли в целом изучает наука "физика Земли", строение верхней оболочки нашей планеты изучают геология и геофизика, строение и характеристики океанов и морей - гидрология, океанография. Атмосфера - воздушная оболочка Земли - и процессы, происходящие в ней, являются предметом изучения метеорологии и климатологии. Растительный мир изучает геоботаника, животный мир - зоология. Наиболее тесно связаны с геодезией география, геоморфология и другие науки.

Геодезия, как и другие науки, постоянно впитывает в себя достижения физики, астрономии, радиоэлектроники, вычислительной математики и других фундаментальных и прикладных наук. Изобретение лазера привело к появлению лазерных геодезических приборов – лазерных нивелиров и светодальномеров. Кодовые измерительные приборы с автоматической фиксацией отсчетов могли появиться только на определенном уровне развития микроэлектроники и автоматики. Что же касается информатики, то ее достижения вызвали в геодезии подлинную революцию, которая происходит сейчас на наших глазах.

В последние годы строительство сложных уникальных инженерных сооружений потребовало от геодезии резкого повышения точности измерений. Так, при монтаже оборудования мощных ускорителей приходится сопрягать детали конструкции с точностью в десятые и даже сотые доли миллиметра. По результатам геодезических измерений изучают современные движения блоков земной коры в целом и в сейсмоактивных зонах, выявляют деформации и осадку многих строящихся инженерных сооружений, а также находящихся в эксплуатации сложных дорогостоящих объектов. В задачи геодезии входят наблюдения за изменениями уровня уровнями воды в, морях и океанах.

Возможность использования искусственных спутников Земли для решения геодезических задач привела к появлению новых разделов геодезии – космической геодезии и геодезии планет.

## ЛЕКЦИЯ № 2

### Исходные положения геодезии. Понятие о фигуре Земли. Метод проекций в геодезии. Системы координат, применяемые в геодезии

#### 2.1. Понятие о фигуре Земли

Фигура Земли, характеризующая обобщенную геометрию планеты (ее геометрическую модель) издавна интересовала ученых. Для геодезистов определение обобщенной формы и размеров Земли представляет одну из основных задач. Если не учитывать неровности твердой поверхности Земли (горы, океанические впадины и другие ее формы), то модель поверхности Земли, на 71% покрытой водами Мирового океана, в первом приближении рассматривают шаром, образованным поверхностью этого океана. Но Земля вращается вокруг своей оси и согласно законам физики сплюснута вдоль полюсов. Соответственно во втором приближении научно обоснованная модель Земли представляется эллипсоидом вращения, отражающим обобщенную геометрию поверхности Мирового океана. Более точные исследования показывают, что Земля может быть моделирована трехосным эллипсоидом.

Все участки сложной твердой поверхности Земли проецируют на поверхность земного шара или земного эллипсоида и этим обеспечивают упорядоченное геодезическое описание не только наземной ситуации и рельефа, но и подземных геологических образований.

В модели шарообразной Земли используется геометрия сферы постоянного радиуса  $R$ , теория которой сравнительно проста и очень хорошо разработана. Модель Земли в виде эллипсоида вращения (рис. 2.1) характеризуется размерами  $a$  и  $b$  большой и малой его полуосей. В этой модели используется геометрия эллипсоида вращения, которая намного сложнее геометрии сферы, но разработана для целей геодезии также достаточно полно.

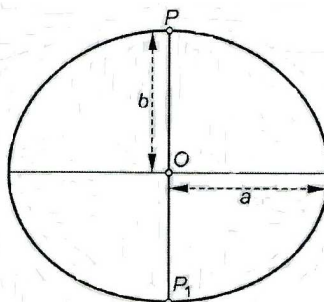


Рис. 2.1. Разрез эллипсоида вращения  
вдоль его оси  $PP_1$

Если участок поверхности Земли небольшой, то для этого участка применяют модель плоской горизонтальной поверхности, которая вследствие своей простоты широко применяется в многообразных задачах геодезии.

Для проецирования точек земной поверхности на сферические и плоские поверхности используется направление силы тяжести. Например, нить отвеса совпадает с направлением силы тяжести в данной точке. Поверхность жидкости в спокойном состоянии перпендикулярна направлению силы тяжести. Поверхность, всюду перпендикулярная направлениям силы тяжести, называется *уровенной поверхностью*. Уровенные поверхности можно определять на разных высотах; все они являются замкнутыми и почти параллельны одна другой. *Уровенная поверхность, совпадающая с невозмущенной поверхностью мирового океана и мысленно продолженная под материка, называется основной уровенной поверхностью или поверхностью геоида.*

Методами *гравиметрии* – науки, изучающей величины и направления силы тяжести в разных точках поверхности Земли, установлено, что под действием неоднородностей плотности земной коры силовые линии гравитационного поля Земли искривляются и несколько отклоняются от направления к центру масс Земли. В результате таких отклонений поверхность геоида (т.е. физическая модель поверхности Земли) получает отклонения от правильной геометрической формы, но остается повсюду выпуклой. Поверхность геоида имеет сложную форму, не поддающуюся точному математическому описанию, и не может быть определена только из наземных измерений.

В настоящее время при изучении физической поверхности Земли, т.е. геоида, используют вспомогательную поверхность, именуемую квазигеоидом, которая может быть точно определена относительно поверхности эллипсоида по результатам астрономических, геодезических и гравиметрических измерений. На территории морей и океанов поверхность квазигеоида совпадает с поверхностью геоида, на суше она отклоняется от него на несколько дециметров, а в горных массивах до двух метров (рис.2.2).

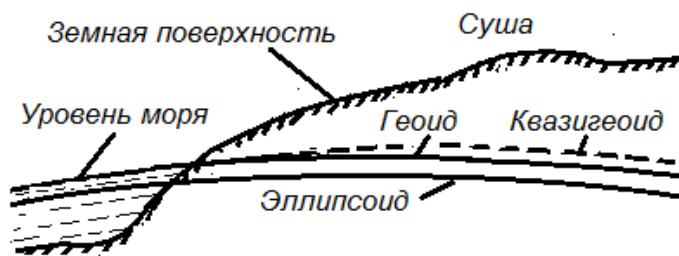


Рис. 2. 2. Поверхности относимости

При картографировании поверхности Земли за действительную ее поверхность принимают на суше ее физическую поверхность, на территории морей и океанов — их невозмущенную поверхность.

Что значит геодезически изучить действительную поверхность Земли? Это значит определить положение любой ее точки в принятой системе координат. В геодезии системы координат задают на поверхности эллипсоида вращения, потому что из относительно простых математических поверхностей она ближе всего подходит к поверхности геоида. Поверхность такого эллипсоида называется также **поверхностью относимости**. Эллипсоид вращения принятых размеров, определенным образом ориентированный в теле Земли, на поверхность которого проецируют геодезические сети при вычислении их координат, называется **референц-эллипсоидом**.

Для территории бывшего СССР постановлением Совета Министров СССР в 1946 году принят эллипсоид Ф. Н. Красовского (см. схему на рис. 2.1). Его параметры:

- большая полуось  $a = 6\,378\,245$  м;
- малая полуось  $b = 6\,356\,863$  м;
- полярное сжатие:  $\alpha = (a - b) / b = 1 / 298,3$ .

На референц-эллипсоид Ф. Н. Красовского спроецированы пункты государственной геодезической сети, закрепляющие государственную систему геодезических координат 1942 года. Данная система сокращенно именуется СК-42.

**Системы геоцентрических пространственных прямоугольных координат** находят применение в спутниковых системах позиционирования. Это вызвано тем, что здесь координато-несущие точки — созвездия специальных искусственных спутников Земли обращаются по орбитам вокруг центра масс Земли на высотах, порядка 20 000 км. Данная система координат имеет математическую связь с системой геодезических широт, долгот и высот. Это позволяет решать задачи координатной привязки.

нирования точек, как на земной поверхности, так и в околоземном пространстве, а также устанавливать связь координатных определений с наземными (классическими) методами. В настоящее время созданы несколько таких созвездий, назовем два из них: GPS-NAVSTAR (США) и ГЛОНАСС (РФ), формирующие две системы геоцентрических координат.

**Всемирная геоцентрическая система координат WGS-84** (World Geodetic System, 1984 г, США), поддерживается созвездием GPS-NAVSTAR и рекомендована к практическому применению Международным Союзом геодезии и геофизики. Представляет одну из глобальных координатных систем, используемых в спутниковых технологиях определения координат неподвижных объектов (статическое позиционирование) и находящихся в движении (кинематическое позиционирование) на земной поверхности и в пространстве. Пространственные прямоугольные координаты  $x, y, z$  точки  $N$  определяют относительно центра масс Земли  $M$  и координатных осей  $X, Y, Z$  (рис. 2.3).

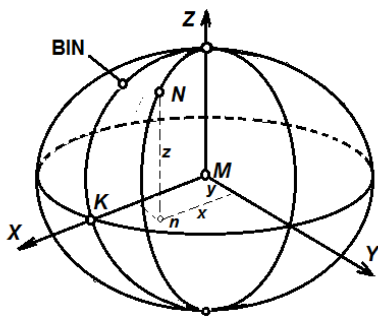


Рис. 2.3. Схема пространственной прямоугольной геоцентрической системы координат WGS-84

Ось  $Z$  совмещена с положением оси вращения Земли на эпоху 1984 г, положительное направление оси – северное. Ось  $X$  направлена от центра масс к точке  $K$  пересечения плоскости экватора с плоскостью начального меридиана  $BIN$ , положение которого определено Международным бюро времени (Bureau International de l'Heure – ВИ) в пункте закрепления Гринвичского меридиана. Ось  $Y$  расположена в плоскости экватора под углом  $90^\circ$  к востоку от оси  $X$ , этим установлена правосторонняя геоцентрическая система прямоугольных координат. Основные параметры общеземного эллипсоида WGS-84 приведены в таблице 2.1.

**Геоцентрическая система ПЗ-90.02** (Параметры Земли – 90.02, РФ) поддерживается спутниковым созвездием ГЛОНАСС и отвечает соответствующей пространственной прямоугольной геоцентрической системе координат. Параметры земного эллипсоида ПЗ-90.02 приведены в таблице 2.1.

**Параметры основных земных эллипсоидов**

Эллипсоид	Экваториальная полуось $a$ , м	Погрешность, $\Delta a$ , м	Сжатие, $A$
WGS-84	6 378 137	+ (0,6 – 0,9)	1/298,2572
ПЗ-90.02	6 378 136	– (0,1 – 0,4)	1/298,2578
Красовского (СК-42)	6 378 245	+ 109	1/298,3

Как видно из таблицы 2.1, параметры систем координат WGS-84 и ПЗ-90-02 различаются на малые величины. В таблице даны оценочные показатели погрешностей их определения. В настоящее время разрабатываются методы совместного использования в геодезии созвездий ИСЗ различных систем. Ведутся работы по созданию и совершенствованию аналогичных спутниковых систем в ряде других стран.

Следует отметить, что параметры земного эллипсоида Ф. Н. Красовского в СК-42 для своего времени отличаются наибольшей точностью в сравнении со всеми известными тогда параметрами земного эллипсоида, полученными на основе традиционных методов градусных измерений.

## 2.2. Метод проекции в геодезии

### 2.2.1. Центральная проекция

Чтобы изобразить объемный предмет на плоском чертеже, применяют метод проекций. К простейшим проекциям относятся центральная и ортогональная проекции. При центральной проекции (рис.2.4, а) проецирование точек объекта на плоскость  $P_1$  проекции выполняют линиями, исходящими из одной точки  $S$ , которая называется центром проекции.

Для получения центральной проекции исходного четырехугольника  $ABCD$  из центра проекции  $S$  через точки  $A, B, C, D$  проведем линии проецирования до пересечения с плоскостью проекции  $P_1$ , получим точки  $a, b, c, d$ , представляющие проекции точек  $A, B, C, D$ .

### 2.2.2. Ортогональная проекция

В ортогональной проекции (рис. 2.4, б) от точек  $A, B, C, D$  проведем перпендикуляры к плоскости проекции  $P_1$  и получим на ней ортогональные проекции  $a, b, c, d$  соответствующих точек.



### 2.2.3. Горизонтальная проекция

Для случая применения ортогональной проекции наклонной линии длиной  $D$  на горизонтальную плоскость отвесными линиями на рис. 2.4, *в* иллюстрируется схема к вычислению горизонтального проложения  $s$  наклонной линии ограниченной длины по формуле

$$s = S \cos v,$$

где  $S$  – длина наклонной линии;  $v$  – ее угол наклона.

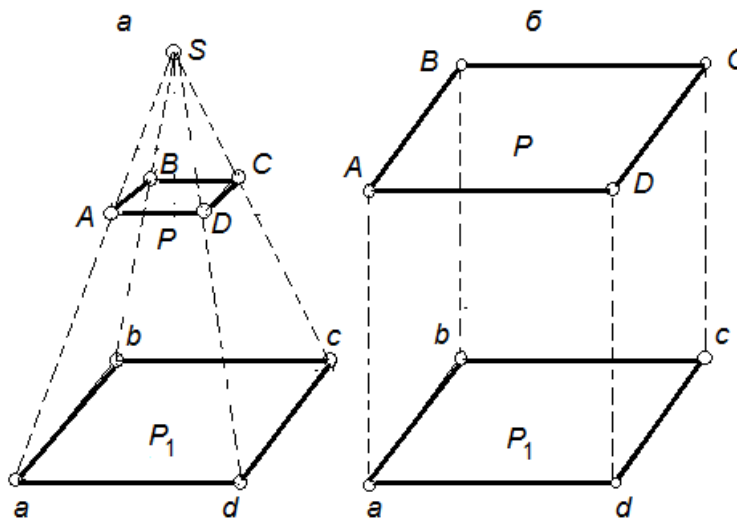


Рис. 2.4, б. Центральная (а) и ортогональная (б) проекции

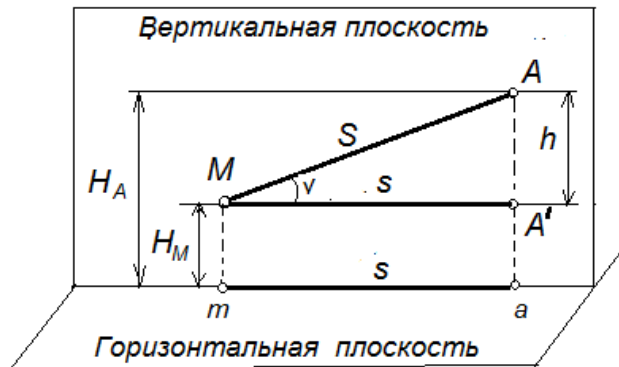


Рис. 2.5. Горизонтальное проложение наклонной линии

### 2.2.4. Высотная координата и превышение

Высотная координата точки определяется над поверхностью относимости, например, над уровнем Балтийского моря. На практике высоты (альтитуды) точек часто именуется отметками во избежание путаницы между понятиями «высота объекта» и «высота объекта над уровнем моря».

*Отметка точки* – это численное значение ее высоты над поверхностью относительности. Разность высот или альтитуд или отметок двух точек называется *превышением* одной точки относительно другой и обозначается буквой  $h$ , например, в ортогональной проекции для малых участков, принимаемых плоскими (см. рис. 2.5) превышение точки  $A$  над точкой  $M$ :

$$h = H_A - H_M. \quad (2.1)$$

При ограниченных площадях геодезических работ в определенных пределах допускается заменять сферическую поверхность проецирования плоской горизонтальной поверхностью в таких случаях проецирование отвесными линиями (по направлениям силы тяжести в каждой точке) не приводит к значительным искажениям проекции, но на значительных площадях возникают искажения проекции, которые следует оценить на условие допустимости применения ортогональной проекции.

## **2.3. Расчет влияний кривизны Земли при замене участка сферы плоскостью**

### **2.3.1 Влияние кривизны Земли на проецирование расстояний**

Как уже отмечено, небольшой участок сферической поверхности при определенных условиях можно принять за плоскость. Применение модели плоской поверхности при решении геодезических задач возможно лишь для небольших участков поверхности Земли, когда искажения проекции, вызванные заменой поверхности сферы или эллипсоида плоскостью невелики и могут быть вычислены по простым формулам.

Рассчитаем, какое искажение получит дуга окружности, если в центральной проекции получить ее изображение на плоскости, касательной к сфере. На рис. 2.6,  $a$  точка  $O$  – центр сферы (в данном сечении сферы точка  $O$  – центр окружности  $T_0G_0$ ); дуга  $T_0C_0$  радиусом  $R$  стягивает центральный угол  $\alpha$ . Проведем касательную плоскость  $T_0C_1$  к сфере в точке  $T_0$ .

Согласно рис. 2.6,  $a$  расстояния  $D$  и  $S$  между проекциями точек  $T$  и  $C$  на плоскость (точки  $T_0$  и  $C_1$ ) и на сферу (точки  $T_0$  и  $C_0$ ) различаются за счет фактора кривизны Земли на абсолютную величину

$$\Delta S = D - S = R \operatorname{tg} \alpha - S, \quad (2.2)$$

где угол  $\alpha = S/R$  выражен в радианах.

Используем разложение  $\operatorname{tg} \alpha$  в ряд, ограничиваясь двумя первыми его членами, т.е.

$$\operatorname{tg} \alpha = \alpha + \alpha^3 / 3 + \dots \quad (2.3)$$

Подставив в формулу (2.2) значение (2.3) и приняв во внимание, что  $\alpha = S/R$ , после преобразований находим

$$\Delta S = S^3 / 3R^2. \quad (2.4)$$

Относительная характеристика  $\Delta S / S$  значимости разности длин  $D$  и  $S$  получается из формулы (2.4):

$$\Delta S / S = S^2 / 3R^2. \quad (2.5)$$

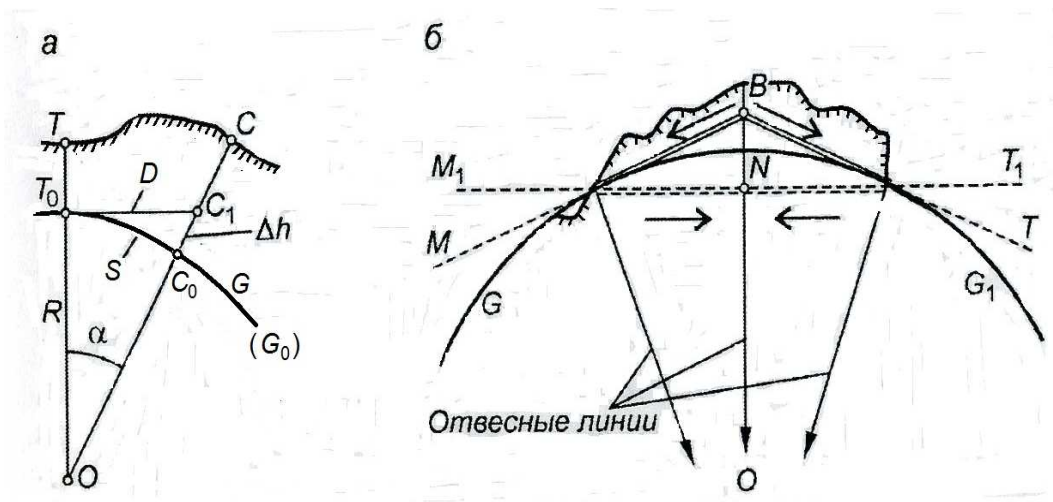


Рис.2.6. Учет кривизны уровенной поверхности:  
*a* – при измерении расстояний и превышений; *б* при строительстве тоннелей;  
 $\rightarrow N \leftarrow$  – направления сточных вод внутрь прямолинейного тоннеля  $M_1 T_1$ ;  
 $\leftarrow B \rightarrow$  – сток вод от возвышенной средней части тоннеля

Определим на сферической поверхности размеры участка, в пределах которого можно не учитывать влияние фактора кривизны при условии, что допускается относительная величина искажения длины  $\Delta S / S = 1 / 1\,000\,000$  (1 мм / 1 км). Решив уравнение (2.2) получаем  $S = D = 11$  км – радиус участка, который отвечает по-

ставленному условию. Если принять иную величину допуска, например  $\Delta S / S = 1 / 200\,000$  (5 мм / 1 км), то плоским можно считать участок на сферической и ровной поверхности радиусом 25 км.

### 2.3.2. Влияние кривизны Земли на определения превышений

Фактор кривизны Земли учитывается также при измерении превышений между точками на плоскости. Определим расстояния, при которых необходимо учитывать соответствующие поправки в превышения. При рассмотрении данного вопроса используем шаровую модель Земли.

Пусть точки  $T_0$  и  $C_0$  – вертикальные проекции точек  $T$  и  $C$  поверхности Земли на сферу по радиусам  $R = TO$  и  $R = CO$  (см. рис. 2.6, а). В точке  $T_0$  проведем горизонтальную линию  $T_0C_1$  – касательную к сфере. Точка  $C_1$  представляет вертикальную проекцию точки  $C$  на касательную  $T_0C_1$ , а вертикальное расстояние  $C_0C_1 = \Delta h$  выражает влияние фактора кривизны на высоту точки, определяемой на местности относительно горизонтальной плоскости. Из треугольника  $OT_0C_1$  следует, что

$$(R + \Delta h)^2 = R^2 + D^2 \quad (2.6)$$

или

$$R^2 + 2R \Delta h + (\Delta h)^2 = R^2 + D^2. \quad (2.7)$$

В последнем выражении примем слагаемое  $(\Delta h)^2 = 0$  по его малости в сравнении другими слагаемыми и заменим  $D$  на  $S$  по незначительности их расхождения на ограниченных расстояниях, тогда  $2R \cdot \Delta h = S^2$ , откуда

$$\Delta h = S^2 / 2R. \quad (2.9)$$

Для различных расстояний  $S$  при  $R = 6371$  км по формуле (2.7) вычислим значения  $\Delta h$  и получим следующие результаты (табл. 2.3). Влияние кривизны Земли на значения измененных превышений учитывают в зависимости от точности геодезических работ.

**Влияние фактора кривизны Земли на превышения в зависимости  
от расстояний  $S$  между точками**

$S$ , км	0,1	0,2	0,3	0,5	1	2	10
$\Delta h$ , мм	0,78	3,1	7	20	78	314	7800

**Примечание:** в формулах (2.4) и (2.7) не учтена средняя высота  $H$  точек  $T$  и  $C$  земной поверхности над поверхностью относимости – земного шара. Студенту рекомендуется самостоятельно оценить значимость фактора высоты  $H$ , приняв радиус поверхности равным  $(R + H)$ , при  $H = 0,2; 0,5$  и  $1,0$  км.

## 2.4. Определение положения точек земной поверхности

### 2.4.1. Астрономические координаты

*Астрономические координаты* – широту и долготу точек местности определяют из астрономических наблюдений, потому они и называются астрономическими. Названные координаты проецируют на поверхность сферы (рис. 2.7). Параметры сферы: точка  $O$  – центр сферы, точка  $P$  – северный полюс, точка  $P'$  – южный полюс. Линия экватора  $QQ'$ , получается от пересечения сферы плоскостью экватора, перпендикулярной оси  $PP'$  и проходящей через центр  $O$  сферы. Плоскость меридиана точки  $A$ , лежащей на поверхности сферы, проходит через отвесную линию точки  $A$  и ось вращения Земли  $PP'$ . Меридиан точки  $A$  – это линия пересечения поверхности сферы плоскостью меридиана точки  $A$ .

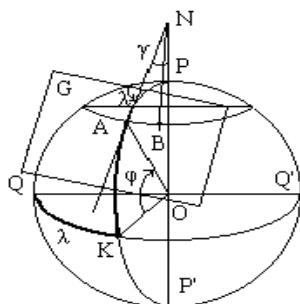


Рис.2.7.

*Астрономическая широта точки  $A$  – это угол  $\varphi$ , образованный отвесной линией в точке  $A$  и плоскостью экватора; этот угол лежит в плоскости астрономического меридиана точки.*

Астрономическая широта отсчитывается в обе стороны от экватора (к северу – северная широта, к югу – южная) и изменяется от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ .

*Астрономическая долгота точки  $A$  – это двугранный угол  $\lambda$  между плоскостью начального астрономического меридиана и плоскостью астрономического меридиана точки  $A$ . Начальный астрономический меридиан проходит через центр главного зала Гринвичской обсерватории, расположенной вблизи Лондона. Долготы изменяются от  $0^\circ$  до  $180^\circ$  к западу от Гринвича – западные и к востоку – восточные. Все точки одного меридиана имеют одинаковую долготу.*

Проведем через точку  $A$  плоскость, параллельную плоскости экватора; линия пересечения этой плоскости с поверхностью сферы называется астрономической параллелью точки; все точки параллели имеют одинаковую широту.

Проведем плоскость  $G$ , касательную к поверхности сферы в точке  $A$ ; эта плоскость называется плоскостью горизонта точки  $A$ . Линия пересечения плоскости горизонта и плоскости астрономического меридиана точки называется полуденной линией; направление полуденной линии – с юга на север. Если провести полуденные линии двух точек, лежащих на одной параллели, то они пересекутся в точке на продолжении оси вращения Земли  $PP'$  и образуют угол  $\gamma$ , который называется астрономическим сближением меридианов этих точек.

#### **2.4.2. Геодезические и географические координаты**

На поверхности эллипсоида вращения положение точки определяется геодезическими координатами – геодезической широтой  $B$  и геодезической долготой  $L$  (рис. 2.8, *a*).

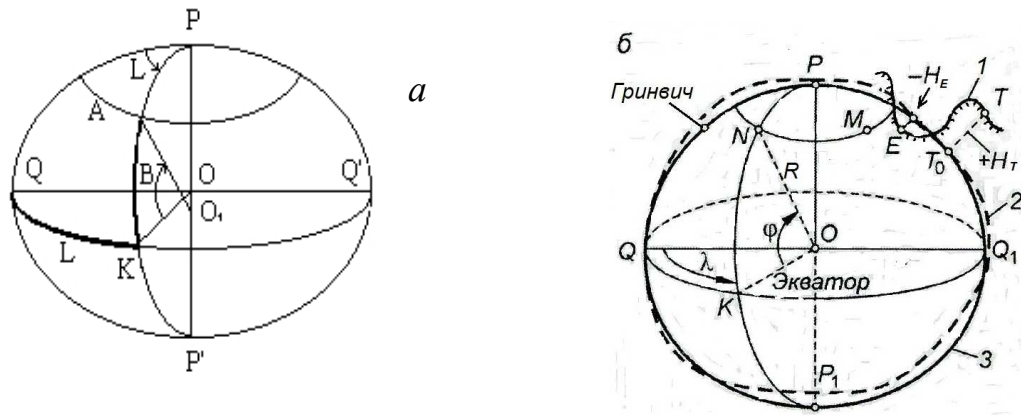


Рис. 2.8. Геодезические (а) и географические (б) координаты:  
 1 – поверхность земной коры; 2 – основная уровенная поверхность;  
 3 – поверхность земного шара

*Геодезическая широта точки* – это угол, образованный нормалью к поверхности эллипсоида в этой точке и плоскостью экватора. *Геодезическая долгота точки* – это двугранный угол между плоскостью начального меридиана и плоскостью меридиана точки. *Геодезической высотой  $H$*  называют расстояние от данной точки физической поверхности Земли до поверхности эллипсоида по нормали к ней.

Плоскость геодезического меридиана проходит через точку  $A$  и малую полуось эллипсоида; в этой плоскости лежит нормаль к поверхности эллипсоида в точке  $A$ .

Геодезическая параллель получается от пересечения поверхности эллипсоида плоскостью, проходящей через точку  $A$  параллельно экватору.

Различие геодезических и астрономических координат точки  $A$  зависит от угла между отвесной линией данной точки и нормалью к поверхности эллипсоида в этой же точке. Этот угол называется *уклонением отвесной линии*; он обычно не превышает  $5''$ . В некоторых районах Земли, называемых *аномальными*, уклонение отвесной линии достигает нескольких десятков секунд.

При геодезических работах относительно невысокой точности астрономические и геодезические координаты не различают; их общее название – *географические координаты* – используется довольно часто и они показаны на рис. 2.8, б. Модель Земли принимается за шар. *Географическая широта  $\varphi$*  – это угол между нормалью к поверхности земного шара и плоскостью экватора. Широты, которые отсчитыв-

ваются от экватора к северному полюсу, учитываются со знаком “плюс”, а к югу – со знаком “минус”. Широта экватора равна  $0^\circ$ , широта северного полюса равна  $+90^\circ$ .

*Географическая долгота*  $\lambda$  представляет собой двугранный угол между плоскостью географического меридиана точки  $N$  и плоскостью Гринвичского меридиана, принятого за начальный для отсчета долгот. Долготу отсчитывают на восток от  $0$  до  $360^\circ$ , или же на восток от  $0$  до  $180^\circ$  с указанием “восточная долгота”, или на запад от  $0$  до  $-180^\circ$  с указанием “западная долгота”.

*Высота точки.* Третья координата точки – это ее высота, которая определяется относительно уровня моря. В нашей стране, как и в России, счет высот ведется от уровенной поверхности, соответствующей среднему уровню Балтийского моря в районе г. Кронштадта; эта система высот называется Балтийской. На рис. 2.8, б для точки  $T$ , расположенной над уровнем Балтийского моря, ее высота положительна ( $+H_T$ ), для точки  $E$ , расположенной ниже – высота отрицательна ( $-H_E$ ).

### 2.4.3. Плоские прямоугольные и полярные координаты

Плоские прямоугольные координаты наиболее просты для отображения результатов решаемых геодезических задач методами аналитической геометрии на плоскости и существенно упрощают математическую обработку результатов измерений, выполненных на земной поверхности, не вносят искажения в размеры инженерных сооружений при их картографировании и др. Такие координаты применяются, например, на территориях городов и крупных промышленных предприятий и именуются местными.

**В местной системе плоских прямоугольных координат** (рис. 2.9, а) пренебрегают кривизной Земли. В геодезии принята левая система прямоугольных координат, при этом ось абсцисс проходит в северном направлении, например, параллельно географическому меридиану или параллельно осям инженерных сооружений. Положительное направление оси  $X$  – северное, оси  $Y$  – восточное. Координатные четверти нумеруют по часовой стрелке и обозначают по сторонам света: СВ, ЮВ, ЮЗ и СЗ.

На горизонтальной плоскости *полярные координаты* точек  $E$  и  $C$  представлены расстояниями  $OE = s_E$  и  $OC = s_C$  и горизонтальными углами  $\beta_E$  и  $\beta_C$ , отсчитанными по ходу часовой стрелки от полярной оси  $OK$  с полюсом в точке  $O$  (рис. 2.9, б).



Биполярные координаты отдельной точки  $N$  на плоскости (рис.2.9, в) определяются двумя расстояниями  $O_1N = s_1$  и  $O_2N = s_2$  и двумя горизонтальными углами  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , отсчитанными относительно полярной оси (базиса) длиной  $s_0$  с двумя полюсами  $O_1$  и  $O_2$ .

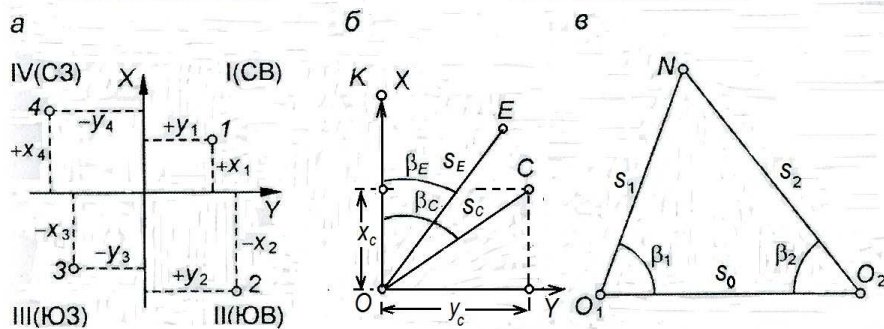


Рис. 2.9. Частные координаты на горизонтальной плоскости:  
 а – прямоугольные; б – полярные; в – биполярные

Полярные и биполярные координаты применяют как вспомогательные, а полярную ось, как правило, ориентируют по линиям и точкам, определенным прямоугольными координатами.

Переход от прямоугольных координат к полярным и обратно для случая, когда начала обеих систем находятся в одной точке, причем их оси  $OK$  и  $OX$  совпадают (см. рис. 2.9, б), выполняется с использованием следующих формул связи между названными координатами (например для точки  $C$ ):

$$\operatorname{tg} \beta_c = y_c / x_c; \quad x_c = s_c \cdot \cos \beta_c; \quad y_c = s_c \cdot \sin \beta_c. \quad (2.10)$$

#### 2.4.4. Понятие о плане, карте, аэрофотоснимке

Уменьшенное изображение на бумаге горизонтальной проекции небольшого участка местности называется *планом*. На плане местность изображается без заметных искажений, так как небольшой участок поверхности относимости можно принять за плоскость.

Если участок сферической поверхности, на которую сначала спроецированы контуры местности, имеет большие размеры, то затем при изображении его на плоскости неизбежны заметные искажения длин линий, углов, площадей. Просто развернуть на плоскость участок сферы или эллипсоида без разрывов и складок нельзя, поэтому проецировать изображение на плоскость приходится посредством математических расчетов.

Математически определенный способ изображения поверхности сферы или эллипсоида на плоскости называется картографической проекцией. Каждой точке  $M_0$

с геодезическими координатами  $B, L$  на исходной поверхности соответствует одна точка  $M(x, y)$  на плоскости. Аналитически картографическая проекция задается уравнением:

$$y = f(\varphi, \lambda), \quad (2.11)$$

где  $f$  – функция непрерывная, однозначная и конечная..

Картографические проекции классифицируются по:

- характеру искажений (равноугольные, равновеликие и произвольные),
- виду сетки меридианов и параллелей (азимутальные, цилиндрические, псевдоцилиндрические, поликонические),
- положению полюса сферических координат (нормальные, поперечные, косые).

**Картой** называется уменьшенное изображение на бумаге или в электронном виде горизонтальной проекции участка земной поверхности в принятой картографической проекции, то есть, с учетом кривизны поверхности относимости. В нашей стране топографические карты составляются в поперечно-цилиндрической равноугольной проекции Гаусса-Крюгера.

**Масштабом карты (плана)** называется отношение длины отрезка на карте (плане) к горизонтальной проекции соответствующего отрезка на местности.

По своему назначению все географические карты делятся на общегеографические и тематические. На общегеографических картах показывают рельеф, гидрографию, растительный покров, населенные пункты, пути сообщения, различные границы и другие объекты природного, хозяйственного и культурного назначения.

На тематических картах изображают размещение, сочетание и связи различных природных и общественных явлений; известны геологические, климатические, ландшафтные, экологические карты, карты полезных ископаемых, карты размещения производительных сил, карты населения, исторические, учебные, туристические и др.

Крупномасштабные (масштаба 1 : 1 000 000 и крупнее) общегеографические карты называются топографическими. Они издаются в виде отдельных листов размером примерно 40 см x 40 см.

**Аэрофотоснимок** – это фотографическое изображение участка земной поверхности, представляющее его центральную проекцию.

На рис. 2.10 представлен простейший (идеальный) случай аэрофотосъемки, когда плоскости аэроснимка и земной поверхности горизонтальны. При отвесном положении главного оптического луча аэрофотоаппарата получается плановый снимок (см. рис. 2.10), при наклонном более  $3^\circ$  – перспективный снимок.

Масштабом идеального аэроснимка называется отношение длины отрезка  $ba$  на аэроснимке к длине соответствующего отрезка  $AB$  на горизонтальной местности (см. рис.2.9). Масштаб аэроснимка определяют по формуле

$$1 / M = f / H, \quad (2.12)$$

где:  $O$  – центр проекции (расположен в объективе аэрофотоаппарата);

$f$  – фокусное расстояние фотоаппарата  $f = Oc$ ;

$H$  – высота фотографирования  $H = OC$ .

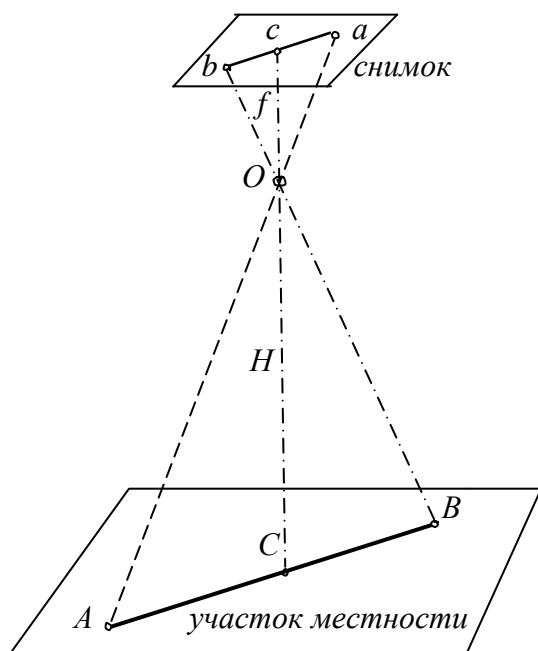


Рис.2.10. Центральная проекция планового Аэрофотоснимка

## ЛЕКЦИЯ № 3

### Понятие о государственной системе координат в проекции Гаусса-Крюгера. Ориентирование линий

#### **3.1. Понятие о зональной системе плоских прямоугольных координат**

Как отмечено в лекции № 2, плоские прямоугольные координаты существенно упрощают математическую обработку результатов измерений, выполненных на земной поверхности. Но при этом необходимо проецировать измеренные величины и геометрические элементы с поверхности эллипсоида на плоскость, что ведет к неизбежным искажениям их формы и размеров. Понятно, что величины искажений напрямую зависят от размеров территорий, на которых выполнены измерения. Для ограничения искажений до пренебрежимо малых величин прямоугольные координаты используют на территориях соответственно ограниченных размеров, а большие территории отображают на плоскости по частям – по зонам.

Для территории бывшего СССР государственная зональная система прямоугольных координат была создана с применением конформной проекции Гаусса-Крюгера.

Теория конформного изображения одной поверхности на другой (в частности – эллипсоида на плоскости) и его использования в геодезических целях была разработана в 1820 – 1830 г.г. Ф. Гауссом. Немецкий геодезист Л. Крюгер в 1910-1912 г.г. опубликовал применение этой теории в практике расчета плоских прямоугольных координат в геодезии. Поэтому система координат, полученных на основе теории конформных преобразований Гаусса называют системой координат Гаусса – Крюгера. Эта система, принятая в России, странах СНГ и ряде других государствах, отвечает следующим условиям:

- изображение поверхности эллипсоида на плоскости является конформным (условие конформности – на бесконечно малых площадках в проекции сохраняется подобие фигур, равенство углов и расстояний по всем направлениям);
- осевой меридиан и экватор в плоскости проекции изображаются прямыми линиями и пересекаются под прямым углом;

- масштаб изображения осевого меридиана на плоскости проекции постоянен и равен единице;
- начало координат в плоскости проекции совпадает с точкой пересечения осевого меридиана и экватора, которые и принимаются соответственно как оси абсцисс и ординат.

Наглядность образования координатных зон в проекции Гаусса-Крюгера поясняется рисунком 3.1. Представим себе эллиптический цилиндр, который касается эллипсоида по меридиану, называемому осевым, и математическим путем спроецируем на его поверхность фрагмент эллипсоида, заключенный между граничными меридианами и, следовательно, вытянутый между полюсами (рис. 3.1, *а*). Разрезав цилиндр вдоль образующей и развернув его поверхность в плоскость, получим изображение зоны (рис. 3.1, *б*), на котором осевой меридиан и экватор окажутся взаимно перпендикулярными. На основании такой схемы проекцию Гаусса-Крюгера относят к классу поперечно-цилиндрических картографических проекций.

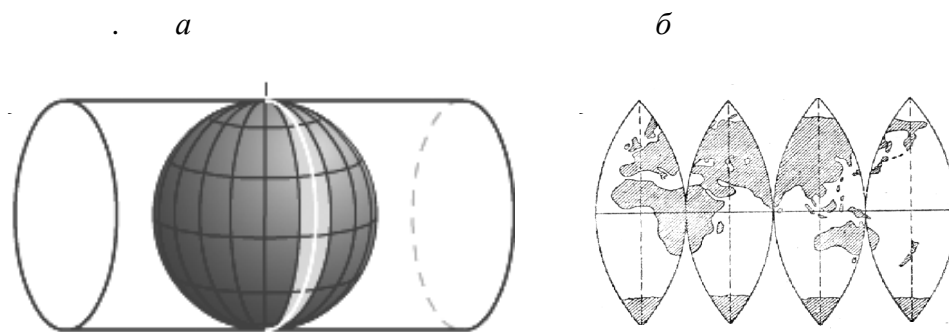


Рис. 3.1 Проецирование поверхности планеты на касательный цилиндр (*а*), развертка которого дает проекции зон (*б*)

Современные 6-градусные зоны (рис. 3.2, *а, б*) образованы меридианами, проходящими между полюсами земного эллипсоида. Зоны пронумерованы с 1-й по 60-ю от Гринвичского меридиана на восток. Каждая сфероидическая зона математически проецируется на плоскость (рис. 3.2, *б, в*). Изображения восточной и западной частей зоны симметричны относительно осевого меридиана (см. рис. 3.2, *г*). В восточной части зоны ординаты положительны, в западной – отрицательны. Плоские прямоугольные координаты  $x$  и  $y$  точек проекции вычисляются по геодезическим широте  $B$  и долготе  $L$ .

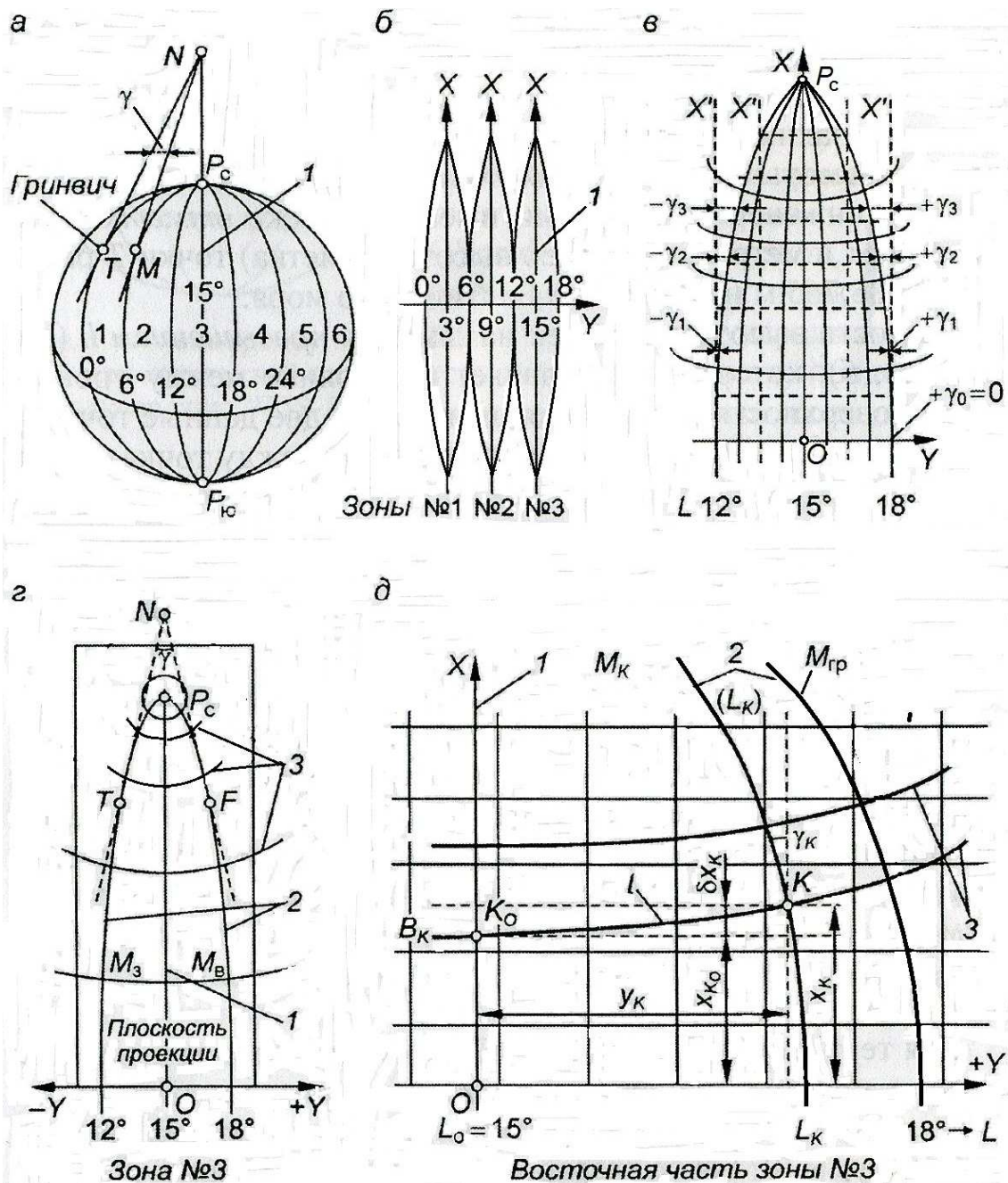


Рис. 3.2. Зональные плоские прямоугольные координаты:

*a* – 6-градусные зоны на референс-эллипсоиде; *б* – в проекции на плоскости; *в* – северная часть зоны №3; *г* – изображение 6-градусной зоны эллипсоида на плоскости; *д* – геодезические координаты точки *K* и элементы ее прямоугольных координат в проекции Гаусса-Крюгера (*l* – осевой меридиан (ось *X*) с долготой  $L_0 = 15^\circ$ ;  $M_{гр}$  – граничный меридиан зоны; *2* – изображения граничных меридианов зоны; *3* – изображения параллелей)

На рис. 3.2, *д* показан участок северо-восточной части зоны № 3. По рисунку рассмотрим сущность искажений сфероидической поверхности при ее изображении на плоскости в данной проекции. Например, в проекции меридианы и параллели изображаются плоскими кривыми, которые пересекаются под прямыми углами, при этом видно, что абсциссы точек параллели изменяются при удалении от осевого меридиана.

В примере рис. 3.2,  $\delta$  на плоскости в проекции Гаусса-Крюгера точка  $K$  находится на пересечении изображений параллели широтой  $B_K$  и меридиана с долготой  $L_K$ . Абсцисса и ординаты точки  $K$  вычисляются по ее геодезическим координатам  $B_K$  и  $L_K$ , по формулам (3.1)

$$x_k = x_{K,O} + f_1(B; L); \quad y_k = y_{K,O} + f_2(B; L), \quad (3.1)$$

где  $x_{K,O}$  – абсцисса параллели в точке  $K_O$  пересечения с осевым меридианом;

$f_1(B; L)$  – приращение абсциссы на кривизну изображения меридиана на его отрезке  $l$ ;

$f_2(B; L)$  – линейная и нелинейная составляющие расчетной ординаты.

При проецировании элементов эллипсоида на плоскость проекции с учетом условия конформности масштаб  $m$  изображения точек изменяется в зависимости от ординаты  $y$ , т.е. их удалений от осевого меридиана, согласно формуле

$$m = 1 + \delta_m \approx 1 + \left( \frac{y^2}{2R^2} + \frac{y^4}{24R^4} + \dots \right). \quad (3.2)$$

Таким образом, длины конечных отрезков при проецировании увеличиваются и получают поправку, величину которой с необходимой для практических нужд точностью можно вычислить по следующей формуле:

$$\delta S_{\text{пр}} = S \times \delta_m \approx S \times \frac{y^2}{2R^2}, \quad (3.3)$$

где  $\delta S_{\text{пр}}$  – искажение длины линии, обусловленное проецированием эллипсоида на плоскость;  $S$  – ее длина на эллипсоиде;  $y$  – среднее удаление ее концов от осевого меридиана;  $R$  – средний по линии радиус кривизны эллипсоида.

На средней широте Беларуси ( $B \approx 53^\circ$ ) ширина 6-градусной зоны равна  $|2y| \approx 2 \times 200$  км. Для оценочного расчета искажений примем  $R = 6371$  км, тогда при  $y = 200$  км максимальное значение масштаба проекции на краю зоны  $m_y = 1 + 0,0004927 = 1 + 1/2030$ , а искажение линии на проекцию  $\delta_s = +S \times 0,0004927 = +S \times (1/2030)$ . Такие искажения не учитывают при составлении топографических карт масштабов 1:10 000 и мельче, но при крупномасштабных съемках поправки  $\delta_d$  в длины линий величиной  $S(1/2000)$  необходимо учитывать.

Расчеты координат точек в проекции Гаусса-Крюгера для симметричной западной части зоны аналогичны, но здесь ординаты точек отрицательны. Для удобства практического применения зональных координат применяют только положитель-

ные преобразованные ординаты, для чего все значения  $y$  увеличивают на 500 км. Перед преобразованной ординатой указывают номер зоны. Например запись  $y_E = 3\ 415\ 270$  м означает, что точка  $E$  расположена в 3-й зоне к западу от ее осевого меридиана, поскольку действительная зональная ордината  $(y_E)_д = 415\ 270 - 500\ 000 = -84\ 730$  м.

На краях 6-градусной зоны относительные искажения линий до 1/2000 могут быть недопустимыми для точных геодезических работ. В таких случаях применяют 3-градусные координатные зоны (рис. 3.3), а при необходимости уменьшить рассматриваемые искажения до пренебрегаемо малых значений на малых территориях проекцию Гаусса-Крюгера используют с частным осевым меридианом, проходящим вблизи центра территории города или крупного предприятия, или же используют местную систему плоских прямоугольных координат без применения картографической проекции (когда можно пренебречь кривизной Земли).

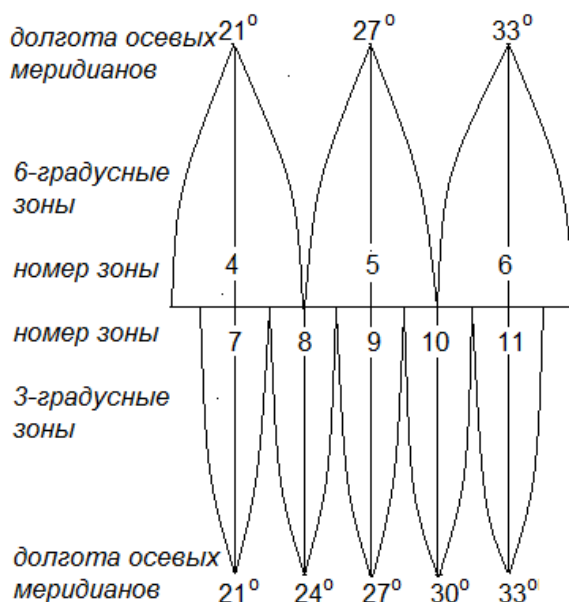


Рис. 3.3. Координатные зоны в проекции Гаусса-Крюгера и долгота их осевых меридианов (фрагмент)

Осевые меридианы 3-градусных зон совпадают с граничными и осевыми меридианами шестиградусных зон (см. рис. 3.3).

Счет зон ведется на восток от Гринвича; долготы осевых меридианов 6-градусной ( $L_6$ ) и 3-градусной ( $L_3$ ) зон вычисляются по их номерам ( $N_6$  или  $N_3$ ), по следующим формулам:

$$L_6 = 6^\circ \times N_6 - 3^\circ, \quad L_3 = 3^\circ \times N_3.$$

Координатные системы в каждой зоне устанавливаются одинаково.



### 3.2. Ориентирование линий

Ориентировать прямую линию – означает определить ее направление относительно направления, выбранного за начальное. Начальным принимают северное направление географического меридиана, оси абсцисс или же направление магнитной стрелки. Положение географического меридиана определяют астрономическими наблюдениями или из вычислений. Направление оси абсцисс или линии ей параллельной в 6-градусной зоне задано северным направлением осевого меридиана, а в местной системе координат – северным направлением линии, принятой за ось абсцисс.

**Склонение магнитной стрелки.** Продольная ось свободно подвешенной магнитной стрелки устанавливается по касательной к направлению силовой линии магнитного поля Земли в данной точке. Вертикальная плоскость, проходящая через эту ось, определяет направление магнитного меридиана  $M_m$  в данной точке (рис. 3.4). Магнитные меридианы не параллельны географическим меридианам вследствие несовпадения магнитных полюсов Земли с ее географическими полюсами.

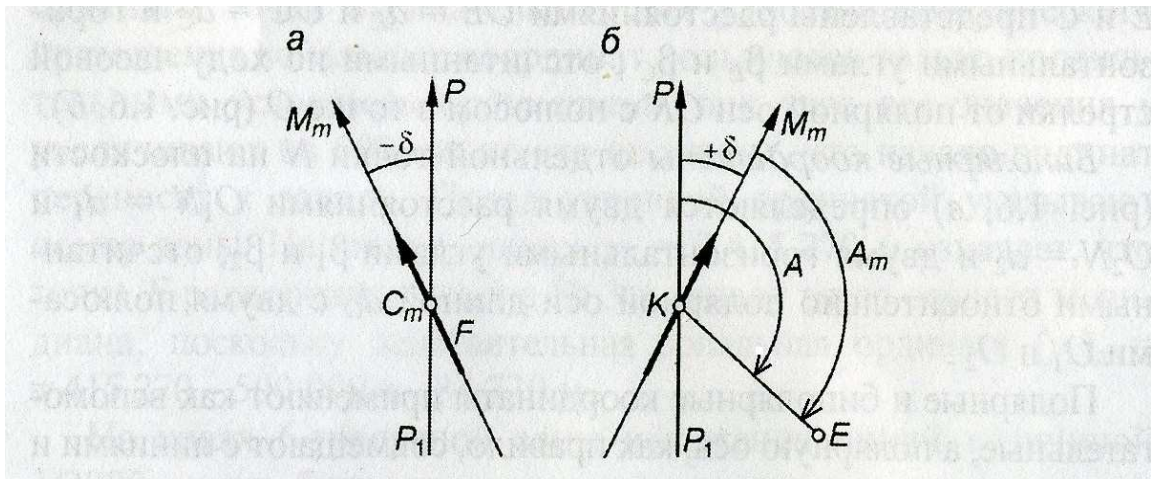


Рис. 3.4. Склонение магнитной стрелки:  
 $a$  – западное;  $b$  – восточное;  $PP_1$  – географический меридиан;  
 $M_m$  – магнитный меридиан

Горизонтальный угол  $\delta$  между плоскостями магнитного и географического меридианов в данной точке называется *склонением магнитной стрелки*. Склонение северного конца магнитной стрелки к западу называется западным и учитывается со знаком минус  $-\delta$  (см. рис. 3.4,  $a$ ), к востоку – восточным и положительным  $+\delta$  (см. рис. 3.4,  $b$ ). Магнитная стрелка служит датчиком направления магнитного меридиана в геодезических угломерных приборах.

**Сближение меридианов.** Согласно определению, данному в лекции 2, географические (геодезические, астрономические) меридианы на поверхности земного

эллипсоида представлены плоскими кривыми, пересекающимися в полюсах (см. рис. 3.2, а). Через точки  $T$  и  $M$ , расположенные на одной параллели, проведем касательные к их меридианам. Касательные пересекаются в точке  $N$  под углом  $\gamma$ , который называют *сближением меридианов*. На экваторе  $\gamma = 0$  (меридианы взаимно параллельны), в полюсе угол  $\gamma = L_M - L_T$ , т.е. разности долгот точек  $M$  и  $T$ .

На плоскости координатной зоны в проекции Гаусса-Крюгера меридианы изображаются кривыми (см. рис. 3.2, в), а зональный угол  $\gamma$  сближения меридианов в данной точке берется по отношению к изображению осевого меридиана (оси  $X$ ) или линии ему параллельной, например углы  $+\gamma_0, +\gamma_1, +\gamma_2$  и  $+\gamma_3$ . Значения  $\gamma$  отрицательны в западной и положительны в восточной части зоны. Их значение, например, для точки  $K$  (рис. 3.2, з), вычисляется по приближенной формуле

$$\gamma_K \approx (L_K - L_O) \sin B_K, \quad (3.4)$$

где  $L_K$  и  $L_O$  – долготы точки  $K$  и осевого меридиана;  $B_K$  – широта точки  $K$ .

Значения склонения магнитной стрелки и сближение меридианов даются на топографической карте.

**Углы ориентирования.** Для ориентирования линий в геодезии применяют азимуты, дирекционные углы и румбы.

*Азимутом называют горизонтальный угол, отсчитанный по ходу часовой стрелки от северного направления меридиана данной точки до направления ориентируемой линии в пределах  $0 - 360^\circ$ .* От магнитного меридиана (северного направления магнитной стрелки) отсчитывают *магнитные азимуты* (азимут  $A_m$  линии  $KE$  на рис. 3.4, б), от географического меридиана – *географический (геодезический) азимут* (азимут  $A$  линии  $KE$  на рис. 3.4, б).

Согласно рис. 3.4, б данные азимуты связаны зависимостью

$$A = A_m + \delta, \quad (3.5)$$

в которой склонение  $\delta$  учитывается со своим знаком.

Из-за взаимной непараллельности изображенных на плоскости меридианов  $X$ ,  $M_K$  и  $M_E$  (рис. 3.5, а) азимут протяженной прямой  $CE$  принимает различные значения  $A_C, A_K$  и  $A_E$  в точках  $C, K$  и  $E$  (в них различны углы сближения меридианов  $\gamma_K$  и  $\gamma_E$ ). Например, в точке  $E$ :  $A_E = A_C + \gamma_E$ . В средних широтах ( $45-60^\circ$ ) географический азимут изменяется на  $1'$  через каждые  $1-2$  км вдоль параллели. Это осложняет ориентирование по азимутам.

Наиболее простое ориентирование линий осуществляется в системах плоских прямоугольных координат посредством дирекционным углом.

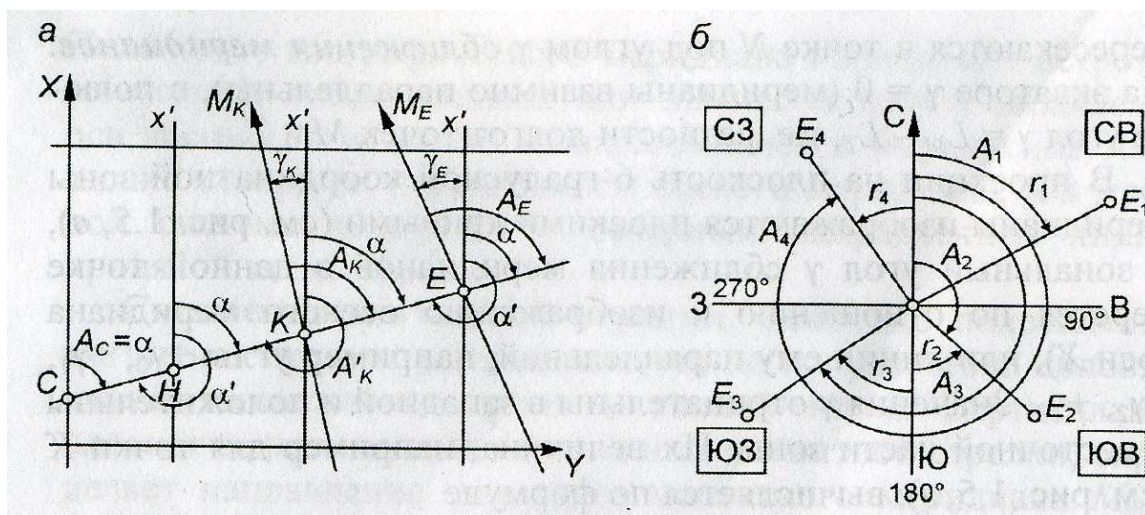


Рис. 3.5. Углы ориентирования:  
 а – азимуты и дирекционный угол; б – румбы и азимуты ( $A_1, A_2, A_3, A_4$ )

**Дирекционным** называют горизонтальный угол, отсчитанный в данной точке от северного направления линии, параллельной оси абсцисс, по ходу часовой стрелки до направления ориентируемой линии в пределах  $0-360^\circ$ . Например, на плоскости в проекции Гаусса-Крюгера дирекционный угол  $\alpha$  линии  $CE$  (см. рис. 3.5, а) отсчитывается в точке  $C$  относительно северного направления осевого меридиана зоны, а в точках  $H, K$  и  $E$  – относительно линий  $x'$ , параллельных оси  $X$ . В местной системе прямоугольных координат дирекционный угол отсчитывается относительно северного направления частной оси абсцисс или линии ей параллельной. Дирекционный угол сохраняет одно и то же значение в любой точке прямолинейного отрезка  $CE$  (см. рис. 3.5, а).

Согласно рис. 3.5, а в точке  $C$  на осевом меридиане зоны в проекции Гаусса-Крюгера географический азимут равен дирекционному углу, т.е.  $A_C = \alpha$ ; в других точках прямой  $CE$  азимут изменяется на величину сближения соответствующих меридианов

$$A = \alpha + \gamma, \quad (3.6)$$

где значение  $\gamma$  учитывается со знаком, принятым для восточной или западной части зоны.

Приравняв правые части формул (3.5) и (3.6), найдем

$$\alpha = A_m + \delta - \gamma, \quad (3.7)$$

но результат вычислений по этой формуле получается приближенным вследствие непостоянства (суточных, годовых, вековых изменений, кратковременных возмущений) магнитного поля Земли.

Различают *прямые* и *обратные азимуты* и *дирекционные углы*. Принимая прямым направлением *СЕ* (см. рис.3.5, *а*), его прямой географический азимут  $A_C$  отсчитывают в начальной точке *С*, обратный  $A'_K$  – в точке *К*. Из рисунка следует, что обратный географический азимут рассчитывают с учетом сближения меридианов

$$A'_K = A_C + 180^\circ + \gamma_K, \quad (3.8)$$

обратный дирекционный угол  $\alpha'$  отличается от прямого угла  $\alpha$  ровно на  $180^\circ$  и вычисляется по простой формуле

$$\alpha' = \alpha \pm 180^\circ. \quad (3.9)$$

Здесь знак (+) берется при  $\alpha \leq 180^\circ$  и знак (–) при  $\alpha > 180^\circ$ .

**Румбы.** *Горизонтальный острый угол, отсчитанный от ближайшего (северного или южного) исходного направления до ориентируемого направления, называют румбом* (рис. 3.3, *б*). Румб изменяется в пределах от 0 до  $90^\circ$  с обозначением его четверти по сторонам света, например  $r = \text{ЮВ} : 54^\circ 25'$ .

В зависимости от исходного направления (магнитного, географического меридиана или оси абсцисс) различают магнитные, географические или дирекционные румбы. Соотношения между соответствующими румбами и азимутами (дирекционными углами) приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 .

**Соотношения между азимутами (дирекционными углами) и румбами**

Четверть	Вычисление		Численное значение	
	Румба	Азимута	румба	Азимута
I – СВ	$r_1 = \text{СВ}: A_1$	$A_1 = r$	СВ : $41^\circ 34'$	$41^\circ 34'$
II – ЮВ	$r_2 = \text{ЮВ}: (180^\circ - A_2)$	$A_2 = 180^\circ - r_2$	ЮВ: $42^\circ 58'$	$137^\circ 02'$
III – ЮЗ	$r_3 = \text{ЮЗ}: (A_3 - 180^\circ)$	$A_3 = 180^\circ + r_3$	ЮЗ: $60^\circ 12'$	$240^\circ 12'$
IV – СЗ	$r_4 = \text{СЗ}: (360^\circ - A_3)$	$A_4 = 360^\circ - r_4$	СЗ : $56^\circ 03'$	$303^\circ 57'$

Обратный румб  $r'$  *дирекционного направления* отличается от прямого румба  $r$  только наименованием четверти, например, если прямой румб  $r = \text{СВ} : 41^\circ 34'$ , то обратный румб  $r' = \text{ЮЗ} : 41^\circ 34'$ . При вычислении обратных румбов для *азимутальных направлений* следует учитывать сближение меридианов  $\gamma$ .

### 3.3. Прямая и обратная геодезические задачи

В системах плоских прямоугольных координат многие инженерно-геодезические расчеты основаны на формулах решения прямой и обратной геодезических задач.

**В прямой геодезической задаче** известны горизонтальное проложение  $d$  прямого отрезка  $1-2$  (рис. 3.6, *a*), его дирекционный угол  $\alpha$ , координаты  $x_1$  и  $y_1$  начальной точки  $1$ . Требуется вычислить координаты  $x_2$  и  $y_2$  точки  $2$ .

Сначала вычисляют приращения координат, равные катетам прямоугольного треугольника  $1-E-2$

$$\Delta x = d \cos \alpha = d \cos r; \quad \Delta y = d \sin \alpha = d \sin r, \quad (3.10)$$

затем искомые координаты

$$x_2 = x_1 + \Delta x; \quad y_2 = y_1 + \Delta y. \quad (3.11)$$

Знак приращений координат  $\Delta x$  и  $\Delta y$  зависит от направления отрезка  $1-2$  (рис.3.4, *б*) и соответствует знаку  $\cos \alpha$  и  $\sin \alpha$ .

При вычислениях с использованием румба  $r$  (положительного числа) соответствующе значения  $\Delta x$  и  $\Delta y$  необходимо записывать со знаком “плюс” или “минус” в соответствии с рис. 3.4, *б*.

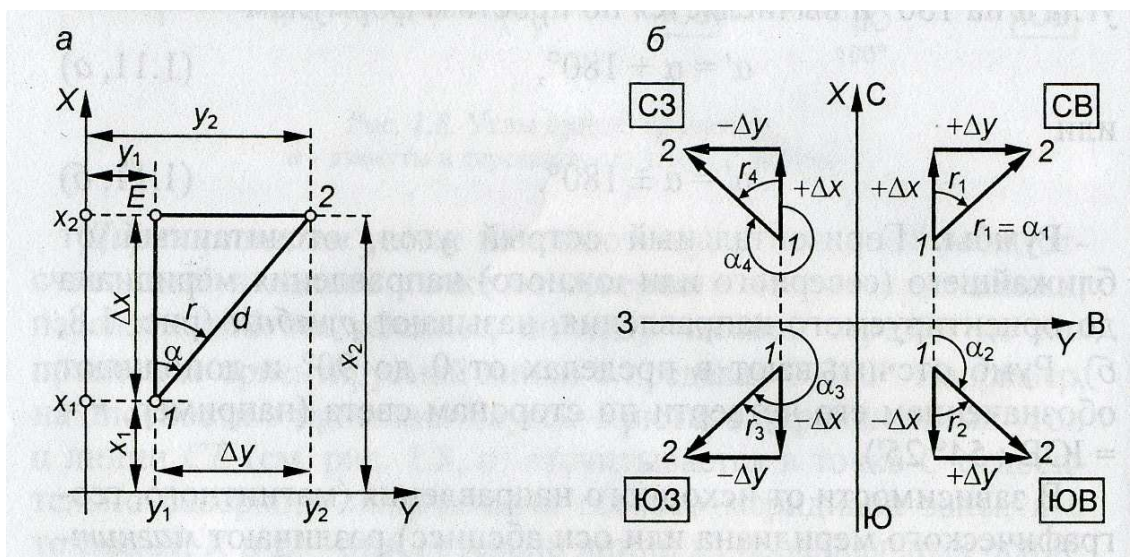


Рис. 3.6. Прямая и обратная геодезические задачи:  
*a* – прямая и обратная задачи; *б* – знаки приращений координат, дирекционные углы и румбы при различных направлениях 1–2

**Пример 1.** Вычислить координаты  $x_2$ ,  $y_2$  точки  $2$ , если длина линии  $1-2$   $d_{1-2} = 100,00$  м, ее дирекционный угол  $\alpha_{1-2} = 125^\circ 20'$ ; координаты точки  $1$ :  $x_1 = 500,00$  м;  $y_1 = 1000,00$  м.

**Решение.** Для вычислений следует использовать дирекционный угол. Если применить румб, то его значение  $r_{1-2} = \text{ЮВ}: (180^\circ - \alpha_{1-2}) = \text{ЮВ}: 54^\circ 40'$ . Затем находим  $\Delta x = 100,00 \cdot \cos 54^\circ 40' = 57,83$  м;  $\Delta y = 100 \cdot \sin 54^\circ 40' = 81,58$  м. Определив знаки  $-\Delta x$  и  $+\Delta y$  для направления ЮВ (см. рис. 3.6, в) вычисляем  $x_2$  и  $y_2$ :

$$\begin{aligned}x_2 &= 500,00 - 57,83 = 442,17 \text{ м;} \\y_2 &= 1000,00 + 81,58 = 1081,58 \text{ м.}\end{aligned}$$

**В обратной геодезической задаче** по известным прямоугольным координатам  $x_1$  и  $y_1$ ,  $x_2$  и  $y_2$  конечных точек отрезка прямой 1-2 (см. рис. 3.4, а) вычисляют горизонтальное проложение  $d$ , румб  $r_{1-2}$  и дирекционный угол  $\alpha_{1-2}$ . Вначале вычисляют тангенс румба (см. рис. 1,9, а):

$$\text{tg } r_{1-2} = \Delta y / \Delta x = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1), \quad (3.12)$$

а затем численное значение румба:  $r = \text{arc tg } (\Delta y / \Delta x)$ .

По знакам разностей  $(y_2 - y_1)$  и  $(x_2 - x_1)$  определяют название четверти румба (см. рис. 3.4, б) и вычисляют дирекционный угол (см. табл. 1.3). Длину отрезка 1-2 находят по двум из следующих формул:

$$d = \Delta x / \cos \alpha; \quad d = \Delta y / \sin \alpha; \quad d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}. \quad (3.13)$$

**Пример 2.** Вычислить длину  $d_{1-2}$  и дирекционный угол  $\alpha_{1-2}$  линии 1-2, если известны координаты точек 1 и 2:  $x_1 = 200,00$  м;  $y_1 = 400,00$  м;  $x_2 = 286,34$  м;  $y_2 = 349,54$  м.

**Решение.** По формуле (3.12) рассчитаем  $\text{tg } r_{1-2} = (349,54 - 400,00) / (286,34 - 200,00) = -50,46 / +86,34 = -0,58443$ , а также  $\text{arc tg } (\Delta y / \Delta x) = -30,299^\circ = -30^\circ 17,9'$ . По знакам  $+\Delta x$  (к северу) и  $-\Delta y$  (к западу) найдем  $r_{1-2} = \text{СЗ}: 30^\circ 17,9'$ , затем дирекционный угол  $\alpha_{1-2} = 360^\circ - 30^\circ 17,9' = 329^\circ 42,1'$ . По формулам (3.13) с контролем вычислим  $d_{1-2} = 86,34 / \cos 329^\circ 42,1' = 86,34 / \cos 329,702^\circ = 86,34 / 0,86341 = 100,00$  м;

контроль:  $d_{1-2} = \sqrt{86,34^2 + 50,46^2} = 100,00$  м.

## ЛЕКЦИЯ № 4

### Топографические карты и планы. Понятие о карте, плане, профиле. Масштабы, их точность. Номенклатура топографических карт

#### **4.1. Понятие о картах, планах и профилях. Масштабы**

Обширные территории изображают на картах в определенном масштабе. Под масштабом карты подразумевают отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности. Масштаб карты выражается в виде обыкновенной дроби, числитель которой равен единице. Например, масштаб, равный 1 : 100 000, указывает на то, что отрезок на местности изображается на карте в среднем уменьшенным в 100 000 раз, или один сантиметр на карте соответствует одному километру на местности. Контурные и точки земной поверхности, отнесенные к поверхности земного эллипсоида или шара, проецируют на картинную плоскость по определенным математическим законам, используя методы генерализации и обобщения. Высоты точек и рельеф местности на картах отображаются в Балтийской системе высот.

*Топографические карты* создают в конформной проекции поверхности эллипсоида на плоскости в масштабах 1 : 1 000 000 (одна миллионная) и более крупных (1 : 500 000; 1 : 300 000; 1 : 200 000; 1 : 100 000; 1 : 50 000; 1 : 25 000; 1 : 10 000).

Для ограниченного по размерам участка земной поверхности, когда кривизной поверхности земного эллипсоида можно пренебречь, его проецируют на горизонтальную плоскость, проходящей на средней высоте участка. Так составляют топографический план. *Топографический план представляет собой уменьшенное и подобное изображение контуров и рельефа участка местности в ортогональной проекции на горизонтальную плоскость.*

Картографирование населенных мест, промышленных предприятий, дорожных сетей, подземных коммуникаций, водных и других объектов необходимо для инженерного обеспечения их функционирования. При проектировании таких объектов используют топографические планы, а также специальные строительные чертежи, которые составляют в масштабах 1 : 200; 1 : 500; 1 : 1000; 1 : 2000; 1 : 5000. На них показывают существующие объекты и проектируют новые поверхностные и подземные сооружения. На исполнительных чертежах (исполнительных планах) со-

оружий линейного вида отображают все построенные наземные и подземные объекты (дороги, трубопроводы, кабели, тоннели и др.).

К картографическим материалам относят также и профили – вертикальные разрезы местности, наземных и подземных сооружений, инженерно-геологические разрезы. *Профилем называется уменьшенное изображение вертикального разреза земной поверхности вдоль выбранного направления.*

При составлении профиля земной поверхности для большей выразительности чертежа вертикальный масштаб  $1 : M_v$  берут в 10 раз крупнее масштаба горизонтального  $1 : M_r$ . Специальные инженерные профили дополняют инженерно-геологическими разрезами местности вдоль выбранного направления и используют для проектирования наземных и подземных сооружений линейного вида (дороги, трубопроводы, каналы, тоннели и т.д.), на них отображают вертикальные разрезы построенных сооружений.

Для удобства использования **масштабы** топографических чертежей и профилей представляют в численном виде и в графической форме.

*Численный масштаб*  $1 : M$  выражает отношение длины отрезка  $d_n$  на плане к длине горизонтального проложения  $d$  соответствующего отрезка на местности:

$$1 : M = d_n : d. \quad (4.1)$$

Знаменатель  $M$  численного масштаба характеризует величину уменьшения горизонтальных линий местности при их изображении на плане:

$$M = d : d_n. \quad (4.2)$$

Если  $d = 100$  м,  $d_n = 10$  см, то  $M = 100 \text{ м} : 10 \text{ см} = 10\,000 \text{ см} : 10 \text{ см} = 1000$ , т. е. численный масштаб  $1 : M = 1 : 1000$  (одна тысячная).

Численный масштаб часто указывается в словесной форме, например “в 1 см – 10 м” – для плана масштаба  $1 : 1000$ .

*Линейный масштаб* представляет собой отрезок прямой, на котором несколько раз отложен отрезок  $a$ , называемый основанием масштаба. На рис. 4.1,  $a$  основание  $a$  равно 2 см, левый крайний отрезок разделен наименьшими делениями на 10 равных частей. Для плана масштаба  $1 : 5000$  (в 1 см 50 м) основанию, равному 2 см, соответствует расстояние на местности  $d = 100$  м, поэтому деления  $a$  подписаны через 100 м. Каждое наименьшее деление левого крайнего отрезка  $a$  кратно 10 м, но десятые доли таких делений (сотые доли основания  $a$ ) оцениваются визу-



ально и кратны 1 м. Расстояние  $s_1$ , снятое с плана циркулем-измерителем равно  $300 + 30 + 4 = 334$  м.

На рис. 2.1, б основание  $a = 1$  см. Для плана масштаба 1:1000 (в 1 см 10 м) отрезок  $d_2 = 700 + 60 + 6 = 766$  м.

*Поперечный масштаб* (рис. 4.2) предназначен для более точных измерений по плану. Его гравировывают на металлических масштабных линейках. Для графического построения поперечного масштаба на бумаге прочерчивают 11 параллельных прямых отрезков через 2,5 или 3 мм. Перпендикулярно им прочерчивают отрезки  $AC$ ,  $BD$ , ...,  $KL$  через равные промежутки  $a = CD$  выбранного основания масштаба. Левые отрезки  $CD$  и  $AB$  разделяют десятью метками через  $0,1a$  долю основания. Метки  $B$  и  $E$  соединяют наклонным прямым отрезком, параллельно  $BE$  прочерчивают остальные наклонные отрезки. В треугольнике  $BED$  длина  $ED = 0,1a$ . Горизонтальные отрезки  $0,01a$ ;  $0,02a$ ; ...  $0,09a$ ;  $0,10a$ , ограниченные его сторонами, представляют сотые доли основания.

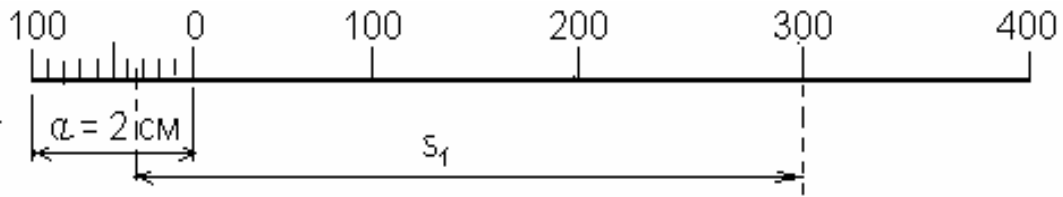
При основании  $a = 2$  см (см. рис. 2.2.) для плана масштаба 1:2000 (в 1 см 20 м) находим цену основания  $a_{ц} = 40$  м и отрезок  $s_3$  в делениях поперечного масштаба  $s'_3 = 2a_{ц} + 4(0,1a_{ц}) + 3,5(0,01a_{ц}) = 2,435a_{ц}$  или  $d_3 = 2,435 \cdot 40 = 97,4$  м. Или же непосредственно по масштабу отсчитываем  $d_3 = 80 + 16 + 1,4 = 97,4$  м.

**Точность масштаба.** Понятие точности масштаба соответствует способности человека с расстояния 25–30 см различать невооруженным глазом на плане точку диаметром около 0,1 мм. *Точностью масштаба  $t$*  называют горизонтальный отрезок  $\Delta d$  на местности, соответствующий отрезку длиной 0,1 мм = 0,0001 м на плане масштаба  $1 / M$ :

$$t(\text{м}) = 0,0001 M. \quad (4.3)$$

Например, точность масштаба 1 : 500 (в 1 см 5 м) будет равна  $t = 0,0001 \cdot 500 = 0,05$  м.

*a*



*б*

**МАСШТАБ 1 : 10 000**

В 1 см 100 м

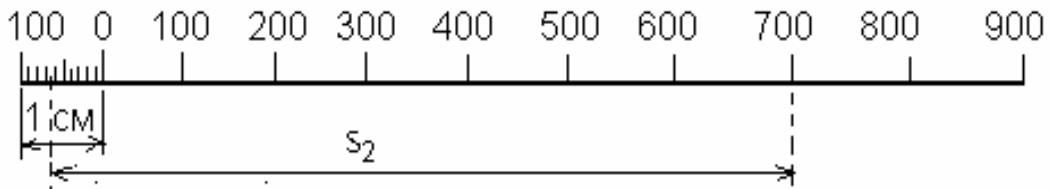


Рис. 4.1. Линейный масштаб:

*a* – с основанием  $a = 2$  см; *б* – с основанием  $a = 1$  см.

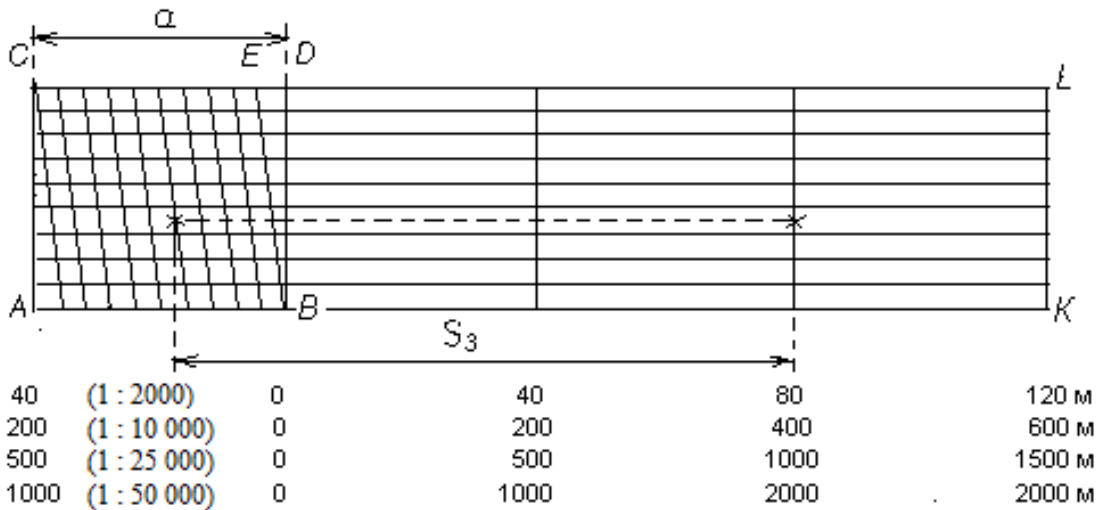


Рис. 4.2. Поперечный масштаб

**Погрешности расстояний, измеренных по плану (карте).** По ряду причин (погрешности съемочных работ, составления планов, печатания копий топографического чертежа, деформаций бумажной основы) изображения объектов местности на карте или на рабочем плане находятся каждое не на своем месте, а со средним отклонением от него  $(\delta_{xy})_п \approx 0,2-0,4$  мм (в отдельных случаях отклонения достигают 0,7–1 мм). Расстояние  $d_п$ , измеряемое между такими точками по плану масштаба 1:М, получается со средней вероятной погрешностью  $\delta d_п = (\delta_{xy})\sqrt{2} \approx 0,4-0,6$  мм. Средняя погрешность расстояния, измеренного по карте, оценивается по формуле

$$\Delta d = \delta d_{\pi} \cdot M = 0,0005 M. \quad (4.4)$$

Например, по плану масштаба 1 : 1000 расстояния определяются со средней погрешностью  $\Delta d = 0,0005 \cdot 1000 = 0,5$  м. Если по такому плану с помощью поперечного масштаба определен отрезок  $d_{\pi} = 155,3$  мм, то на местности  $d = d_{\pi} \cdot M = 0,1553 \cdot 1000 = 155,3$  м, и оценка средней погрешности результата составляет  $\Delta d = \delta d_{\pi} \cdot M = 0,0005 \cdot 1000 = 0,5$  м. Окончательная запись данного результата:  $d = 155,3 \pm 0,5$  м. Следовательно, с учетом неизбежных допустимых графических погрешностей плана, измеряемые по нему расстояния, при необходимости указания его точности, следует характеризовать выражением

$$d = d_{\pi} M + \delta d_{\pi} M = d_{\pi} M + 0,0005 M. \quad (4.5)$$

**Переходный масштаб.** Иногда в практике приходится пользоваться картой или аэроснимком, масштаб которых не является стандартным, например, 1:17500, то есть, 2 см на карте соответствуют 350 м на местности; наименьшее деление нормального поперечного сотенного масштаба будет при этом 3.5 м. Оцифровка такого масштаба неудобна для практических работ, поэтому поступают следующим образом. Основание поперечного масштаба берут не 2 см, а рассчитывают так, чтобы оно соответствовало круглому числу метров, например, 400 м. Длина основания в этом случае будет  $a = 400 \text{ м} / 175 \text{ м} = 2.28 \text{ см}$ .

Если теперь построить поперечный масштаб с длиной основания  $a = 2.28$  см, то одно деление левого основания будет соответствовать 40 м, а цена наименьшего деления будет равна 4 м. Поперечный масштаб с дробным основанием называется переходным.

Кроме понятия "точность масштаба" существует понятие "точность плана". Точность плана показывает, с какой ошибкой нанесены на план или карту Точечные объекты или четкие контуры. Точность плана оценивается в большинстве случаев величиной 0,5 мм; в нее входят ошибки всех процессов создания плана или карты, в том числе и погрешности графических построений.

## 4.2. Разграфка и номенклатура топографических карт

Рамками каждой топографической карты на бумажном носителе или в электронном виде служат изображения отрезков меридианов и параллелей, которые на поверхности референц-эллипсоида пересекаются под прямыми углами. В проекции

на плоскость рамки топографических карт образуют трапеции, размеры которых зависят от масштаба карты. Географические координаты и масштаб каждой топографической карты обозначены ее шифром в единой системе, называемой номенклатурой топографических карт.

**Номенклатура топографической карты масштаба 1:1 000 000.** Рамки листов такой карты представлены трапецией, образованной изображениями меридианов, проведенных через  $6^\circ$ , и параллелей – через  $4^\circ$  согласно схеме рис. 4.3 и рис. 4.4.

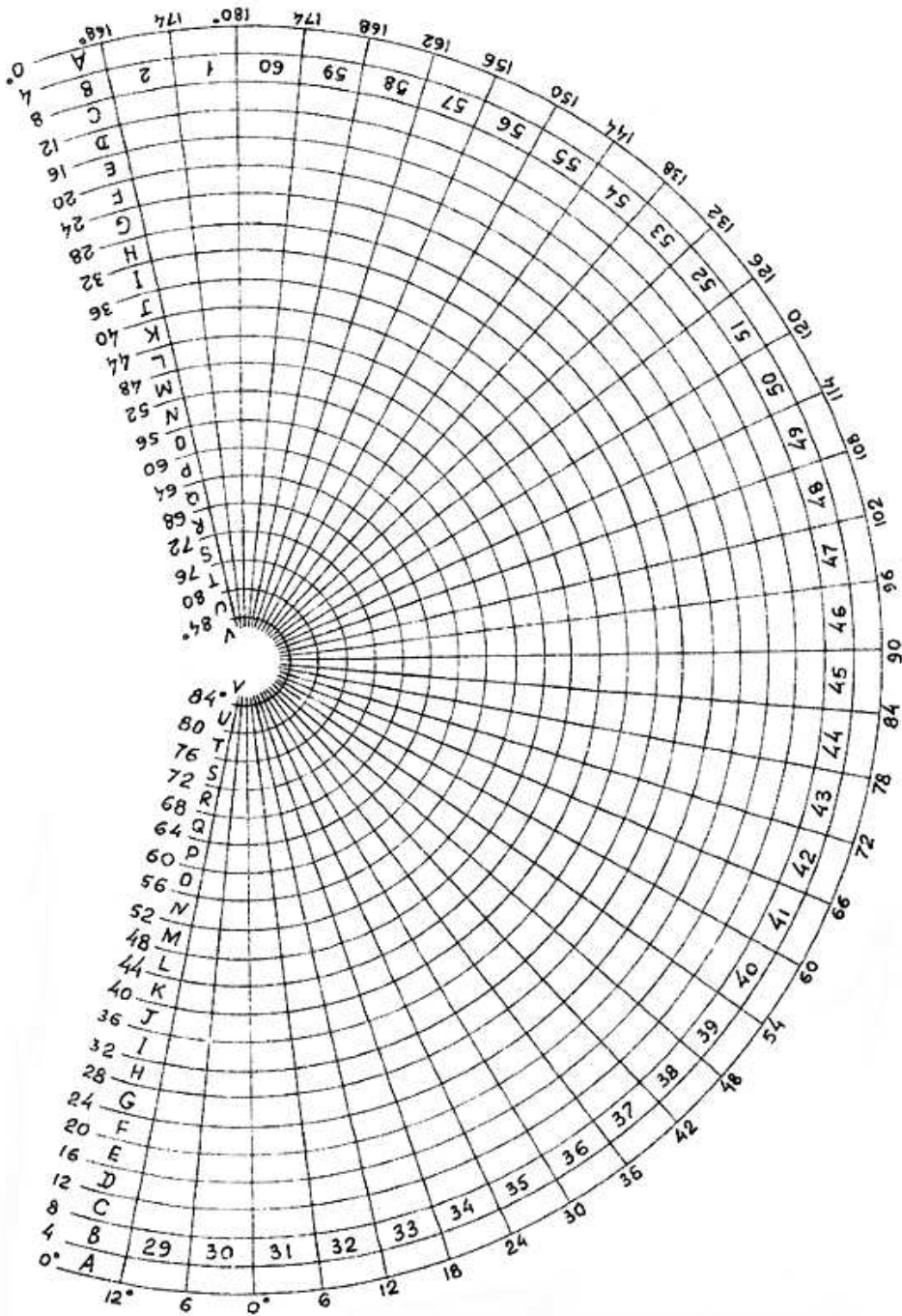


Рис 4.3 Схема разграфки и номенклатуры топографических карт масштаба 1 : 1000000 в северном полушарии

От экватора к северному и южному полюсам листы карт образуют колонны, совпадающие с координатными зонами в проекции Гаусса-Крюгера. Колонны пронумерованы от 1 до 60 на восток, начиная от меридиана с долготой  $180^\circ$ . Как показано на рис. 4.3 и 4.4 колонна 31 расположена между меридианами  $0^\circ$  и  $6^\circ$ . Номер зоны меньше номера колонны на 30. Вдоль параллелей листы карт объединены в 4-градусные по широте *пояса*, обозначенные заглавными латинскими буквами от *A* до *V* от экватора к северу и симметрично от экватора к югу. По схеме рис. 4.4 находим, что г. Минск ( $\lambda \approx 27,6^\circ$ ;  $\varphi \approx 53,8^\circ$ ) изображается на листе *N-35* обзорной карты масштаба  $1 : 1\,000\,000$ . Западной и восточной сторонами рамки этой карты служат отрезки изображения меридианов с долготой  $24^\circ$  и  $30^\circ$ , южной и северной сторонами – отрезки изображения параллелей с широтой  $52^\circ$  и  $56^\circ$ .

Отметим, что карта (трапеция) *N-35* относится к 6-градусной восточной координатной зоне №5.

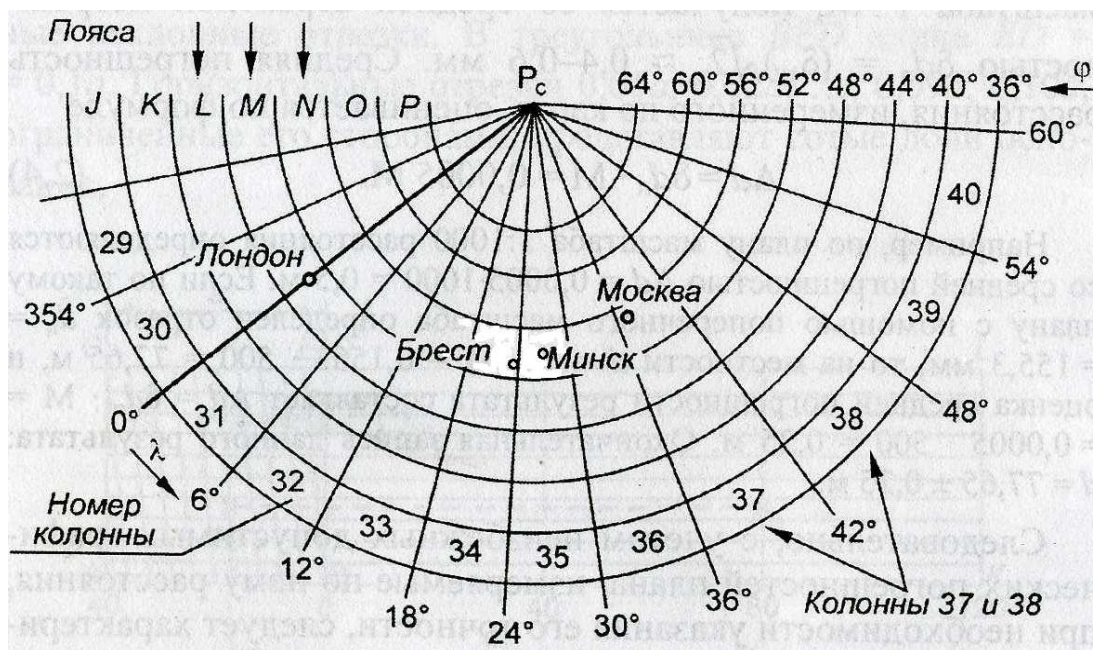


Рис. 4.4. Фрагмент разграфки и номенклатуры листов карты масштаба  $1 : 1\,000\,000$

**Номенклатура топографических карт масштабов  $1 : 500\,000$ ;  $1 : 200\,000$ ;  $1 : 100\,000$ ;  $1 : 50\,000$ ;  $1 : 25\,000$ ;  $1 : 10\,000$ ;  $1 : 5000$ ;  $1 : 2000$ ;  $1 : 1000$ ;  $1 : 500$ .**

*Листы карты масштаба  $1:500\,000$*  (одна пятисоттысячная) получают разграфкой листа карты миллионного масштаба на 4 части средним меридианом и средней параллелью (рис 4.5, а). Размеры листа –  $3^\circ$  по долготе и  $2^\circ$  по широте.

Номенклатуру листа карты данного масштаба получают, добавляя к номенклатуре

миллионного листа справа прописную букву русского алфавита А, Б, В, Г, например, N-37-А.

**Листы карты масштаба 1:200 000** (рис. 4.5, б) получают разграфкой листа миллионного масштаба на  $6 \times 6 = 36$  частей изображением меридианов и параллелей. Размеры листа -  $1^\circ$  по долготе и  $40'$  по широте. Номенклатуру листа карты масштаба 1:200 000 получают, добавляя к номенклатуре миллионного листа справа римскую цифру от I до XXXVI, например, N-37-XXIV.

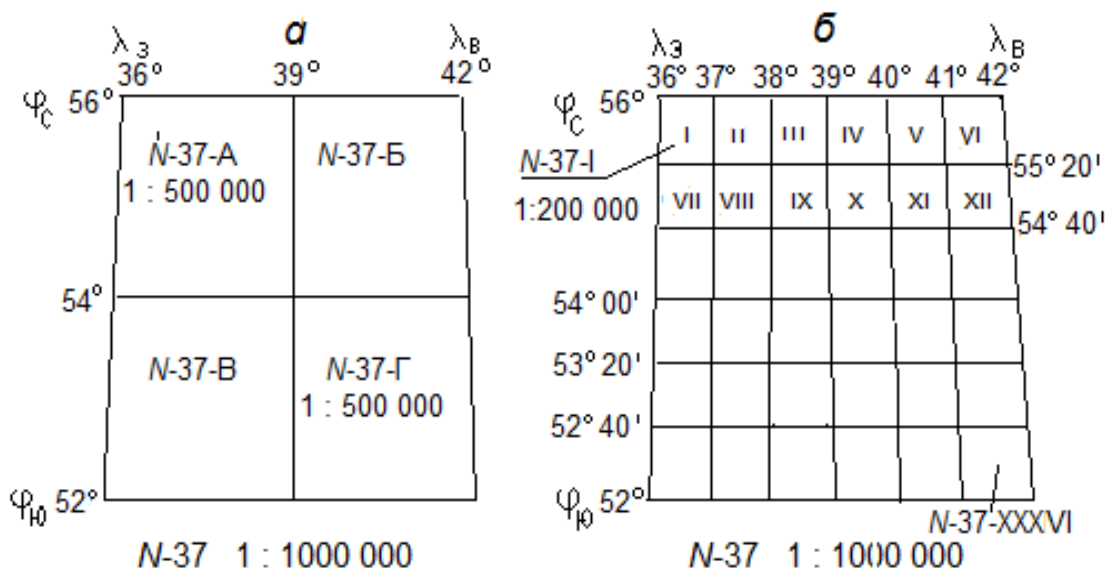


Рис. 4.5. Разграфка карт масштабов: а – 1 : 500 000; б – 1 : 200 000

Для получения рамок топографических карт масштаба 1 : 100 000 (одна сотысячная) стороны трапеции карты масштаба 1 : 1 000 000 разграфляют на  $12 \times 12$  равных по широте и долготе частей и получают 144 трапеции карты масштаба 1 : 100 000, которые нумеруют по порядку (рис. 4.6, а). Номенклатура листов имеет вид N-35-1, N-35-2 и т.д. В градусной мере каждая трапеция имеет разность широт  $20'$  (см. рис. 4.6, а), а долгот (вдоль параллелей) –  $30'$ . На рис. 4.6, б трапеция N-35-16 изображена отдельно, широты и долготы ее сторон получены по рис. 4.5, а:

$$\varphi_{\text{с}} = 55^\circ 40'; \quad \varphi_{\text{ю}} = 55^\circ 20'; \quad \lambda_{\text{з}} = 25^\circ 30'; \quad \lambda_{\text{в}} = 26^\circ 00'.$$

**Рамки карт масштаба 1 : 50 000** (одна пятидесятитысячная) получают разграфкой листов карт масштаба 1 : 100 000 на 4 части, которые обозначают заглавными буквами русского алфавита А, Б, В, Г (см. рис. 4.6, б). Карта N-35-16-В ограничена параллелями с широтами  $55^\circ 20'$  и  $55^\circ 30'$  и меридианами с долготами  $25^\circ 30'$  и  $25^\circ 45'$ .

**Рамки карт масштаба 1 : 25 000** (одна двадцатипяти тысячная) получают разграфкой листов карты масштаба 1 : 50 000 на 4 части, которые обозначают строчными буквами русского алфавита а, б, в, г (см. рис. 4.6, б, лист В). Карта N-35-16-B-в очерчена параллелями с широтами  $\varphi_c = 55^\circ 25'$ ,  $\varphi_{ю} = 55^\circ 20'$  и меридианами с долготами  $\lambda_з = 25^\circ 30'$ ,  $\lambda_в = 25^\circ 37' 30''$ .

**Рамки карт масштаба 1 : 10 000** (одна десяти тысячная) находят разграфкой листов карт масштаба 1 : 25 000 на 4 части, которые обозначены арабскими цифрами от 1 до 4 (см. рис. 4.6, б). Карта N-35-16-B-в-3 ограничена параллелями с широтами  $\varphi_c = 55^\circ 22' 30''$ ;  $\varphi_{ю} = 55^\circ 20'$ , меридианами с долготами  $\lambda_з = 25^\circ 30'$ ;  $\lambda_в = 25^\circ 33' 45''$ .

**Рамки топографических карт (планов) масштаба 1 : 5000** (одна пяти тысячная) образуют разграфкой листов карт масштаба 1 : 100 000 на 256 частей (16×16) (рис. 4.7, а), каждый план масштаба 1 : 5000 обозначают порядковым номером, заключенным в скобки, например, на рисунке 4.7, а выделено обозначение плана с номенклатурой N-35-16 (241).

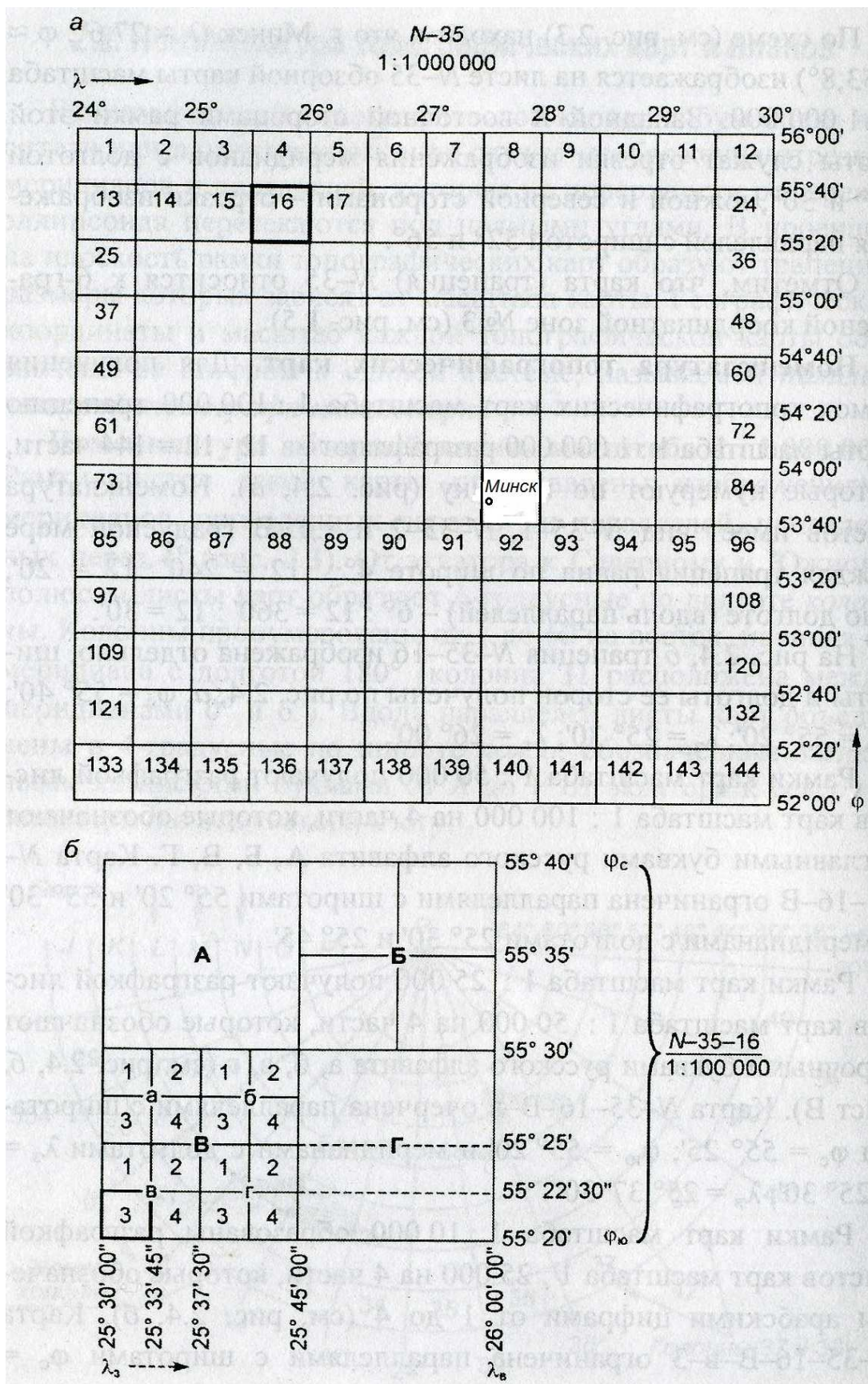


Рис. 4.6. Разграфка топографических карт масштабов  
1:100 000 (а) и 1:50 000, 1:25 000, 1:10 000 (б)

**Рамки планов масштаба 1:2000** получают разграфкой листа плана масштаба 1:5000 на 9 частей, обозначаемых строчными русскими буквами а, б, в, г, д, е, ж, и (рис. 4.7, б), например N-35-16 (241-е).



**Номенклатура топографических планов (планшетов) в местной системе координат.** При топографических съемках городских территорий и участков застройки площадью до 20 км<sup>2</sup> в местной системе прямоугольных координат планы масштаба 1 : 5000 составляют на отдельных листах с размером рамки плана 40×40 см. Листы нумеруют по порядку арабскими цифрами (на рис. 4.7, *в* показан лист 4). Разграфкой каждого такого листа на 4 равные части получают границы планов масштаба 1 : 2000 размером 50×50 см и обозначают их русскими прописными буквами А, Б, В, Г. Разграфкой планов масштаба 1 : 2000 на 4 равные части получают границы листов плана масштаба 1 : 1000, которые нумеруются римскими цифрами I, II, III, IV, например 4.Б-IV. Разграфкой планов масштаба 1 : 2000 на 16 частей получают границы планов масштаба 1 : 500, которые обозначаются арабскими цифрами, например 4-Г-15 (см. рис. 4.7, *в*). Размер рамок 50×50 см одинаков для планов всех масштабов. Планы наклеивают на плоские листы твердой основы и получают планшеты. В настоящее время разработаны и применяются на практике автоматизированные цифровые технологии создания планов различных масштабов с использованием компьютерной графики.

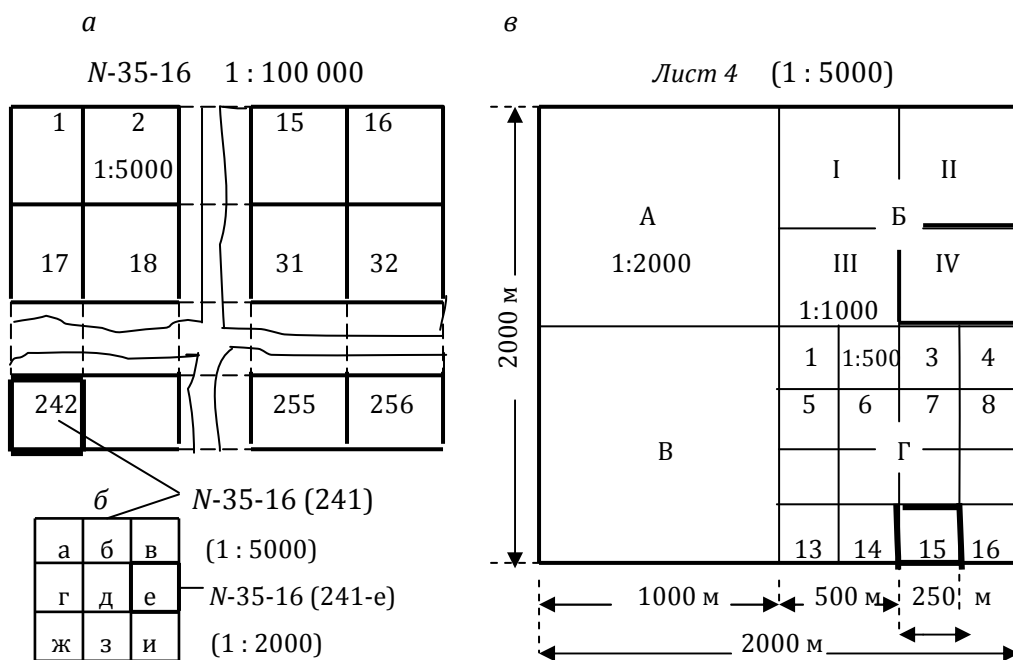


Рис. 4.7. Разграфка крупномасштабных топографических карт и планов:  
*а* – 1 : 5000; *б* – 1 : 2000; *в* – 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500

## ЛЕКЦИЯ № 5

### Условные знаки топографических карт и планов. Изображение рельефа на картах и планах. Углы наклона и уклоны местности

#### **5.1. Условные знаки топографических карт и планов**

Условные знаки для топографических карт и планов приведены в таблицах [8]. Такие условные знаки соответствуют их вычерчиванию вручную на составительских оригиналах карт и планов. В настоящее время ведется работа по адаптации условных знаков их компьютерному исполнению.

**Основные виды условных топографических знаков.** Изображаемые объекты характеризуются формой, размерами, постоянными и переменными свойствами (характеристиками). При этом форма, размеры и постоянные свойства объекта отображаются на карте (плане) условными знаками, а характеристики (переменные свойства, семантика) отображаются пояснительными надписями. Условные знаки классифицируются как площадные, масштабные, немасштабные, линейные и пояснительные надписи.

Графическая точность (разрешение) карт и планов составляет 0,1 мм, при этом для уверенного распознавания условных знаков требуется, чтобы наиболее мелкие условные фигуры имели размеры не менее 1–2 мм, иногда 0,5 мм.

*Площадными (масштабными)* условными знаками изображаются объекты, которые на карте (плане) данного масштаба показываются в уменьшенном, подобном виде, а их размеры и площадь можно определить по чертежу. Четкие контуры сооружений изображаются сплошными линиями. Нечеткие контуры земельных угодий (леса, пашни, болота и др.) наносятся пунктиром.

*Немасштабные условные знаки* представляют собой преувеличенные изображения компактных объектов, если в масштабе топографического чертежа они принимают размеры, меньшие 1–1,5 мм. Такими объектами в зависимости от масштаба могут быть геодезический пункт, столб, колодец, отдельное здание, крупное сооружение, населенный пункт и т. п. Компактные объекты изображаются немасштабными знаками в виде кружков, квадратов или треугольников, других фигур размером от 1 до 2–3 мм. Например, ливневой колодец диаметром 1 м на карте масштаба 1 : 5000 (в 1 см 50 м) невозможно показать кружком диаметром 0,2 мм.

Здесь согласно таблицам [8] применяется условный знак № 177 – кружок диаметром 1,5 мм.

Положение на карте внемасштабного условного знака определяется положением на местности главной точки отображаемого объекта:

а) центром симметрии объекта правильной геометрической формы (геодезический пункт, колодец, водонапорная башня, опора линии электропередачи, строение и др.);

б) серединой основания знаков перспективного изображения высоких объектов (в виде как бы наклоненных дымовых труб, памятников и др.);

в) вершиной прямого угла в основании знака отдельного дерева, ветродвигателя и др.;

г) центром нижней фигуры знака, составленного из нескольких фигур (заводское здание с надстройкой и трубой над ними, производственное здание с антенной башней над ним и др.).

*Линейными условными знаками* изображаются объекты линейного вида (реки, дороги, ограды, контуры зданий и сооружений, границы угодий и др.). Положение на карте оси линейного знака должно отвечать положению на местности геометрической оси линейного объекта. При этом по ширине линейные условные знаки могут быть масштабными и внемасштабными. Например, в масштабе 1 : 10 000 внемасштабным условным знаком (одной линией) изображаются каналы шириной до 5 м, но при ширине свыше 5 м (0,5 мм на бумаге) они изображаются масштабным знаком – двумя линиями кромки противоположных откосов. Аналогично на карты более мелкого масштаба (1 : 25 000 и мельче) внемасштабными по ширине условными знаками наносятся различные дороги.

*Пояснительные условные знаки* представляют собой:

а) собственные названия населенных пунктов, рек, озер;

б) сокращенные надписи, характеризующие хозяйственные объекты местности (материал покрытия дорог, вид производства, сельскохозяйственных угодий и др.), перечень которых приведен в таблицах условных знаков;

в) знаки графические с текстовыми и числовыми характеристиками соответствующих объектов (длина, ширина, грузоподъемность мостов, число колеи железной дороги, порода лесонасаждения и средняя высота деревьев, среднее расстояние





между ними на момент создания карты, ширина и глубина рек, направление и скорость течения реки, место брода и его глубина и др.).

В традиционной картографии принято деление всех объектов местности на 8 больших разновидностей по элементам содержания:

1. математическая основа,
2. рельеф,
3. гидрография,
4. населенные пункты,
5. предприятия,
6. дорожная сеть,
7. растительность и грунты,
8. границы и подписи.

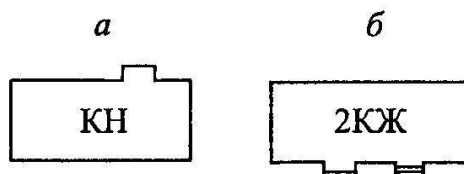
Таблицы условных знаков для карт разных масштабов составляются в соответствии с этим делением объектов; они утверждаются государственными органами и издаются в форме обязательных для исполнения документов. В настоящее время разрабатываются условные знаки, адаптированные к применению компьютерных технологий составления карт и планов на бумажных носителях.

Примеры традиционных условных знаков для крупномасштабных планов масштабов 1 : 500, 1 : 1000 и 1 : 2000 приведены на рис. 5.1.

Пункты государственной геодезической сети		82,3
Пункты геодезических сетей сгущения		76,5
Нивелирные реперы		91,0
Высоты точек		84,7

**Строения:**

- a* – одноэтажные;
- б* – многоэтажные



КН – каменный нежилой; 2КЖ – двухэтажный каменный жилой

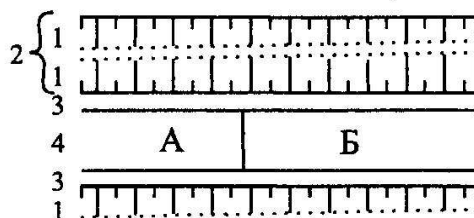
**Линейные сооружения:**

трамвайные пути,



дороги

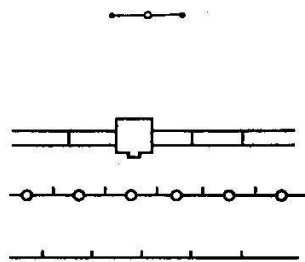
- 1 – откос; 2 – кювет;
- 3 – обочина;
- 4 – проезжая часть;
- А – асфальт;
- Б – булыжник



## Линии телефонной и телеграфной связи

### Ограждения:

- ограды каменные и железобетонные
- ограды деревянные на металлических и железобетонных опорах
- заборы деревянные



- ограждения из проволоочной сетки
- изгороди
- живые изгороди

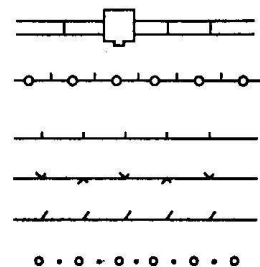


### Растительность:

#### узкие

### Ограждения:

- ограды каменные и железобетонные
- ограды деревянные на металлических и железобетонных опорах
- заборы деревянные
- ограждения из проволоочной сетки
- изгороди
- живые изгороди



### Растительность:

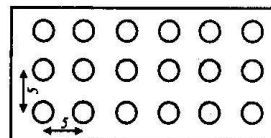
- отдельно стоящие деревья:
- a* – лиственные; *b, в* – хвойные



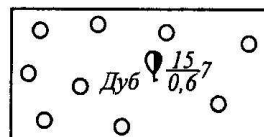
- узкие полосы лесонасаждений



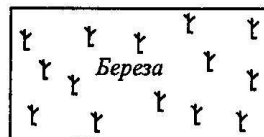
- сады фруктовые



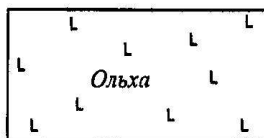
- древесная растительность



- горелый и сухостойный лес



- вырубленный лес



- сплошные заросли кустарника



Рис. 5.1. Примеры условных знаков для крупномасштабных топографических карт и планов

## 5.2. Изображение рельефа на картах и планах

**Основные формы рельефа.** Несмотря на большое разнообразие неровностей земной поверхности, можно выделить основные формы рельефа: гора, котловина, хребет, лощина, седловина.

*Гора (или холм)* – это возвышенность конусообразной формы. Она имеет характерную точку – вершину, боковые скаты (или склоны) и характерную линию – линию подошвы. Линия подошвы – это линия слияния боковых скатов с окружающей местностью. На скатах горы иногда бывают горизонтальные площадки, называемые уступами.

*Котловина* – это углубление конусообразной формы. Котловина имеет характерную точку – дно, боковые скаты (или склоны) и характерную линию – линию бровки. Линия бровки – это линия слияния боковых скатов с окружающей местностью.

*Хребет* – это вытянутая и постепенно понижающаяся в одном направлении возвышенность. Он имеет характерные линии: одну линию водораздела, образуемую боковыми скатами при их слиянии вверху, и две линии подошвы.

*Лощина* – это вытянутое и открытое с одного конца постепенно понижающееся углубление. Лощина имеет характерные линии: одну линию водослива (или линию тальвега), образуемую боковыми скатами при их слиянии внизу, и две линии бровки.

*Седловина* – это небольшое понижение между двумя соседними горами; как правило, седловина является началом двух лощин, понижающихся в противоположных направлениях. Седловина имеет одну характерную точку - точку седловины, располагающуюся в самом низком месте седловины.

Существуют разновидности перечисленных основных форм, например, разновидности лощины: долина, овраг, каньон, промоина, балка и т.д. Иногда разновидности основных форм характеризуют особенности рельефа конкретного участка местности, например, в горах бывают пики - остроконечные вершины гор, ущелья,

теснины, щеки, плато, перевалы и т.д.

Вершина горы, дно котловины, характерная точка седловины являются показательными высотными точками рельефа; линия водораздела хребта, линия водослива лощины, линия подошвы горы или хребта, линия бровки котловины или лощины являются характерными линиями рельефа.

*Способы изображения рельефа.* Способ изображения рельефа должен обеспечивать хорошее пространственное представление о рельефе местности, надежное определение направлений и крутизны скатов и отметок отдельных точек, решение различных инженерных задач.

За время существования геодезии было разработано несколько способов изображения рельефа на топографических картах. Перечислим некоторые из них.

1. Перспективный способ.
2. Способ отмывки. Этот способ применяется на мелкомасштабных картах. Поверхность Земли показывается коричневым цветом: чем больше отметки, тем гуще цвет. Глубины моря показывают голубым или зеленым цветом: чем больше глубина, тем гуще цвет.
3. Способ штриховки.
4. Способ отметок. При этом способе на карте подписывают отметки отдельных точек местности.
5. Способ горизонталей.

В настоящее время на топографических картах рельеф показывают способом горизонталей в сочетании со способом отметок, при этом отметки подписывают только для вершин выпуклых форм рельефа, дна котловин, поверхности воды в водоемах и реках, отдельных предметов местности и др.

*Способ горизонталей.* Сущность способа горизонталей поясняется рисунком 2.7, а. Мысленно рассежем участок местности горизонтальной плоскостью на высоте  $H$ . Замкнутая линия  $BE$  пересечения этой плоскости с поверхностью Земли называется горизонталью. Горизонталю на местности – это замкнутые кривые линии, все точки которых имеют одинаковые отметки.

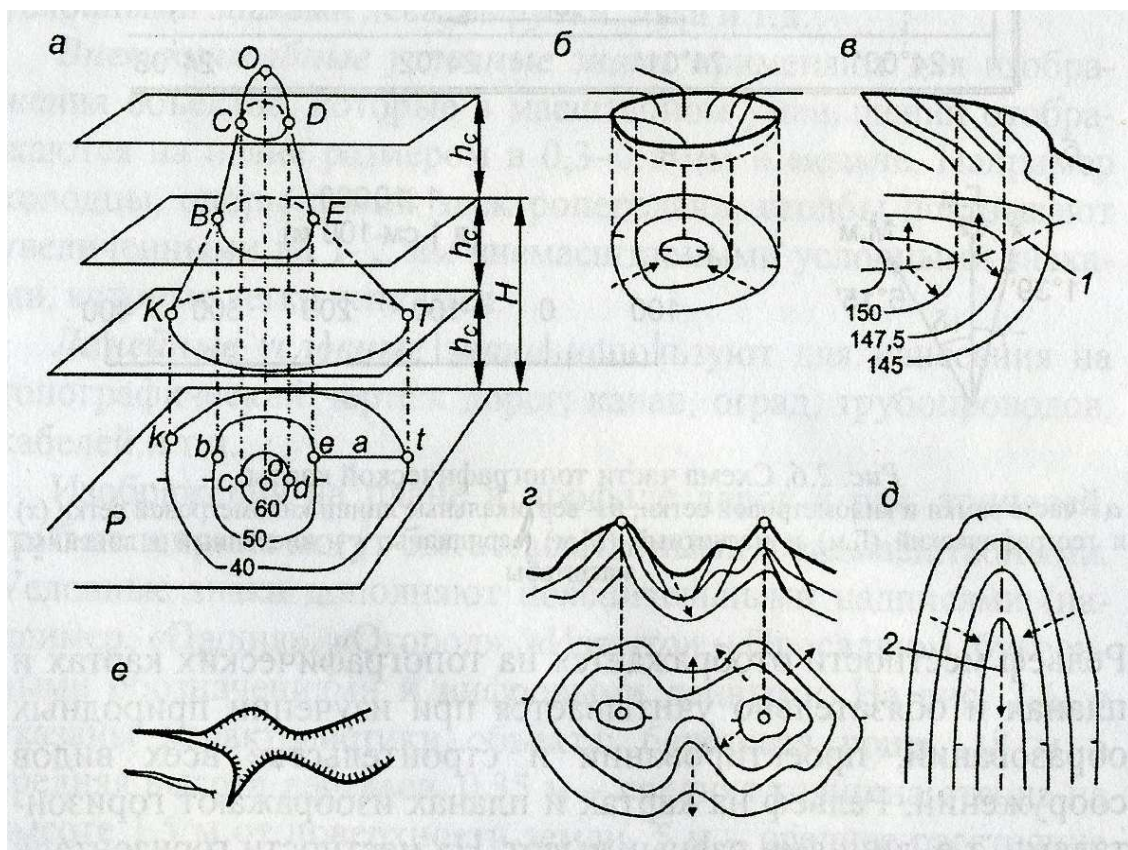


Рис. 5.2. Изображение основных форм рельефа горизонталями:  
 а – горизонтальные сечения горы и проекция горизонталей на уровенную поверхность;  
 б – котловина; в – хребет; г – седловина; д – лощина; е – овраг; 1 – ось хребта;  
 2 – линия водостока (талвег);  $\dashrightarrow$  – направление стока поверхностных вод

**Горизонталь на карте** соответствует на местности линии сечения земной поверхности уровенной поверхностью (на плане горизонтальной плоскостью) определенной высоты.

Схема пересечения горы несколькими уровенными поверхностями показана на рис. 5.2. Линии пересечения  $CD$ ,  $BE$ , и  $KT$  проецируют отвесно на уровенную поверхность или же на горизонтальную плоскость  $P$ , на которой линии изображаются замкнутыми кривыми – горизонталями.

Вертикальное расстояние  $h_c$  между соседними секущими уровенными поверхностями называется *высотой сечения рельефа* (см. рис. 5.2). Горизонтальное расстояние  $a$  между горизонталями, отнесенное к местности, именуется их *заложением*. Высота  $H$  горизонтали над исходной уровенной поверхностью выражается числом, называемым *отметкой горизонтали*. На рис. 5.2 для сечения  $KT$  отметка горизонтали  $H_K = 40$  м; для сечения  $BE$  отметка горизонтали  $H_B = 50$  м, поэтому здесь высота сечения рельефа  $h_c = 10$  м.

Сечения  $BE$  и  $CD$  представлены на поверхности  $P$  горизонталями  $be$  и  $cd$  с подписанными отметками 50 и 60 м. Высоту (отметку) горизонтали подписывают



так, чтобы основание цифр располагалось в сторону понижения местности. На картах и планах горизонтали прочерчивают плавными линиями светло-коричневого цвета, при этом утолщают каждую пятую горизонталь при высоте сечения  $h_c = 1, 2, 5, \text{ и } 10 \text{ м}$  и каждую четвертую при  $h_c = 0,5 \text{ и } 2,5 \text{ м}$ .

Все основные формы рельефа имеют свой рисунок горизонталей; при этом и гора и котловина изображаются системами замкнутых горизонталей (рис. 5.2, а; рис. 5.3). Чтобы различить эти две формы рельефа, а также для некоторых других целей на карте принято показывать направление скатов вниз посредством *бергштрихов* – коротких штрихов, перпендикулярных к горизонталям и направленных по скату вниз. Основные горизонтали имеют отметки, кратные высоте сечения рельефа, начиная от нуля отсчета высот. В дополнение к основным горизонталям применяются *полугоризонтал*и и *четвертьгоризонтал*и; они проводятся штриховыми линиями через половину и четверть сечения рельефа на отдельных участках карты, где при больших расстояниях между основными горизонталями требуется уточнить изображение рельефа местности.

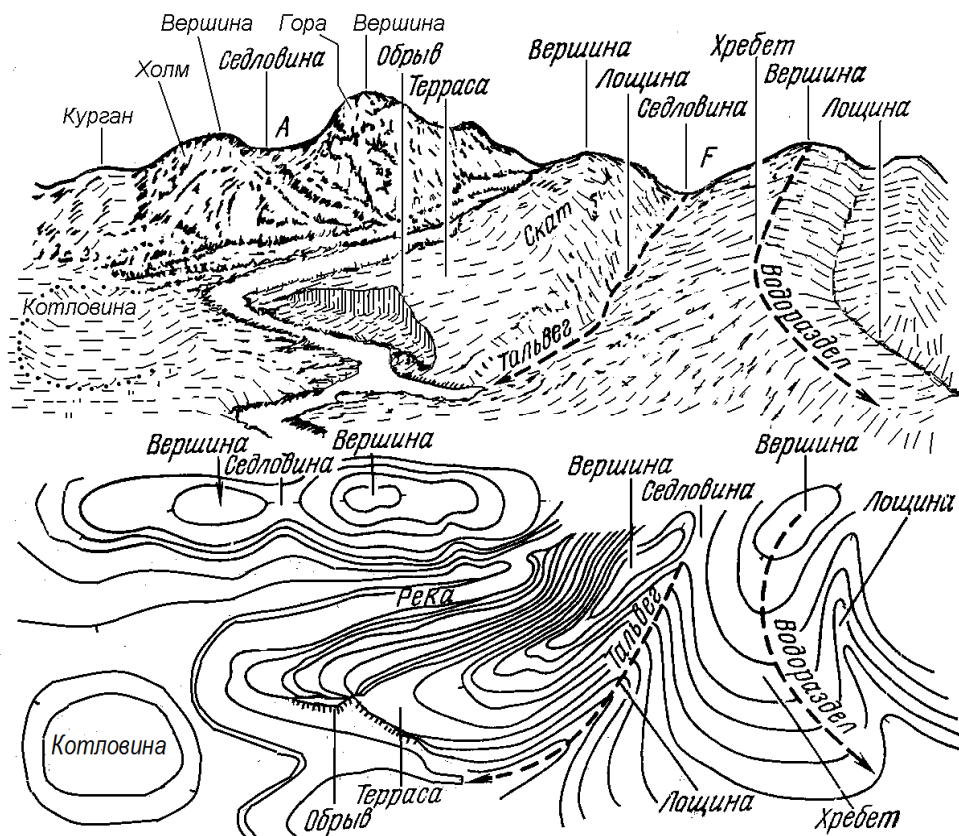


Рис.5.3.  
Формы рельефа и их изображение горизонталями

**Крутизна и направление скатов.** На рис. 5.2. а, на рис. 5.3 и на рис 5.4 видно, что расстояние  $a$  между горизонталями на плане зависит от крутизны ската. При одинаковой высоте сечения рельефа расстояние между горизонталями тем меньше,

чем круче скат. Крутизна ската характеризуется *углом наклона*  $\nu$ , а также *уклоном*  $i$  (рис. 5.4, б).

*Уклон* – это *тангенс угла наклона* или *отношение превышения к горизонтальному проложению линии*, выражается формулой

$$i = \operatorname{tg} \nu = h/a. \quad (5.1)$$

Уклон выражают натуральным значением тангенса, в процентах (%) или в промилле (‰); промилле – это тысячная часть целого.

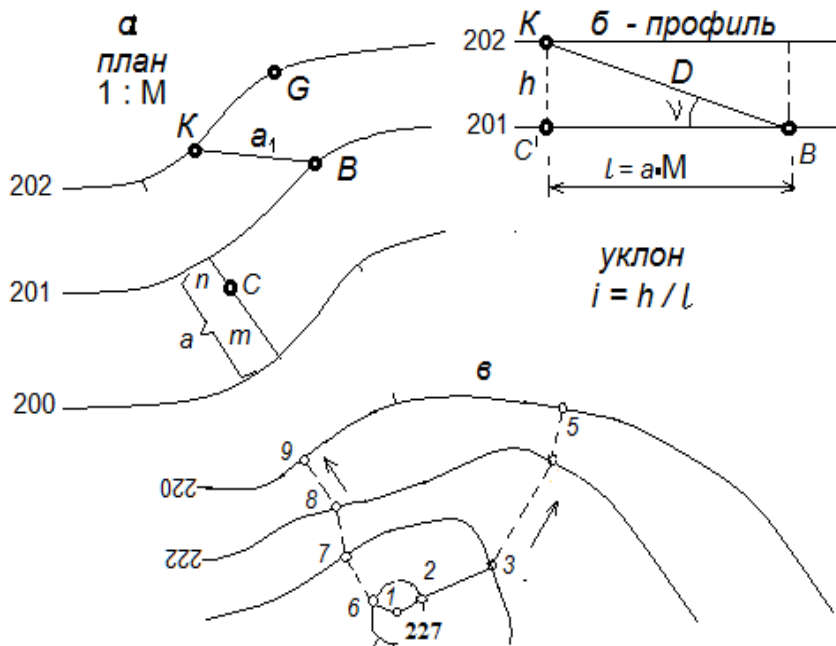


Рис. 5.4. Крутизна и направление ската, угол наклона, уклон: а – заложение наклонной линии; б – угол наклона и уклон отрезка линии между горизонталями; в – направления ската по линиям стока воды

Заложение, перпендикулярное к горизонталям, называется заложением ската, то-есть, *заложение ската* - это горизонтальная проекция линии наибольшей крутизны ската в данной точке; оно принимается за направление ската. Измерив на карте масштаба 1 : М заложение  $a$  вычисляем соответствующую ему длину линии на местности

$$l = aM,$$

и, зная высоту сечения рельефа  $h$ , по формуле (5.1) находим тангенс угла наклона, а затем и сам угол наклона  $\nu = \operatorname{arc} \operatorname{tg} (h / l)$ .

*Расчет высоты сечения рельефа.* При проектировании работ по созданию карты или плана высоту сечения рельефа  $h_c$  выбирают в зависимости от масштаба карты, характера рельефа и назначения карты или плана. При этом условились изо-

бражать скаты крутизной свыше  $45^\circ$  специальным условным знаком обрыва. Примем, что наименьшее расстояние  $a_{min}$  между горизонталями на карте составляет 0,25 мм. Тогда расчетную высоту сечения рельефа можно рассчитать по формуле

$$h_c = a_{min} M \operatorname{tg} v .$$

При  $1 : M = 1 : 10\,000$ ;  $a_{min} = 0,25$  мм = 0,00025 м находим  $h_c = 0,00025 \times 10\,000 = 2,5$  м.

**Проведение горизонталей по отметкам точек.** Чтобы провести на карте (или плане) горизонтали, необходимо иметь точки с известными отметками, такие точки назовем пикетами. Пусть даны пикеты  $A, B, C, E$ . (рис.5.5), и предполагается, что вдоль линий  $AB, BC, CE, EA, AC$  местность характеризуется равномерным уклоном. Требуется провести горизонтали в пределах данного участка.

Процесс нахождения на линии, соединяющей два пикета, точек, через которые пройдут горизонтали, называется интерполированием горизонталей. Известны три способа интерполирования: аналитический, графический и на глаз. Каждый способ основан на определении следов горизонталей между точками с подписанными отметками и иллюстрируется графиком в виде параллельных линий, показанным в нижней части рисунка 5.5.

Пусть на линии  $AE$  плана (см. рис. 5.5) следует отметить точки 21, 22, 23, 24, 25 – следы горизонталей с названными отметками. Для этого на параллельные линии вспомогательного графика проецируются точки  $A$  и  $E$  в точки  $A'$  и  $E'$  согласно их отметкам. Точки пересечения линии  $A'E'$  с параллельными линиями проецируются на линию  $AE$  плана как следы искомых горизонталей. Аналогично определяются следы горизонталей на линиях  $AB, BC, CE$ , и  $AC$  плана. Затем через них проводятся горизонтали – плавные линии. Горизонтали оформляются соответственно таблицам условных топографических знаков.

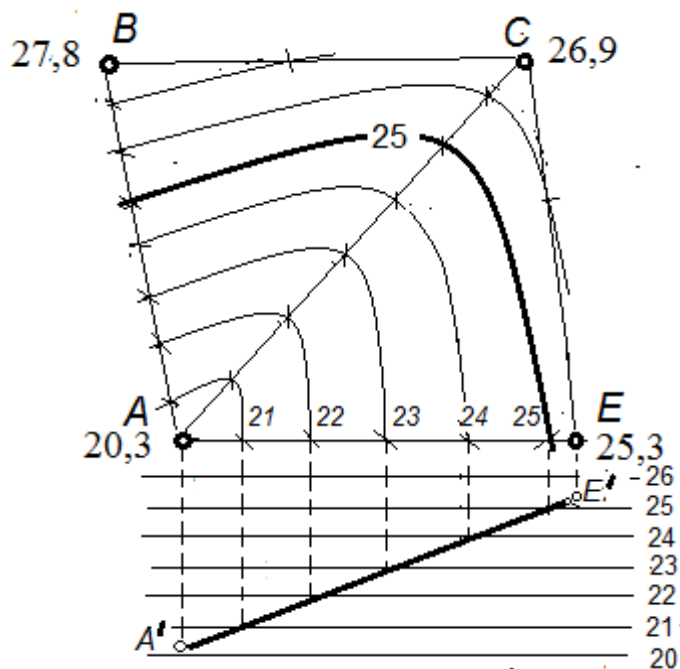


Рис. 5.5. Нанесение на план горизонталей с высотой сечения рельефа 1 м с помощью вспомогательного графика в виде параллельных линий:

Аналитический способ интерполирования горизонталей применяют при составлении плана (карты) посредством компьютерных технологий. На лабораторных занятиях будет освоен наиболее простой графический способ нахождения точек (следов) горизонталей с использованием палетки из параллельных линий – листа прозрачной бумаги или пластика, на котором проведены параллельные прямые линии и подписаны их отметки как на рис. 5.5. Последний способ рассматривается также в лекции № 19 «Тахеометрическая съемка».

## ЛЕКЦИЯ № 6

### Инженерное использование планов и карт. Решение типовых задач по топографическим планам и картам

#### **Координатная сетка**

Одним из элементов топографической карты является сетка координатных линий. Существуют два вида координатной сетки: картографическая, образуемая линиями меридианов и параллелей, и сетка прямоугольных координат, образуемая линиями, параллельными осям координат  $OX$  и  $OY$ .

На топографических картах меридианы и параллели являются границами листа карты; в углах карты подписываются их долгота и широта. Внутри листа вычерчивается сетка прямоугольных координат в виде квадратов, называемая иногда километровой сеткой, так как на картах масштаба 1:10 000 и мельче линии сетки проводятся через целое число километров.

Вертикальные линии сетки параллельны осевому меридиану зоны (оси  $OX$ ) и имеют уравнение  $Y = \text{Const}$ ; значение координаты  $Y$  подписывается у каждой линии. значение координаты  $X$  подписывается у каждой линии.

Для удобства пользования листами карт, на которых изображены граничные участки зоны, на них показывается сетка прямоугольных координат соседней зоны. Ширина граничной полосы с сеткой соседней зоны составляет  $2o$  по долготе с обеих сторон зоны. Выходы линий координатной сетки соседней зоны наносятся на внешнюю сторону рамки листа карты.

#### **6.1. Перечень задач, решаемых с помощью карт и планов**

Топографические планы и карты содержат различную информацию об объектах местности и ее рельефе; эта информация позволяет решать многие геодезические задачи; перечислим некоторые из них:

- определение прямоугольных координат  $X$  и  $Y$  точки,
- определение геодезических координат  $B$  и  $L$  точки,
- определение отметки  $H$  точки
- нанесение точки на план или карту по ее прямоугольным ( $X$  и  $Y$ ) и геодезическим  
ским  
( $B$  и  $L$ ) координатам,

- определение длины горизонтальной проекции линии с помощью линейного и поперечного масштабов,
- определение дирекционного угла или географического азимута линии
- измерение горизонтального угла между двумя линиями
- построение профиля местности по заданной линии
- построение на плане или карте границ зон невидимости с данной точки местности
- построение на плане или карте границ зон невидимости с данной точки местности
- измерение площади участка,
- определение границ водосбора реки и ее притоков,
- проектирование береговой линии будущего водохранилища,
- определение площади зеркала и объема водохранилища,
- определение объемов земляных работ при строительстве различных инженерных сооружений
- проведение на плане или карте линии с уклоном, не превышающим заданное значение

## 6.2. Примеры решения задач по карте и плану

**Определение геодезических координат.** Схематический фрагмент топографической карты показан на рис. 6.1, *a*. На западной и южной сторонах данного фрагмента рамки внутренние линии соответствуют изображениям меридиана с долготой  $B = 24^\circ 00'$  и параллели с широтой  $L = 55^\circ 20'$ . Изображения меридиана и параллели разделены через 1' линиями чередующейся толщины. На рис. 2.6, *a* подписаны значения широты южной стороны рамки  $B = 55^\circ 20'$  и минутного деления меридиана  $B = 55^\circ 21'$ . Чтобы определить широту точки  $K$ , с помощью циркуля или линейки-угольника следует найти ее проекцию  $K'$  на шкалу минут меридиана. Приближенное значение широты точки  $K'$  находим на глаз:  $B_K \approx 55^\circ 20,7 \approx 55^\circ 20' 42''$ . Аналогично отмечаем проекцию  $K''$  точки  $K$  на шкале долгот, находим приближенное значение долготы  $L_K \approx 24^\circ 01,6'$ .

**Определение прямоугольных координат точек.** Горизонтальные линии километровой сетки на схеме топографической карты (см. рис. 6.1, *a*) подписаны на западной стороне рамки значениями абсцисс  $x = 6115$  км и  $x = 16$  км (на карте со-

кращена полная запись  $x = 6116$ ), отсчитанными от экватора. Абсцисса точки  $P$  равна  $x_P = x + \Delta x$ , где  $\Delta x = n \cdot M$  – отрезок, измеренный по плану с помощью циркуля-измерителя и масштабной линейки;  $n$  – длина отрезка на плане;  $1 : M$  – масштаб плана.

Преобразованная (условная) ордината (см. лекцию № 3) точки  $P$  равна  $y_P = y + \Delta y$ , где  $y = 5312$  км – преобразованная ордината вертикальной линии километровой сетки (здесь 5 – номер координатной зоны);  $\Delta y = l \cdot M$  – отрезок, измеренный по плану. Действительная зональная ордината  $y_{PD}$  получается после вычитания 500 км из значения  $y_P$  (например, если  $y_P = 5312,144$  км, то  $y_{PD} = 5312,144 - 500 = -187,856$  км; знак “минус” указывает, что точка  $P$  расположена к западу от осевого меридиана зоны № 5. Измеренные по карте значения  $x_P$  и  $y_P$  содержат погрешности, которые можно оценить с учетом формул (4.4) и (4.5) – см. лекцию № 4.

**Определение углов ориентирования** выполняют либо при помощи транспортира, либо решением обратной геодезической задачи. С помощью транспортира геодезический азимут  $A$  прямого отрезка  $Z_1Z_2$  можно измерить, продолжив отрезок до пересечения с изображением меридиана в точке  $M$ . Дирекционные углы  $\alpha_1, \alpha_2$  прямых линий  $Z_1Z_2$  и  $Z_2Z_3$  измеряют относительно северного направления вертикальных линий километровой сетки. Расхождение между значениями  $A$  и  $\alpha$  равно углу  $\gamma$  сближения осевого меридиана (параллельной ему линии) и геодезического меридиана точки  $N$  (см, рис. 2.6, *a*). Погрешность измерения углов транспортиром составляет  $0,1-0,25^\circ$ .

С точностью  $1-3'$  дирекционный угол линий  $Z_1Z_2$  и  $Z_2Z_3$  определяется решением *обратной геодезической задачи* (см. лекцию № 3). Для этого необходимо по карте определить абсциссы и ординаты точек  $Z_1, Z_2$  и  $Z_3$  с помощью циркуля-измерителя и масштабной линейки.

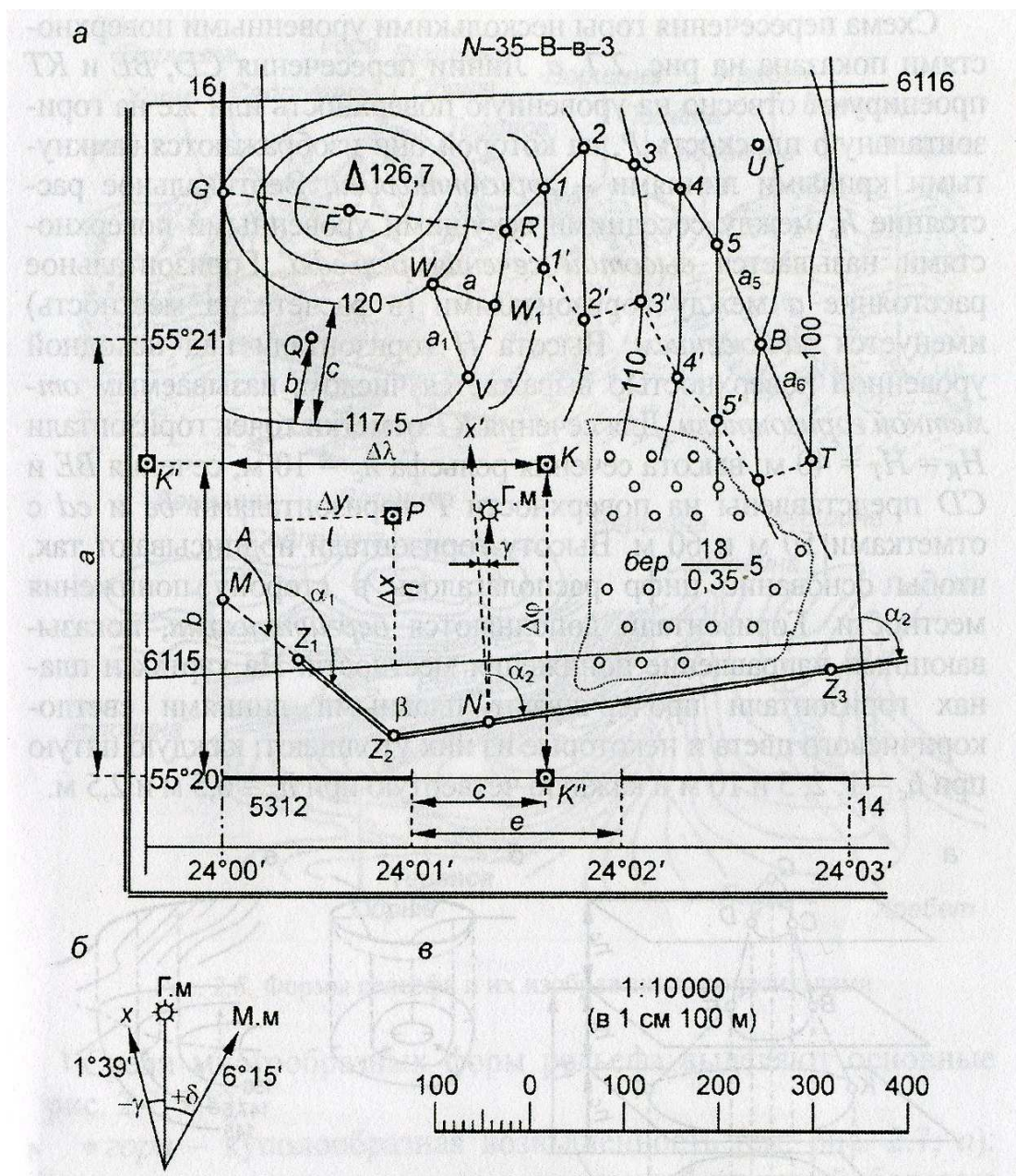


Рис. 6.1. Схема части топографической карты:  
 а – часть рамки километровой сетки; б – вертикальные линии километровой сетки (x) и географический (Г.м) и магнитный (М.м) меридианы; в – численный и линейный масштабы

**Определение высоты сечения рельефа и высоты точек.** Высота сечения рельефа  $h_c$  определяется, например, по подписям высоты горизонталей (см. рис.6.1, а): между горизонталями 110 и 120 м расположены четыре ступени сечения, следовательно  $h_c = (120 - 110)/4 = 2,5$  м.

Высотная координата (отметка) точки, лежащей на горизонтали, равна высоте этой горизонтали (на рис. 6.1, а отметка точки G равна  $H_G = 120$  м; точки R равна  $H_R = 117,5$  м). Отметка точки Q, лежащей между горизонталями 117,5 и 120 м равна  $H_Q = 117,5 + \Delta h$ , где  $\Delta h = h_c(b/a)$  – это часть полного сечения  $h_c = 2,5$  м, здесь b и a – отрезки, измеряемые по плану с точностью до 0,1 мм в направлении



кратчайшего расстояния между горизонталями. Если  $b/a = 0,6$ , то  $\Delta h = 1,5$  м и  $H_Q = 117,5 + 1,5 = 119$  м.

Погрешности отметок точек  $G$  и  $Q$  зависят от точности нанесения горизонталей на план. При этом погрешность положения горизонталей зависит от угла наклона земной поверхности. Соответственно при углах наклона  $v \leq 2^\circ$  и при углах наклона  $v > 2^\circ$  максимальную погрешность  $2m_H$  определения отметок  $H$  относительно горизонталей оценивают величинами

$$2m_H \approx h_c / 4 \quad \text{и} \quad 2m'_H \approx h_c / 3, \quad (6.1)$$

где  $h_c$  – высота сечения рельефа.

Среднее значение погрешности  $m_H$  отметки  $H$ , определенной относительно горизонталей плана, оценивается соответственно углам наклона местности величинами

$$m_H \approx h_c / 8 \quad \text{и} \quad m'_H \approx h_c / 6. \quad (6.2)$$

В нашем примере для результата  $H_Q = 119$  м при  $v \leq 2^\circ$  оцениваем максимальную погрешность  $2m_H \approx 2,5/4 = \pm 0,6$  м и среднюю квадратическую  $m_H \approx 2,5/8 = \pm 0,3$  м.

**Определение крутизны ската.** Задачи, решаемые с определением по карте крутизны ската, здесь рассматриваются в развитие лекции № 6. Крутизна ската определяется на карте по кратчайшему расстоянию  $a = WW_1$  между двумя соседними горизонталями (см. рис. 6.1,  $a$ ), которое называется *заложением ската*. Крутизна ската рассматривается в вертикальной плоскости (рис. 6.2) и характеризуется углом наклона  $v$ , т.е. углом между линией ската и горизонтальной плоскостью. В направлении заложения ската  $a = WW_1$  (см. рис. 6.1,  $a$ ) крутизна линии максимальна. При определении по карте угла наклона отрезка линии, произвольно ориентированного относительно горизонталей, используют заложение между соседними горизонталями по этому произвольному направлению, например, заложение  $a_1$  по направлению  $WV$  на рис. 6.1,  $a$ .

Отрезков прямых линий характеризуют также уклоном. В общем случае *уклон* – это отношение превышения к горизонтальному проложению между двумя точками или *тангенс угла наклона* т.е. согласно рис. 6.2

$$i = h/d = \text{tg } v. \quad (6.3)$$

Уклон ската между двумя горизонталями (см. рис. 2.10) равен

$$i = h_c/a = \operatorname{tg} v, \quad (6.4)$$

где  $h_c$  – высота сечения рельефа;  $a = a_n M$  – горизонтальное расстояние, соответствующее заложению  $a_n$ , измеренному на карте;  $M$  – знаменатель масштаба карты;  $v$  – угол наклона линии ската  $TB$ .

На рис. 6.2 для линии  $TB$  при  $h_c = +2,5$  м;  $a = a_n M = 153$  м, уклон (тангенс угла наклона)  $i = +0,0163$ .

Уклон выражают в натуральных значениях отношения  $h/d$ , в процентах ( $100 i$ ), или в промилле ( $1000 i$ ). В нашем примере уклон  $i = +1,63\%$ , или  $i = +16,3\text{‰}$ . Угол наклона в градусной мере вычисляют через  $\operatorname{arc} \operatorname{tg} i$ , например  $\operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,0163 = +0,9349^\circ = +(0^\circ + 0,9349 \times 60') = +0^\circ 56'$ .

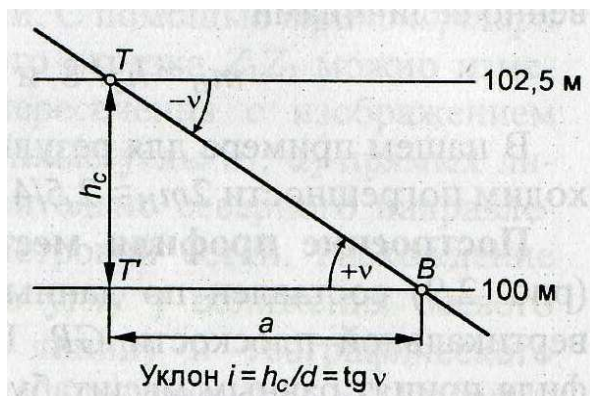


Рис. 6.2. Элементы ската

На рис. 6.1,  $a$  заложение ската  $WW_1 = a_n M = 77$  м, уклон ската  $i = -2,5 / 77 = -0,0325$ , угол наклона ската  $\operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,0325 = -1,859^\circ = -(1^\circ + 0,859 \times 60') = -1^\circ 52'$ . В более пологом направлении  $WV$  заложение  $a_1 = a_n M = 121$  м, уклон отрезка  $i = -0,0207$ ; угол наклона  $v = -1,184^\circ = -1^\circ 11'$ .

**Графики заложений.** Графики заложений используют для приближенного определения углов наклона или уклонов по карте с горизонталями. На горизонтальной оси графика углов наклона (рис. 6.3,  $a$ ) через равные отрезки подписывают углы наклона в градусах. Вычисляют заложение  $a_n$  по формуле

$$a_n = (h_c / \operatorname{tg} v) : M. \quad (6.5)$$

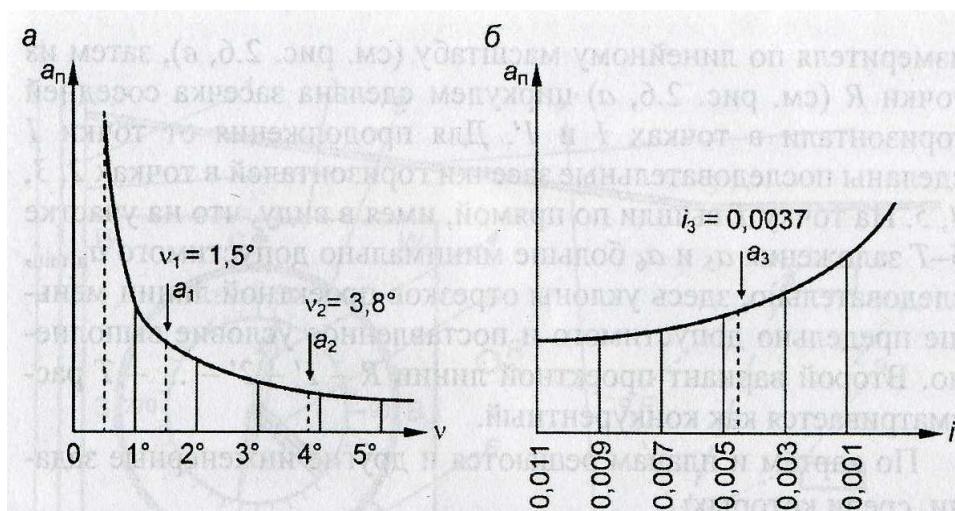


Рис. 6.3. Графики заложений:  
а – для углов наклона; б – для уклонов

Через концы построенных отрезков  $a_n$  проводят плавную кривую. В раствор циркуля-измерителя берут на карте заложение  $a_1$ , переносят его на график заложений (см. рис. 6.3, а) и определяют по графику угол наклона  $v_1 = 1,6^\circ$ . Для заложения  $a_2$  находим  $v_2 = 4,4^\circ$ .

График заложений для уклонов рассчитывают по формуле (6.6)

$$a_n = (h_c / i) : M. \quad (6.6)$$

Горизонтальную ось  $i$  графика (рис. 6.3, б) размечают через выбранные интервалы уклонов. Плавную кривую заложений проводят через концы отрезков  $a_n$ . Заложение, например  $a_3$ , берут с карты раствором циркуля-измерителя и по графику определяется уклон местности  $i_3 = 0,0073$ . Погрешность результатов определения угла наклона и уклона определяется в первую очередь неточностями положения горизонталей на плане и составляет доли градуса.

**Нанесение на карту проектной линии с уклоном, не превышающим предельно допустимой величины.** Задача решается на ксерокопии фрагмента карты с выраженным рельефом. Положение линии следует выбирать по более короткому маршруту. Из не менее двух вариантов линии выбирается лучший по показателям минимальных длины и изломанности.

Решение задачи показано на рисунке 6.4, а. Искомые ломаные линии, соединяющие исходные точки  $P$  и  $M$ , представлены последовательно построенными отрезками, уклон каждого из них может быть меньше, но не должен быть больше предельного значения  $i_{\text{пред}}$ . Предельному уклону соответствует предельное заложение  $a_{\text{пр}}$  отрезков между соседними горизонталями в масштабе карты

$$a_{\text{пр}} = (h_c / i_{\text{пред}}) : M \text{ или } a_{\text{пр}} = (h_c / \text{tg } v_{\text{пред}}) : M, \quad (5.8)$$

где  $i_{\text{пред}}$  и  $v_{\text{пред}}$  – предельные уклон и угол наклона отрезка линии земли.

В примере рисунка 6.4,  $a$  принято  $i_{\text{пред}} = 0,025$ , здесь при  $h_c = 2,5$  м;  $M = 10\,000$ ; найдено  $a_{\text{пр}} = 0,01$  м = 10 мм. Предельному значению  $i_{\text{пред}}$  соответствует угол наклона  $v_{\text{пред}} = \text{arc tg } (h_c / a_{\text{пр}} \cdot M) = 1,432^\circ$ .

Отметим по рисунку 6.4,  $a$ , что вдоль горизонтали  $P-A$  уклон равен нулю, а крутизна ската на отрезке  $PL$  поперек горизонталей превышает предельно допустимое значение  $i_{\text{пред}}$  поскольку расстояние  $PL$  между горизонталями меньше отрезка  $a_{\text{пр}}$ ).

При решении задачи отрезок  $a_{\text{пр}}$  берется в раствор циркуля измерителя и от точки  $P$ , лежащей на горизонтали, засекается соседняя горизонталь в точке 1, этим определяется положение отрезка  $P-1$  предельно допустимого уклона. Далее заданным раствором циркуля последовательно засекается положение точек 2 и 3 ломаной линии. На участке 3–4 существуют условия для получения отрезка с уклоном меньше допустимого и сопряжения прочерченной ломаной линии со встречным участком ломаной линии  $PM$ .

При построении встречной части ломаной линии от точки  $M$ , которая лежит между горизонталями, иголки циркуля-измерителя совмещаем с соседними горизонталями так, чтобы точка  $M$  находилась на отрезке  $a_{\text{пр}}$  и получаем точку 6. От нее переходим к точке 5, от точки 5 – к точке 4. Соединяем точки 4 и 3.

Второй вариант ломаной линии  $P-8-9-\dots-12-11-M$ , отличается от предыдущего тем, что трасса получается более длинной и в точке 12 резко изломана. По показателю меньшей длины и отсутствию резких изломов первый вариант трассы лучше второго. Возможны и иные варианты нанесения ломаной линии  $PM$ .

В инженерной практике рассматриваемая задача может использоваться, например, для разработки проекта трассы сооружения, совмещаемого с поверхностью земли, уклоны которого не должны превышать заданных предельных значений.

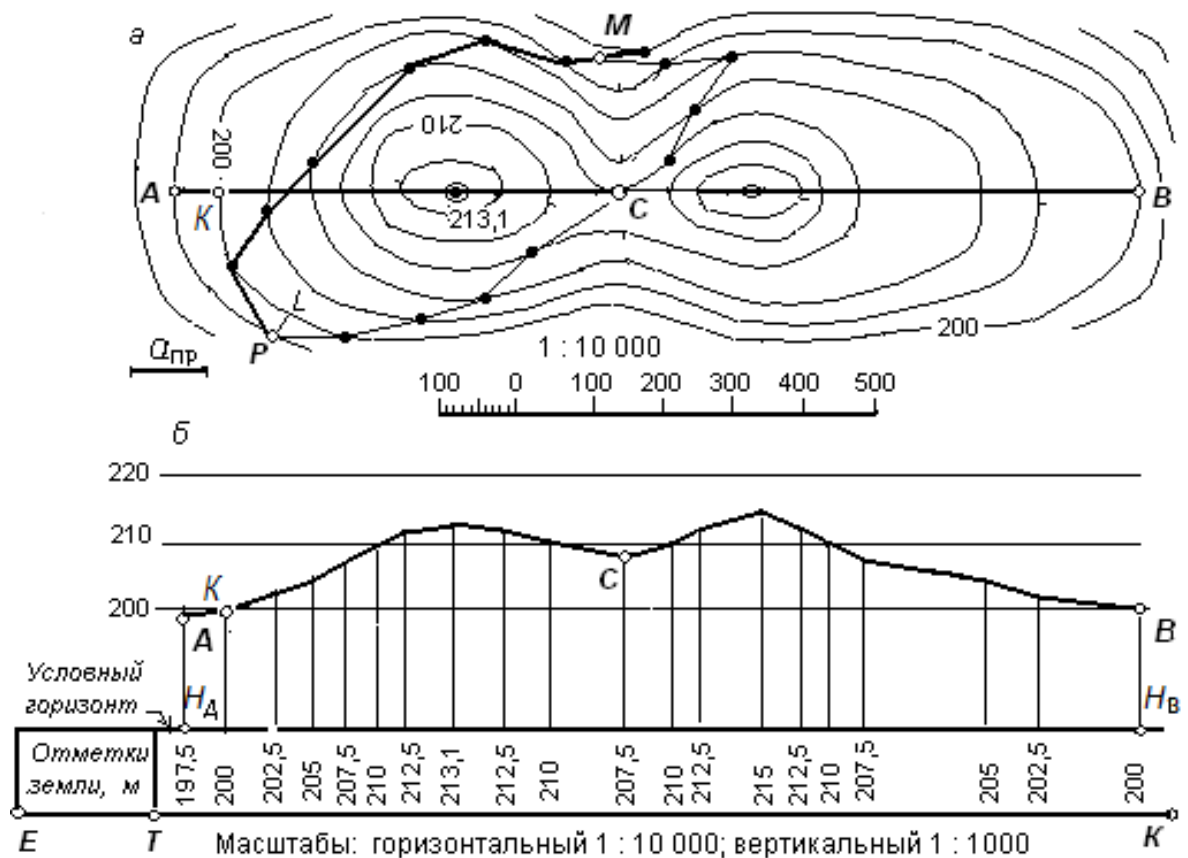


Рис. 6.4: а - нанесение на карту линии с уклоном не большим заданного; б - профиль, составленный по топографической карте а

**Построение профиля земной поверхности.** Для повышения выразительности чертежа, иллюстрирующего неровности земной поверхности вдоль заданного направления, масштаб вертикальных линий профиля принимается в несколько раз крупнее его горизонтального масштаба в зависимости от задачи, решаемой с помощью такого чертежа. Вертикальный масштаб профиля чаще принимается в 10 раз крупнее горизонтального, как показано на рисунке 6.4, на котором горизонтальный масштаб профиля равен масштабу карты.

Построение профиля для линии  $AB$ , отмеченной на карте (см. рисунок 6.4, а), начинается с нанесения на миллиметровую бумагу основания профиля – строки «отметки земли» шириной 15 мм (см. рисунок 6.4, б). На верхней линии строки отмечается начальная точка  $H_A$ , от нее с карты переносится положение меток – точек пересечения горизонталей на линии  $AB$ , взятое с карты при помощи циркуля-измерителя. В строке записываются отметки земли для названных точек, определенные по карте. Верхней линии  $H_A H_B$  придается отметка условного горизонта с расчетом, чтобы линия профиля размещалась выше основания профиля на 3–4 см. Горизонтальные сантиметровые линии миллиметровой сетки подписаны соответ-

ственно отметкам земли с учетом вертикального масштаба 1 : 1000 (в 1 см 10 м) отметками 200; 210 и 220 м.

На вертикальные линии миллиметровки, проходящие через метки, наносятся точки земли (с учетом масштаба «в 1 мм 1 м») с погрешностью 0,1 мм. Нанесенные точки соединяются прямыми отрезками. Искомый профиль выражается ломаной линией (см. рисунок 5.4, б).

**Определение видимости между точками местности и высоты препятствия.** Рассматриваемая задача наглядно решается при помощи профиля местности между заданными точками. На примере профиля рис. 6.4 для графического определения высоты препятствия между точками *K* и *B* через них прочерчивается прямая линия и измеряется (в нашем примере вычисляется) высота препятствия в точке с отметкой 215 м  $h_{\text{пр}} = 215 - 200 = 15$  м, погрешность результата при графических измерениях составляет 0,2–0,3 м.

Определяются также **зоны невидимости** относительно заданных точек. Например относительно точки *A* зона невидимости простирается до точки с отметкой 212,5 м и далее; относительно точки *B* нет видимости в сторону точки *A* за вершиной с отметкой 215 м. Нетрудно определить и другие варианты зон невидимости.

По картам и планам решаются и другие инженерные задачи, среди них: определение площади участка, границ водосборной территории, объем водохранилища, объем земляных работ при устройстве строительных площадок и котлованов и др.

**Измерение площадей.** Площадь территории населенного пункта, промышленного или сельскохозяйственного предприятия можно определить по топографической карте или плану способами: геометрическими, аналитическим и механическим, рассмотренными в § 7.7 учебника [6].

**Ориентирование карты на местности.** Ориентировать карту на местности – значит расположить ее так, чтобы направления линий на карте стали параллельны направлениям соответствующих линий местности. Поскольку на местности проще всего обнаружить и зафиксировать направление магнитного меридиана, то основным методом ориентирования карты является ориентирование по буссоли – прибору с магнитной стрелкой. Достаточно полные сведения о работе с буссолями приведены в § 10.3 лекции № 10 3 и об ориентировании карт – в § 10.4 .

### **6.3. Цифровые топографические карты**

Лист обычной топографической карты - это результат работы сложного научно-производственного конвейера, в котором реализованы достижения науки и техники нескольких поколений ученых и специалистов разного профиля.

Всеобщая информатизация и компьютеризация проявляются и в создании цифровых моделей самых разных объектов и явлений. В этом смысле топографические карты, являясь графической моделью земной поверхности, уже не удовлетворяют современным требованиям, и основным продуктом топографии становятся цифровые топографические карты.

*Цифровая топографическая карта* - это набор метрической (числовой), семантической (описательной) и логической информации об участке земной поверхности, хранящийся в закодированном виде на каком-либо носителе, доступном для компьютера. Компактность хранения информации, оперативность ее обновления и широкий набор возможностей применения ее для решения различных задач - обязательные атрибуты цифровых карт. Существующие технические и программные средства позволяют просматривать и редактировать цифровую карту на экране дисплея, выполнять различные расчеты, готовить и выводить на принтер или плоттер необходимые документы.

Цифровая топографическая карта должна не только отражать графическое содержание но и обладать рядом новых свойств, расширяющих и упрощающих использование геодезической информации.

В геодезии используется термин ГИС - геоинформационная система. В отличие от других автоматизированных информационных систем в геоинформационных системах используется цифровая и семантическая информация о земной поверхности и об объектах естественного и искусственного происхождения, расположенных на ней и вблизи нее, то-есть, информационной основой ГИС являются данные о земной поверхности, представляемые в виде цифровых данных.

### **6.4. Перечень задач, решаемых с помощью цифровых обычных карт**

К настоящему времени уже определился круг проблем, при решении которых цифровым картам принадлежит решающая роль, но при этом не отвергается и использование обычных (на бумажной основе) топографических карт; перечислим

их:

Управление и планирование,

Оперативное нанесение и визуализация обстановки. Цифровая и обычная топографические карты служат основой, на которую накладываются слой специальной информации, например, дислокацию войск, экологическую обстановку, план работ по устранению стихийных бедствий и экологических катастроф и т.д.,

Оперативное документирование. Цифровая карта с нанесенной на ней обстановкой выводится на твердую основу (бумагу, пластик и т.п.) и в таком виде после соответствующего оформления и регистрации становится документом.

Издательская деятельность. Различные варианты цифровой карты, отличающиеся как содержанием, так и полнотой, могут тиражироваться и распространяться среди потребителей.

Решение расчетно-аналитических задач, связанных с обработкой данных о земной поверхности. К этим задачам относятся:

- управление и планирование,
- проектирование, в том числе моделирование природных и социальных процессов,
- расчеты, связанные с капитальным строительством, прокладкой путей сообщения и линий связи,
- штурманско-навигационные задачи по выбору пути, прокладке курса или отслеживанию движения тех или иных транспортных средств.

*Программа цифрового картографирования* основными целями программы определены:

- создание единого, постоянно обновляемого государственного цифрового фонда картографической информации,
- создание индустрии разработок ГИС различного назначения,
- создание цифровых карт масштабов 1 : 1 000 000 – 1 : 10 000 и на их основе - государственного и фондов этих карт на территорию Беларуси.,

***Технологическая схема создания цифровой карты.*** В технологии создания топографических карт различают "текущее создание" и обновление. По существу топографическая карта устаревает уже в момент ее издания, так как ситуация на месте изменяется постоянно. Затем по мере накопления определенного процента изменений карта подлежит обновлению и переизданию.



На начальном этапе большинство цифровых карт создавались методом дигитализации (координирования множества точек) по оригиналам обычных топографических карт; затем были внедрены более совершенные растровые технологии.

При "цифровании" существующих топографических карт возникает необходимость получения дополнительной информации о местности, которой на обычных картах просто нет, поэтому и здесь приходится выполнять некоторые процессы "цифровой топографии".

При создании цифровой карты на территории, где топографическая карта нужного масштаба отсутствует, и при обновлении цифровых карт применяется принципиально новая технология, в которой можно выделить следующие крупные процессы:

- создание геодезической основы (съемочного обоснования),
- получение аэроснимков местности,
- дешифрирование снимков и сбор семантической информации,
- создание файлов цифровой карты путем ввода информации в ПК.

## ЛЕКЦИЯ № 7

Элементы теории погрешности геодезических измерений. Методы и виды геодезических измерений. Погрешности измерений, их классификация. Свойства случайных погрешностей. Оценки точности результатов прямых и косвенных измерений. Общие правила геодезических вычислений.

### **7.1. Геодезические измерения, общие положения. Методы и виды геодезических измерений**

Измерением называют *процесс сравнения какой-либо физической величины с другой, однородной ей величиной, принятой за единицу меры* (меры длины, угла, массы, времени и др.). Результат измерения выражается числом, показывающим во сколько раз измеренная величина больше или меньше принятой единицы меры.

В геодезических работах используется метрическая система мер.

*Метр* в настоящее время определяется как расстояние, проходимое светом в вакууме за  $1/299\,792\,458$  долю секунды.

Единицами измерений плоских углов служат градус, град, гон и радиан.

*Градус* – единица плоского угла, соответствующая  $1/360$  части дуги окружности. Прямой угол равен  $90^\circ$ . Одна угловая минута равна  $1/60$  части градуса. Одна угловая секунда равна  $1/60$  части угловой минуты или  $1/3600$  части градуса ( $1^\circ = 60' = 3600''$ ).

*Град* – единица плоского угла, соответствующая  $1/400$  части дуги окружности. Прямой угол равен  $100^g$ . 1 град делится на 100 десятичных минут ( $1^g = 100^c$ ). Одна десятичная минута делится на 100 десятичных секунд ( $1^c = 100^{cc}$ ).

*Гон* – дополнительная единица плоского угла, которую используют взамен града. Один гон равен одному граду. Дольная часть гона – 1 миллигон =  $1/1000$  гона, 1 сантигон =  $1/100$  гона.

*Радиан* – безразмерная величина, выражающая центральный угол как отношение дуги окружности, стягивающей этот угол, к длине всей окружности. Величина  $\pi = 3,141\,592\,654$  выражает отношение длины дуги полуокружности к ее диаметру и соответствует углу в  $180^\circ$ . Для перевода градусной меры в радианы служит формула

$$\beta = \pi\beta^\circ / 180^\circ.$$

*Линейные величины* (расстояния и превышения) измеряют либо непосредственно с помощью стальных лент (рулеток), свето и радиодальномеров, либо косвенно – измерением других величин, связанных с искомыми функционально (например, в прямоугольном треугольнике по результатам измерения катета и угла между катетом и гипотенузой вычисляется второй катет).

*Горизонтальные и вертикальные углы* непосредственно измеряют угломерными приборами (теодолитами, тахеометрами, эклиметрами), но определяют и косвенно путем вычислений через другие измеренные величины.

*Нивелирование* (измерение превышений) выполняют чаще косвенно с помощью таких приборов, как нивелиры, теодолиты, тахеометры, гидростатические устройства, радиовысотомеры, барометры и др.

В инженерно-геодезических работах измеряют, в основном, линейные и угловые величины. Измерения производят по определенным правилам, с контролем (в целях повышения точности и устранения грубых промахов измерений). Число измеренных величин, необходимых для однозначного решения какой-либо задачи, считают *необходимыми измерениями*. Если измерений произведено больше необходимого числа, то имеют место *избыточные измерения*. Например, углы и превышения измеряют как минимум дважды по соответствующей методике. Линии измеряют в прямом и обратном направлениях. В замкнутых многоугольных фигурах измеряют, кроме минимально необходимых, еще и избыточные величины. Например, в треугольнике минимально необходимыми для измерений являются два угла (третий можно вычислить), но измеряют все три внутренних угла и по отклонению их суммы от  $180^\circ$  оценивают точность выполненных измерений. Если один из углов треугольника измерить невозможно, то измеряют два других угла и стороны треугольника, а искомый угол находят как  $180^\circ$  минус сумма двух измеренных углов и контролируют его вычислением по формулам тригонометрии. В замкнутых многоугольниках сумма внутренних углов должна быть равной  $180^\circ(n-2)$ , где  $n$  – число вершин.

## 7.2. Погрешности измерений, их классификация. Свойства случайных погрешностей. Погрешности измерений

В процессе измерений взаимодействуют: субъект, средство, метод, объект и внешняя среда – факторы, влияющие на точность измерений. Погрешность измерений определяется их точностью, чем выше точность измерений, тем меньше их погрешности. Анализируя погрешности, оценивают правильность процесса измерений, вычислительной обработки данных и точность конечного результата. Погрешности геодезических измерений зависят от метрологических показателей средств измерений (класса точности, правильности юстировки и настройки), условий внешней среды (рефракции, условий погоды, силы ветра, уровня вибрационных помех и т.д.). Квалификация наблюдателя также влияет на точность измерений.

В зависимости от изменчивости воздействий указанных факторов на условия измерений, их погрешности будут переменными по величине и по знаку, но могут содержать и переменные погрешности одного знака. С учетом этого измерения различают на равноточные и неравноточные.

*Равноточными* считают измерения однородных величин, выполненные при помощи приборов одного класса точности, одним и тем же способом, в сходных условиях внешней среды, выполненные специалистами равной квалификации.

К *неравноточным* относят измерения однородных величин, выполненные с нарушением хотя бы одного из перечисленных условий (например, измерения, выполненные приборами разного класса точности или по различным методикам).

*Истинная абсолютная погрешность* (ошибка)  $\Delta$  вычисляется как разность результата измерения  $l$  и точного (истинного) значения  $X$  измеряемой величины

$$\Delta = l - X. \quad (7.1)$$

*Относительная погрешность* – безразмерная величина, выражается обыкновенной дробью с единицей в числителе и указывает, какую часть составляет абсолютная погрешность от измеряемой величины:

$$1 / T = \Delta / l = 1 / (l : \Delta), \quad (7.2)$$

где  $T = l : \Delta$  – знаменатель относительной погрешности.

Если, например, истинное значение длины отрезка  $L = 100,10$  м, то результаты измерений  $l_1 = 100,15$  м и  $l_2 = 100,08$  м характеризуются абсолютными ис-

тинными погрешностями  $\Delta_1 = + 0,05$  м и  $\Delta_2 = - 0,02$  м и относительными погрешностями  $1/T = 1 / (100,10 : 0,05) \approx 1 / 2000$  и  $1 / (100,10 : 0,02) \approx 1 / 5000$ .

**Классификация погрешностей измерений.** При производстве измерений, как правило, истинное значение измеряемой величины неизвестно. В этих случаях для оценки точности результатов измерений применяют методы математической статистики при наличии избыточных измерений. При этом, чем больше число избыточных измерений, тем надежнее результаты оценки их точности. Погрешности квалифицируют как случайные, систематические и грубые, а также равноточные и неравноточные..

*Случайная погрешность* – возникает как сумма различных составляющих, не связанных между собой в каждом отдельном результате измерений и подчиняется определенным вероятностно-статистическим закономерностям.

*Систематическая погрешность* – характеризуется некоторым постоянным значением или подчиняется вполне определенной закономерности. Источником систематической погрешности может служить неучтенное отклонение цены деления мерного прибора или отсчетного приспособления от принятых единиц измерений, недостаточная юстировка прибора, неучтенное влияние внешней среды и др. Такие погрешности выявляют в результате исследований, компарирования и эталонирования измерительных приборов и вносят в виде поправок в результаты измерений. Полностью исключить систематические погрешности невозможно, их можно свести к определенному минимуму, оставшуюся часть обычно стремятся свести к случайным погрешностям методикой измерений.

*Грубая погрешность* (промах) - возникает из-за просчетов при измерениях, неисправности прибора, его неустойчивости и др. Такие погрешности выявляют по соответствующим признакам при наличии избыточных измерений и ликвидируют повторными измерениями после устранения причин ошибки.

На практике создают условия для устранения и минимизации систематических и грубых погрешностей измерений. При этом принимают, что остается влияние лишь случайных погрешностей, которые анализируют и учитывают при оценке качества и точности получения конечных геодезических данных.

**Статистические свойства случайных погрешностей равноточных измерений.** Случайные погрешности большого ряда результатов равноточных измерений одних и тех же (или сходных) величин в статистическом отношении являются сум-

мой множества отдельных случайных погрешностей. И если эта сумма по абсолютной величине остается того же порядка, что и ее отдельные слагаемые, то она носит случайный характер, отвечает требованиям центральной предельной теоремы Ляпунова по нормальному (Гауссову) закону ее распределения. Множество однородных случайных погрешностей геодезических измерений, как правило, подчиняется закону нормального распределения, графически отображенному на рис. 7.1 и характеризуется следующими свойствами.

1. *Свойство ограниченности* выражается в том, что в данных условиях измерений случайные погрешности  $\Delta$  не могут превзойти по модулю некоторую предельную погрешность, например  $3m$ .

2. *Свойство дифференциации*: малые по модулю погрешности появляются чаще, чем большие.

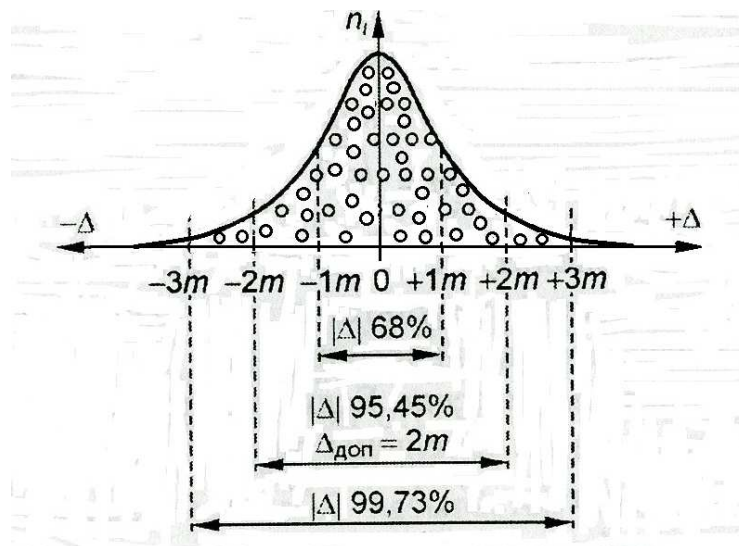


Рис. 7.1. График нормального распределения случайных погрешностей  $\pm\Delta$ :  
 $n_i$  – число случайных погрешностей величиной  $\Delta_i$

3. *Свойство симметричности и компенсации*: равные по модулю отрицательные и положительные погрешности возникают одинаково часто, поэтому при неограниченном числе  $n$  измерений одной и той же величины среднее арифметическое из случайных погрешностей стремится к нулю, т. е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n)/n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1/n) \sum_{i=1}^n \Delta_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (7.3)$$

4. *Свойство предела рассеивания*: для неограниченного числа измерений среднее арифметическое из квадратов случайных погрешностей стремится к пределу:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\Delta^2_1 + \Delta^2_2 + \dots + \Delta^2_n)/n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1/n) \sum_1^n \overline{\Delta^2_i} = \overline{m^2}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.4)$$

Предел  $\overline{m^2}$  называется *дисперсией* и представляет собой одну из важнейших характеристик разброса случайных погрешностей  $\Delta_i$ , как и другая характеристика разброса – *стандарт  $m$*  или среднее квадратическое отклонение (ошибка), равная

$$\overline{m} = \sqrt{\overline{m^2}} \quad (7.5)$$

Значения  $\overline{m}$  используют как один из статистических показателей погрешностей результатов множества однородных измерений.

5. *Свойство независимости.* Если произведены два ряда однородных измерений и получены два ряда независимых случайных погрешностей:  $\Delta'_1, \Delta'_2, \dots, \Delta'_n$ ; и  $\Delta''_1, \Delta''_2, \dots, \Delta''_n$ , то попарные произведения их величин  $\Delta'_i \Delta''_i$  тоже обладают всеми свойствами случайных погрешностей и в соответствии со свойством 3 сумма таких произведений стремится к нулю

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1/n) \sum_1^n (\Delta'_i \Delta''_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.6)$$

### 7.3. Статистические характеристики погрешностей результатов равноточных измерений

**Вероятнейшее значение измеряемой величины.** Предположим, что некоторая величина измерялась  $n$  раз, получены результаты  $l_1, l_2, \dots, l_n$ , которые считаются равноточными. Для них случайные погрешности находим по формуле (7.1):

$$\Delta_1 = l_1 - X;$$

$$\Delta_2 = l_2 - X;$$

.....

$$\Delta_n = l_n - X;$$

Сложив почленно эти равенства, получим

$$\sum_1^n \Delta_i = \sum_1^n l_i - nX, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

откуда

$$X = (1/n)(\sum l_i - \sum \Delta_i), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Приняв во внимание свойство (7.3) случайных погрешностей приходим к среднему арифметическому

$$X \approx L = (1/n) \sum_1^n l_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (7.7)$$

При  $n \rightarrow \infty$  среднее арифметическое  $L$  из результатов равноточных измерений стремится к истинному значению  $X$  измеряемой величины. Но при ограниченном числе измерений значение  $L$  не совпадает с истинной величиной  $X$ . Поэтому среднее арифметическое  $L$  называют эмпирическим *вероятнейшим значением измеряемой величины или арифметической серединой*.

**Стандарт, средняя квадратическая погрешность, среднее квадратическое отклонение.** Случайная погрешность может быть по величине малой или близкой к предельной, положительной или отрицательной в пределах поля рассеивания, характер которого показан на рис. 7.1. Множество истинных погрешностей  $\Delta$  (при  $n \rightarrow \infty$ ) обобщается статистической величиной – *стандартом  $m$* , вычисляемым по формуле Гаусса

$$\bar{m} = \sqrt{\sum_1^n \Delta^2_i / n}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (7.8)$$

На практике истинные погрешности, как правило, неизвестны. При ограниченном числе измерений ( $n \leq 25-30$ ) одной и той же величины формула Гаусса (7.8) не применяется, взамен ее используют формулу Бесселя (7.9), по которой вычисляется приближенная оценка стандарта – величина  $m$ , именуемая *среднее квадратическое отклонение (СКО)*

$$m = \sqrt{\sum_1^n \delta^2_i / (n - 1)}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (7.9)$$

где  $\delta_i$  – отклонение отдельных результатов  $l_i$  от среднего арифметического, т.е.  $\delta_i = l_i - L$ . Здесь  $L$  вычисляется по формуле (7.7). Правильность значений  $\delta_i$  проверяют на условие

$$\sum_1^n \delta_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.10)$$



Как видно из формул (7.8 – 7.9), в их знаменателе стоит число избыточных измерений.

Для оценки погрешности вычисленного значения СКО подсчитывают  $m_m$  – его среднюю квадратическую погрешность по формуле

$$m_m = m / \sqrt{n}. \quad (7.11)$$

**Пример 1.** Получены 6 результатов равноточных измерений  $l_i$ : 1002,0; 999,0; 998,5; 1000,4; 1000,0; 999,8 мм. Требуется определить среднее арифметическое  $L$  и дать статистическую оценку точности отдельных величин  $l_i$ .

**Решение.** Находим среднее арифметическое  $L = 999,95$  мм, вычисляем отклонения от него результатов измерений  $\delta_i = +2,05; -0,95; -1,45; +0,45; +0,05; -0,15$ , проверяем их сумму  $\Sigma\delta_i = 0$ , вычисляем  $\Sigma\delta_i^2 = 7,345$ ;  $(n - 1) = 5$ ;  $m = 1,22$  мм;  $m_m = 0,50$  мм. Наиболее надежное (вероятнейшее) значение длины отрезка  $L = 999,95$  мм. Здесь средняя квадратическая погрешность отдельного измеренного значения  $l_i$  характеризуется величиной  $m \approx \pm 1,22$  мм, при этом погрешность оценочной величины  $m$  (т.е. СКО) составляет  $m_m \approx \pm 0,50$  мм.

**Интервальные характеристики точности результатов измерений.** Стандарт и СКО, позволяют дать общую вероятностно-статистическую оценку погрешностей данного ряда измерений и погрешности окончательного результата  $L$ . Как показано на рис. 7.1, в интервале от  $-m$  до  $+m$  концентрируются случайные погрешности ( $\Delta_i$ ), не превышающие по модулю значения  $|m|$ , т.е.  $(\Delta_i) \leq |m|$ , а число таких величин составляет 68% от всего множества  $\Delta_i$  при  $n \rightarrow \infty$ . В интервале от  $-2m$  до  $+2m$  распределяется 95,45% от общего числа случайных погрешностей, а в интервал от  $-3m$  до  $+3m$  попадают 99,73% всех значений  $\Delta_i$ .

**Предельная погрешность.** В качестве допустимых погрешностей для ряда равноточных измерений часто принимают удвоенное  $2m$  или утроенное  $3m$  значение стандарта. В геодезических работах предельную (допустимую) погрешность  $\Delta_{\text{пред}}$  чаще всего устанавливают из условия

$$\Delta_{\text{пред}} \leq 2\bar{m}, \quad (7.12)$$

а превосходящие этот допуск погрешности считают грубыми.

Относительная предельная погрешность обычно применяется для характеристики точности измерения длины  $l$  линий:

$$\Delta_{\text{пред}} / l = 1 / (l : \Delta_{\text{пред}}) = 1 / T, \quad (7.13)$$

Например, для расстояний, измеряемых лентой на земной поверхности, допустимыми считаются относительные погрешности  $1 / T$  величиной  $1 : 1000$ ;  $1 : 2000$ ;  $1 : 3000$  в зависимости от условий местности – неблагоприятных, средних, благоприятных.

#### 7.4. Средняя квадратическая погрешность функций измеренных величин

Если по условиям задачи выполнены измерения для определения значения некоторой величины  $F$ , являющейся функцией измеренных величин  $x_i$

$$F = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n),$$

то СКП (средняя квадратическая погрешность) этой функции определяется из формулы

$$m_F = \sqrt{\sum_1^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} m_i \right)^2}, \quad (7.14)$$

где  $m_i$  – СКП измеренных величин.

Рассмотрим некоторые функции измеренных величин.

1. Определяемая величина  $Z$  представляет сумму двух независимо измеренных величин  $X$  и  $Y$ , т.е. функцию вида

$$Z = X + Y.$$

Если измерения выполнены  $n$  раз, то в результате измерения с номером  $i$  случайная погрешность  $\Delta Z_i$  величины  $Z_i$  равна сумме случайных погрешностей величин  $X_i$  и  $Y_i$ , т. е.

$$\Delta Z_i = \Delta X_i + \Delta Y_i. \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (7.15)$$

В соответствии с формулой (7.14) каждое равенство  $i$  в формуле (7.15) возведем в квадрат, полученные выражения сложим почленно, разделим на  $n$  и напишем

$$\sum_{i=1}^n \Delta Z_i^2 / n = \sum_{i=1}^n \Delta X_i^2 / n + \sum_{i=1}^n \Delta Y_i^2 / n + 2 \sum_{i=1}^n \Delta X_i \cdot \Delta Y_i / n, \quad (7.16)$$

В выражении (7.16) произведения  $\Delta X_i \cdot \Delta Y_i$  представляют случайные величины и последнее слагаемое равно нулю согласно свойству (7.6). Поэтому с учетом формулы (7.4) из выражения (7.16) получим дисперсию функции (7.15) в виде

$$m_Z^2 = m_X^2 + m_Y^2, \quad (7.17)$$

и среднюю квадратическую погрешность величины  $Z$

$$m_Z = \sqrt{m_X^2 + m_Y^2}. \quad (7.18)$$

**Пример 2.** В плоской фигуре, состоящей из двух углов с общей вершиной и общей стороной, измерены значения углов  $\beta_1 = 30^\circ 10'$  и  $\beta_2 = 60^\circ 01'$  со средними квадратическими погрешностями  $m_1 = m_2 = 0,5'$ . Вычислить суммарный угол  $\beta_3$  и его среднюю квадратическую погрешность  $m_3$ .

**Решение.** Искомый угол  $\beta_3 = \beta_1 + \beta_2 = 90^\circ 11'$ , его средняя квадратическая погрешность

$$m_3 = \sqrt{0,5^2 + 0,5^2} = 0,7'.$$

2. Определяемая величина представляет разность измеренных величин, т.е. функцию

$$Z = X - Y. \quad (7.19)$$

Здесь уравнение погрешностей имеет вид

$$\Delta Z_i = \Delta X_i - \Delta Y_i,$$

и, применив к нему действия по выводу формулы (7.16), в ней последнее слагаемое получим со знаком “минус” и равным нулю, значит, дисперсия и средняя квадратическая погрешность функции вида  $Z = X - Y$  вычисляются по формулам (7.17) и (7.18), т. е.

$$m_Z^2 = m_X^2 + m_Y^2, \quad m_Z = \sqrt{m_X^2 + m_Y^2} \quad (7.-20)$$

**Пример 3.** В плоской фигуре примера 2 измерен угол  $\beta_3 = 80^\circ 20'$  и его часть  $\beta_2 = 50^\circ 01'$ . Вычислить вторую часть угла – угол  $\beta_1$  и его среднюю квадратическую погрешность  $m_1$ , если  $m_3 = m_2 = 0,5'$ .

**Решение.** Величина  $\beta_1 = \beta_3 - \beta_2 = 30^\circ 19'$ , ее средняя квадратическая погрешность, вычисленная по формуле (7.20),  $m_1 = 0,7'$ .

**3.** Если суммируются несколько однородных слагаемых, то для функции вида

$$Z = \pm X \pm Y \pm \dots \pm T \quad (7.21)$$

дисперсия определяется по формуле

$$m^2_Z = m^2_X + m^2_Y + \dots + m^2_t, \quad (7.22)$$

а СКП суммарной величины  $Z$

$$m_Z = \sqrt{m^2_X + m^2_Y + \dots + m^2_t}. \quad (7.23)$$

**4.** Для функции  $Z = K X$ , где  $K$  – постоянная величина, имеем

$$m^2_Z = K^2 m^2_X \quad \text{и} \quad m_Z = K m_X. \quad (7.24)$$

**5.** Для функции вида

$$Z = K_1 X \pm K_2 Y \pm \dots \pm K_n t, \quad (7.25)$$

где  $K_i$  – постоянные величины (могут быть выражениями), средняя квадратическая погрешность

$$m_Z = \sqrt{K^2_1 m^2_X + K^2_2 m^2_Y + \dots + K^2_n m^2_t}. \quad (7.26)$$

**6.** Формулы вычисления дисперсии и средних квадратических погрешностей (7.17), (7.18), (7.22), (7.23), (7.24), (7.26) представляют собой частные случаи определения дисперсии для функции общего вида

$$z = f(y, \dots, t) + C, \quad (7.27)$$

где  $C$  – постоянная величина

Как видим, во всех рассмотренных случаях работает общая формула (7.14), которую запишем в развернутом виде

$$m_z^2 = (\partial f / \partial x)^2 m_x^2 + (\partial f / \partial y)^2 m_y^2 + \dots + (\partial f / \partial t)^2 m_t^2, \quad (7.28)$$

где  $\partial f / \partial x$ ,  $\partial f / \partial y$ , ...,  $\partial f / \partial t$  – частные производные функции по каждому аргументу.

**Пример 4.** В формуле прямой геодезической задачи определяется координата  $x_2 = x_1 + d \cos \alpha$ , где величины  $d$  и  $\alpha$  являются результатами измерений с погрешностями  $m_d$  и  $m_\alpha$ , координата  $x_1$  известна с погрешностью  $m_{x_1}$ . Определить среднюю квадратическую погрешность  $m_{x_2}$  координаты  $x_2$ .

**Решение.** Найдем частные производные формулы для  $x_2$

$$\partial f / \partial x_1 = 1; \quad \partial f / \partial d = \cos \alpha; \quad \partial f / \partial \alpha = -d \sin \alpha,$$

т. е. по формуле (7.28) получим

$$m_{x_2}^2 = m_{x_1}^2 + \cos^2 \alpha m_d^2 + d^2 \sin^2 \alpha m_\alpha^2, \quad (7.29)$$

где СКП величины  $m_\alpha$  выражена в радианах. Если величина  $m_\alpha$  известна в градусной мере, то в формуле (7.29) ее следует выразить в радианах:

$$m_\alpha = m_\alpha^\circ / \rho^\circ; \quad m_\alpha = m_\alpha' / \rho'; \quad m_\alpha = m_\alpha'' / \rho'', \quad (7.30)$$

где  $\rho^\circ = 180/\pi \approx 57,3^\circ$  – число градусов в радиане (в минутах  $\rho' \approx 3438'$ , в секундах  $\rho'' \approx 206265''$ ).

Пусть  $m_{x_1} = m_d = 0,1$  м;  $d = 200,00$  м;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $m_\alpha = 0,5'$  (соответственно  $\rho' = 3438'$ ), тогда

$$m_{x_2} = \sqrt{0,1^2 + 0,87^2 \cdot 0,1^2 + 200^2 \cdot 0,5^2 (0,5 / 3438)^2} = \pm 0,14 \text{ м.}$$

**Средняя квадратическая погрешность среднего арифметического.** Представим формулу (7.7) в следующем виде:

$$L = (1/n) \sum l_i = (1/n) l_1 + (1/n) l_2 + \dots + (1/n) l_n,$$

где  $1/n = K$  – постоянное число.

В соответствии с формулой (7.26) напишем

$$m_L^2 = (1/n^2) m_1^2 + (1/n^2) m_2^2 + \dots + (1/n^2) m_n^2.$$

При равноточных измерениях принимаем  $m_1 = m_2 = \dots = m_n = m_i$ . Обозначим  $m_L^2 = M^2$ , получим дисперсию среднего арифметического

$$M^2 = [(1/n^2) m_i^2] n = m_i^2 / n,$$

и его СКП

$$M = m_i / \sqrt{n}, \quad (7.31)$$

т. е. средняя квадратическая погрешность  $M$  среднего арифметического из равно- точных результатов измерений в  $\sqrt{n}$  раз меньше средней квадратической погреш- ности  $m_i$  отдельного результата измерения.

**Пример 5.** Для результатов измерений, приведенных в примере 1, вычислить среднее арифметическое  $L$  и его среднюю квадратическую погрешность  $M$ .

**Решение.** В примере 1 определены  $L = 999,95$  мм;  $m_i = 1,22$  мм. Вычисляем  $M = 1,22 / \sqrt{6} = \pm 0,50$  мм.

**Допустимая погрешность суммы равноточно измеренных величин.** Пусть в формуле (7.21) слагаемые  $\pm X, \pm Y, \dots, \pm t$  определены со случайными погрешно- стями  $\Delta_X, \Delta_Y, \dots, \Delta_t$  в условиях равноточных измерений, а сумма погрешностей равна

$$\Delta_{\Sigma\Delta} = \Delta_X + \Delta_Y + \dots + \Delta_t. \quad (7.32)$$

Обозначим через  $m_i$  среднее квадратическое значение каждой случайной по- грешности  $\Delta_i$ , тогда средняя квадратическая погрешность  $m_{\Sigma\Delta}$  суммы значений  $\Delta_i$  выразится в соответствии с формулой (7.22) как

$$m_{\Sigma\Delta}^2 = m_{\Delta X}^2 + m_{\Delta Y}^2 + \dots + m_{\Delta t}^2. \quad (7.33)$$

При равноточных измерениях принимают, что их СКП одинаковы, т.е.  $m_{\Delta X} = m_{\Delta Y} = \dots = m_{\Delta t} = m_{\Delta}$ , тогда выражение (7.33) принимает вид  $m_{\Sigma\Delta}^2 = n m_{\Delta}^2$ , откуда

$$m_{\Sigma\Delta} = m_{\Delta} \sqrt{n}, \quad (7.34)$$

где  $m_{\Delta}$  – средняя квадратическая погрешность отдельного результата равноточно измененных величин;  $n$  – число слагаемых.

Допустимую (предельную) погрешность для суммарной величины  $m_{\Sigma\Delta}$  по (7.34) примем согласно условию (7.12) равной ее удвоенному значению  $2m_{\Sigma\Delta} = \Delta_{\Sigma\Delta\text{пред}}$ , тогда

$$\Delta_{\Sigma\Delta\text{пред}} = 2 m_{\Delta} \sqrt{n}. \quad (7.35)$$

Формула вида (7.35) применяется для обоснования допустимых погрешностей суммы измеренных углов в многоугольниках, суммы измеренных превышений в нивелирном ходе и др.

**Оценка точности двойных измерений.** В практике геодезических работ углы, расстояния, превышения получают как разности отсчетов, т.е. измеряют двукратно. Например, углы измеряют двумя полу приемами, расстояния - прямо и обратно, превышения – по основной и дополнительной шкалам рейки и т. д. Такие измерения называют двойными. Получают пары равнозначных результатов  $l_1$  и  $l'_1$ ,  $l_2$  и  $l'_2$ , ...,  $l_n$  и  $l'_n$ . Вычисляют разности  $\Delta_i = l_i - l'_i$ , которые теоретически должны быть равны нулю и рассматриваются как истинные погрешности каждой пары измерений. Тогда средняя квадратическая погрешность разности двух результатов измерений в соответствии с формулой Гаусса (7.8) равна

$$\bar{m}_\Delta = \sqrt{\frac{n}{\sum_1^n \Delta_i^2} / n}, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (7.36)$$

при этом для функции  $\Delta_i = l_i - l'_i$  в соответствии с формулой (3.17) находим  $m_\Delta^2 = m_1^2 + m_2^2$ , где  $m_1 + m_2$  – средние квадратические погрешности результатов  $l_i$  и  $l'_i$ . Когда измерения равнозначны, тогда  $m_1 = m_2 = m_l$  и  $m_\Delta = \sqrt{2m_l^2}$ , а также  $m_l^2 = m_\Delta^2 / 2$ . Величина  $m_\Delta$  определяется формулой (7.36), следовательно, СКО отдельного измерения равна

$$\bar{m}_l = \sqrt{\frac{n}{\sum_1^n \Delta_i^2} / 2n}. \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (7.37)$$

Для оценки точности результатов  $l_i$  по формуле (7.37) необходимо предварительно сложить все разности  $\Delta_i$  и вычислить среднее

$$\Delta_0 = \sqrt{\frac{n}{\sum_1^n \Delta_i} / n}. \quad (7.38)$$

Если  $\Delta_0$  не равно нулю, то из разностей  $\Delta_i$  необходимо исключить систематическую составляющую  $\Delta_0$ . Исправленные разности  $\delta_i = \Delta_i - \Delta_0$  вводят в следующую формулу

$$m_l = m_\Delta / \sqrt{2} = \sqrt{\frac{n}{\sum_1^n \delta_i^2} / (n-1)}. \quad (7.39)$$

Оценка точности, основанная на разностях двойных измерений, не всегда служит достаточным критерием качества измерений. Если в результатах  $l_i$  и  $l'_i$  присутствуют одинаковые систематические погрешности (например, в длине мерной ленты, рулетки), то они исключаются из разности  $l_i - l'_i$ , а расчеты по формулам (7.36) – (7.39) не будут соответствовать действительной точности результатов измерений на величину систематической погрешности.

### 7.5. Исходные положения математической обработки результатов неравноточных измерений

**Понятие веса результатов однородных измерений.** Если одна и та же величина измерялась в условиях неравноточности (см. п. 7.1), то совместная математическая обработка результатов измерений должна выполняться с учетом их относительной надежности, которая характеризуется *весом* данного результата. Понятно, что результат измерения будет тем надежнее, чем меньше его ошибка. Поэтому под весом  $p$  результата измерения понимают величину, обратно пропорциональную квадрату средней квадратической погрешности  $m$  данного результата, которую вычисляют по формуле

$$p = c / m^2, \quad (7.40)$$

где  $c$  – произвольная постоянная, значение которой выбирают так, чтобы веса были близкими к единице, что упрощает вычисления.

Обозначим через  $P$  вес среднего арифметического, а через  $p$  – вес отдельного результата равноточных измерений, тогда с учетом формулы ((7.31)  $P = c / M^2 = c / (m^2 : n)$ ), где согласно (7.40)  $c = p m^2$ , откуда

$$P/p = n; \quad P = p n, \quad (7.41)$$

следовательно, вес среднего арифметического в  $n$  раз больше веса отдельного результата равноточных измерений.

**Среднее весовое.** Пусть некоторая величина измерена неравноточно, а результатам измерений  $l_1, l_2, \dots, l_n$  соответствуют веса  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , тогда среднее весовое или вероятнейшее значение среднего результата вычисляется по формуле

$$L_0 = \frac{l_1 p_1 + l_2 p_2 + \dots + l_n p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{\sum_1^n l_i p_i}{\sum_1^n p_i}. \quad (7.42)$$



**Пример 6.** Пусть  $l_1 = 103,0$ ;  $l_2 = 103,8$ ;  $p_1 = 2$ ;  $p_2 = 4$ . Требуется вычислить среднее весовое значение  $L_0$ .

**Решение.**  $L_0 = 100 + (3,0 \times 2 + 3,8 \times 4) / (2 + 4) = 103,53$ . Изменим веса, разделив их  $p_1$ , получим  $p'_1 = 1$ ;  $p'_2 = 2$  и убедимся, что результат  $L_0 = 103,53$  не изменился.

*Частный случай среднего весового.* Если каждый результат  $l_i$  получен с одинаковым весом  $p_i = p$ , то такие измерения равноточны и формула (7.42) принимает вид формулы (7.7) среднего арифметического.

**Оценка точности результатов неравноточных измерений.** В формуле (3.40) примем  $p = 1$ , тогда  $c = m^2_i$ . Значение  $c$  при безразмерном  $p = 1$  называется средней квадратической погрешностью единицы веса и обозначается через  $\mu$ . В соответствии с формулой (7.40) напишем соотношение

$$\mu^2 / m^2_i = p_i ,$$

откуда

$$\mu = m_i \sqrt{p_i} . \quad (7.43)$$

При оценке точности результатов неравноточных измерений вычисляют их среднее весовое  $L_0$  по формуле (7.42), отклонения отдельных результатов от среднего весового  $\delta_i = l_i - L_0$  и среднюю квадратическую погрешность единицы веса:

$$\mu = \sqrt{(\delta^2_1 p_1 + \delta^2_2 p_2 + \dots + \delta^2_n p_n) / (n - 1)} = \sqrt{\frac{\sum_1^n \delta^2_i p_i}{(n-1)}} , \quad (7.44)$$

Средняя квадратическая погрешность величины  $L_0$

$$M_0 = \mu / \sqrt{\sum_1^n p_i} , \quad (7.45)$$

где

$$\sum_1^n p_i - \text{вес значения } L_0.$$

## 7.6. Общие сведения о технических средствах и правилах вычислений в геодезии

Вычислительная обработка результатов геодезических измерений производится как в процессе получения числовой и иной информации (в реальном времени), так и в режиме ее пост-обработки на ЭВМ. Компьютерная обработка результатов измерений производится по стандартным программам с выдачей требуемых данных в цифровой и графической форме с оценкой их точности. Современные высокоточные угломерно-дальномерные приборы (электронные тахеометры), нивелиры, лазерные рулетки обладают встроенными блоками ЭВМ для оперативной обработки измерительной информации, а также средствами для хранения и передачи информации на другие ЭВМ.

Значительный объем вычислений производится и непосредственно в процессе работ, в том числе, для подготовки числовой информации к дальнейшей компьютерной обработке. Многие срочные относительно несложные вычисления производятся с помощью инженерных калькуляторов. Во время вузовской учебы инженерные калькуляторы применяются для дублирования расчетов, выполненных на компьютерах, с целью лучшего усвоения изучаемых задач. При подготовке задачи к решению на компьютере или на программируемом калькуляторе студенты составляют программу по возможности короткой с учетом необходимой проверки конечных результатов расчетов и оценки их точности.

При съеме информации со средств измерений и вычислениях на калькуляторах необходимо соблюдать определенные правила, которые учитываются и в компьютерных расчетах. Во-первых, нельзя снижать точность результатов измерений за счет неверного округления и уменьшения числа значащих цифр в исходных, промежуточных и окончательных данных (формат вычислений). Во-вторых, не следует удерживать в окончательных результатах излишние значащие цифры, не соответствующие реальной точности решенной задачи, так как это придает некорректность числовой информации и усложняет ее.

При расчетах в процессе измерений и пост-обработке данных необходимо соблюдать правила округления приближенных чисел, представляющих результаты измерений с учетом их точности. Рассмотрим это требование на примере. Пусть вычисляется горизонтальное проложение  $d = D \cos \nu$ . Величина  $D$  получена по результатам двух измерений:  $D_1 = 156,13$  и  $D_2 = 156,16$  м. Здесь среднее  $D =$

156,145 характеризуется вероятной погрешностью  $\Delta D \approx 0,02$  м, поэтому округляем  $D = 156,14$  по правилу “до ближайшего четного”. Неправильным будет округление  $D = 156,1$  м, ибо здесь погрешность возрастает до 0,04 м и этим понижается точность результата измерений. Чтобы погрешность искомой величины  $d$  не оказалась больше погрешности среднего  $D$ , необходимо получить значение  $\cos v$  с пятью значащими цифрами, как и в округленном результате  $D$ . Для этого угол  $v$  требуется измерить с точностью 1–2'. При  $v = +3^\circ 36'$  находим с помощью инженерного калькулятора  $d = D \cos v = 155,832$ ; округляем результат  $d = 155,83$  м с погрешностью округления 0,002 м. Окончательная погрешность результата  $d$  составляет  $\Delta d \approx \Delta D \approx 0,02$  м и отвечает точности измерения величины  $D$ .

Чтобы избежать накопления погрешностей округления в процессе последовательных вычислений на калькуляторе промежуточные данные не округляются, их вносят в оперативную память. Окончательный результат округляют в соответствии с точностью исходных величин. Если в процессе вычислений необходимо записывать промежуточные данные, то в них удерживают 1-2 дополнительные значащие цифры. Такие правила округления при вычислениях применяют для того, чтобы избежать наложения погрешностей округления на погрешности измерений. Как отмечено ранее, погрешности результатов достоверных измерений относятся к случайным и подчиняются нормальному закону распределения. Погрешности округления тоже носят случайный характер, но подчиняются равномерному закону распределения (равновероятны).

## ЛЕКЦИЯ № 8

Измерения углов. Принцип изменения горизонтальных и вертикальных углов. Теодолиты, их устройство и классификация. Угломерные круги и отсчетные приспособления.

### 8.1. Горизонтальные и вертикальные углы. Устройство теодолитов

**Горизонтальные углы.** Горизонтальный угол  $\sphericalangle ABC$  (рис. 8.1, а) между наклонными прямыми  $BA$  и  $BC$ , исходящими из вершины  $B$ , расположенной на отвесной линии  $BM$ , измеряют как двугранный угол  $\beta = \sphericalangle abc$  между пересекающимися по  $BM$  вертикальными плоскостями  $VbaA$  и  $VbcC$ . Прямые  $ba$  и  $bc$  представляют проекции линий  $BA$  и  $BC$  на горизонтальную плоскость  $P$ .

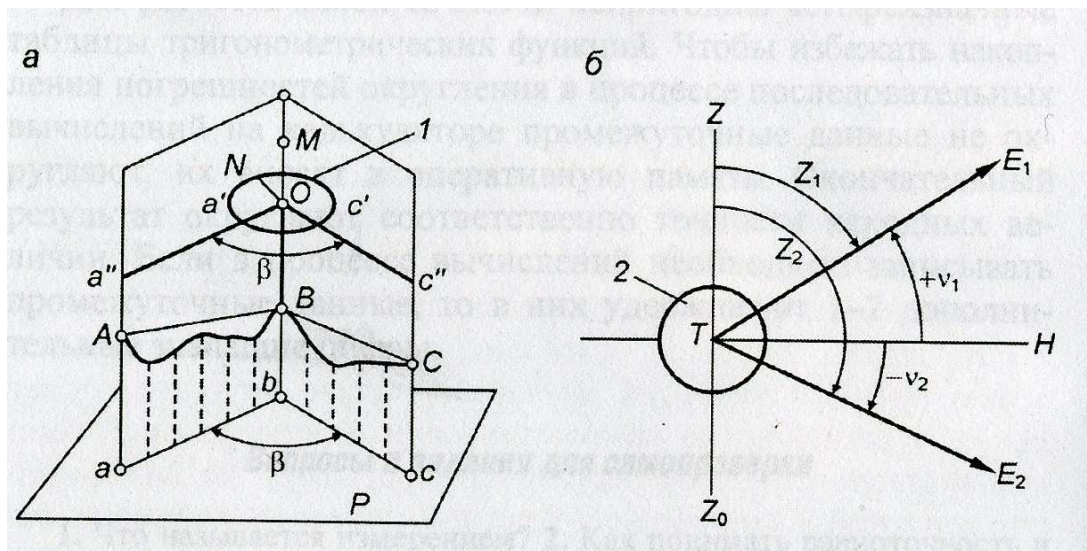


Рис. 8.1. Горизонтальный (а) и вертикальные (б) углы:  
 $P$  – горизонтальная плоскость;  $ZZ_0$  – отвесная линия;  $TH$  – горизонтальная линия;  
 $1$  – горизонтальный угломерный круг;  $2$  – вертикальный угломерный круг.

Горизонтальный угол измеряют по угломерному кругу  $1$ , на котором нанесена круговая шкала градусных делений (лимб). Центр  $O$  шкалы совмещают с отвесной линией  $MB$ . Плоскость круга горизонтальна, ее пересекают отвесные плоскости по радиусам  $Oa'a''$  и  $Oc'c''$ , образующим стороны горизонтального угла  $\beta$ . Если  $ON$  – радиус начального (нулевого) градусного деления, а счет делений возрастает по ходу часовой стрелки, причем  $c'$  и  $a'$  – отсчеты градусных делений по радиусам  $Oc'$  и  $Oa'$ , то угол  $\beta = a' - c'$ .

**Вертикальные углы** лежат в вертикальной плоскости, их измеряют по вертикальному угломерному кругу 2 (рис.8.1, б). Кольцо его градусных делений расположено в вертикальной плоскости, а центр кольца совпадает с горизонтальной осью  $T$  вращения вертикально круга. Вертикальный угол, отсчитанный от зенитного направления  $Z$  отвесной линии  $ZZ_0$ , называется *зенитным углом* или *зенитным расстоянием* (углы  $Z_1$  и  $Z_2$ ). Вертикальный угол, отсчитанный от горизонтальной линии  $TH$ , называется углом наклона  $v$ , который считается положительным, если направление наклона выше горизонта (+ $v$ ) и отрицательным, если ниже (- $v$ )

**Принципиальная схема теодолита.** Теодолит – это геодезический угломерный прибор. В нем горизонтальный и вертикальный круги с угломерными делениями (*лимбы*) установлены соответственно в горизонтальной и вертикальной плоскостях (рис. 8.2, а). Лимб горизонтального угломерного круга 3 может вращаться вокруг вертикальной геометрической оси прибора  $ZZ_1$ . Над горизонтальным кругом расположена алидада 9, которую можно вращать вокруг той же оси. *Алидадой* называют ту часть теодолита, на которой закреплены его вертикальная ось, входящая в подставку 2, и другие детали, среди них: цилиндрический уровень 8 и колонки 7. На колонки опирается горизонтальная ось с закрепленными на ней вертикальным угломерным кругом 5 и зрительной трубой 6, предназначенной для точного визирования на пункты (точки) измеряемых горизонтальных и вертикальных углов.

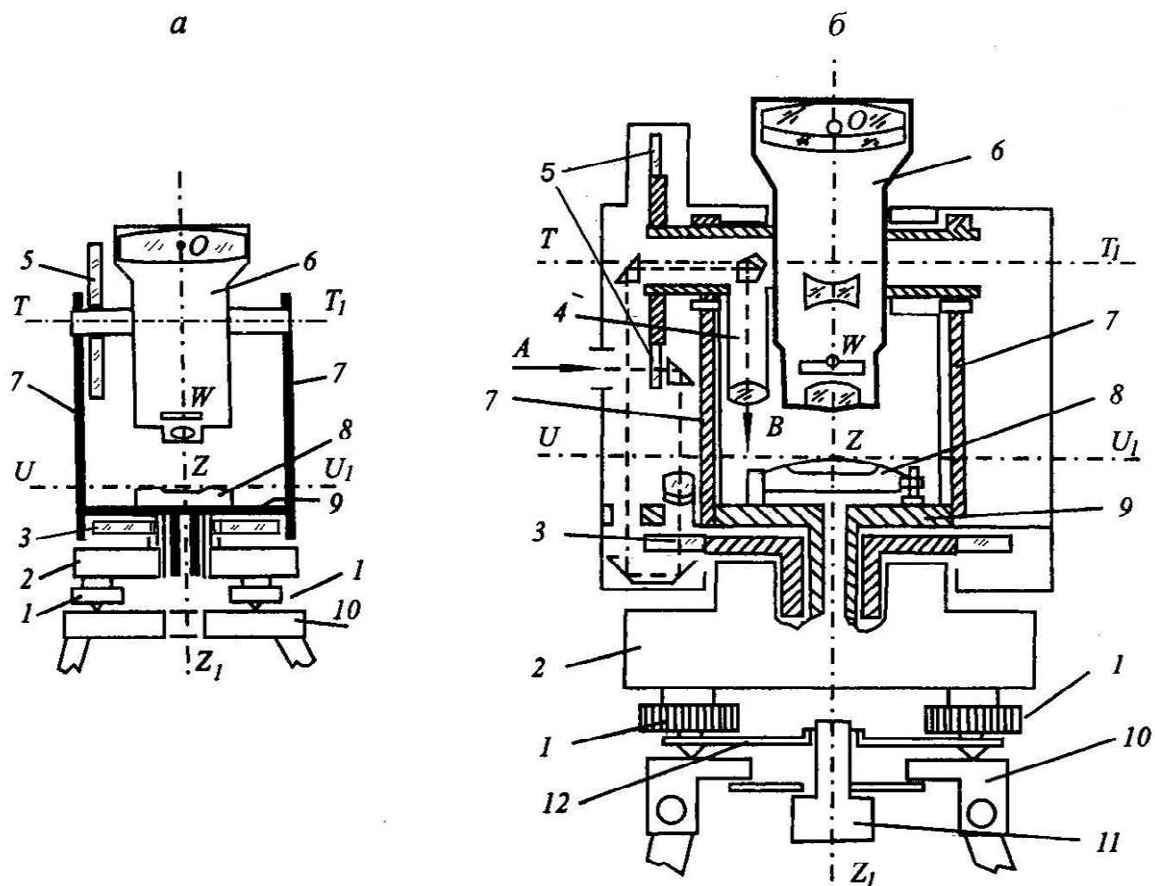


Рис. 8.2. Принципиальная (а) и опто-механическая схема (б) теодолита:

1 – подъемный винт; 2 – подставка; 3, 5 – стеклянные горизонтальный и вертикальный угломерные круги; 4 – окулярная трубка отчетного микроскопа; 6 – зрительная труба; 7 – колонки; 8 – цилиндрический уровень; 9 – алидада; 10 – головка штатива; 11 – закрепительный (становой) винт; 12 – трегер; (A-B – ход лучей в оптической системе отчетного микроскопа)

Цилиндрический уровень 8 необходим для горизонтирования прибора, т.е. приведения его основной оси  $ZZ_1$  в отвесное положение. Теодолиту необходимо также центрировочное приспособление для совмещения оси  $ZZ_1$  с вершиной измеряемого угла. Для центрирования используют нитяной отвес или оптический центрир.

**Общее устройство теодолита.** Теодолит представляет собой достаточно сложный опто-механический прибор, его принципиальная и оптическая схемы показаны на рис. 8.2. Зрительная труба 6 и жестко соединенный с ней стеклянный угломерный круг 5 вращаются вокруг горизонтальной геометрической оси  $TT_1$ , перпендикулярной к основной оси  $ZZ_1$ . Вся верхняя часть прибора, закрепленная на алидаде 9, может вращаться вокруг оси  $ZZ_1$ . Для облегчения снятия отсчетов по шкалам градусных делений угломерных кругов применен отчетный микроскоп, окулярная трубка которого 4 находится рядом с окуляром зрительной трубы. Подставка 2 служит основанием теодолита, три ее подъемные винта 1 предназначены

для горизонтирования прибора. Закрепительным (*становым*) винтом *11* теодолит присоединяют к головке *10* штатива.

В комплект теодолита входят штатив (для установки прибора над центром пункта, являющегося вершиной угла), нитяной отвес или оптический центрир (для центрирования над точкой), ориентир-буссоль (для ориентирования по магнитному азимуту), отвертка и шпилька (для юстировки прибора), капсула со специальным маслом (для периодической смазки механических осей).

**Зрительная труба** предназначена для высокоточного визирования на удаленные точки (визирные цели) при измерениях углов и для обозначения вертикальной плоскости при вращении трубы вокруг ее горизонтальной оси  $TT_1$ . В зрительной трубе с внутренней фокусировкой (рис. 8.3, *а*) фокусирующая линза *3* расположена между объективом *1* и окуляром *б*. Линза перемещается вдоль оси трубы при вращении головки *2* фокусирующего устройства, называемой также кремальерой. Изображение предмета рассматривают через окуляр зрительной трубы, проектирующееся на изображение визирной сетки (пересекающихся вертикальной и горизонтальной сетки нитей), нанесенной на стеклянную пластинку *5* (рис. 8.3, *б*), положение которой регулируется юстировочными винтами *4*.

В зрительной трубе различают оси оптическую и визирную. *Оптическая ось зрительной трубы* – это прямая, проходящая через оптический центр окуляра  $O_1$  и оптический центр объектива  $O$  (см. рис. 8.3, *а*). *Визирная ось зрительной трубы* – это прямая, проходящая через центр пересечения сетки нитей  $W$  окуляра  $O_1$  и оптический центр объектива  $O$  (точка  $W$  находится в пересечении центральных нитей сетки).

Световые лучи, пересекающие штрихи  $n$  и  $m$  визирной сетки, проецируются в точках  $N$  и  $M$  на плоскость предмета  $P$ , находящегося дальше от переднего фокуса  $F$  на конечном расстоянии от него (рис. 8.4, *а*). Оптическая система объектива и фокусирующей линзы создает изображение предмета  $P$  в фокальной плоскости  $AA_1$ , которая должна быть совмещена с плоскостью  $nm$  визирной сетки. Это изображение является действительным и обратным. Окуляр обеспечивает получение мнимого и увеличенного изображения  $M_1N_1$  предмета  $P$ , видимого одновременно с изображением сетки (рис. 8.4, *б*). Для получения *прямого изображения*  $\Pi$  (в теодолитах 2Т30П и других) в оптическую систему зрительной трубы вводится специальная оборачивающая призма *3* (рис. 8.5).

До начала работы зрительную трубу подготавливают для наблюдений: 1) вращая диоптрийное кольцо, окуляр устанавливают в постоянное положение, при котором получается четкое изображение визирной сетки и не наблюдается параллакс ее изображения (параллакс проявляется поперечными смещениями изображения сетки относительно изображения предмета при поперечных перемещениях глаза наблюдателя относительно окуляра трубы; параллакс устраняется небольшими вращениями окуляра); 2) в дальнейшем при визировании на иные предметы их изображение фокусируют только вращением кремальеры, расположенной на зрительной трубе справа (см. рис. 8.3, а).

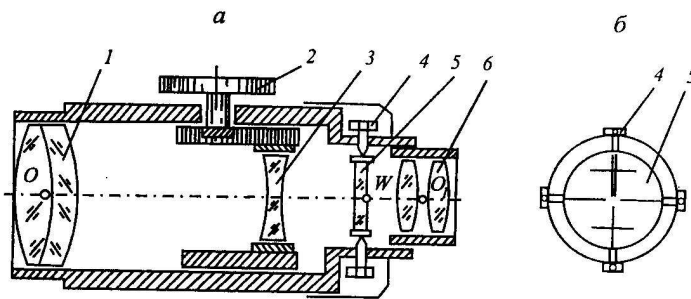


Рис. 8.3. Устройство зрительной трубы:

а – зрительная труба; б – визирная сетка; 1 – объектив; 2 – винт фокусирующего устройства – кремальера; 3 – фокусирующая линза; 4 – юстировочный винт; 5 – стеклянная пластинка с сеткой нитей; б – линза окуляра)

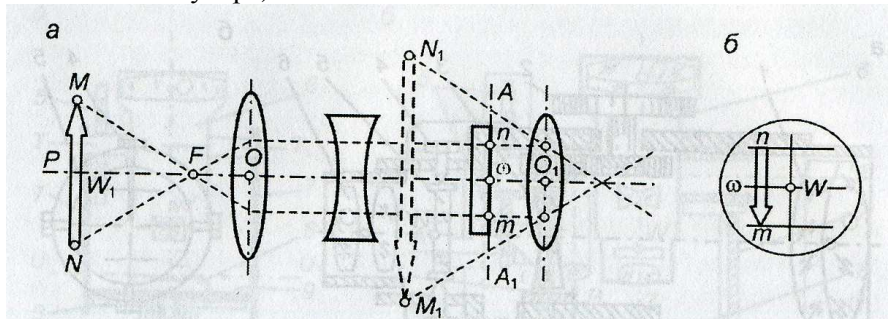


Рис. 8.4. Схемат хода лучей в зрительной трубе обратного изображения:

а – ход лучей; б – изображения предмета и сетки нитей;  $F$  – передний фокус объектива;  $O$  – оптический центр объектива;  $O_1$  – оптический центр окуляра;  $W$  – центр сетки нитей;  $m, n$  – дальномерные штрихи сетки нитей;  $\omega$  – средняя горизонтальная нить

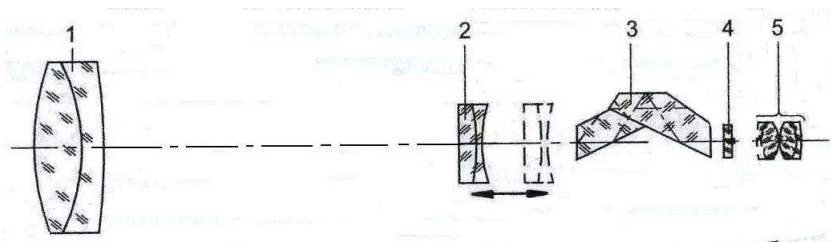


Рис. 8.5. Оптическая схема зрительной трубы прямого изображения:

1 – объектив; 2 – фокусирующая линза; 3 – оборачивающая призма (призма Аббе); 4 – пластинка сетки нитей; 5 – окуляр)



**Оптические качества зрительной трубы** характеризуются видимым увеличением, полем зрения и точностью визирования.

*Видимое увеличение*  $\Gamma$  зрительной трубы равно отношению угла  $\alpha$ , под которым предмет виден через трубу, к углу  $\beta$ , под которым этот же предмет виден невооруженным глазом (рис. 8.6):

$$\Gamma = \alpha / \beta. \quad (8.1)$$

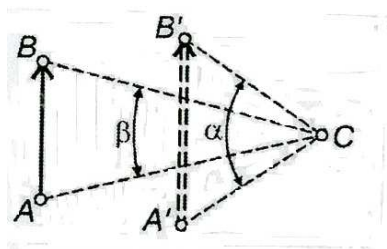


Рис. 8.6. Видимое увеличение зрительной трубы

Для определения величины  $\Gamma$  в 5–10 м от прибора вертикально ставят рейку с сантиметровыми делениями. Наблюдатель одним глазом рассматривает деления через трубу, а одновременно другим глазом – непосредственно и подсчитывает число делений, уместяющихся в одном увеличенном трубой делении. Это число характеризует видимое увеличение зрительной трубы. В технических теодолитах видимое увеличение равно 18 или 20<sup>×</sup>.

*Поле зрения трубы* – это конусообразная часть пространства, видимая под углом  $\beta$  (см. рис. 8.6) через неподвижно установленную трубу (угол  $\beta = 0,5\text{--}2^\circ$ , ему на расстоянии 100 м соответствует поперечный отрезок  $AB = 0,9\text{--}3,5$  м)

Точность визирования зрительной трубой, подготовленной для наблюдений, характеризуется средней квадратической погрешностью

$$m_b = 60'' / \Gamma, \quad (8.2)$$

где 60'' – среднее угловое разрешение (острота зрения) невооруженного глаза человека. При увеличениях трубы  $\Gamma = 18\text{--}20^\times$  находим  $m_b = 3''$ .

**Уровни** предназначены для установки геодезического прибора и его частей в рабочее положение относительно отвесной линии в данной точке. Они могут применяться и для измерения малых углов наклона. Стеклоаннула уровня неподвижно закрепляется в оправе. Корпус оправы крепится на геодезическом приборе и снабжается юстировочными (исправительными) винтами.

*Цилиндрический уровень* (рис. 8.7, а) включает стеклянную трубчатую ампулу, заполненную легкоподвижной жидкостью, не смачивающей стекло – этиловым эфиром или этиловым спиртом. Пузырек уровня, состоящий из паров наполнителя, должен занимать 0,3 – 0,4 рабочей длины ампулы. Для уменьшения зависимости длины пузырька от изменений температуры объем жидкости уменьшают компенсационным стеклянным стержнем, который помещают внутри ампулы. Или же для регулирования длины пузырька в ампуле устраивают перегородку (см. рис. 8.7, а), за которую перемещают часть пузырька, наклоняя уровень.

Внутренняя поверхность ампулы в продольном сечении соответствует дуге радиуса  $R$ , а на ее наружную поверхность нанесена шкала – штрихи через равные расстояния  $l = 2$  мм (рис. 8.7, б). Нуль-пункт уровня – это средняя точка  $O$  его шкалы.

*Ось цилиндрического уровня* называется прямая  $UU_1$ , лежащая в плоскости продольного вертикального сечения ампулы и касательная к ее внутренней поверхности в нуль-пункте. Ось цилиндрического уровня будет горизонтальной, когда пузырек находится в нуль-пункте (т.е. концы пузырька расположены на равных расстояниях относительно точки  $O$  на рис. 8.7, а, б).

*Цена деления уровня* определяется величиной угла  $\tau$ , на который нужно наклонить уровень, чтобы пузырек сместился на 1 деление ампулы. Согласно рис. 8.7, в угол  $\tau$  можно выразить в радианах или в секундах

$$\tau = l / R \text{ или } \tau'' = \rho'' (l / R), \quad (8.3)$$

где  $\rho'' = 206265''$  – число секунд в радиане.

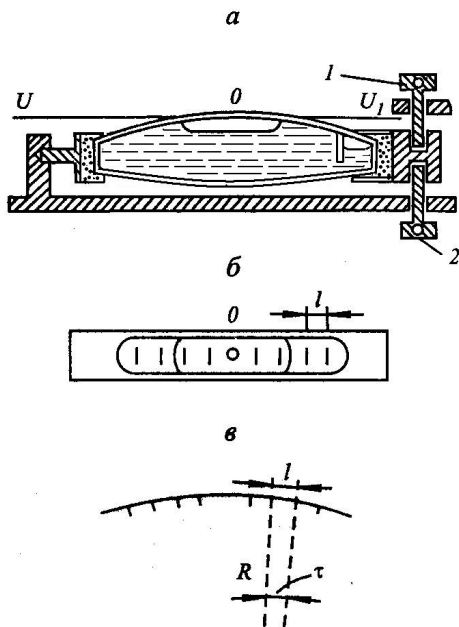


Рис. 8.7. Цилиндрический уровень:  
 1, 2 – исправительные винты; а – разрез;  
 1, 2 – исправительные винты; а – разрез;  
 б – вид ампулы сверху; радиус и цена  
 деления уровня

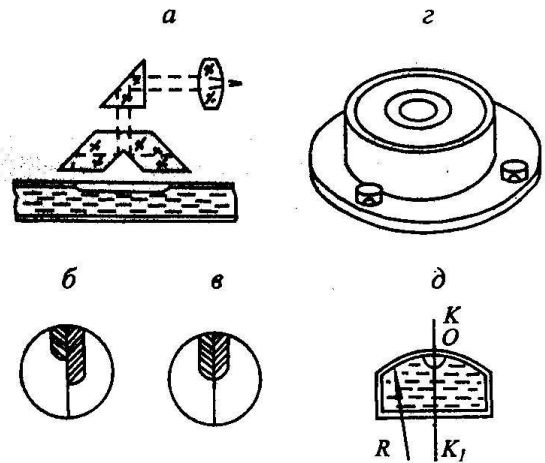


Рис. 8.8. Контактный (а, б, в) и круглый (z, d) уровни:  
 а – ход лучей в оптической системе  
 б – несовмещенные концы пузырька;  
 в – совмещенные концы; z – общий вид круглого уровня; d – вертикальный разрез

В геодезических приборах используются цилиндрические уровни с ценой деления  $\tau$  от 6 до 60". Для повышения точности установки уровня в нуль-пункт применяется призмочно-линзовое оптическое устройство (рис. 8.8, а), а соответствующий уровень называют *контактным*. В окуляре оптического устройства контактного уровня видны противоположные концы пузырька, разделенные оптической гранью (рис. 8.8, б). Пузырек считается установленным в нуль-пункт, если его концы видны в контакте, т.е. совмещенными (рис. 8.8, в). Изображение двух концов пузырька передается в место, удобное для наблюдателя.

Во многих типах теодолитов и других геодезических приборов дополнительно применяются круглые уровни, предназначенные для предварительного горизонтирования прибора. Основная часть *круглого уровня* – его стеклянная ампула, верхняя внутренняя поверхность которой сферическая постоянного радиуса  $R$  (рис. 8.8, z, d). Нуль-пункт уровня находится в центре кольцевых делений ампулы. Ось круглого уровня  $KK_1$  – это перпендикуляр ко внутренней сферической поверхности ампулы в нуль-пункте. Цена деления круглого уровня обычно бывает от 5 до 20'.

Помимо рассмотренных встроенных уровней применяются также накладные высокоточные цилиндрические уровни для повышения точности горизонтирования оси вращения трубы теодолита.

**Угломерные круги и отсчетные устройства.** Угломерные круги (лимбы) изготавливают из металла или оптического стекла. На поверхность лимба наносят круговую шкалу градусных делений, образующих *лимб* – рабочую меру для измерений углов. На горизонтальном круге деления лимба оцифровывают через 1 или 10° по ходу часовой стрелки от 0 до 360°. На вертикальном круге деления лимба оцифровывают либо от 0 до 360°, либо от 0 до  $\pm 90^\circ$ . Угловая величина дуги, равная одному делению, называют *ценой деления лимба*, ее величина обычно равна 5', 10', 20', 30' или 1°. Для измерения неполных делений лимба служат отсчетные устройства – верньеры и микроскопы.

В теодолитах со стеклянными угломерными кругами используются отсчетные микроскопы различной конструкции. В поле зрения окуляра отсчетного микроскопа через систему призм и линз (см. рис. 8.2, б) выведены изображения штрихов горизонтального и вертикального лимбов, а также отсчетных штрихов или же отсчетных шкал. В поле зрения *штрихового микроскопа* теодолита Т30 (рис. 8.9, а) видны штрихи делений угломерных кругов: вертикального В и горизонтального Г, а также штрих отсчетного индекса. Цена одного деления угломерных кругов равна 10', а десятые доли деления оцениваются относительно индекса на глаз с погрешностью около 0,5' (30"). На рис. 8.9, а отсчет В = 357° 23'; отсчет Г = 26° 32'.

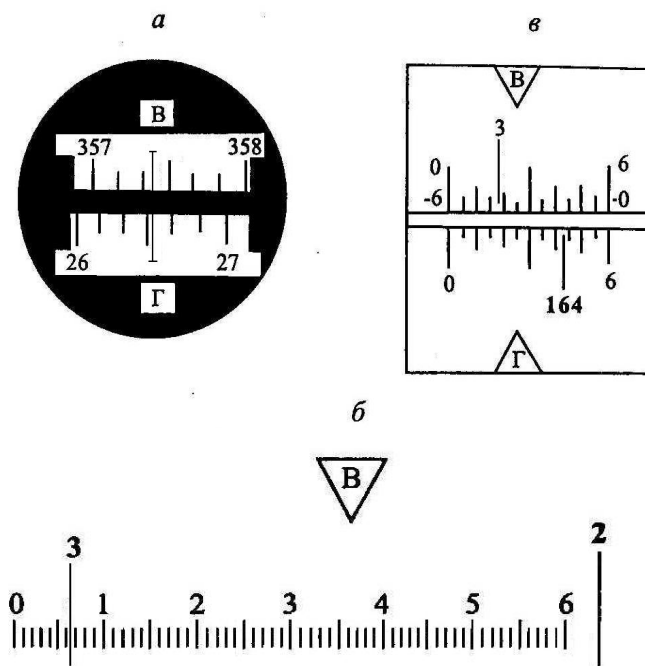
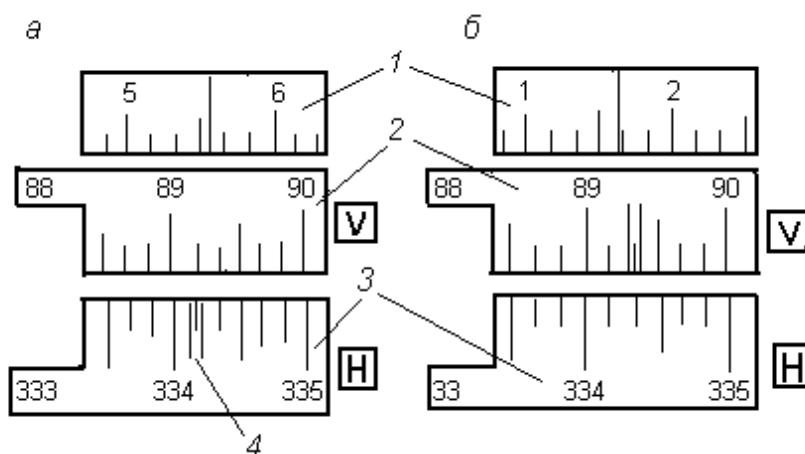


Рис. 8.9. Поле зрения отсчетных микроскопов: штрихового теодолита Т30 (а) и шкаловых (б – теодолита 2Т30П; в – теодолита Т5)

В шкаловом микроскопе теодолита 2Т30П (рис. 8,9, в) применены шкалы с ценой деления 5', выделены 10-минутные деления, здесь отсчет  $\Gamma = 164^{\circ} 43'$  берется по оцифрованному штриху горизонтального лимба относительно штрихов шкалы. Отсчет  $B = 3^{\circ} 18'$ .

В шкаловом микроскопе теодолита Т5 (рис. 8.9, б) шкала состоит из 60 штрихов с ценой деления 1', десятые доли деления оцениваются на глаз с погрешностью около 0,05 -0,1' (3–6"). Цена одного деления угломерного круга равна  $1^{\circ}$ . В примере рис. 8.9, б отсчет  $B = 3^{\circ} 06,4'$ .

*Микроскоп-микрометры* (оптико-механические измерительные устройства) служат для повышения точности отсчитывания долей угловых делений. Они приводятся в действие вращением головки винта микromетра (винта 14, показанного в примере рис. 8.12, з), а визуальный контроль процесса измерения производится через окуляр 2 микроскопа. В окуляре отсчетного микроскопа теодолита 4Т15П видны три окна с изображениями угломерных шкал (рис. 8.10, а, б): 1 – окно шкалы с ценой деления 10"; 2 и 3 – окна градусных делений вертикального V и горизонтального H угломерных кругов с ценой деления 10'. После наведения визирной оси трубы на цель вращают головку микromетра – перемещают биссекторный индекс 4 до совмещения его оси с ближайшим штрихом лимба (в примере рис. 8.9, а – штрихом  $334^{\circ} 10'$ ), затем берут отсчет по шкале 1 микromетра, здесь равный  $5' 34''$  (отсчет минут составляет  $15' = 10' + 5'$ ). Полный отсчет равен  $H = 334^{\circ} 15' 34''$ . В примере рис.8.10, б отсчет по вертикальному кругу V =  $89^{\circ} 21' 38''$ .



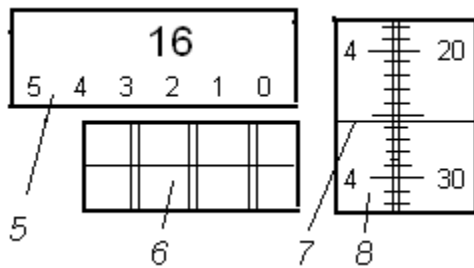


Рис. 8.10. Окна угломерных шкал в поле зрения отсчетных микроскоп-микрометров:  
*а, б* – теодолита 4Т15П, *в* - теодолитов 2Т2, 2Т2П, 3Т2КП

В окуляре отсчетного микроскоп-микрометра высокоточных теодолитов 2Т2 – 3Т2КП рассматриваются три окна с изображениями угломерных шкал (см. рис. 8.10, *в*). В нашем примере в окне *б* показаны двойные штрихи градусных делений горизонтального угломерного круга (при переключении оптики микроскопа на изображение лимба вертикального круга в окне *б* будут видны одиночные штрихи градусных делений на желтом фоне). В окне *5* видны надпись  $16^\circ$  деления лимба и надписи десятков минут, в окне *8* – шкала оптического микрометра с надписями единиц минут и десятков секунд. После наведения трубы на цель вращают головку оптического микрометра – совмещают верхние и нижние штрихи в окне *б* (т. е. диаметрально противоположные штрихи лимба), затем берут отсчеты. В примере рис. 8.10, *в* в окне *5* отсчет градусов равен  $16^\circ$ , отсчет десятков минут равен 20' (цифра 2 расположилась напротив надписи 16), далее в окне *8* отсчет единиц минут равен 4 (имеем 24') и относительно индекса *7* отсчет секунд составляет 25,5". Полный отчет по горизонтальному кругу равен  $\Gamma = 16^\circ 24' 25,5''$ .

**Эксцентриситет алидады.** В угломерных геодезических приборах на алидаде могут размещаться одно отсчетное устройство или два диаметрально противоположных I и II (см. рис. 8,11, *а*). В первом случае отсчетная система называется *односторонней* во втором – *двусторонней*.

Ось вращения алидады  $O_2$  (рис.8.11, *б*) должна совпадать с центром делений лимба  $O_1$ . При этом условии с помощью двусторонней отсчетной системы получают отсчеты  $M_0$  и  $N_0$ , различающиеся на  $180^\circ$ . Несовпадение оси  $O_2$  вращения алидады с центром  $O_1$  лимба называется *эксцентриситетом алидады*. При эксцентриситете получают отсчеты  $M$  и  $N$ , не совпадающие с отсчетами  $M_0$  и  $N_0$  на величину  $x$ , при этом  $M = M_0 + x$ ,  $N = N_0 - x$ . Последнее из этих равенств запишем в виде  $N - 180^\circ = N_0 - x - 180^\circ$ . Сложим первое и третье равенства и полученную сумму разделим пополам, получим:  $(M + N - 180^\circ) / 2 = (M_0 + N_0 - 180^\circ) / 2$ , следо-

вательно среднее из отсчетов по двум диаметрально противоположным отсчетным устройствам с учетом их различия на  $180^\circ$  свободно от погрешности, вызванной эксцентриситетом алидады. В примере рис. 8.10, б при эксцентриситете алидады отсчеты  $M = 6^\circ$ ;  $N = 184^\circ$ , средний отсчет  $M = (M + N - 180^\circ) / 2 = 5^\circ$  свободен от этой погрешности.

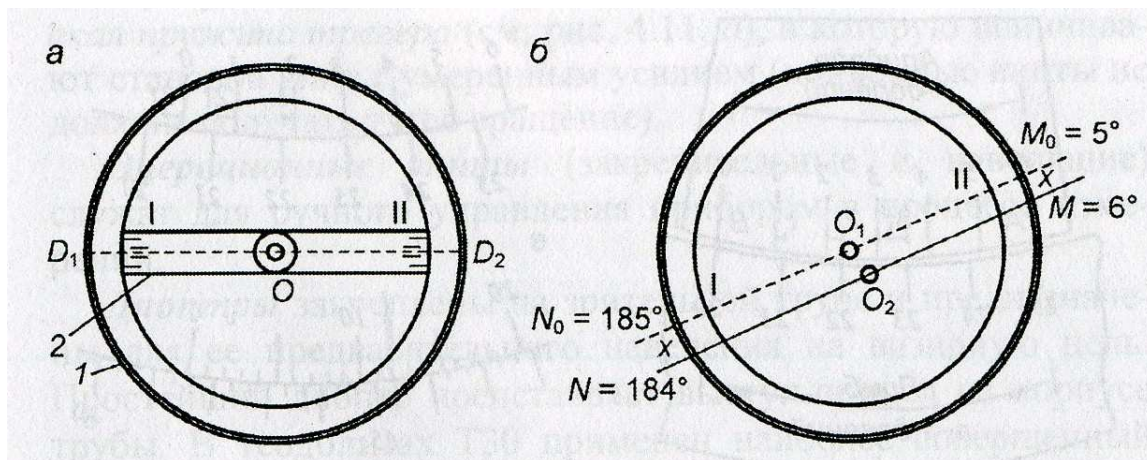


Рис. 8.11. Верньерное двустороннее отсчетное устройство:

*a* – угломерный круг и алидада; *б* – эксцентриситет алидады;  
*1* – угломерный круг; *2* – алидада; I – первый, II – второй верньеры

В теодолитах с односторонней отсчетной системой Т30 – 4Т15П, 2Т5 и других рассмотренный эксцентриситет должен быть незначительной величиной, которую обеспечивает завод-изготовитель. Остаточная погрешность, обусловленная эксцентриситетом, устраняется измерениями углов теодолитом способами, рассмотренными в лекции 9, п. 9.2. В теодолитах с двусторонней отсчетной системой, например 2Т2 – 3Т2КП и др., погрешность за счет эксцентриситета компенсируется в отсчетном микроскоп-микрометре при совмещении в окне б диаметрально противоположных штрихов лимба (см. рис 8,10, в).

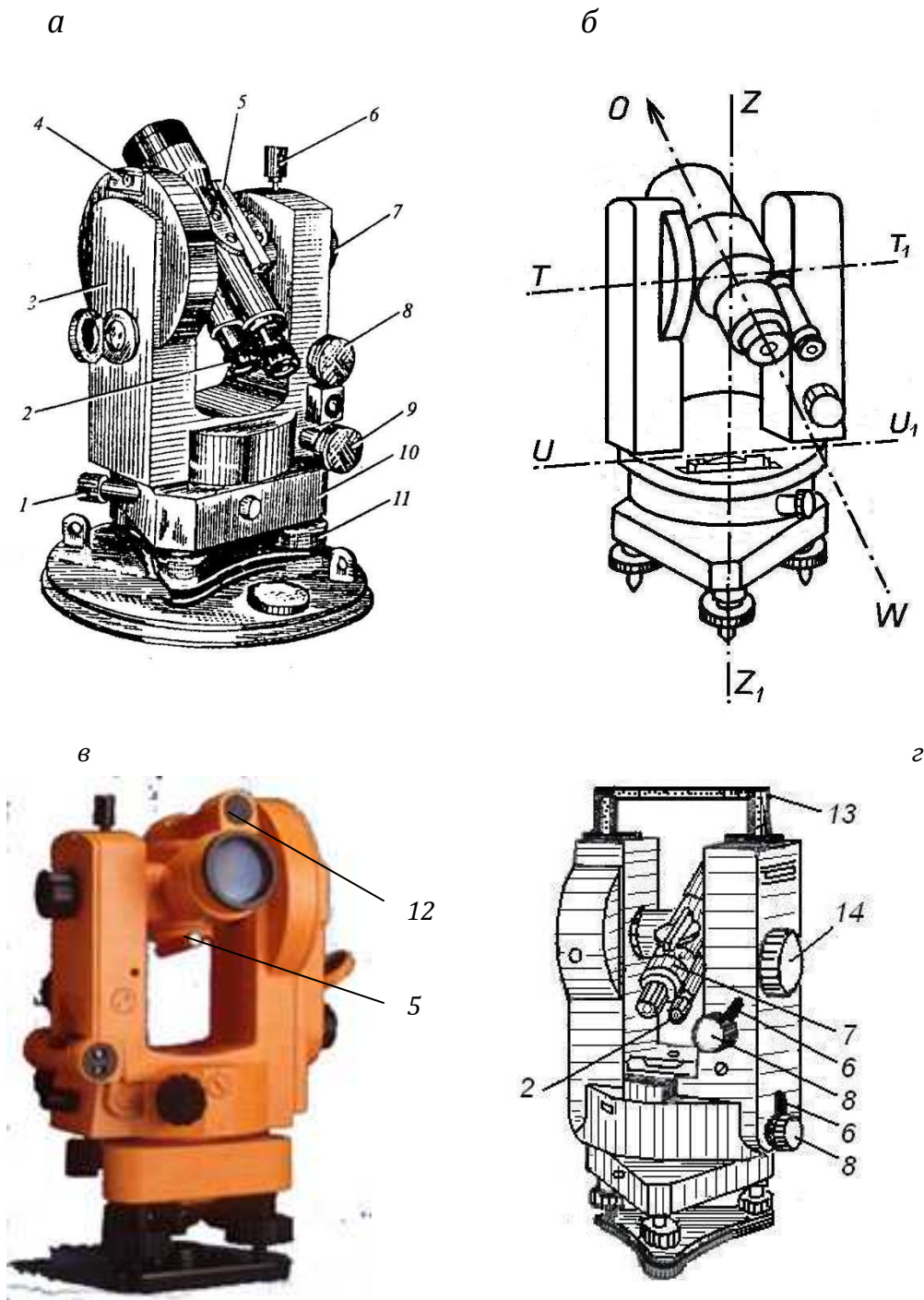


Рис. 8.12. Оптико-механические теодолиты в положении КЛ:  
*а* – теодолит Т30; *б* – главные оси теодолита; *в* – теодолит 4Т30П в положении КЛ;  
*г* – теодолит 3Т2КП (*1* – наводящий винт горизонтального круга; *2* – окуляр отсчетного микроскопа; *3* – боковая крышка; *4* – гнездо крепления ориентир-буссоли; *5* – диоптр;  
*6* – закрепительный винт; *7* – кремальера (фокусирующий винт зрительной трубы;  
*8, 9* – наводящие винты трубы и алидады; *10* – подставка; *11* – подъемный винт;  
*12* – цилиндрический уровень при зрительной трубе; *13* – ручка; *14* – головка винта микроскоп-микрометра: главные оси:  $ZZ_1$  – основная (вертикальная ось вращения верхней части прибора);  $UU_1$  – ось цилиндрического уровня;  $TT_1$  – горизонтальная ось вращения трубы;  $WO$  – визирная ось

**Установочные устройства.** К установочным устройствам геодезического прибора относятся подставка, операционные винты, уровни, диоптры. Подставка 2 (рис. 8.12, *а*) служит основанием геодезического прибора и крепится к головке



штатива становой винтом. Подставка снабжена тремя подъемными винтами, вращая которые прибор горизонтируют, добиваясь приведения пузырька установочного уровня в нуль-пункт. Для регулирования умеренной силы, с которой подставку прижимают к головке штатива, служат трегер и плоская пружина трегера (см. рис. 8.12, а), в которую ввинчивают становой винт с умеренным усилием, при котором подъемные винты не должны получать тугое вращение.

Операционные винты (закрепительные и наводящие) служат для ручного управления прибором в процессе измерений.

Диоптры закреплены на зрительной трубе и предназначены для ее предварительного наведения на визирную цель. Простейший диоптр представляет выступ-прицел на корпусе трубы. В теодолитах серии Т30 и других применен наиболее совершенный диоптр – оптический, он выполнен в виде трубки с линзой и диафрагмой, вертикальная и горизонтальная щели которой воспринимаются глазом как светлые крестообразные линии прицеливания.

**Штативы.** Геодезические приборы при измерениях, как правило, закрепляют на штативе, изготовленном из немагнитных материалов. Геодезический штатив – это тренога с металлической головкой и металлическими наконечниками на нижней части ножек. Штатив может быть деревянным или полностью металлическим. По конструкции штативы подразделяют на раздвижные (ШР) и нераздвижные (НР). Обозначение ШР-120 показывает, что у раздвижного штатива можно регулировать длину ножек, а длина стороны треугольной головки равна 120 мм.

## 8.2. Типы теодолитов

Теодолиты можно разделить на три конструктивные группы.

1. Теодолиты с металлическими угломерными кругами (механические теодолиты) в настоящее время не выпускают.

2. Оптическими традиционно называют теодолиты со стеклянными угломерными кругами и призмочно-линзовыми отсчетными микроскопами; все измерительные действия производит наблюдатель.

3. Частично автоматизированные теодолиты, к ним относятся кодовые. В кодовых теодолитах на угломерные круги нанесены штриховые кодовые дорожки и применена фотоэлектрическая регистрация отсчетов при измерении углов. Результаты измерений выдаются на дисплей прибора в числовой или в кодовой форме, и

записываются на магнитный носитель информации для последующей компьютерной обработки.

**Классификация теодолитов по точности.** Оптические теодолиты российского производства по точности разделены на 3 класса: *высокоточные* (Т1), *точные* (Т2, Т5) и *технические* (Т15, Т30). В обозначении теодолита цифрами указана средняя квадратическая погрешность измерения угла (в секундах) одним полным приемом в благоприятных условиях. Основные технические характеристики оптических теодолитов, выпускаемых в России по ГОСТу, приведены в таблице 8.1, а для теодолитов ЗТ2КП и ЗТ5КП указаны на рис. 8.12–А. Эти сведения используются также при рассмотрении сравнительной точности и выборе теодолитов других зарубежных фирм.



Рис. 8.12–А. Теодолиты ЗТ2КП / ЗТ5КП: точность 2" / 5"; увеличение зрительной трубы 30<sup>х</sup>; минимальное расстояние визирования 0,9 м; диапазон работы компенсатора вертикального круга 4' / 5'; масса 4,1 / 5 кг

Требования к точности теодолитов, применяемых в геодезических работах для строительства, определяются допусками к погрешностям конкретного вида измерений при установке конструкций в проектное положение. Для съемочных работ используют технические теодолиты, специальные работы выполняют точными и высокоточными теодолитами. Освоение работы с техническими теодолитами представляет базу овладения техникой применения теодолитов иных типов в различных строительно-геодезических задачах.

**Конструктивные особенности теодолитов.** В высокоточных, точных и некоторых типах технических теодолитов на алидаде вертикального круга устанавливается контактный уровень (см. рис. 8.8, а) для повышения точности измерения вертикальных углов. Но вместо уровня может применяться маятниковый компенсатор

для автоматического устранения погрешностей, возникающих при малых наклонах прибора в процессе измерения вертикальных углов. В шифр теодолитов с компенсатором добавляется буква К, например 2Т5К. В шифре теодолита Т30М буква М обозначает, что теодолит изготовлен в «маркшейдерском варианте», т. е. снабжен второй зрительной трубой и устройствами для закрепления на консолях в горных выработках.

В шифре усовершенствованных теодолитов первой цифрой обозначают порядковый номер модификации прибора, например, 2Т2, 2Т5К, 2Т30П (теодолиты «второго поколения»). Буква П обозначает наличие зрительной трубы прямого изображения. Теодолит 4Т30П (см. рис. 8.12, в) – прибор «четвертого поколения».

Теодолиты, у которых горизонтальный угломерный круг и алидаду можно вращать независимо друг от друга, называют также *повторительными* (Т5), (Т30), так как они позволяют измерять горизонтальные углы *способом повторений*, рассмотренным в лекции 9, п. 9.2.

Таблица 8.1.

**Основные технические характеристики оптических теодолитов**

Характеристика	Теодолит				
	Т1	Т2	Т5	Т15	Т30
Средняя квадратическая погрешность измерения угла одним приемом в производственных условиях, с:					
горизонтального	1,5	3	7	15	30
вертикального	3	5	12	15	45
Зрительная труба:					
увеличение, крат	30; 40	25	25	25	18
наименьшее расстояние визирования, м	5	2	1,5	1,2	1,2
Цена деления цилиндрического уровня при алидаде круга, с:					
горизонтального	10	15	30	45	60
вертикального	15	15	15	30	30
Масса теодолита, кг	11,0	5,5	3,5	3,0	2,5

## ЛЕКЦИЯ № 9

### Поверки теодолитов. Способы измерения горизонтальных углов

#### **9.1. Поверки и юстировки теодолитов**

Каждый геодезический прибор, находящийся в эксплуатации, подвергается обязательной ежегодной метрологической аттестации в учреждении метрологического надзора. Помимо этого работник, действующий с прибором, обязан выполнять периодически его основные поверки и при возможности необходимые юстировки (регулировки).

Погрешности, свойственные геодезическому прибору, делят на две группы: 1) вызванные отклонениями геометрической формы и размеров деталей при заводском изготовлении и сборке прибора; 2) происходящие в результате отклонения осей и частей прибора от заданного взаимного положения. Первую группу погрешностей выявляют в процессе исследований прибора по специальной программе и при необходимости направляют прибор на ремонт. Вторую группу погрешностей уменьшают до заданно малых величин в процессе поверок и юстировок (наладки) прибора.

При приемке прибора для работы проверяют комплектность его упаковки. Выявляют общее техническое состояние теодолита, отсутствие механических повреждений, работоспособность операционных винтов, легкость вращения алидады и зрительной трубы, чистоту поля зрения трубы и отсчетного микроскопа, работу фокусирующего устройства. Проверяется устойчивость прибора в подставке и на штативе. Люфт в соединениях штатива устраняется умеренной затяжкой соответствующих болтов.

**Качество цилиндрического уровня теодолита** проверяется следующим образом: подъемным винтом подставки пузырьку придают малые перемещения, которые должны быть плавными без задержек и рывков. В таком случае внутренняя геометрия ампулы в вертикальном разрезе достаточно точно соответствует круговой дуге.

**Проверка длины шкалы отсчетного микроскопа.** В теодолитах со шкаловыми микроскопами (см. рис. 8.9, б, в) видимая длина шкалы должна равняться длине дуги между двумя соседними штрихами лимба. Допускается несовпадение до 0,1 наименьшего деления шкалы. Теодолит юстируют в мастерской.

**Рабочие положения теодолита.** Во время измерений теодолит должен быть горизонтирован при помощи цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга. Различают два рабочих положения теодолита по отношению к наблюдателю: 1) вертикальный круг находится слева от окуляра зрительной трубы (обозначение “круг лево” или КЛ) и 2) – справа (обозначение “круг право” или КП). Положение теодолита КЛ меняют на положение КП (или наоборот) поворотом зрительной трубы через зенит, при этом верхнюю часть прибора поворачивают вокруг вертикальной оси на  $180^\circ$  окуляром к наблюдателю.

### Основные проверки оптических теодолитов

В исправном теодолите его главные геометрические оси, названные в § 8.1 и показанные на рис. 8.12, б, должны быть взаимно сопряжены с высокой точностью. Рассмотренные ниже основные проверки оптических теодолитов выполняются в полевых условиях. В зависимости от конструктивных особенностей прибора выполняются и дополнительные проверки. При выполнении каждой проверки теодолит заново горизонтируют.

1. *Ось цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна оси вращения теодолита, т.е.  $UU_1 \perp ZZ_1$*  (см. рис. 8.2 и рис. 8.12, б). Поворотом верхней части теодолита ось цилиндрического уровня на алидаде горизонтального круга устанавливают параллельно двум любым подъемным винтам подставки 1 и 2 (рис. 8.13, а). Вращая их в противоположные стороны, пузырек уровня приводят в нуль-пункт. Затем верхнюю часть теодолита поворачивают на  $90^\circ$ , закрепляют и вращением подъемного винта 3 (рис. 4.13, б) пузырек вновь приводят в нуль-пункт. Оставив круг закрепленным, верхнюю часть теодолита поворачивают на  $180^\circ$  (рис. 8.13, в). Если пузырек остался в нуль-пункте (допустимо отклонение до 0,3 – 0,5 деления ампулы), то условие проверки соблюдено.

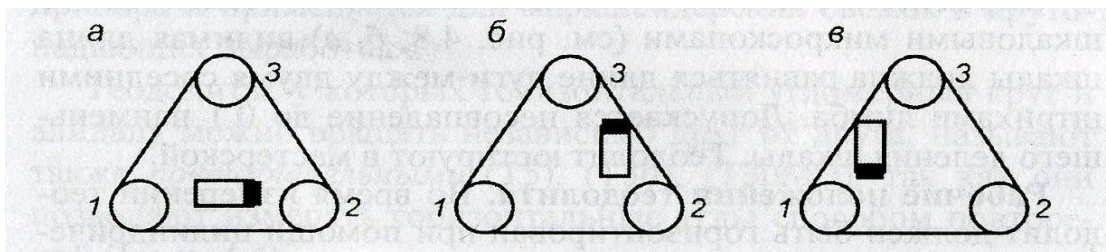


Рис. 8.13. Повороты цилиндрического уровня при его проверке и юстировке:

а – параллельно подъемным винтам 1 и 2; б – на  $90^\circ$ ; в – на  $180^\circ$ ; 1 – 3 – подъемные винты

При значительном смещении пузырька уровень юстируют: вращая подъемный винт 3 подставки пузырек смещают к нуль-пункту на половину его отклонения. За-

тем пузырек приводят к нуль-пункту, действуя юстировочными винтами уровня 1 и 2 (см. рис. 8.7, а). После этого поверку повторяют.

2. *Вертикальный штрих визирной сетки зрительной трубы должен быть перпендикулярен оси вращения трубы*, т.е. к  $TT_1$  (см. рис. 8.2 и рис. 8.12, б). Визируют зрительной трубой на четко видимую точку и совмещают с ней изображение вертикального штриха сетки, наводящим винтом поворачивают трубу в вертикальной плоскости (вокруг оси  $TT_1$ ). В исправном теодолите изображение точки перемещается вдоль вертикального штриха и оси двойного штриха (биссектора). Если изображение точки смещается в сторону более чем на  $1/3$  ширины биссектора, то положение сетки следует исправить. Для этого отвинчивают защитный колпачок при окуляре, ослабляют винты, которые скрепляют окулярную часть с торцом трубы, и разворачивают сетку, визируя на нить отвеса, подвешенного в 5 – 10 м от прибора. После закрепления ослабленных винтов проверяют результат юстировки.

3. *Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна оси вращения трубы*, т.е.  $WO \perp TT_1$  (см. рис. 8.2 и рис. 8.12, б). В исправном теодолите при вращении зрительной трубы вокруг оси  $TT_1$  визирная ось  $WO$  описывает плоскость, называемую *коллимационной*. Если визирная сетка установлена с боковым смещением, (рис. 8.14, а), то визирная ось отклоняется от перпендикуляра к оси  $T_1T_1$  на угол  $\epsilon$ , который называется *коллимационной погрешностью*.

При проверке в положении теодолита КЛ (или КП) визируют концом вертикального штриха сетки на четко видимую точку  $A$ , удаленную на 100-200 м в приблизительно горизонтальном направлении. Берут отсчет  $a_{\text{л}}$  по горизонтальному кругу (см. рис. 8.14, а). Оставив горизонтальный круг неподвижным, аналогично визируют на ту же точку в положении теодолита КП и берут отсчет по горизонтальному кругу  $a_{\text{п}}$  (рис. 8.14, б). В исправном теодолите разность отсчетов не должна отличаться от  $180^\circ$  больше, чем на двойную коллимационную погрешность  $2c = 2t$ , где  $t$  – точность отсчетного устройства ( $a_{\text{л}} - a_{\text{п}} \pm 180^\circ \leq 2c_{\text{доп}} = 2t$ ). В теодолитах типа Т30 – 4Т30П  $t = 0,5'$ , поэтому  $2c_{\text{доп}} = 1'$ .

Для устранения недопустимой коллимационной погрешности сначала вычисляют среднее из отсчетов  $a_{\text{л}}$  и  $a_{\text{п}}$

$$a = (a_{\text{л}} + a_{\text{п}} \pm 180^\circ) / 2, \quad (8.4)$$

затем алидаду устанавливают на отсчет  $a$ , диафрагму с визирной сеткой перемещают ее боковыми юстировочными винтами до совмещения вертикального штриха



Видимое через трубу расстояние  $n_1n_2$  не должно превышать  $1/3$  ширины биссектора. Исправляют положение оси вращения трубы теодолита в мастерской.

### **Дополнительные поверки точных теодолитов**

**Поверка оптического отвеса.** В теодолитах Т1, Т2, Т5 и других поверяется оптический отвес, который расположен в подставке или в алидадной части теодолита.

*5. Визирная ось оптического отвеса должна совпадать с осью вращения теодолита  $ZZ_1$*  (см. рис. 8.2). Теодолит горизонтируют, затем на экране, положенном на землю под штативом, отмечают точку – проекцию центра сетки оптического отвеса. После этого корпус отвеса поворачивают на  $180^\circ$  и на экране отмечают новое положение проекции. Если отмеченные точки не совпадают более чем на 0,5 мм, то такой отвес юстируют в мастерской или самостоятельно.

**Поверка компенсатора наклонов.** В теодолитах Т5К, 3Т5КП и др. необходимо проверить точность работы компенсатора.

*6. Компенсатор должен сохранять неизменным отсчет по вертикальному кругу при наклонах вертикальной оси вращения теодолита до 3–5'.* Теодолит закрепляют на штативе так, чтобы один из подъемных винтов подставки был направлен в сторону точки  $B$ , затем прибор горизонтируют по уровню. Визируют средним горизонтальным штрихом сетки на точку  $B$  и берут отсчет  $b_1$  по вертикальному кругу. Поворачивают верхнюю часть теодолита на  $90^\circ$  и подъемным винтом подставки теодолит наклоняют в сторону точки  $B$  на 3–4 деления ампулы цилиндрического уровня. Вновь визируют средним горизонтальным штрихом трубы на точку  $B$  и берут отсчет  $b_2$ . Поворачивают верхнюю часть теодолита на  $90^\circ$ , после чего тем же подъемным винтом теодолит наклоняют в противоположную сторону на такое же число делений уровня. Затем визируют на точку  $B$  и берут отсчет  $b_3$  по вертикальному кругу. Все отсчеты должны совпадать в пределах точности отсчетного устройства. Компенсатор юстируют в мастерской.

## **9.2. Измерение горизонтальных углов**

**Положение визирных целей.** Как правило, с точки стояния теодолита невозможна прямая оптическая видимость на координатную метку, нанесенную на центр наблюдаемого геодезического пункта. Поэтому при измерениях углов над центром наблюдаемого геодезического пункта устанавливают визирную цель, которая должна находиться на отвесной линии, проходящей через координатную метку



этого пункта. При расстояниях между геодезическими пунктами в несколько км постоянную визирную цель закрепляют визирным цилиндром на вершине сигнала или пирамиды, поставленной над центром. При расстояниях в десятки и сотни м в качестве временных визирных целей используют марки на штативах или на консолях, вехи. Продольная ось визирной цели должна быть отвесна. Это условие проверяется относительно вертикальных штрихов визирной сетки теодолита.

**Работа с теодолитами Т30 – 4Т30П.** Теодолит центрируют над пунктом по нитяному отвесу с точностью 4–5 мм при длинах сторон угла больших 90–100 м, а при меньших длинах сторон – с точностью 2–3 мм и выше. С такой же точностью вехи устанавливают над соседними пунктами в своре сторон угла.

**Примечание:** теодолиты типа Т30 – 4Т30П можно центрировать с погрешностью около 1 мм при помощи зрительной трубы, направленной объективом вниз при отсчете по вертикальному кругу  $270^{\circ} 00'$  или  $-90^{\circ} 00'$ . Визируют на метку центра сквозь отверстия в алидаде, в подставке и в становом винте.

Теодолиты горизонтируют с помощью цилиндрического уровня: при этом выполняют действия, рассмотренные при поверке 1 (см. рис. 8.13, *а, б, в*). В горизонтированном теодолите при любой ориентации зрительной трубы пузырек цилиндрического уровня не должен отклоняться от нуль-пункта больше чем на половину деления ампулы.

Зрительную трубу фокусируют с устранением параллакса изображений сетки и предмета.

Основные способы измерения горизонтальных углов – способ отдельного угла и способ круговых приемов. Применяются также способы: повторений, «от нуля» и построения угла с повышенной точностью.

**Способ отдельного угла.** Горизонтальный угол  $ABC$  (схема к табл. 8.2) можно рассматривать как правый (справа лежащий) по ходу  $A-B-C$ . В этом случае точку  $A$  называют *задней*, а точку  $C$  – *передней* по отношению к вершине  $B$  угла  $\beta$ . При измерении отдельного угла  $ABC$  точку  $A$  можно также рассматривать как правую, а точку  $C$  как левую точки этого угла.

Над вершиной  $B$  измеряемого угла  $\beta$  центрируют и горизонтируют теодолит, а над точками  $A$  и  $C$  ставят визирные цели (вехи вдавливают в землю в створе прямых  $BC$  и  $BA$ ).

## Журнал измерения горизонтальных углов теодолитом Т30

Наименование		Отсчеты по горизонтальному кругу		Горизонтальный угол		Схема угла
станции	точки			в полу-приеме	среднее $\beta$	
В	А	$a_1$	156°48'	85°37'	85°36,5'	
	С	$a_2$	71°11'			
	А	$a_3$	338°01'	85°36'		
	С	$a_4$	252°25'			

Угол измеряют двумя полуприемами. Каждый полуприем выполняют в одном из положений теодолита либо КЛ, либо КП.

*Первый полуприем.* Закрепляют горизонтальный угломерный круг теодолита, открепляют алидаду и визируют зрительной трубой (вертикальным штрихом сетки) на заднюю по ходу визирную цель А. По горизонтальному кругу берут отсчет  $a_1$ , записывают его в журнал (табл. 4, а). Затем при закрепленном горизонтальном круге визируют на переднюю точку С и берут отсчет  $a_2$ . Правый по ходу угол вычисляют по формуле

$$\beta' = a_1 - a_2, \quad \text{или} \quad \beta' = З - П, \quad (8.5)$$

где  $a_1 = З$  и  $a_2 = П$  – отсчеты по горизонтальному лимбу при визировании на заднюю и переднюю по ходу точки. В нашем примере в результате измерений угла первым полуприемом получено значение  $\beta' = 85^\circ 37'$ .

Прежде чем начать *второй полуприем*, зрительную трубу переводят через зенит (изменяют положение КЛ на КП или наоборот), а горизонтальный круг вместе с алидадой поворачивают на угол  $\Delta\beta \approx 3-5^\circ$  и закрепляют. Затем действия второго полуприема выполняют в той же последовательности как и первого. В примере табл. 4.2. второе значение угла равно  $\beta'' = 85^\circ 36'$ .

Допустимое расхождение углов  $\beta'$  и  $\beta''$  составляет  $2t$  – двойную точность отсчетного устройства ( $2t = 1'$  для теодолитов Т30 – 4Т30П). При этом условии вычисляется среднее (окончательное) значение измеренного угла  $\beta = (\beta' + \beta'') / 2$ .

**Способ круговых приемов.** Теодолит устанавливают над общей вершиной М нескольких измеряемых горизонтальных углов (см. схему к табл. 8.3).

*Первый полуприем.* При визировании в положении КЛ на начальную точку 1 горизонтальный лимб ставят на отсчет, близкий к  $0^{\circ} 03' - 0^{\circ} 10'$ , и закрепляют. Отпускают верхнюю часть теодолита и, сделав 1–2 оборота по часовой стрелке, визируют зрительной трубой (вертикальным штрихом сетки) на визирные цели в последовательности 1, 2, 3, 4, 1 и каждый раз берут отсчет по горизонтальному лимбу. Разность  $\delta\text{Л}$  начального и конечного отсчетов на точку 1 характеризует устойчивость прибора, ее допустимое значение составляет  $2t$  – двойную точность отсчетного устройства ( $2t = 0,2'$  для теодолита Т5).

Таблица 8.3

Журнал измерения углов круговыми приемами теодолитом Т5							
Номер		Отсчеты по лимбу		Л – П = = 2с	Л + П = = 2	Приведенные направления (Л – П)/ 2 – $a_n$ ; $A_i$	Схема направлений
станции	точки	полу-прием при КЛ	полу-прием при КП				
Первый прием							
М	1	0°10,5'	180°10,2'	+0,3'	10,35'	0°00,0'	
	2	44°20,6'	224°20,5'	+0,1'	20,55'	44°10,10'	
	3	175°54,9'	335°54,7'	+0,2'	54,80'	175°44,35'	
	4	264°42,1'	83°41,8'	+0,3'	41,95'	263°31,50'	
	1	0°10,7'	180°10,4'	+0,3'	10,55'	0°00,0'	
		$\delta\text{Л} = -0,2$	$\delta\text{П} = -0,2$	$a_n = 10,45'$		$\delta\text{Л}_{\text{доп}} = \delta\text{П}_{\text{доп}} = 2t = 0,2'$	

*Второй полуприем.* Зрительную трубу переводят через зенит, отпускают алидаду, но горизонтальный круг оставляют закрепленным в прежнем положении. Верхнюю часть теодолита вращают на 1–2 оборота против часовой стрелки и приступают к визированию с отсчетами второго полуприема в последовательности 1, 4, 3, 2, 1. Убедившись в допустимости разности  $\delta\text{П}$  (см. табл. 8,3), вычисляют значения двойной коллимационной погрешности  $2с = \text{Л} - \text{П}$ , среднее значения начального отсчета  $a_n = 10,45'$  по четырем значениям отсчетов в направлении М–1. Окончательный результат первого приема – это приведенные направления  $A_i = (\text{Л} + \text{П})/2 - a_n$ .

Для уменьшения приборных и внешних погрешностей выполняют 2–3 круговых приема, а перед каждым приемом горизонтальный лимб переставляют на угол  $\Delta\beta = 180^{\circ}/n + \mu$ , где  $n$  – число приемов;  $\mu$  – цена наименьшего деления лимба (в теодолите Т5  $\mu = 1^{\circ}$ ).

**Способ повторений.** При этом способе сначала визируют на точку  $A$  измеряемого угла  $\beta$  (см. схему табл. 8.2) и берут начальный отсчет  $a_n$ , затем визируют на точку  $C$  и берут промежуточный отсчет  $c_1$ , вычисляют контрольное значение угла  $\beta_k = a_n - c_1$ , затем отпускают закрепительный винт угломерного круга и, вращая трубу совместно с угломерным кругом (сохраняя отчет  $c_1$ ), вновь визируют на точку  $A$  (при этом горизонтальный круг поворачивается на угол  $\beta$ ), закрепляют угломерный круг, затем визируют на точку  $C$  и берут отсчет  $c_2$  по горизонтальному кругу, соответствующий *второму повторению*. Вычисленное значение угла  $\beta_2 = (a_n - c_2)$  должно быть близко к контрольному  $\beta_k$ . Число повторений принимают до трех при КП и КЛ и таким способом уменьшают погрешности, обусловленные ограниченной точностью отсчетного устройства теодолитов со шкаловым отсчетным микроскопом. Способ трудоемкий и не находит широкого применения.

**Измерения горизонтальных углов способом «от нуля».** На практике в ряде угломерных задач для некоторого упрощения измерений горизонтальный круг теодолита устанавливают на отсчет  $0^\circ 00,0'$  при визировании на левую точку угла и закрепляют. При визировании на правую точку отсчет по горизонтальному кругу будет равен измеряемому углу. Способ «от нуля» используется, например, при построении горизонтального угла теодолитами Т30 – 4Т30П с повышенной точностью (см. ниже). Способ «от нуля» не применяют в тех геодезических работах, в которых он не предусмотрен соответствующими инструкциями, не обеспечивает надлежащий контроль результатов, оказывается излишне трудоемким.

**Построение горизонтальных углов теодолитом Т30 с повышенной точностью.** Горизонтальные углы можно построить на местности теодолитом Т30 со средней квадратической погрешностью  $m_\beta \approx 5-6'' = 0,1'$  при условии, что угол не содержит дробных долей наименьшего деления шкалы, а точность центрирования теодолита и визирных целей ( $\approx 1$  мм) отвечает названной погрешности  $m_\beta$ . В данном случае используют свойство глаза человека различать совмещение штриха отсчетного микроскопа со штрихом градусного деления лимба с точностью  $2-3''$  (см. рис. 8.8) Например, требуется построить угол  $\angle CBA = \beta = 90^\circ 00' \pm 0,1'$ . Для этого сначала необходимо точно центрировать теодолит над вершиной угла при помощи его зрительной трубы, установленной объективом вниз на отсчет по вертикальному кругу  $90^\circ 00'$  или  $270^\circ 00'$  (визирование производится сквозь отверстие в подставке теодолита и станом винте). Затем при визировании на точку  $C$  максимально точ-

но устанавливают отсчет по горизонтальному кругу  $c = 00^{\circ} 00,0'$  и при закрепленном горизонтальном круге поворачивают верхнюю часть теодолита на отсчет  $a = 90^{\circ} 00,0'$ . Визирная ось зрительной трубы будет направлена в сторону точки  $A$ . На местности обозначают точку  $A_1$ . Работу следует выполнить при КП и КЛ. За окончательное положение точки  $A$  выбирают среднее, если несовпадение точек  $A_1$  и  $A_1$  не превышает 3–4 мм на 100 м расстояния от теодолита.

## ЛЕКЦИЯ № 10

### Измерение вертикальных углов. Погрешности угловых измерений и меры по их минимизации. Измерение магнитного азимута

#### **10.1. Измерение вертикальных углов**

Измерения вертикальных углов начинают после приведения теодолита в рабочее положение. Наведение на визирную цель производят средним горизонтальным штрихом визирной сетки зрительной трубы, при этом следят, чтобы пузырек соответствующего цилиндрического уровня находился в нуль-пункте. В теодолитах Т30 – 4Т30П используется цилиндрический уровень на алидаде горизонтального круга. В теодолитах, оснащенных цилиндрическим уровнем при алидаде вертикального круга, проверяют установку этого уровня. В теодолитах с компенсатором (например, Т5К) допускают незначительные отклонения пузырька круглого уровня.

Вертикальный круг и зрительная труба теодолита Т30 жестко соединены с общей для них осью вращения так, что бы диаметр лимба  $90-270^\circ$  и визирная ось трубы были взаимнлельны в проекции на плоскость вертикального лимба и проходили через геометрическую ось  $TT_1$ . Угол наклона  $v$  теоретически определяется относительно горизонтальной плоскости  $HH$  (рис. 10.1, *a, б*), но при помощи данного теодолита угол наклона измеряется относительно отвесной линии  $ZZ$  как разность отсчетов по угломерному кругу, полученных при наклонном и горизонтальном положении визирной оси зрительной трубы. При визировании на точку  $M$  отсчеты берутся относительно отсчетного индекса  $I$ . Если теодолит находится в положении КП, отсчет по вертикальному кругу следует обозначить символом  $\Pi$ , для положения КЛ – символом  $\Lambda$  (см. рис. 10.1, *a, б*).

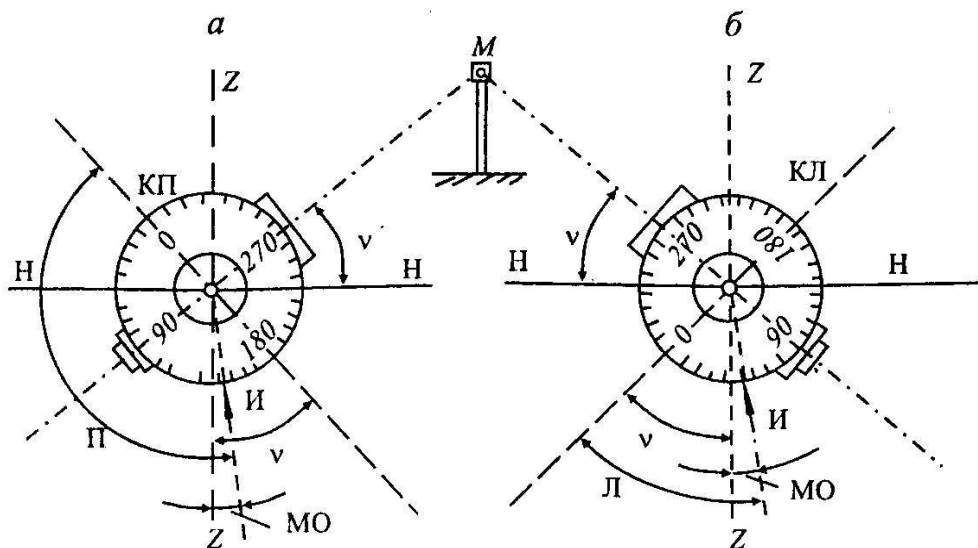


Рис. 10.1. Измерение углов наклона

**Место нуля вертикального круга (МО)** определяется по величине отсчета по вертикальному кругу теодолита при горизонтальном положении осей: визирной оси зрительной трубы и оси цилиндрического уровня на алидаде вертикального круга. В теодолитах Т30 – 4Т30П положение МО определяет угол между направлением радиуса отсчетного индекса И и диаметром лимба 90–270°, установленным вертикально по цилиндрическому уровню.

В зависимости от рабочего положения теодолита КП (см. рис. 10.1, а) или КЛ (см. рис. 10.1, б) угол наклона вычисляется по формулам

$$v = 180^\circ - \Pi + \text{МО}; \quad (10.1)$$

$$v = \text{Л} - \text{МО}. \quad (10.2)$$

Приравняв выражения (10.1) и (10.2), найдем

$$\text{МО} = (\text{Л} + \Pi - 180^\circ) / 2. \quad (10.3)$$

В хорошо отъюстированном теодолите МО близко или равно нулю. Если  $\text{МО} = 0^\circ 00'$ , то в положении теодолита КЛ отсчет Л по вертикальному кругу равен углу наклона v.

Формулы (10.1) – (10.3) применительно к различным теодолитам записываются в несколько ином виде в зависимости от типа оцифровки градусных делений вер-

тикального круга. Для теодолитов Т30 и 4Т30П с круговой оцифровкой  $0^\circ - 359^\circ$  используются следующие формулы

$$MO = (Л + П + 180^\circ) / 2; \quad (10.4)$$

$$v = Л - MO; \quad (10.5)$$

$$v = MO - П - 180^\circ; \quad (10.6)$$

$$v = (Л - П - 180^\circ) / 2, \quad (10.7)$$

В теодолитах 2Т30П, 3Т30П, 4Т15П, 2Т5, Т5К, 3Т5КП градусные деления вертикального круга разделены на четыре сектора, каждый оцифрован от  $0^\circ$  до  $75^\circ$  или от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  с указанием знака “минус” для отрицательных углов наклона, а формулы для вычисления значений  $MO$  и  $v$  имеют вид:

$$MO = (Л + П) / 2; \quad v = Л - MO; \quad v = MO - П; \quad v = (Л - П) / 2. \quad (10.8)$$

**Пример 1.** (Теодолиты Т30, 4Т30П). Вычислить угол наклона  $v$ , если при визировании на точку  $M$  получены отсчеты  $Л = 6^\circ 41'$ ;  $П = 173^\circ 21'$ .

Решение полное.  $MO = (6^\circ 41' + 360^\circ + 173^\circ 21' + 180^\circ) / 2 = (720^\circ 02') / 2 = 360^\circ 01' = 0^\circ 01'$ ;

$$v = Л - MO = 6^\circ 41' - 0^\circ 01' = +6^\circ 40';$$

$$v = MO - П - 180^\circ = 360^\circ 01' - 173^\circ 21' - 180^\circ = +6^\circ 40';$$

$$v = (Л - П - 180^\circ) / 2 = (6^\circ 41' + 360^\circ - 173^\circ 21' - 180^\circ) / 2 = (+13^\circ 20') / 2 = +6^\circ 40'.$$

Решение сокращенное.  $MO = (Л + П + 180^\circ) / 2 = (6^\circ 41' + 173^\circ 21' + 180^\circ) / 2 = (360^\circ 02') / 2 = 180^\circ 01' + 180^\circ = 360^\circ 01' = 0^\circ 01'$ ;  
 $v = Л - MO = 6^\circ 41' - 0^\circ 01' = +6^\circ 40'$ .

**Пример 2.** При визировании на точку  $A$  (теодолиты Т30, 4Т30П) получены отсчеты  $Л = 354^\circ 02'$ ;  $П = 186^\circ 00'$ . Вычислить угол наклона.

Решение сокращенное.  $MO = (Л + П + 180^\circ) / 2 = (354^\circ 02' + 186^\circ 00' + 180^\circ 00') / 2 = (720^\circ 02') / 2 = 360^\circ 01' = 0^\circ 01'$ ;

$$v = Л - MO = 354^\circ 02' - 360^\circ 01' = -5^\circ 59'.$$



**Пример 3.** При визировании на точку  $M$  теодолитом 2Т30П получены отсчеты по вертикальному кругу  $L = -3^\circ 10'$ ,  $P = +3^\circ 12'$ . Вычислить угол наклона.

**Решение.**  $MO = (L + P) / 2 = (-3^\circ 10' + 3^\circ 12') / 2 = +0^\circ 01'$ ;  
 $v = L - MO = -3^\circ 10' - 0^\circ 01' = -3^\circ 11'$ .

Контроль  $v = MO - P = -3^\circ 11'$ .

При измерении вертикальных углов колебания величины  $MO$  не должны превышать  $2t$  – двойной точности отсчетного устройства ( $1'$  в теодолитах Т30). Из полученных величин  $MO$  используется среднее.

**Юстировка места нуля.** Если  $MO$  близко к нулю, то упрощаются вычисления углов наклона. Приступая к юстировке, значение  $MO$  определяют 2–3 раза, затем вычисляют угол наклона  $v$ .

В теодолитах Т30 – 4Т30П после определения величин  $MO$  и  $v$  вновь визируют на точку  $M$  при КЛ и, удерживая пузырек уровня в нуль-пункте, зрительную трубу ставят на отсчет по вертикальному кругу  $L = v$ . Затем вертикальными юстировочными винтами сетки ее средний горизонтальный штрих совмещают с изображением точки  $M$ , после чего определяют полученную величину  $MO$ .

В теодолитах с уровнем при алидаде вертикального круга (Т5, Т2 и др.) при визировании на точку  $M$  пузырек этого уровня удерживают в нуль-пункте. Определяют значения  $MO$  и  $v$ . Затем визируют на точку  $M$  при КЛ и, вращая установочный винт названного уровня, устанавливают отсчет  $v$ , равный величине угла наклона. После этого с помощью юстировочной шпильки или отвертки вращают юстировочный винт того же уровня – перемещают его пузырек в нуль-пункт. Находят новую величину  $MO$ .

В теодолитах с компенсатором при вертикальном круге (Т5К, 3Т5КП) величину  $MO \approx 0^\circ 00'$  регулируют юстировочным винтом, расположенным на колонке вертикального круга (Т5К).

**Примечание.** При заводской сборке теодолита величину  $MO$  устанавливают близкой к  $0^\circ 00'$ . В теодолитах Т30 – 4Т30П, как и во всех типах теодолитов, не рекомендуется изменять величину  $MO$  смещением визирной сетки больше, чем на  $1-2'$ , так как отклонение визирной оси от оптической оси будет приводить к значительным колебаниям визирной оси при изменении фокусировки зрительной трубы.

## 10.2. Погрешности измерения углов и меры по их минимизации

Погрешности в значении измеренного угла или направления разделяют на два вида: 1) приборные погрешности и 2) погрешности, обусловленные внешними факторами угловых измерений.

*Приборные погрешности* исправного теодолита соответствуют в основном метрологическим пределам его точности и неполной его юстировке. Эти погрешности уменьшают до мало значимых величин тщательной юстировкой теодолита и соблюдением установленной методики соответствующих угловых измерений при КЛ и КП. Для технических теодолитов приборная средняя квадратическая погрешность измерения горизонтального угла одним приемом составляет  $m_{\beta} = 20\text{--}30''$ , т. е. близка к точности отсчетного устройства  $t = 20''\text{--}30''$  или в среднем  $m_{\beta} = 0,5'$ .

*Внешние факторы погрешностей угловых измерений* (неточности центрирования визирных целей и теодолита, неточности визирования, недостаточную устойчивость прибора) необходимо учитывать и минимизировать соответствующей подготовкой работ. Рассмотрим требования к точности центрирования визирной цели, приняв допустимую погрешность ее углового отклонения  $\Delta\beta = m_{\beta}/\sqrt{2} \approx 0,3'$ . Например (рис. 10.2, а), если веха  $C$  центрирована с линейной погрешностью  $e = CC'$ , то угол  $\beta$  получится с погрешностью (в радианах)  $\Delta\beta = e/d$ . Откуда  $e = d \Delta\beta$  или при выражении  $\Delta\beta$  в угловых минутах

$$e = d \Delta\beta/\rho', \quad (10.9)$$

где  $\rho' = 3438'$  – число минут в радиане.

При  $\Delta\beta = 0,3'$  и расстоянии  $d = 100$  м допустимая погрешности центрирования вехи  $e_{\text{доп}} \approx 9$  мм, , но при расстоянии  $d = 20$  м находим  $e_{\text{доп}} \approx 2$  мм. Следовательно при коротких сторонах угла необходимо обеспечивать наиболее точную установку вехи на пункте и применять в качестве визирных целей металлические стержни, отвесы, визирные марки и др.

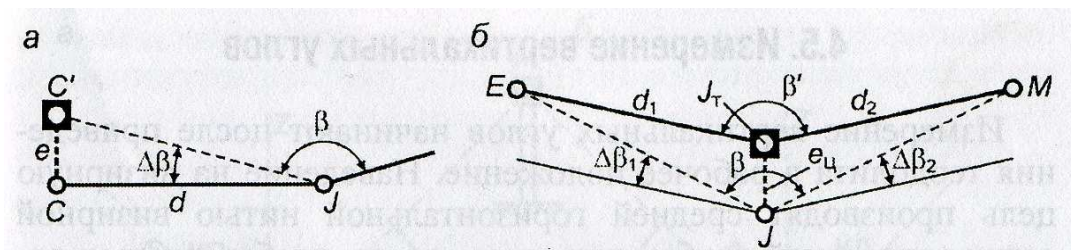


Рис. 10.2. Погрешность угла при неточном центрировании:  
а – вехи; б – теодолита

Если теодолит центрирован над вершиной угла (точкой  $J_T$ ) с поперечной погрешностью  $e_{ц}$  (см. рис. 10.2, б), то вместо угла  $\beta = EJM$  измеряется горизонтальный угол  $\beta' = EJ_T M$  и погрешность угла за счет фактора центрирования принимает максимальное значение  $\Delta\beta = \Delta\beta_1 + \Delta\beta_2$ . При расстояниях от теодолита до вех  $d_1 \approx d_2$  и допустимой составляющей угловой погрешности  $\Delta\beta_{ц,доп}$  требуемая точность центрирования теодолита рассчитывается по формуле

$$e_{ц,доп} = (d_1 \Delta\beta_{ц,доп}) / 2\rho'. \quad (10.10)$$

По данной формуле находим допустимую погрешность центрирования теодолита  $e_{ц,доп} \approx 1$  мм при минимальных расстояниях визирования  $d_1 \approx d_2 \approx 20$  м и при условии, что  $\Delta\beta_{ц,доп} = 0,3'$ . Если в среднем  $d_1 \approx d_2 \approx 100$  м, то  $e_{ц,доп} \approx 4$  мм

*В процессе измерений теодолит должен сохранять устойчивое положение.* На болотистом грунте под ножки штатива необходимо забивать колья; на пашне – колья или камни; на нагретой асфальтированной поверхности следует применять устойчивые подкладки (прочные пластины, кирпичи и др.), а время измерений должно быть минимальным.

С учетом соблюдения рассмотренных условий работы техническими теодолитами предельная погрешность измерения горизонтального угла нормируется равной двойной точности отсчетного устройства  $2t = \Delta\beta_{доп} = 2m_\beta = 2t = 0,8-1'$ .

### 10.3. Измерение магнитного азимута

Магнитный азимут используется при ориентировании на местности при помощи геодезических приборов с магнитной стрелкой, например теодолита с накладной буссолью в виде продолговатой коробки с магнитной стрелкой. Применяются также специальные приборы – буссоли типа БШ (рис 10.3), буссоль БГ и др. Ориентирование по магнитной стрелке обеспечивает точность измерения магнитных направлений  $0,2-1^\circ$ . Буссоли применяются и при съемках относительно малой точности нечетких контуров местности, в частности границ между лесными породами при составлении планов лесонасаждений. Инструментальное ориентирование карт и планов производится при помощи буссолей, имеющих вид коробки, которую накладывают на карту.

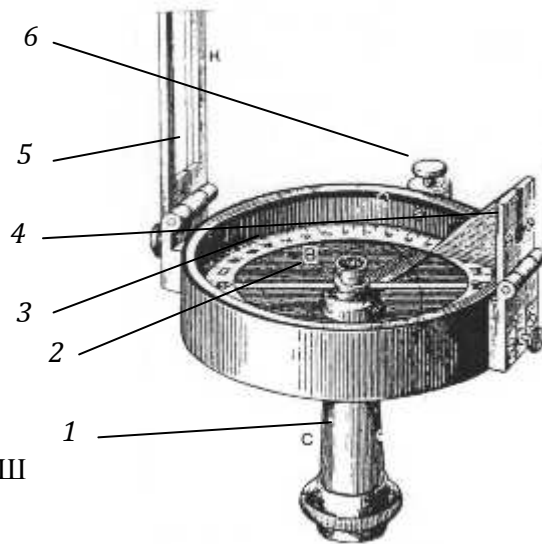


Рис. 10.3. Буссоль БШ

**Устройство буссоли БШ** видно по рис. 10.3. Основанием прибора служит втулка 1 для закрепления прибора на штативе. Внутри круглой коробки помещена магнитная стрелка 2, которая опирается на острие иглки – оси вращения стрелки. Внутри коробки помещено кольцо градусных делений 3. Для визирования на предметы служит пара диоптров: глазной 4 и предметный 5. В нерабочем положении магнитная стрелка должна быть прижата к защитному стеклу коробки при помощи арретира, состоящего из плоской пружины и направляющей головки 6. Во избежание повреждения и изнашивания опоры магнитной стрелки и острия иглы, отшлифованных на минимальные силы трения между ними, магнитная стрелка осторожно опускается на кончик иглы только на время измерений.

**Устройство ориентир-буссоли**, предназначенной для ориентирования карт показано на рис. 10.4. Основанием прибора служит деревянная или пластиковая линейка 2, скошенный край *DN* которой служит визирным устройством. На линейке укреплено устройство в виде круглой коробки, именуемое собственно буссолью, которое используется практически во всех геодезических приборах, предназначенных для ориентирования относительно силовых линий геомагнитного поля Земли. Магнитная стрелка 4 опирается на острие иглы, укрепленной в центре коробки. Круговая шкала градусных делений 3 служит для отсчитывания магнитных азимутов. В нерабочем положении магнитная стрелка должна быть прижата к защитному стеклу коробки при помощи арретира, состоящего из плоской пружины 5 и направляющей головки 6. Во избежание повреждения опоры магнитной стрелки и острия иглы, отшлифованных на минимальные силы трения между ними, магнитная стрелка опускается на кончик иглы только на время измерений.

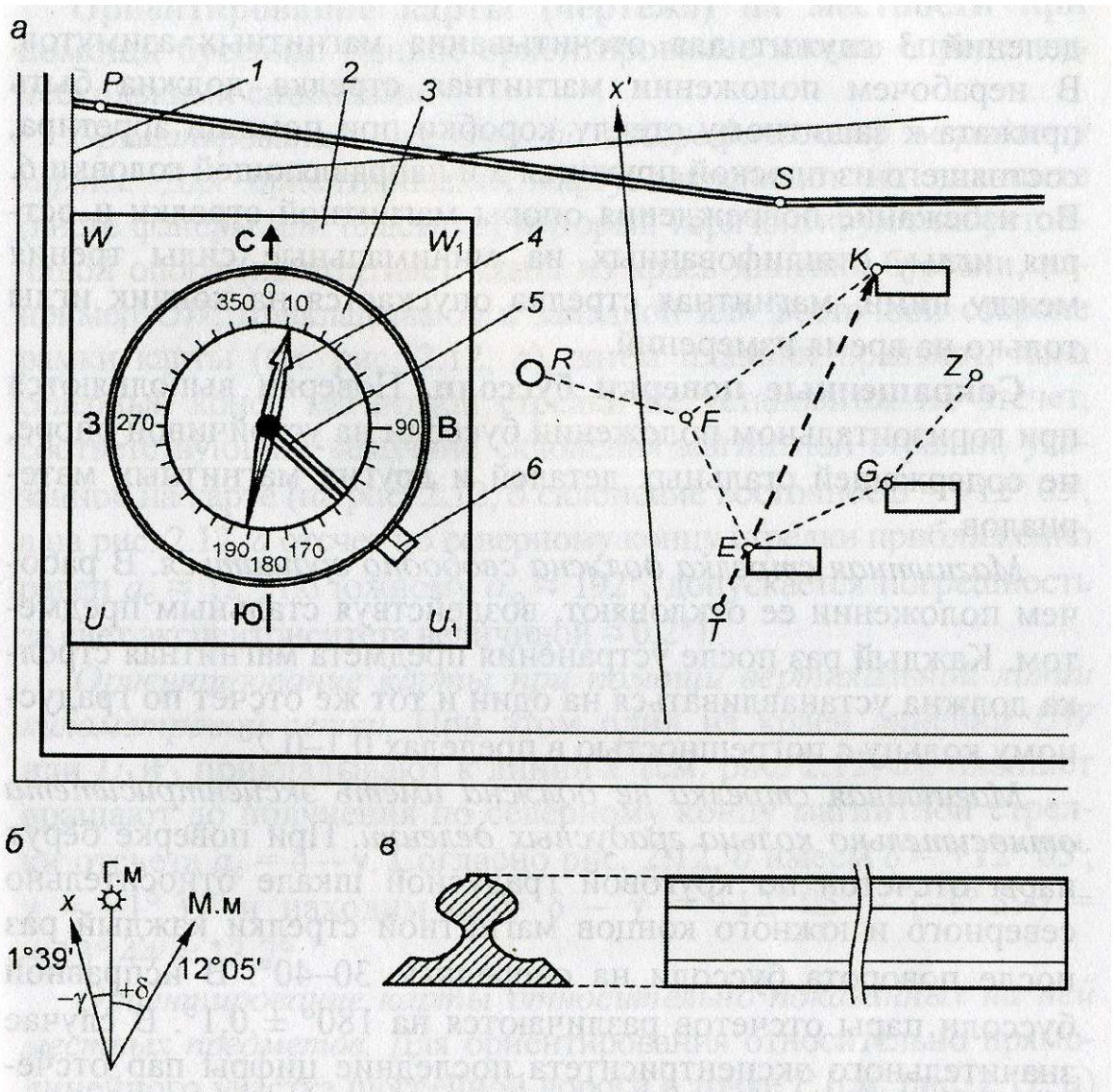


Рис. 10.4. Ориентирование карты при помощи буссоли и визирной линейки:

а – положение скошенного края основания буссоли относительно меридианальной стороны рамки карты; б – схема углов сближения меридианов и склонения магнитной стрелки; в – визирная линейка; х – линия, параллельная оси абсцисс 6-градусной зоны; Г.м – линия географического меридиана; М.м – линия магнитного меридиана; γ – угол сближения меридианов; δ – склонение магнитной стрелки; (1 – линия меридиана на западной стороне рамки карты; 2 – линейка в основании буссоли; 3 – градусное кольцо буссоли; 4 – магнитная стрелка; 5 – прижимная пластинка и ее головка б)

**Сокращенные поверки буссоли.** Поверки выполняются при горизонтальном положении буссоли на устойчивой опоре, не содержащей стальных деталей и других магнитных материалов:

1. *Магнитная стрелка должна свободно вращаться.* Магнитную стрелку в рабочем положении отклоняют, воздействуя стальным предметом. Каждый раз после устранения предмета магнитная стрелка должна устанавливаться на один и тот же отсчет по градусному кольцу с погрешностью в пределах 0,1-0,2°.

2. *Магнитная стрелка не должна иметь эксцентриситета относительно кольца градусных делений.* При проверке берут пары отсчетов по круговой градус-

ной шкале относительно северного и южного концов магнитной стрелки каждый раз после поворота буссоли на очередные 30–40°. В исправной буссоли пары отсчетов различаются на  $180^\circ \pm 0,1^\circ$ . В случае значительного эксцентриситета последние цифры пар отсчетов могут различаться свыше  $\pm 0,3^\circ$ . При работе такой буссолью отсчеты следует брать по северному и южному концам магнитной стрелки и окончательный отсчет принимать для северного конца стрелки как среднее по последним цифрам отсчета, например при отсчетах  $a_c = 46,3$ ;  $a_{ю} = 226,8^\circ$  окончательный отсчет  $a_c = 46,5^\circ$ .

3. Нулевой диаметр СЮ градусного кольца должен быть параллелен скошенному краю  $UW$  линейки, а скошенные края  $UW$  и  $U_1W_1$  должны быть взаимно параллельны. Для проверки измеряют расстояния штрихов  $0^\circ$  и  $180^\circ$  градусного кольца от края  $UW$  с точностью 0,1–0,2 мм и расстояния между краями линейки  $UW$  и  $U_1W_1$  с точностью 0,1 мм.

4. Магнитная стрелка должна быть уравновешена. Если при горизонтальном положении корпуса буссоли магнитная стрелка не горизонтальна, то ее уравновешивают при помощи муфточки, изготовленной из алюминиевой фольги.

#### **10.4. Ориентирование карты (чертежа) на местности при помощи буссоли**

1. *Ориентирование буссолью по географическому меридиану карты.* Для ориентирования карту закрепляют на планшете (листе фанеры или пластика), который горизонтируют на устойчивой опоре (на штативе). Один из краев линейки буссоли, например  $UW$ , прикладывают к западной или восточной стороне рамки карты (см. рис. 10.4, а), затем планшет вращают, пока северный конец магнитной стрелки не установится на отсчет, соответствующий величине склонения магнитной стрелки, указанной на карте (на рис. 10.4, б склонение восточное  $\delta = +10^\circ 05'$ , а на рис. 8.17, а отсчет по северному концу стрелки приблизительно равен  $a_c \approx 10,0^\circ$ , по южному  $a_{ю} \approx 189,8^\circ$ , погрешность за счет эксцентриситета величиной  $\approx 0,2^\circ$  допустима).

2. *Ориентирование карты относительно местных предметов.* Для ориентирования относительно прямолинейного участка шоссе наблюдатель в точке  $P$  (см. рис. 10.4, а) приводит планшет с картой в горизонтальное положение и совмещают скошенный край визирной линейки (рис. 10.4, в) с линией  $PS$  карты. Планшет поворачивают в положение, при котором направление визирной линейки совпадает с направлением шоссе на местности. При ориентировании относительно

других постоянных объектов, например зданий, планшет устанавливают в произвольной точке  $T$  створа  $EK$  (см. рис. 10.4,  $a$ ) и совмещает скошенный край линейки на планшете с опознанными точками  $E$  и  $K$ , затем планшет ориентируют, визируя вдоль скошенного края линейки на точки створа.

**Определение места стояния наблюдателя** может быть выполнено различными способами, в зависимости от ситуации на местности. Например, положение точки стояния  $T$  в створе  $KE$  определяется после измерения длины отрезка  $ET$ . По этим данным точку наносят на карту (план).

В случае отсутствия вблизи определяемой точки  $F$  четких контуров местности, эту точку можно нанести на план графической обратной засечкой. Для этого над точкой  $F$  на местности (см. рис. 10.4,  $a$ ) укрепляют планшет с листом восковки или прозрачного пластика. В середине планшета на восковке обозначают точку  $f$  (например, иголкой) и, прикладывая к ней скошенный край визирной линейки, направляют линейку на точки местности  $R$ ,  $K$  и  $T$ , показанные на карте, прочерчивают на восковке соответствующие направления  $fR$ ,  $fK$  и  $fT$ . Затем иголку снимают, а восковку накладывают на план, добиваясь, чтобы все начерченные направления проходили через соответствующие точки карты. Точка  $f$  переносится с кальки на карту как точка  $F$  стояния наблюдателя.

**Определение положения на местности объекта  $Z$ , изображенного на карте.** Планшет с картой устанавливают над опознанной точкой  $G$  местности и ориентируют либо при помощи буссоли, либо визирной линейки по другим опознанным точкам. Для отыскания в натуре места объекта  $Z$  ребро линейки на карте совмещают с изображениями точек  $G$  и  $Z$  и получают направление, вблизи которого находится объект  $Z$ . При необходимости дополнительно по карте определяют расстояние  $GZ$  и измеряют его на местности от точки  $G$  до расчетного места точки  $Z$ .

## ЛЕКЦИЯ № 11

Измерения расстояний. Обзор средств и методов измерений. Мерные ленты, их компарирование. Вешение линий. Техника измерения расстояний мерными лентами, вычисление горизонтального проложения, меры по обеспечению требуемой точности результатов. Геометрические основы устройства оптических дальномеров. Нитяной дальномер. Приведение к горизонту измеренных наклонных дальностей. Определение неприступных расстояний. Значимость погрешностей измерения углов и расстояний

### **11.1. Обзор средств и методов измерения расстояний**

Современные геодезические приборы для измерения расстояний представлены тремя видами: механическими, оптическими и электронными. Механические приборы – это мерные ленты и проволоки. Металлические мерные ленты малой ширины, свернутые в форме гольца в футляре или на крестовине с ручкой, именуется рулетками. Мерные ленты обеспечивают относительную точность измерения линий до  $1/2000 - 1/5000$  (0,5–0,2 м на 1 км). Мерные проволоки в прошлом использовались для высокоточных измерений сторон полигонометрии и базисов триангуляции с относительными погрешностями  $1/25\ 000 - 1/300\ 000$  (от 40 до 3 мм на 1 км) Оптические дальномеры сконструированы как элемент визирной сетки зрительной трубы теодолита или нивелира и характеризуются относительной погрешностью  $1/200 - 1/500$  (0,5 -0,2 м на дистанции 100 м), максимальное измеряемое расстояние достигает 150-300 м. Электронные приборы – это геодезические светодальномеры многочисленных модификаций, которые характеризуются точностью измерения расстояний 1-5 мм на дистанциях до 200–500 м, а дистанциях свыше 1 км до 2–3 км с погрешностями до 10–20 мм. Они постоянно совершенствуются по показателям точности и удобства практического применения. К электронным можно отнести спутниковые методы измерения расстояний, которые рассмотрены при изучении систем спутникового геодезического позиционирования. Их точность высока на дистанциях в десятки и сотни км.

В геодезических работах расстояния между геодезическими знаками и заданными точками на местности определяют непосредственными и косвенными методами. Непосредственное измерение расстояния между двумя обозначенными точками производится электронными и оптическими дальномерами или механически-



ми приборами. В косвенных методах определения расстояний производят измерения линейных и угловых величин в соответствующих геометрических фигурах с последующим вычислением искомых расстояний по формулам тригонометрии.

## 11.2. Механические приборы для измерения расстояний

К механическим приборам для непосредственного измерения расстояний относят стальные землемерные ленты и рулетки.

*Землемерные ленты* изготавливают из стальной полосы шириной 15–20 мм, толщиной 0,4–0,5 мм. Их обозначают ЛЗ-20, ЛЗ-24, ЛЗ-50 в соответствии с длиной 20, 24 или 50 м между концевыми штрихами ленты при натяжении 98 Н. Концы ленты (рис. 11.1) снабжены ручками, напротив концевых штрихов в ленте сделаны вырезы для закрепления ленты шпильками в натянутом состоянии на поверхности земли. Метровые деления ленты закреплены оцифрованными пластинками, полуметры обозначены заклепками, дециметровые деления отмечены круглыми отверстиями. Точность отсчета  $t \approx 1$  см.

В нерабочем состоянии лента должна быть намотана на каркас в виде кольца. В комплекте с лентой типа ЛЗ применяется набор из 6 или 11 металлических шпилек.

*Рулетки* изготавливают многие зарубежные фирмы под различными наименованиями. В России выпускаются рулетки 2-го класса точности ОПК2-20 АНТ/1, ОПК2-30 АНТ/1, ОПК2-50 АНТ/1. Их изготавливают из стальной ленты шириной 1 см, длиной соответственно 20, 30 и 50 м. Ленту покрывают защитной пленкой, на нее наносят линейную шкалу с ценой деления 1 мм. Точность отсчета по такой шкале  $t \approx 0,2–0,5$  мм.

Рулетка 3-го класса точности ОПК3-20 АНТ/10 длиной 20 м характеризуется шкалой с ценой деления 10 мм (точность отсчета по шкале  $t \approx 2–5$  мм). В рулетках ОПК2 и ОПК3 ленты намотаны на каркас. В комплект рулеток шпильки не поставляются.

**Примечание.** В шифрах рулеток буквами и цифрами обозначены: О – открытый корпус (вилка или крестовина); З – закрытый корпус; П – плоская лента (сечение не в форме желоба); К – кольцо вытяжное; 2 или 3 – класс точности; А – удаление шкалы от начала ленты; Н или У – нержавеющая или углеродистая сталь; Т – штрихи шкалы нанесены травлением; /1 или /10 – в знаменателе дроби цена деления шкалы 1 или 10 мм.

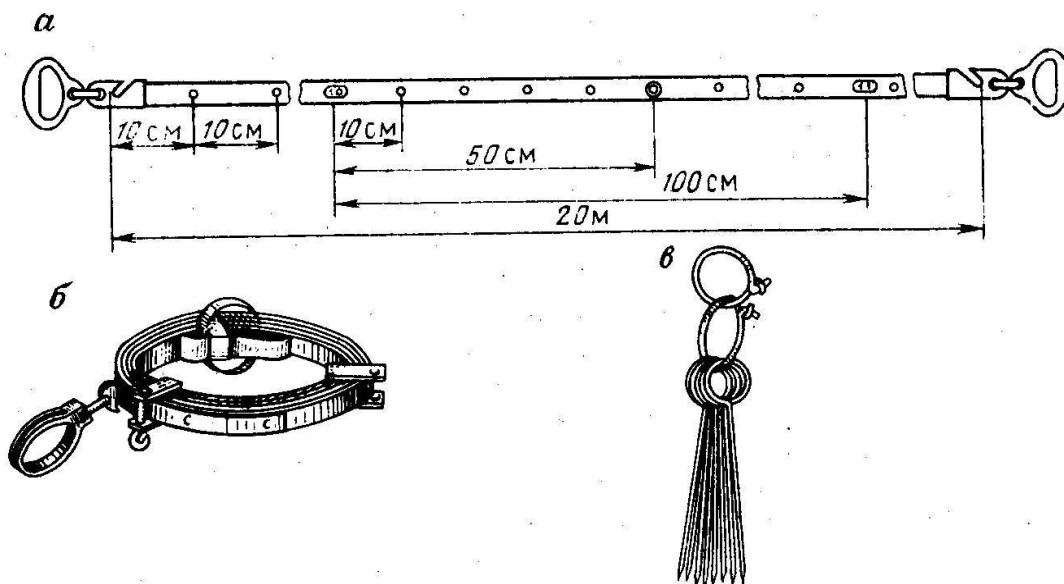


Рис. 11.1. Лента землемерная ЛЗ-20:  
 а – метровые и дециметровые деления; б – на каркасе; в – шпильки

Рабочее натяжение всех лент ЛЗ и рулеток – 98 Н.

Поскольку землемерные ленты и рулетки принципиально не различаются, в дальнейшем будем использовать их обобщающее наименование – *мерные ленты*.

**Компарирование мерных лент** – это сравнение рабочей длины ленты с длиной рабочего эталона. Ленты, находящиеся в эксплуатации, ежегодно аттестуют (выполняют их компарирование с выдачей документа на допуск к использованию) в лаборатории метрологического надзора. Фактическая длины рабочей ленты выражается уравнением, например  $l_p = 20,000 + 0,005$  м, или

$$l_p = l_0 + \Delta l_k, \quad (11.1)$$

где  $l_0$  – номинальное значение длины;  $\Delta l_k$  – поправка за компарирование, указанная для температуры компарирования  $t_k$  (обычно  $t_k = 18 - 20^\circ\text{C}$ ).

В процессе эксплуатации мерных лент производят их рабочее компарирование в метрологической лаборатории предприятия. Применяют также сравнение длины  $l_p$  рабочей ленты с длиной  $l_a$  однотипной аттестованной ленты, хранящейся в качестве рабочего эталона (рис. 11.2).

При рабочей проверке аттестованную и проверяемую ленты помещают на ровной горизонтальной поверхности рядом, растягивают силой 98 Н (можно применить пружинные динамометры для натяжения силой  $10 \text{ кгс} \pm 0,3 \text{ кгс}$ ), совмещают нулевые штрихи лент, проверяют величины несовпадения шкал через каждые 1 – 3 м и находят разницу  $\Delta l_{ap}$  длин лент рабочей и аттестованной  $\Delta l_{ap} = l_p - l_a$  (см. рис. 11.2).

Для аттестованной ленты 2 известна метрологически выявленная поправка  $\Delta l_3$ ,  $= l_0 - l_a$ , где  $l_0$  – номинальное значение длины;  $l_a$  – фактическая длина аттестованной ленты. Тогда поправка в длину рабочей ленты (приближенная поправка на компарирование)  $\Delta l'_k = \Delta l_{кр} + \Delta l_3$ . Если численное значение  $\Delta l'_k$  отличается от метрологически выявленной поправки  $\Delta l_k$  больше чем на  $1 / 10\,000$  от длины  $l$ , то рабочую ленту направляют на поверку метрологической службой.

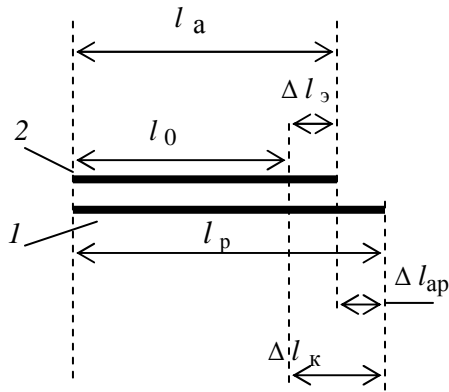


Рис. 11.2. Сравнение рабочей ленты с рабочей поверенной лентой: 1, 2 – ленты рабочая и контрольная

**Измерение лентой длины линий на земной поверхности.** Полосу местности между конечными точками  $A$  и  $B$  измеряемой линии расчищают от высокой травы, кустов и предметов, препятствующих выравниванию ленты при измерениях. Для устранения чрезмерных боковых отклонений ленты от направления  $AB$  (рис. 11.3, а) вехами обозначают *створ* – вертикальную плоскость, проходящую через две точки на местности, в данном примере через точки  $A$  и  $B$ . Кроме основных вех  $A$  и  $B$  в створе выставляют дополнительные вехи через 50 – 150 м соответственно условиям их видимости. Вешение протяженных линий производят различными способами.

Для установки промежуточных вех способом "на себя" наблюдатель располагается в 2–3 м позади вехи  $B$  (см. рис. 11.3, а), по его сигналам помощник в створе  $A$ - $B$  выставляет вехи 1, 2, 3. Первой укрепляют дальнюю веху. При отсутствии за возвышенностью прямой видимости между вехами  $E$  и  $K$  (рис. 11.3, б) промежуточную веху 1 ставят на глаз вблизи створа в точке  $I'$ . Затем по указанию наблюдателя в точке  $I'$  помощник выставляет веху 2 в точке  $2'$  створа  $I'$ - $K$ . После этого веху 1 выставляют в точке  $I''$  створа  $2'$ - $E$  и аналогичными действиями быстро приходят к обозначению створа  $E$ - $K$ .

В случае вешения через овраг или балку (рис. 11.3, в) в створе  $M-N$  ставят вехи 1 и 5, в створе  $N-I$  – веху 2, в створе  $M-5$  – вехи 3 и 4.

При прямой видимости в створе более точное вешение достигается с помощью зрительной трубы теодолита, установленного над одной из точек створа. Сначала устанавливают дальнюю веху, затем ставят промежуточные вехи, приближаясь к теодолиту.

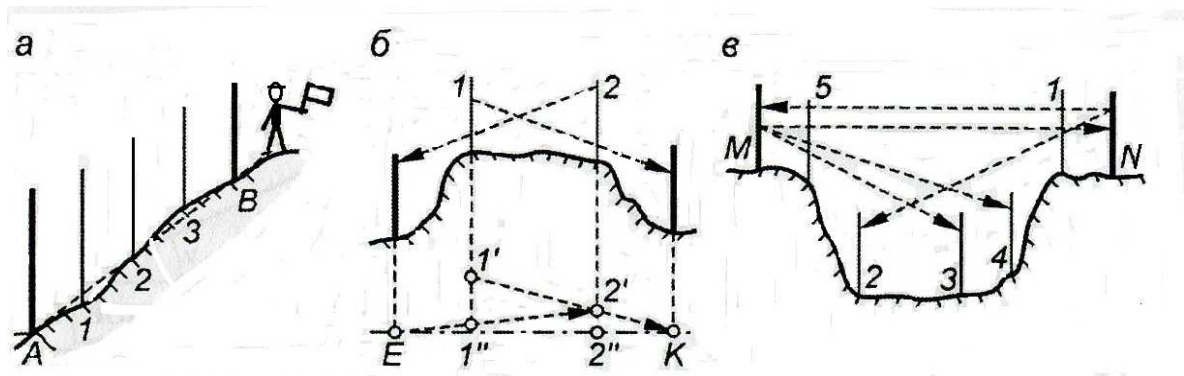


Рис. 11.3. Вешение створа:

*a* – на мало пересеченной местности; *б* – через возвышенность;  
*в* – через глубокий овраг

**Измерения линий лентой ЛЗ-20** выполняют два замерщика. Передний берет 5 или 10 шпилек, задний – одну и этой шпилькой, поставленной вертикально, закрепляет задний конец ленты у начальной точки, убедившись, что подписи метровых делений возрастают в направлении переднего ее конца. Затем задний замерщик прижимает ногой ленту к земле с упором к шпильке и направляет переднего замерщика в створ, т. е. по направлению на переднюю веху. Передний замерщик натягивает ленту и передний ее конец закрепляет в земле шпилькой, при этом лента не должна сдвигаться относительно задней шпильки. Затем задний замерщик вынимает свою шпильку, а передний снимает ленту со шпильки, которая остается в земле и от которой измерение продолжается после продвижения ленты вперед на ее длину  $l$ .

Когда передний замерщик поставит последнюю шпильку, у заднего их будет 5 или 10, это значит, что измерен отрезок, равный  $5l = 100$  м или  $10l = 200$  м при  $l = 20$  м.. Задний замерщик передает переднему 5 или 10 шпилек. Каждая такая передача отмечается в журнале измерений.

При достижении конечной точки  $B$  линии  $AB$  измеряют так называемый остаток  $r$  – расстояние от заднего нулевого штриха ленты до центра знака  $B$ . Полевой результат измерения вычисляется по формуле

$$D = n l + r, \quad (11.2)$$

где  $n$  – число отложений ленты до остатка  $r$ .

Расстояние измеряется дважды («прямо» и «обратно»). Допустимое расхождение  $\Delta D$  первого и второго результатов  $D'$  и  $D''$  определяется по их допустимой относительной погрешности, например  $(\Delta D / D)_{\text{доп}} = 1 : 2000$ , при этом  $\Delta D_{\text{доп}} = D / 2000$ .

Если линия или ее часть расположены на наклонной поверхности, то измеряют угол наклона  $v$  и длину  $D_v$  соответствующего отрезка. Определяют температуру  $t$  ленты во время измерений, если она отличается от температуры компарирования более чем на  $8 - 10^\circ\text{C}$ .

Техника измерения линий с помощью рулеток практически не отличается от рассмотренной для ленты ЛЗ.

**Вычисление горизонтального проложения  $d$**  измеренного отрезка  $D$  производится с учетом поправок на компарирование ленты, на приведение наклонных участков к горизонту и на температуру.

*Поправка на компарирование* вычисляется с учетом формулы (11.2), т. е.

$$\Delta D_k = \Delta l_k (n + r / l), \quad (11.3)$$

она прибавляется к расстоянию  $D$ , если лента длиннее номинального значения  $l_0$ , и вычитается, если лента короче. Такая поправка не принимается во внимание, если ее величина равна или меньше  $1 : 10\,000$  длины  $l$ , т.е. для ленты длиной  $l = 20$  м не учитываются поправки  $\Delta l_k \leq 2$  мм.

*Поправка на наклон* отрезка длиной  $D$  учитывается в неявном виде при вычислении горизонтального проложения  $d$  (рис. 11.4) по формуле

$$d = D \cos v, \quad (11.4)$$

где  $v$  – угол наклона отрезка.

Поправка за наклон  $\Delta D_v$  – отрицательное число, которое равно разности  $d - D < 0$  или

$$-\Delta D_v = d - D = D \cos v - D = D (\cos v - 1). \quad (11.5)$$

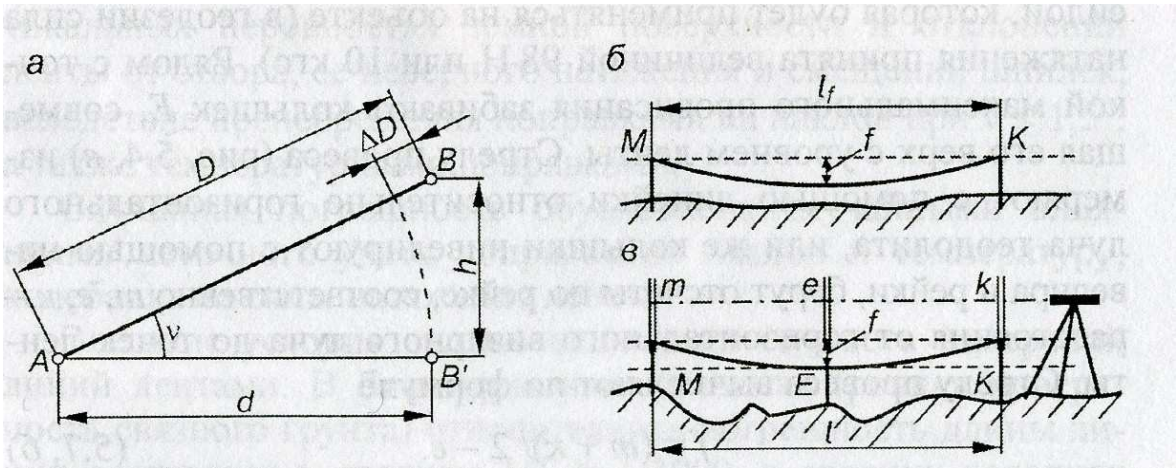


Рис. 11.4. Наклонное положение и провес мерной ленты:  
 а – наклон и горизонтальное проложение линии; б – провисание;  
 в – определение стрелы провисания

Если известно превышение  $h$  между конечными точками  $A$  и  $B$  прямого отрезка (см. рис. 11.4), то поправка на наклон

$$\Delta D_v \approx h^2 / 2D. \quad (11.6)$$

Приближенная формула (11.6) выводится из рис. 5.4:  $h^2 = D^2 - d^2 = (D + d)(D - d)$ . При ограниченных значениях  $h$  принимаем  $D + d \approx 2D$ , а согласно формуле (5.5)  $D - d = \Delta D_v$ . С учетом этих преобразований получена формула (11.6).

Поправка  $\Delta D_v$  учитывается при углах наклона  $v \geq 1,5^\circ$  или при превышениях  $h \geq 2,6$  м на 100 м расстояния  $D$ .

*Температурная поправка* в измеренное расстояние

$$\Delta D_t = \alpha D (t - t_k), \quad (11.7)$$

где  $\alpha$  – коэффициент температурной деформации ленты на  $1^\circ\text{C}$  (для стали  $\alpha = 0,0000125$ ; для нержавеющей стали  $\alpha = 0,0000205$ );

$t$  и  $t_k$  – температура ленты во время измерений и при компарировании соответственно.

*Поправка на провес мерной ленты.* На земной поверхности и между строительными конструкциями нередко мерной лентой измеряют расстояния «на весу» под постоянным натяжением динамометром (рис. 11.4, б). Лента получает провисание

или прогиб, стрела прогиба равна  $f$ , при этом расстояние  $l_f$  между точками  $M$  и  $K$  отсчитывается по шкале ленты преувеличенным, а поправка на провисание теоретически вычисляется по формуле

$$\Delta l_{\text{п}} = 8f^2 / 3l, \quad (11.8)$$

но практически поправку  $\Delta l_{\text{п}}$  определяют опытным путем.

Для определения поправки  $\Delta l_{\text{п}}$  кольца  $M$  и  $K$  забивают на одной высоте с контролем по горизонтальному визирному лучу теодолита или нивелира. Через верх колешек натягивают мерную ленту с помощью динамометра, с постоянной силой, которая будет применяться на объекте (в геодезии сила натяжения принята величиной 98Н или 10 кгс). Рядом с точкой максимального провисания забивают колешек  $E$ , совмещая его верх с уровнем ленты. Стрелу провеса измеряют с помощью линейки относительно горизонтального луча теодолита. Или колешки нивелируют с помощью нивелира и рейки, берут отсчеты по рейке, соответственно  $m$ ,  $e$ ,  $\kappa$  – расстояния от горизонтального визирного луча до точек ленты. Стрелу провеса вычисляют по формуле

$$f = (m + \kappa) / 2 - e. \quad (11.8)$$

Стрелу провеса следует определить для ряда длин провисания рулетки: 10, 15, 20, 25, 30, ... м и, пользуясь формулой (11.8), рассчитать для данного типа мерной ленты таблицу или график поправок  $-\Delta l_{\text{п}}$  на провисание участков различной длины

**Горизонтальное проложение** вычисляется по формуле

$$d = D + \Delta D_{\text{к}} + \Delta D_{\text{в}} + \Delta D_{\text{т}} + \sum \Delta l_{\text{п}}. \quad (11.9)$$

**Пример. 1.** Определить горизонтальное проложение  $d$  линии  $AC$  при условии, что рабочая лента характеризуется уравнением  $l = l_0 + \Delta l_{\text{к}} = 20 \text{ м} + 0,008 \text{ м}$  при  $t_{\text{к}} = + 20^\circ\text{C}$ ; результат первого измерения линии  $AC$  представлен числом отложений ленты  $n = 15$ , остатком  $r_1 = 15,38 \text{ м}$ , тогда  $D' = 315,38 \text{ м}$ , а результат второго измерения:  $n = 15$ ,  $r_2 = 15,48 \text{ м}$ , поэтому  $D'' = 315,38 \text{ м}$ . На отрезке  $AB = 100 \text{ м}$

линии  $AC$  угол наклона  $v = 4^\circ 30'$ . Температура стальной ленты при измерении  $t = -10^\circ\text{C}$ , при компарировании  $t_k = +20^\circ\text{C}$ .

**Р е ш е н и е.** 1. Оценка качества полевого измерения линии  $AC$  : абсолютное расхождение результатов  $\Delta D = D' - D'' = 0,10$  м; относительная погрешность расхождения  $\Delta D / D = 0,10 / 315 = 1 / 3150 \leq 1 / 2000$ , т.е. расхождение  $\Delta D = 0,10$  м допустимо, а среднее значения расстояния  $D = (D' + D'') / 2 = 315,43$  м.

2. Поправки:  $\Delta D_k = +0,008 (15 + 0,77) = +0,126$  м;

$$\Delta D_v = AB \cos v - AB = 100 \cdot 0,996917 - 100 = -0,308 \text{ м};$$

$$\Delta D_t = 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot 315 [-10 - (+20)] = -0,118 \text{ м}.$$

3. Результат:  $d_{AC} = 315,43 + 0,126 - 0,308 - 0,118 = 315,13$  м.

**Внешние факторы ограничения точности измерения линий лентами.** При измерениях лентами на местности возникают систематические и случайные погрешности. Систематическая погрешность складывается из ряда односторонне действующих факторов: остаточной погрешности компарирования ленты, погрешностей за счет искривлений ленты на вертикальных неровностях земной поверхности и отклонений ленты от створа, ее неверного натяжения и смещений шпилек, вследствие пренебрежения поправками за наклон при  $v < 1,5^\circ$ , а также температурными поправками.

Случайная погрешность обусловлена случайными влияниями неточного учета поправок на наклон и температуру, колебаниями силы натяжения ленты.

Внешние условия сильно влияют на точность измерений линий лентами. В благоприятных условиях (ровная поверхность связного грунта) относительная погрешность длины линии составляет в среднем  $1/T = 1/3000$ , в средних условиях измерений (небольшие неровности, низкая трава)  $1/T = 1/2000$ , в неблагоприятных условиях (резко пересеченная или заболоченная местность, кочковатость, пашня, высокие травы и др.) относительная погрешность  $1/T = 1/1000$  (или 0,1 м на 100 м расстояния).

### 11.3. Оптические дальномеры

Оптические дальномеры служат для определения расстояний величиной до 100-300 м с относительной погрешностью от  $1/200$  до  $1/3000$  в зависимости от конструкции прибора. Принцип измерения расстояний оптическими дальномерами геометрического типа основан на решении сильно вытянутого прямоугольника или равнобедренного треугольника, называемого параллактическим (рис. 11.5, а), ма-



лая сторона которого  $b = MN$  называется базисом дальномера, а противолежащий малый угол  $\varphi$  – параллактическим. Из прямоугольного треугольника  $FWM$ , где  $WM = b / 2$  находим измеряемое расстояние

$$D = (1/2) b \operatorname{ctg}(\varphi / 2). \quad (11.10)$$

Различают оптические дальномеры с постоянным базисом и с постоянным параллактическим углом. В дальномерах с постоянным базисом используется специальная рейка с визирными марками  $M$  и  $N$ , расстояние между которыми принимается от 1,5 до 3 м и определяется с относительной погрешностью около 1 : 50 000 (не грубее 0,03 – 0,05 мм). Рейку устанавливают на штативе горизонтально и перпендикулярно линии  $FW$ , параллактический угол  $\varphi$  измеряют высокоточным теодолитом с погрешностью  $m_\varphi \leq 3''$ . Расстояние  $D$  вычисляют по формуле (11.10) с учетом температурной поправки в длину базиса. Относительная погрешность расстояния длиной 100 – 200 м составляет около 1/1500 – 1/3000.

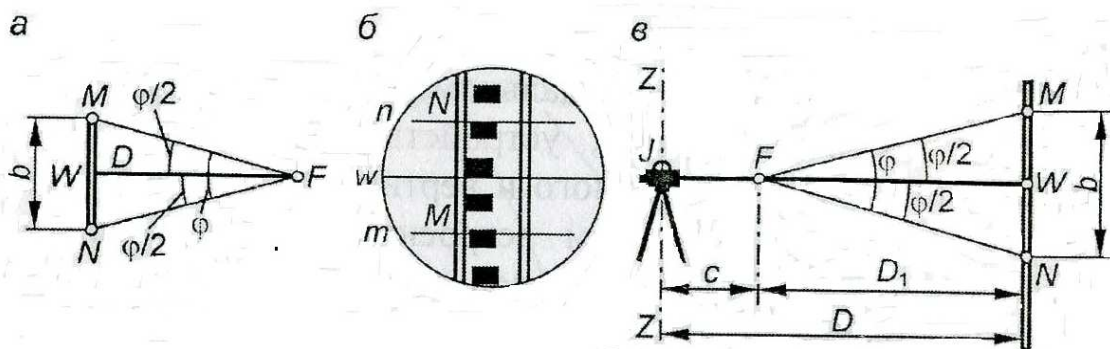


Рис. 11.5. Оптический дальномер геометрического типа:  
 а – геометрическая схема; б – поле зрения трубы; в – схема измерений

В дальномерах с постоянным параллактическим углом ( $\varphi = \text{const}$ ) измеряют базис  $b$ , при этом в формуле (11.10) произведение  $(1/2) \operatorname{ctg}(\varphi / 2) = K$  является постоянной величиной, которая называется коэффициентом дальномера, поэтому

$$D = K b. \quad (11.11)$$

**Нитяной дальномер.** Такие дальномеры конструктивно входят в устройство теодолитов и нивелиров. В зрительной трубе теодолита и нивелира верхний и нижний горизонтальные штрихи  $n$  и  $m$  визирной сетки (рис. 11.5, б) образуют нитяной дальномер с вертикальным постоянным параллактическим углом  $\varphi$ . Вершина  $F$  этого угла (передний фокус оптической системы зрительной трубы – рис. 11.5, в)

расположена либо вне, либо внутри зрительной трубы. Визирные лучи, проходящие через дальномерные нити и передний фокус  $F$ , пересекаются с вертикально расположенной дальномерной шкалой в точках  $N$  и  $M$ . Наблюдатель через окуляр трубы отсчитывает по шкале величину базиса  $b$  – число делений между нитями  $n$  и  $m$ . Измеренное расстояние  $FW$  равно  $D_1 = K b$ . Полное расстояние  $JW = D$  между вертикальной осью прибора  $ZZ$  и плоскостью шкалы вычисляются по формуле нитяного дальномера

$$D = K b + c, \quad \text{или} \quad D = D_1 + c, \quad (11.12)$$

где  $c$  – постоянное слагаемое дальномера (расстояние между осью вращения  $ZZ$  прибора и передним фокусом  $F$ ).

В современных зрительных трубах  $K = 100$ ;  $c \approx 0$ , а соответствующий параллактический угол  $\varphi = 34,38'$

*Дальномерные рейки* к нитяному дальномеру могут быть специальными, шкала которых нанесена с ценой деления 2 или 5 см для измерения расстояний до 200–300 м. Но при топографических съемках масштаба 1 : 1000 и крупнее обычно используют рейки для технического нивелирования с сантиметровыми шашечными делениями, при этом максимальное измеряемое расстояние близко к 150 м. На рис. 11.6, а по сантиметровым делениям между нитями  $t$  и  $m$  отсчитан отрезок шкалы  $b = 17,6 \text{ см} = 0,176 \text{ м}$ . Здесь при  $K = 100$  и  $c = 0$  искомое расстояние  $D = 17,6 \text{ м}$ .

**П р и м е ч а н и е.** При  $K = 100$  наблюдатель принимает сантиметровые деления как условно метровые и в метрах отсчитывает по рейке искомое расстояние  $D$ , в нашем примере  $D = 17,6 \text{ м}$  и при  $c = 0$  формула (11.12) принимает вид  $D = D_1$ .

**Горизонтальное проложение.** При измерениях расстояний дальномером зрительной трубы теодолита дальномерную рейку устанавливают вертикально. Визирование на рейку сопровождается наклоном визирной оси зрительной трубы на угол  $\nu$  (рис. 11.6, б).

Между проекциями дальномерных нитей на шкалу рейки в точки  $M$  и  $N$  берется отсчет базиса  $b$ , но его значение получается преувеличенным в сравнении с величиной  $b' = M'N'$ , которая получается при наклоне рейки в положение, перпендикулярное лучу  $OW$ . Треугольник  $WMM'$  практически прямоугольный, так как

угол при вершине  $M'$  отличается от прямого на  $\varphi/2 = 17,2' = 0,3^\circ$ , поэтому  $b'/2 = WM' = WM \cos v = (b/2) \cos v$ . Отсюда и  $b' = M'N' = b \cos v$ . Тогда для треугольника  $F_1M'N'$  высота  $F_1W = Kb'$ , а наклонное расстояние  $D = OW = Kb' + c = Kb \cos v + c$ . Тогда горизонтальное проложение  $d = OB' = OW \cos v = (D + c) \cos v$ , или

$$d = Kb \cos^2 v + c \cos v, \quad (11.13)$$

а при  $c = 0$  
$$d = Kb \cos^2 v = D \cos^2 v. \quad (11.14)$$

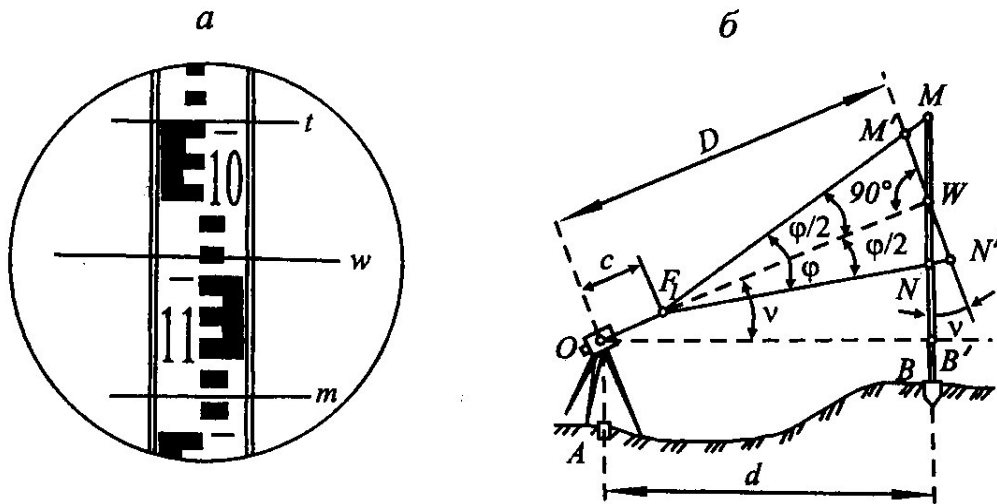


Рис. 11.6. Определение расстояния по штриховому дальномеру: а – отсчет по дальномерным штрихам; б – горизонтальное проложение

Горизонтальное проложение вычисляется также по формуле

$$d = D - \Delta D_v, \quad (11.15)$$

где  $\Delta D_v = 2D \sin 2v$  – поправка на наклон в расстояние, измеренное нитяным дальномером.

Для определения в полевых условиях величин  $d$  пользуются инженерными калькуляторами или специальными тахеометрическими таблицами.

**Определение постоянных нитяного дальномера.** Для каждого теодолита необходимо определить фактические значения поправки  $c$  и коэффициента дальномера  $K$ , поскольку его погрешность может достигать 0,5% (т. е. 1/200 от измеряемого расстояния). Для проверки на ровном горизонтальном участке местности через 30–35 м забивают колышки, над начальным колышком центрируют теодолит, на остальных последовательно ставят рейку и по дальномеру отсчитывают значения  $b_1$ ,

$b_2, \dots, b_n$ , затем рулеткой измеряют расстояние каждого колышка от начального. В соответствии с формулой (11.11) составляют несколько уравнений:

$$D_1 = K b_1 + c; \quad D_2 = K b_2 + c; \quad \dots, \quad D_n = K b_n + c, \quad (11.16)$$

где  $D_1, D_2, \dots, D_n$  – расстояния, измеренные рулеткой с точностью 0,01-0,02 м.

Вычитая одно уравнение из другого, находим, например,

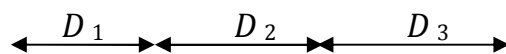
$$K_1 = \frac{D_2 - D_1}{b_2 - b_1}; \quad K_2 = \frac{D_3 - D_1}{b_3 - b_1}; \quad K_3 = \frac{D_3 - D_2}{b_3 - b_2}; \dots$$

и получаем среднее значение коэффициента дальномера

$$K = (K_1 + K_2 + \dots, K_n) / n. \quad (11.17)$$

Подставив значение  $K$  в каждое из уравнений (11.16) получаем величины  $c_1, c_2, \dots, c_n$  и среднее  $c$ . В современных теодолитах  $c \approx 0$ .

Постоянную дальномеров удобно определять путем измерения комбинаций расстояний. Для этого на горизонтальной поверхности в одном створе откладывают несколько (не менее трех) расстояний:  $D_1, D_2, D_3$ . Измеряют эти расстояния, а также расстояния:  $D_4 = D_1 + D_2$ ;  $D_5 = D_3 + D_2$ ;  $D_6 = D_1 + D_2 + D_3$



В каждом результате измерений будет присутствовать постоянная поправка дальномера  $c_i$ , поэтому можно записать:  $D_i = D'_i + c$ , где  $D'_i$  – результат измерений. Тогда можно записать систему уравнений:

$$\begin{aligned} D'_4 + c &= D'_1 + D'_2 + 2c; \\ D'_5 + c &= D'_3 + D'_2 + 2c; \\ D'_6 + c &= D'_1 + D'_2 + D'_3 + 3c \end{aligned}$$

Откуда получают среднее значение постоянной прибора по формуле

$$c = \frac{1}{4} (D'_4 + D'_5 + D'_6 - (2D'_1 + 3D'_2 + 2D'_3))$$

Этот способ может применяться при отсутствии компарированной рулетки и менее трудоемок.

Если  $K \neq 100$  и нельзя пренебрегать соответствующими погрешностями, то расстояния вычисляют при помощи инженерного калькулятора или исправляют поправками, которые выбирают из специально составленной таблички.

**Точность нитяного дальномера.** При помощи нитяного дальномера технических теодолитов в комплекте с нивелирной рейкой с сантиметровыми делениями расстояния измеряются с погрешностями, которые зависят от ряда факторов: точности учета коэффициента дальномера  $K$  и постоянной  $c$ ; вертикальности рейки; состояния приземного слоя воздуха (величины рефракционных колебаний изображения). При точном учете величин  $K$  и  $c$ , старательной работе и благоприятных погодных условиях (облачность) на расстояниях  $D$  до 50–60 м погрешность  $\Delta D$  равна приблизительно 0,05–0,1 м (относительная погрешность расстояния составляет около  $\Delta D / D = 1/500$ ), на расстояниях от 80 до 120 м  $\Delta D \approx 0,2$  м (или в относительной мере тоже 1/500), на расстояниях  $D \approx 130$ –150 м  $\Delta D \approx 0,3$ –0,5 м ( $\Delta D / D \approx 1/400 - 1/300$ ). Однако при менее благоприятных условиях и недостаточной старательности наведения штрихов дальномера погрешности  $\Delta D$  значительно возрастают.

Рассмотренные погрешности нитяного дальномера учитываются в инструкциях по наземным крупномасштабным топографическим съемкам: расстояния от теодолита до рейки ограничивают до 80 – 100 м.

#### **11.4. Определение неприступных расстояний тригонометрическими способами**

Если между точками имеется препятствие (река, водоем, овраг и др.), превышающее длину механического мерного прибора (ленты), то при отсутствии достаточно точного оптического или электронного дальномера неприступное расстояние определяют различными тригонометрическими (косвенными) способами.

1. *Параллактическими* называются косвенные способы определения расстояний, основанные на вычислении высоты сильно вытянутого равнобедренного треугольника (рис. 11.7, а), в котором измеряется базис  $b$  и малый острый угол  $\varphi$  – параллактический угол. На местности закрепляют точки  $A$  и  $B$  определяемой линии, в точке  $A$  с помощью теодолита строят перпендикуляр (базис  $b$ ), концы которого  $C_1$  и  $C_2$  закрепляют на расстоянии  $b/2$  от точки  $A$ . После измерения  $b$  и  $\varphi$  вычисляется искомое расстояние

$$AB = d = (b/2) \operatorname{ctg}(\varphi/2). \quad (11.18)$$

Чтобы относительная погрешность результата  $d$  была не более  $1/2000$ , угол  $\varphi$  должен быть не меньшим  $8 - 10^\circ$  и измеряться с погрешностью не более  $10 - 15''$ , а базис следует измерять с относительной погрешностью не грубее  $1/4000 - 1/5000$ .

2. Для отыскания длины  $d$  неприступного расстояния  $MN$  (рис. 11.7, б) на местности вначале закрепляют и измеряют два базиса  $b_1$  и  $b_2$ , измеряют углы треугольников  $MK_1N$  и  $MK_2N$  –  $\beta_1, \alpha_1$  и  $\beta_2, \alpha_2$ . Вычисляют углы  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  по формулам  $\gamma_1 = 180^\circ - \beta_1 - \alpha_1$  и  $\gamma_2 = 180^\circ - \beta_2 - \alpha_2$ , а затем дважды вычисляют расстояние  $d$ :

$$d' = b_1 \sin \beta_1 / \sin \gamma_1; \quad d'' = b_2 \sin \beta_2 / \sin \gamma_2. \quad (11.19)$$

Расхождение величин  $d'$  и  $d''$  допускается до  $1/1000 - 1/2000$  от искомой длины  $d$ .

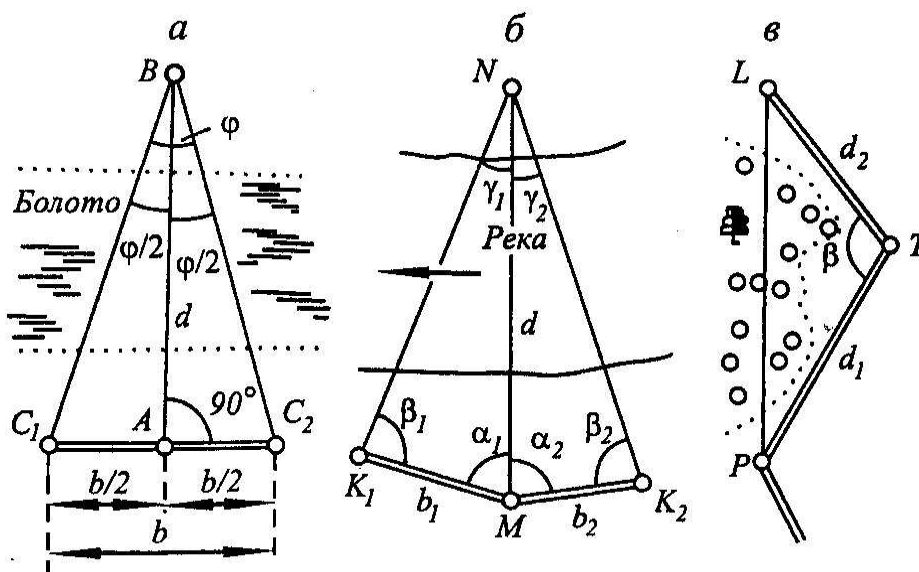


Рис 11.7. Косвенные способы определения расстояний

3. Между точками  $P$  и  $L$  (рис. 11.7 в) находится препятствие, перекрывающее видимость вдоль линии  $PL$ . В этом случае выбирают точку  $T$  с учетом хороших условий измерения линий  $PT$  и  $TL$  и после нахождения их горизонтальных проложений  $d_1$  и  $d_2$  и измерения горизонтального угла  $\beta$  вычисляют по теореме косинусов

$$PL = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2 d_1 d_2 \cos \beta} . \quad (11.20)$$

Для контроля измерения и вычисления повторяют.

Рассмотренные способы прямого и косвенного определения расстояний трудоемки. В инженерно-геодезических работах для измерения расстояний широко применяются электронные дальномеры, работающие в оптическом (световом) диапазоне электромагнитных волн (светодальномеры).

### **11.5. Учет значимости погрешностей измерений углов и расстояний при обосновании точности геодезических работ**

При производстве многих видов геодезических работ измеряют длины линий и горизонтальные углы между ними, при этом точности угловых и линейных измерений рационально выбирать под условием их приблизительно равного влияния на погрешности планового положения определяемых точек (равной значимости). В соответствии с данным условием определяют согласованную точность приборов и методов линейных и угловых измерений.

На рис. 11.8 показано, что погрешность  $\Delta d$  измерения линии  $d$  вызывает продольное перемещение точки  $B$  в положение  $B'$ , а погрешность  $\Delta \beta$  измерения горизонтального угла приводит к поперечной линейной погрешности  $\Delta e$  и смещению точки в положение  $B''$ . По условию равной значимости линейная поперечная погрешность  $\Delta e$  должна быть равна по величине продольной линейной погрешности  $\Delta d$ . При этом соответствующая угловая погрешность вычисляется в радианах  $\Delta \beta^{\text{рад}}$  по формуле

$$\Delta \beta^{\text{рад}} = \Delta e / (d + \Delta d) = \Delta d / (d + \Delta d), \quad (11.21)$$

где  $(d + \Delta d)$  – радиус дуги  $\Delta e$ .

По малости погрешности  $\Delta d$  принимаем  $(d + \Delta d) = \Delta d$  и формула (11.21) принимает вид

$$\Delta\beta_{\text{рад}} = \Delta d/d. \quad (11.22)$$

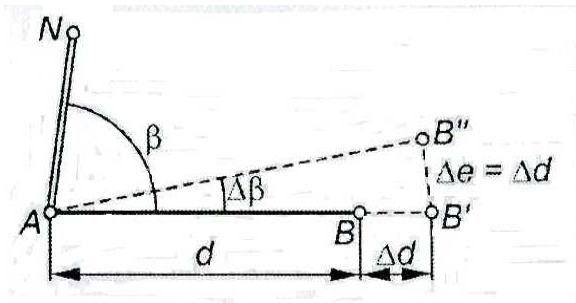


Рис. 11.8. Продольная  $\Delta d$  и поперечная  $\Delta e$  линейные погрешности определения точки  $B$  линейно-угловыми измерениями

В формуле (11.22) отношение  $\Delta d/d$  часто задается нормированной относительной погрешностью  $\Delta d/d = 1/T$  измерения расстояния  $d$ , а горизонтальный угол  $\Delta\beta$  выражается в градусах, минутах или секундах. Тогда угловые погрешности, отвечающие по условию равной значимости заданным относительным погрешностям  $1/T$ , будут соответственно равны

$$\Delta\beta^\circ = \rho^\circ(1/T); \quad \Delta\beta' = \rho'(1/T); \quad \Delta\beta'' = \rho''(1/T), \quad (11.23)$$

где  $\rho^\circ = 57,295^\circ$ ;  $\rho' = 3438'$ ;  $\rho'' = 206265''$  – число градусов, минут и секунд в радиане.

Исходя из формул (11.23) определяется также относительная погрешность  $1/T$  измерения линий при заданной допустимой погрешности  $\Delta\beta$  измерения горизонтального угла:

$$1/T = \Delta\beta^\circ/\rho^\circ; \quad 1/T = \Delta\beta'/\rho'; \quad 1/T = \Delta\beta''/\rho''. \quad (11.24)$$

Соотношения (11.23) и (11.24) учитываются при расчетах по обоснованию точности приборов, необходимых для выполнения линейных и угловых измерений при различных геодезических работа. В таблице 11.1 приведены соответствующие примеры.



**Расчетное соответствие между точностью измерения линий и углов по условию равной значимости их погрешностей и примеры выбора средств линейных и угловых измерений**

Вид погрешности, средства измерений		Величины погрешностей, средства измерений				
Номер примера		1	2	3	4	5
Допустимая относительная погрешность измерения линий 1/Г		1 : 2000	1 : 3000	1 : 5000	1 : 10 000	1 : 25 000
Расчетные	Допустимая погрешность измерения углов, $2m_{\beta p}$	1,7'	1,1'	41"	21"	8"
	Средняя квадратическая погрешность измерения углов, $m_{\beta p}$	0,8'	0,55'	20"	10"	4"
Угломерные приборы: теодолиты типа		T30	T30	T15	T5	T2
Допустимая $2m_{\beta}$ и средняя квадратич. $m_{\beta}$ погрешности измерения углов данным теодолитом		$2m_{\beta} = 1'$ $m_{\beta} = 0,5'$	$2m_{\beta} = 1'$ $m_{\beta} = 0,5'$	$2m_{\beta} = 30''$ $m_{\beta} = 15''$	$2m_{\beta} = 10''$ $m_{\beta} = 5''$	$2m_{\beta} = 4''$ $m_{\beta} = 2''$
Приборы. Соответствие их точности условию равной значимости погрешностей угловых и линейных измерений		Мерные ленты. Технические теодолиты. Практически соблюдается согласованная точность угловых и линейных измерений		Светодальномеры. Высокоточные и точные теодолиты. При погрешности светодальномера 3 мм на 150м $1/Г = 1 / 50 000$ и условие равной значимости не соблюдается, но светодальномеры эффективно снижают трудоемкость измерения расстояний		

Как видно из таблицы 11.1, теоретическое равенство значимости погрешностей линейных и угловых измерений на практике может соблюдаться достаточно точно (для теодолитов и мерных лент) и не соблюдаться. На практике нет необходимости в неперенном применении условия равной значимости рассматриваемых погрешностей при выборе приборов для измерения углов и линий. Например, при заданной точности угловых измерений в комплекте с теодолитами типа T30 или T15, для упрощения и ускорения измерения линий вместо мерных лент целесообразно применять недорогие светодальномеры (лазерные рулетки), обеспечивающие ускорение и упрощение работ по измерению расстояний. (см. примеры в таблице 11.1).

## ЛЕКЦИЯ № 12

Геодезические сети. Их назначение.. Понятие о государственных геодезических сетях. Методы построения и закрепления плановых и высотных сетей съёмочного обоснования, требования к их точности.

**Назначение геодезических сетей.** Геодезические сети создают для получения на земной поверхности системы опорных геодезических пунктов в определенных системах плановых и высотных координат. Такие пункты служат основой создания карт и планов земной поверхности. Опорные пункты, как и картографические материалы, необходимы для проектирования и строительства любых инженерных сооружений, для получения численных данных о деформациях земной поверхности и решения многих других научных и практических задач.

### **12.1. Понятие о государственных геодезических сетях**

Геодезические сети подразделяются: по виду определяемых координат - плановые и высотные; по виду построения – триангуляция, полигонометрия, трилатерация, спутниковая и их сочетания; по назначению – государственные, сети сгущения и сети съёмочного обоснования, сети специального назначения.

Государственная геодезическая сеть создается для распространения на всю территорию страны единой системы плановых координат и высот. Эта сеть представлена геодезическими пунктами, центры которых закреплены на местности (рис. 12.1, а). *Носителем координат* геодезического пункта служит метка в металлической пластине верхнего центра 4, которая заложена в пилоне – подземном центре пункта. Верхний центр дублируют нижним центром 1, который заложен на дне котлована под плитой 2. Глубина заложения нижнего центра – не менее 2-х м.

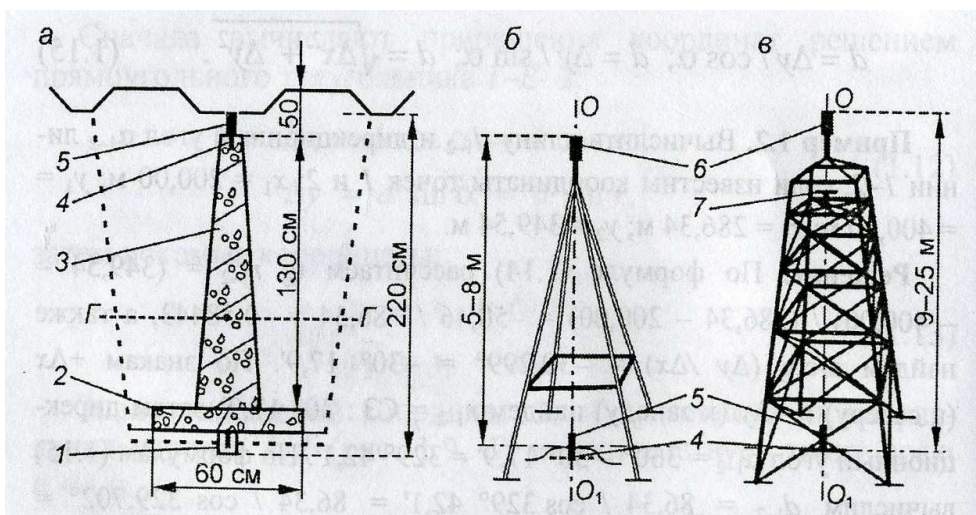


Рис. 12.1. Геодезические пункты:

*а* – подземный центр; *б* – пирамида; *в* – сигнал; 1 – нижний центр; 2 – плита; 3 – пилон верхнего центра; 4 – верхний центр; 5 – опознавательный столбик; 6 – визирный цилиндр; 7 – столик; ГГ – глубина промерзания грунта;  $OO_1$  – вертикальная ось

После закладки центр окапывают и устанавливают опознавательный столбик. Над центром строят металлическую пирамиду (рис. 1.10, б) или высокий сигнал (рис. 1.10, в), если они необходимы для обеспечения взаимной оптической видимости между удаленными пунктами при измерениях углов и расстояний.

Плановые координаты пунктов государственных геодезических сетей в прошлом определялись методами триангуляции и полигонометрии, в некоторых случаях методом трилатерации. В настоящее время координаты существующих геодезических пунктов уточняются, а новых пунктов определяются при помощи геодезических приборов, основанных на спутниковых системах позиционирования. Применяются также методы триангуляции и полигонометрии и их комбинаций.

**Понятие о геометрических методах создания государственных геодезических сетей.** Метод *триангуляции* состоит в том, что в вершинах всех треугольных фигур, образованных пунктами сети, измеряют горизонтальные углы, а длины сторон, называемых *базисными*, измеряют только в нескольких треугольниках, но не менее двух (базисы  $b_1$  и  $b_2$  на рис 12.2, а). Длины других сторон вычисляют из решения треугольников по тригонометрическим формулам, находят дирекционные углы сторон и определяют координаты пунктов.

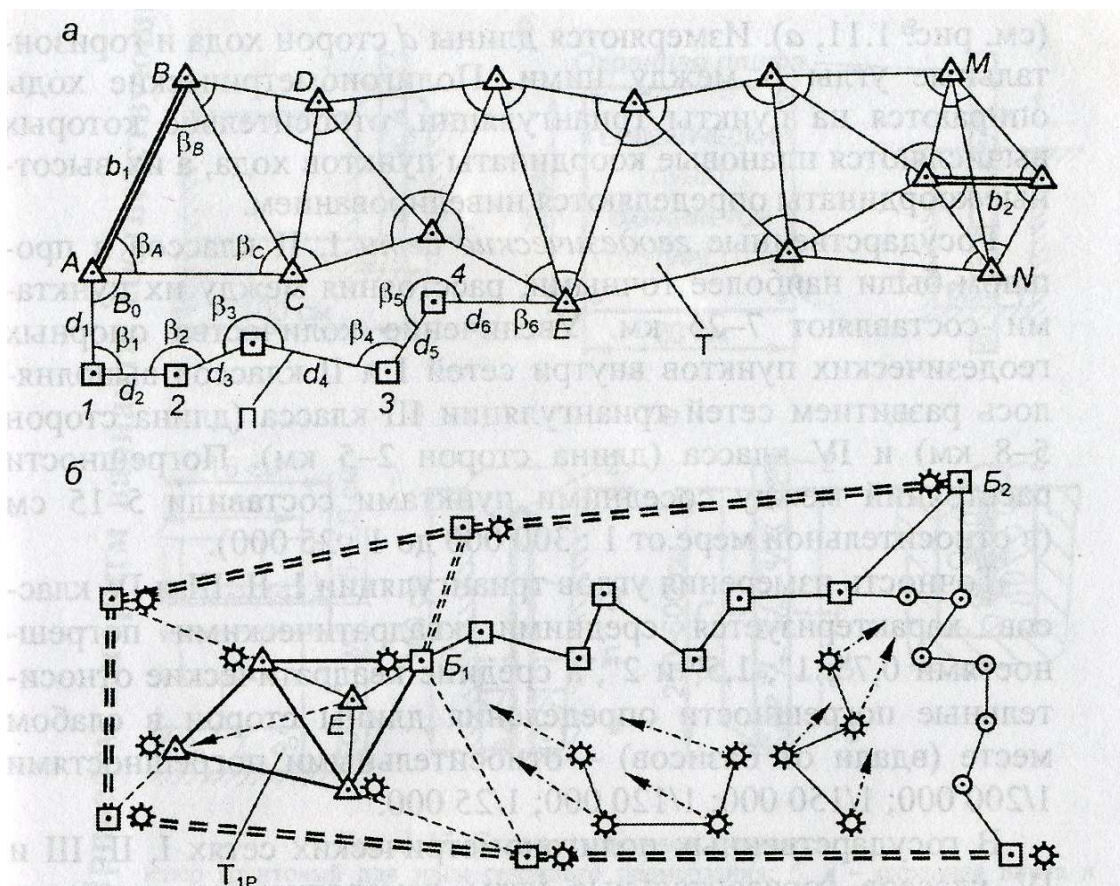


Рис. 12.2. Схемы плановых геодезических сетей:

*a* – триангуляция (Т) и полигонометрия (П); *б* – спутниковые сети;  $\Delta$  – пункты триангуляции;  $\blacksquare$  – пункты полигонометрии;  $\circ$  – пункты теодолитных ходов;  $\blacksquare \odot$  – опорные пункты спутниковых геодезических сетей;  $B_1, B_2$  – базовые пункты спутникового позиционирования;  $\odot$  – определяемые спутниковые пункты.

*Триангуляция* – метод построения геодезических сетей в виде треугольных фигур, в которых измеряются только длины их сторон (расстояния между центрами геодезических пунктов), а углы между сторонами вычисляются из решения треугольников.

Метод *полигонометрии* основан на построении геодезической сети, состоящей из ломаных линий, называемых ходами, вершины которых закреплены центрами геодезических пунктов (см. рис. 12.2, *a*). Измеряются длины  $d$  сторон хода и горизонтальные углы  $\beta$  между ними. Полигонометрические ходы прокладываются между пунктами триангуляции, относительно которых вычисляются плановые координаты пунктов хода, а их высотные координаты определяются из нивелирования.

## **12.2. Понятие о современных методах создания государственной геодезической сети**

Для модернизации государственной геодезической сети на территории бывшего СССР, ранее созданной методами триангуляции и полигонометрии, координаты части ее пунктов были заново определены спутниковыми методами в системе ПЗ-90 (ПЗ -90-2). В результате были устранены деформации государственной геодезической сети, достигавшие в частности на территории Беларуси 2-х метров, причем погрешности взаимного положения пунктов на расстояниях между ними в 10–30 км уменьшились с 10–15 см до 1–4 см.

Спутниковые технологии заложены в основу работ по дальнейшему повышению точности и оперативности создания государственных и местных геодезических сетей. На территории России создана фундаментальная астрономо-геодезическая сеть (ФАГС), расстояния между ее пунктами приняты в 800–1000 км, а погрешности определения расстояний между ними соответствуют в среднем 1 см на 100 км (1 : 10 000 000). Внутри ФАГС размещаются пункты высокоточной геодезической сети ВГС при расстояниях между ними 150–500 км, определяемых с погрешностью 1 см на 10 км (1 : 1 000 000). По результатам наблюдений за изменениями координат пунктов ФАГС и ВГС определяются элементы их деформаций земной коры.

Внутри ФАГС и ВГС определяются координаты пунктов спутниковой геодезической сети 1-го класса СГС-1 при расстояниях между ее пунктами 20 – 40 км и погрешностями, близкими к 1 см (1 : 2 000 000). Пункты СГС-1 предназначены для обеспечения исходными координатами других видов геодезических работ по развитию опорных и съемочных сетей, проведению топографических съемок, инженерных изысканий и др.

**Государственная геодезическая сеть Республики Беларусь** создается в соответствии с нормативными документами: государственными стандартами СТБ 1653-2006 и СТБ 1820-2007, а также техническими кодексами установившейся практики: ТКП 120-2007 (03150) «Порядок создания фундаментальной астрономо-геодезической сети» [9] и ТКП 119-2007(03150) «Порядок создания спутниковой геодезической сети 1 класса». Работы по сгущению сети опорных геодезических пунктов осуществляются спутниковыми методами. При этом отпала необходимость строить дорогостоящие высокие сигналы типов, показанных на рис. 12.1.

Главной геодезической основой на территории Беларуси является геодезическая сеть ВГС, созданная в 1998 году (рис. 12.4), координаты ее центрального пункта «Минск» определены также в системе фундаментальной астрономо-геодезической сети Российской Федерации (ФАГС). Согласно СТБ 1653-2006 пространственное положение пунктов Государственной геодезической сети Беларуси определяется методами космической геодезии, обеспечивающими точность взаимного положения со средними квадратическими погрешностями, не превышающими:

- в плане  $m_D = \pm 3 \text{ мм} + 5 \times 10^{-8} \times D$ ;
- по высоте  $m_H = \pm 5 \text{ мм} + 7 \times 10^{-8} \times D$ ,

где  $D$  – расстояние между пунктами.

Например, при  $D = 150 \text{ км}$   $m_D = 10 \text{ мм}$  (или  $m_D/D = 1 : 15\,000\,000$ ),  $m_H = 15 \text{ мм}$ ; при  $D = 300 \text{ км}$  находим  $m_D = 20 \text{ мм}$  (или  $1 : 15\,000\,000$ ),  $m_H = 26 \text{ мм}$ .

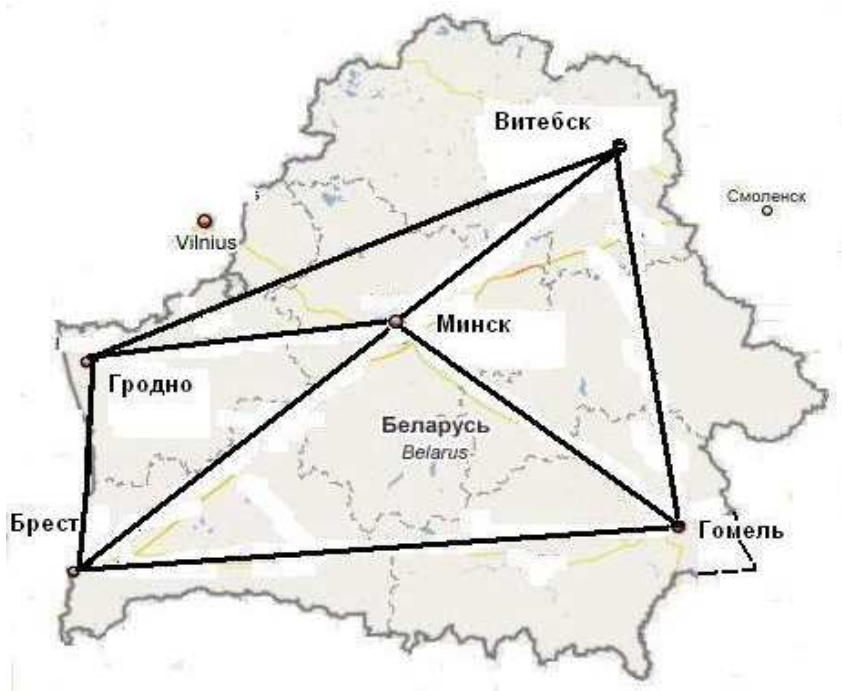


Рис. 12.4. Схема высокоточной геодезической сети (ВГС) Республики Беларусь: центральный пункт «Минск» является пунктом ФАГС Российской Федерации; периферийные пункты ВГС – «Брест», «Гродно», «Витебск», «Гомель»

Спутниковая геодезическая сеть СГС-1 служит для сгущения пунктов ВГС. Расстояния между пунктами СГС-1 должны составлять 15–25 км. Погрешность взаимного положения пунктов допускается: в плане  $m_D = \pm 3 \text{ мм} + 1 \times 10^{-7} \times D$ ; по высоте  $m_H = \pm 5 \text{ мм} + 2 \times 10^{-7} \times D$ ;

Ранее созданные плановые сети триангуляции 1 – 4 классов модернизируются на основе спутниковых технологий, точность определения их координат не должна быть грубее  $\pm 10$  см.

**Пункты государственных геодезических сетей** 1-го и 2-го классов являются исходными для развития геодезических сетей любого назначения на территории государства. Расстояния между ними составляют 7–25 км. Для увеличения плотности исходных геодезических пунктов внутри сетей 1-го и 2-го классов выполняется развитие сетей триангуляции и полигонометрии 3-го и 4-го классов (длины сторон 2-8 км). Погрешности расстояний между соседними пунктами составляют 5–15 см (в относительной мере от 1 : 300 000 до 1 : 25 000).

Точность измерения углов триангуляции 1, 2, 3 и 4-го классов характеризуется средними квадратическими погрешностями 0,7"; 1"; 1,5" и 2", а средние квадратические относительные погрешности определения длины сторон в слабом месте (вдали от базисов) – относительными погрешностями 1/200 000; 1/150 000; 1/120 000; 1/25 000 соответственно.

В государственных полигонометрических сетях 1, 2, 3 и 4-го классов горизонтальные углы измеряются со средними квадратическими погрешностями 0,4"; 1"; 1,5" и 2", длина сторон с относительными средними квадратическими погрешностями 1/300 000; 1/250 000; 1/150 000 и 1/25 000.

**Государственные нивелирные сети** I, II, III и IV классов на местности закреплены постоянными знаками – *реперами* (рис.12.3), которые закладывают или в грунт (грунтовые реперы), или в стены капитальных зданий и сооружений (стенные реперы). Высотная координата (отметка) репера в прошлом определялась только наземными способами нивелирования (измерения превышений), которые подразделяются на нивелирование I, II, III и IV классов. Погрешности нивелирования в прямом и обратном направлениях, т.е. нивелирования двойным ходом, соответственно характеризуются величинами 0,5; 2; 4 и 8 мм на 1 км нивелирного хода, допустимые невязки в соответствии с классом нивелирования определяются величинами (в мм):

$$3\sqrt{L}, 5\sqrt{L}, 10\sqrt{L}, 20\sqrt{L}, \text{ где } L - \text{длина хода в км.}$$

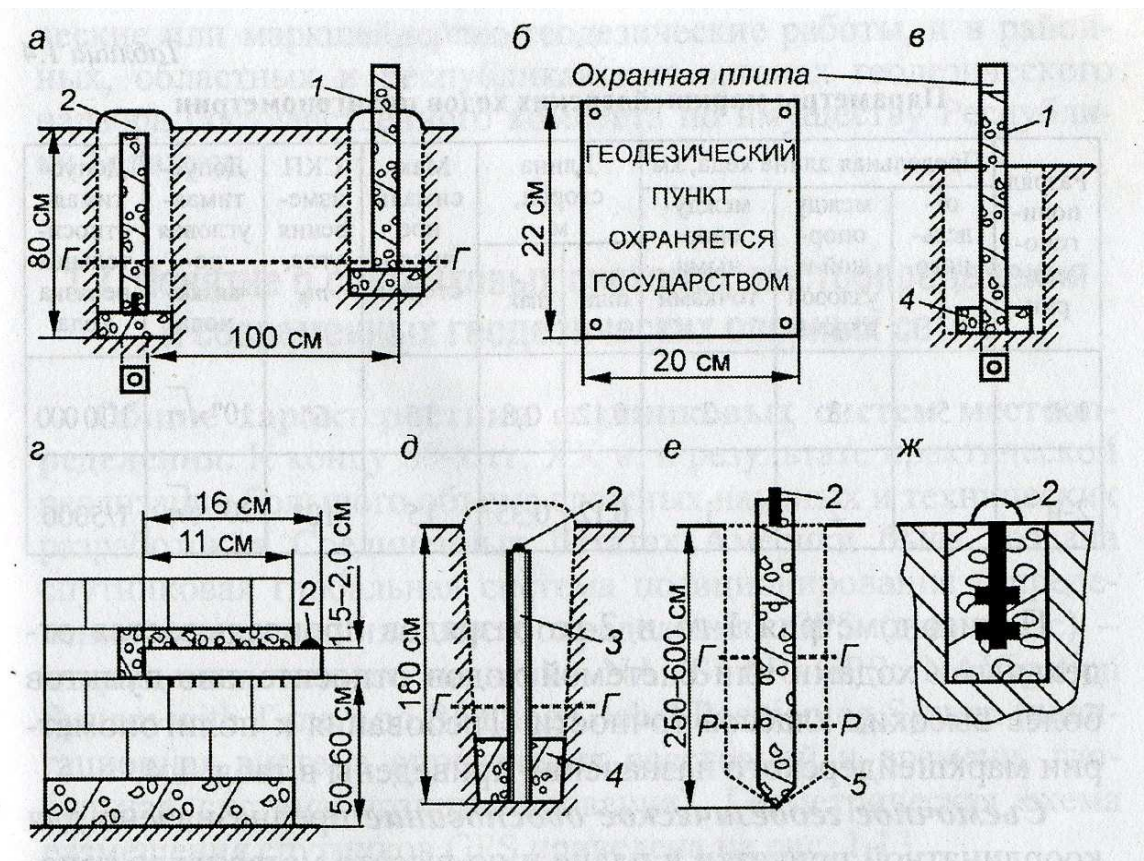


Рис. 12.3. Схемы реперов и знаков:

*а, д* – репер грунтовой для зоны сезонного промерзания; *б, в* – охранная плита и опознавательный столб; *г* – стенной репер; *е* – репер свайный для закладки в скважине ниже зоны рыхлых грунтов; *ж* – репер плитный (цокольный) для заложения в конструкциях сооружений (1 – опознавательный столб; 2 – носитель высотной координаты (выступ для постановки нивелирной рейки); 3 – труба диаметром 30-50 мм или отрезок рельса; 4 – якорь бетонный; 5 – скважина; Г – граница глубины промерзания грунтов; Р – основание слоя рыхлого грунта)

**Плановые сети сгущения.** Сети сгущения необходимы для увеличения количества опорных пунктов на территории города или крупного промышленного предприятия при геодезическом обеспечении съемочных и строительных работ. Сети сгущения создаются относительно пунктов более высокого класса точности методами триангуляции, или полигонометрии (см. рис. 12.2, *б*), или спутниковыми. Отдельные пункты сетей сгущения (например, пункт *Е* на рис. 12.2, *б*) могут определяться методами геодезических засечек.

По точности эти сети подразделяются на сети 1-го и 2-го разрядов. Для них в качестве исходных служат геодезические пункты 1-4 классов. Средние квадратические погрешности измерения углов в разрядных сетях составляют 5" и 10" и характеризуются относительной погрешностью сторон не более 1/20 000 и 1/10 000.



### 12.3. Съемочное обоснование

**Назначение съемочного обоснования.** Топографическую съемку местности выполняют для получения топографического плана или карты участка местности, при этом изображения объектов местности должны быть нанесены на карту по их координатам. Последнее требование достигается путем создания на местности системы опорных точек – *пунктов съемочного обоснования* – в заданной системе координат. Относительно пунктов съемочного обоснования в процессе съемки определяется координатное положение предметов местности, в результате местность изображается на карте (плане) посредством условных знаков в уменьшенном и подобном виде.

Одновременно развиваются высотные съемочные сети в основном ходами IV классов и технического нивелирования. Высотные координаты передаются на грунтовые и стенные реперы, а также на плановые пункты съемочного обоснования.

**Съемочное геодезическое обоснование** развиваются внутри сетей сгущения. Пункты съемочного обоснования выбирают с учетом технологии предстоящих съемочных и изыскательских работ и их центры закрепляют на местности постоянными или временными знаками (металлическими или деревянными).

Координаты пунктов съемочного обоснования определяют полигонометрией (см. рис. 12.2, б), микротриангуляцией и различными засечками технической точности, при этом углы в треугольных фигурах не должны быть меньше  $30^\circ$  и не больше  $150^\circ$ , а длина их сторон не больше 150–250 м. Полигонометрический ход технической точности называют теодолитным ходом, в нем углы измеряются со средней квадратической погрешностью  $0,5'$ , стороны длиной от 20 до 350 м – с допустимой относительной погрешностью  $1/1000 - 1/3000$ .

**Сети специального назначения** создаются для геодезического обеспечения строительства, как правило, уникальных: энергетических, гидротехнических, мелиоративных и др. Методы создания таких сетей могут быть любыми из рассмотренных, но при этом точность определения взаимного положения пунктов может существенно превосходить любые из ранее рассмотренных. Этого добиваются применением специальных методик и приборов для производства измерений. Для закрепления координированных точек применяют специальные типы центров, обес-

печивающие их стабильное пространственное положение на период строительства и эксплуатации объекта.

**Каталоги координат и высот геодезических пунктов.** Плановые и высотные координаты пунктов геодезических сетей приводятся в отдельных каталогах координат или высот пунктов, которые хранятся в организациях, ведущие геодезические работы, в районных, областных и республиканских органах геодезического надзора Государственного комитета по имуществу Республики Беларусь.

## ЛЕКЦИЯ № 13

Плановое обоснование топографических съемок. Линейно-угловые ходы. Их привязка к пунктам геодезической сети. Понятие о системе линейно-угловых ходов. Геодезические засечки.

Понятие о спутниковом автономном определении координат съёмочных пунктов

**Назначение съёмочного обоснования.** Топографическую съёмку местности выполняют для получения топографического плана или карты участка местности, при этом изображения объектов местности должны быть нанесены на карту по их координатам. Последнее требование достигается путем создания на местности системы опорных точек – **пунктов съёмочного обоснования** – в заданной системе координат. Относительно пунктов съёмочного обоснования в процессе съёмки определяется координатное положение предметов местности, в результате местность изображается на карте (плане) в принятой координатной среде посредством условных знаков в уменьшенном и подобном виде.

**Геодезические съёмочные сети** создаются всеми возможными геодезическими построениями; плотность их пунктов должна обеспечивать высокое качество съёмки. Отметки пунктов съёмочных сетей разрешается получать из технического нивелирования (при высоте сечения рельефа  $h_c = 1$  м) или из тригонометрического нивелирования при  $h_c = 2,5$  м и больше.

### **13.1. Линейно-угловые ходы, их виды**

Для определения координат нескольких точек можно применить различные способы; наиболее распространенными из них являются линейно-угловой ход, система линейно-угловых ходов, триангуляция, трилатерация и некоторые другие.

Линейно-угловой ход представляет собой ломаную линию, в которой измеряются горизонтальные углы  $\beta$  и расстояния  $s$  между соседними точками (рис. 13.1).

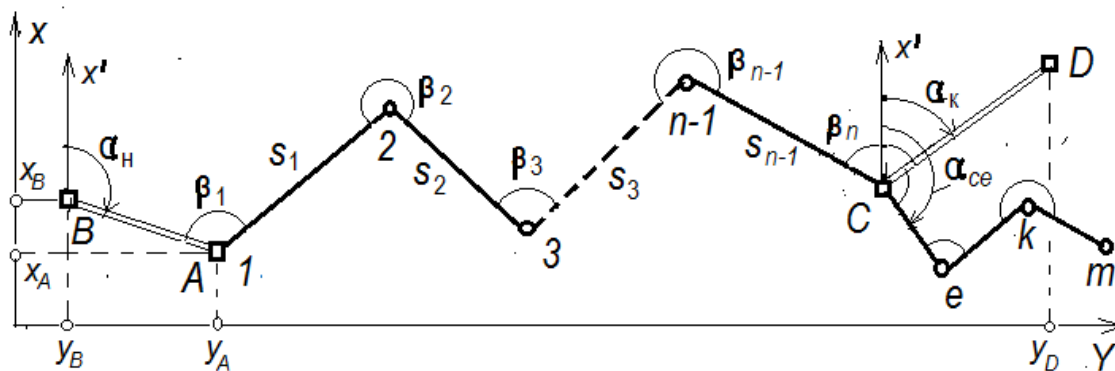


Рис. 13.1. Разомкнутый линейно-угловой ход

Исходными данными в линейно-угловом ходе являются координаты  $X_A, Y_A$  пункта  $A$  и координаты  $X_B, Y_B$  пункта  $B$ ; координаты  $X_C, Y_C$  пункта  $C$  и координаты  $X_D, Y_D$  пункта  $D$ , а также начальный дирекционный угол  $\alpha_{BA} = \alpha_n$  линии  $BA$  и конечный дирекционный угол  $\alpha_{CD} = \alpha_k$  линии  $CD$ .

Исходные дирекционные углы могут вычисляться через координаты пунктов  $B$  и  $A$ , пунктов  $C$  и  $D$  решением обратной геодезической задачи. Измеряемые величины - это горизонтальные углы  $\beta$  и расстояния  $1-2 = S_1, 2-3 = S_2$  и т.д.

**По форме линейно-угловые ходы подразделяются на следующие виды:**

**Разомкнутый ход** (рис. 13.1) опирается на исходные пункты  $A, B, C$  и  $D$  с известными координатами, поэтому решением обратной геодезической задачи вычислены исходные дирекционные углы  $\alpha_n$  (начальный) и  $\alpha_k$  в начале и в конце хода;

Если в начале или в конце хода нет исходного дирекционного угла, то это будет ход с частичной координатной привязкой; если исходных дирекционных углов в ходе совсем нет, то это будет ход с неполной координатной привязкой.

**Замкнутый линейно-угловой ход** (рис.13.2), в нем начальный и конечный пункты  $I$  хода совмещены с исходным пунктом  $A$  геодезической сети. Этот пункт имеет известные координаты; на этом пункте должно быть известен дирекционный угол  $\alpha_n$  направления  $BA$ . В пункте  $A$  измеряется примычный угол  $\beta_{пр}$  между исходным направлением  $BA$  и направлением  $A-2$  (т.е. направлением  $1-2$ ) на второй пункт хода.

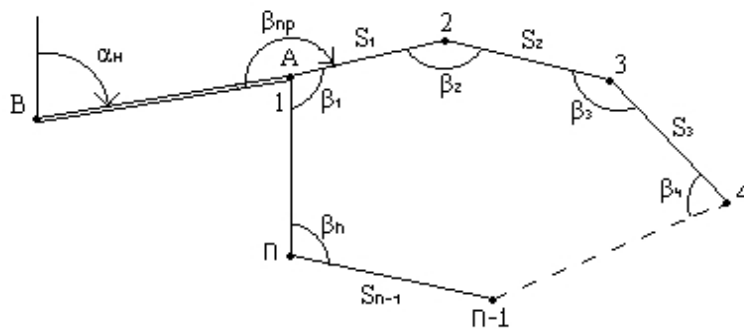


Рис. 13.2

**Висячий линейно-угловой ход** *C-e-k-m* (рис. 13.1) опирается на исходный пункт *C* с известными координатами и для него определяется исходный дирекционный угол  $\alpha_{ce}$  только в начале хода.

**Свободный линейно-угловой ход** не имеет исходных пунктов и исходных дирекционных углов ни в начале, ни в конце хода.

**По точности измерения горизонтальных углов и расстояний линейно-угловые ходы делятся на две большие группы:** теодолитные ходы и полигонометрические ходы.

В **теодолитных ходах** горизонтальные углы измеряют с погрешностью не более 30"; относительная погрешность измерения расстояний  $mS/S$  колеблется от 1/1000 до 1/3000.

В **полигонометрических ходах** горизонтальные углы измеряют с погрешностью от 0,4" до 10", а относительная погрешность измерения расстояний  $mS/S$  бывает от 1/5000 до 1/300 000.

По точности измерений полигонометрические ходы делятся на два разряда и 4 класса, рассмотренные ранее.

### 13.2. Привязка линейно-угловых ходов

Под привязкой разомкнутого линейно-углового хода понимают совмещение начальной и конечной его точек с исходными пунктами геодезической сети, координаты которых известны. На исходных пунктах измеряют углы между направлением с известным дирекционным углом ( $\alpha_{нач}$  и  $\alpha_{конеч}$ ) и первой (последней) стороной хода; эти углы называются примычными.

Кроме этих стандартных ситуаций встречаются случаи, когда линейно-угловой ход начинается или заканчивается на пункте с неизвестными координатами.

тами. В таких случаях возникает дополнительно задача определения координат этого пункта. Самый простой способ определения координат одного пункта – геодезические засечки; если вблизи определяемого пункта есть несколько известных пунктов, то, выполнив  $k$  угловых и (или) линейных измерений ( $k > 2$ ), можно вычислить искомые координаты по стандартным алгоритмам. Если такой возможности нет, то возникают особые случаи привязки; рассмотрим некоторые из них.

**Снесение координат с вершины знака на землю.** На рис. 13.3 пункт  $P$  – определяемый, а пункты  $T_1, T_2, T_3$  – исходные с известными координатами. Три исходных пункта можно использовать лишь в качестве визирных целей. С пункта  $P$  измеряют два угла по программе обратной угловой засечки, но трех пунктов и двух углов недостаточно для полного контроля решения задачи. Кроме того, при малом расстоянии между пунктами  $P$  и  $T_1$ , угол засечки будет чрезмерно малым и точность засечки невысокой. Для обеспечения надежности задачи закладывают два временных пункта  $A_1$  и  $A_2$  и измеряют расстояния  $b_1, b_2$  и углы  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6$ .

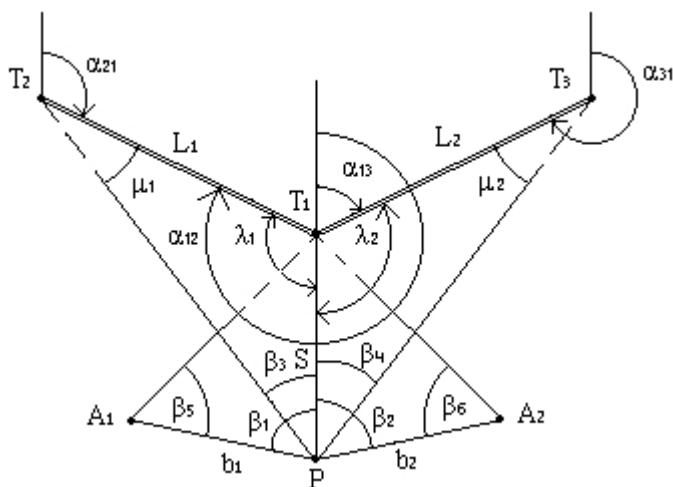


Рис. 13.3. Схема снесения координат точки на землю

Таким образом, общее число измерений равно 8, а количество неизвестных – 6 (координаты трех пунктов). Обработку этого геодезического построения необходимо выполнить уравниванием по методу наименьших квадратов (МНК), но приближенное, достаточно точное решение можно получить по конечным формулам, приведенным далее. Производятся следующие расчеты:

- вычисление расстояния  $s$  ( $s = T_1P$ ) два раза: из треугольников  $PA_1T_1$  и  $PA_2T_2$  и затем среднего из двух:

$$\left\{ S = 0,5 \left[ \frac{b_1 \sin \beta_5}{\sin(\beta_1 + \beta_5)} + \frac{b_2 \sin \beta_6}{\sin(\beta_2 + \beta_6)} \right] \right. \quad (13.1) \left. \right\}$$

- решение обратной геодезической задачи между пунктами  $T_1$  и  $T_2$  (вычисление  $\alpha_{12}, L_1$ )

и  $T_1$  и  $T_3$  (вычисление  $\alpha_{13}$  и  $L_2$ ); (решение известно и здесь не приводится)

- вычисление углов  $\mu_1$  и  $\mu_2$  из треугольников  $PT_2T_1$  и  $PT_3T_1$ :

$$\sin \mu_1 = (s/L_1) \sin \beta_3; \quad \sin \mu_2 = (s/L_2) \sin \beta_4; \quad (13.2)$$

- вычисление углов  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  из треугольников  $PT_2T_1$  и  $PT_3T_1$ :

$$\lambda_1 = 180^\circ - (\mu_1 + \beta_3); \quad \lambda_2 = 180^\circ - (\mu_2 + \beta_4); \quad (13.3)$$

- вычисление дирекционного угла линии  $T_1P$ :

$$\alpha = 0,5 [(\alpha_{12} - A_1) + (\alpha_{13} + A_2)]; \quad (13.4)$$

- решение прямой геодезической задачи из пункта  $T$  на пункт  $P$ :

$$X_P = X_A + S \cos \alpha;$$

$$Y_P = Y_A + S \sin \alpha.$$

### 13.3. Привязка линейно-углового хода к стенным маркам

Стенные марки закладываются в цокольный этаж или в стену капитального здания; конструкции их бывают различными и показаны в соответствующих разделах учебной и технической литературы. Закладка стенных марок и определение их координат выполняется при создании геодезических сетей на территории населенных мест и промышленных предприятий; в дальнейшем эти марки играют роль опорных пунктов в последующих геодезических построениях.

Схема привязки пункта  $P$  хода к двум маркам  $A$  и  $B$  показана на рис.13.4, *a*. На линии  $AB$  с помощью рулетки измеряется отрезки  $AP$ ,  $PB$  и  $AB = S$ , затем координаты точки  $P$  находятся из решения прямой геодезической задачи с использова-

нием  $\alpha$  - дирекционного угла направления  $AB$ .

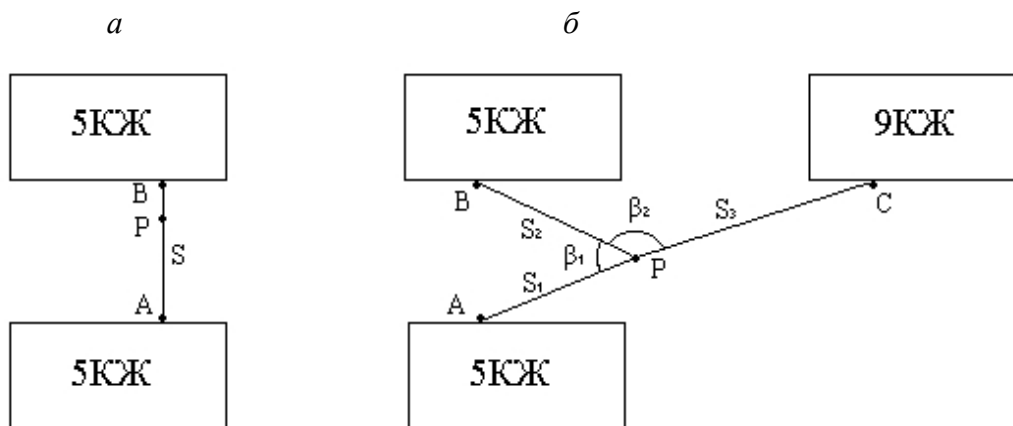


Рис. 13.4. Привязка пунктов линейно-углового хода к стенным маркам

Схема привязки пункта  $P$  хода к трем маркам  $A$ ,  $B$ ,  $C$  показана на рис.13.4, б. С помощью рулетки измеряются расстояния  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  и решается многократная линейная засечка по формулам, приведенным в технической и учебной литературе.

В качестве примычного направления с известным дирекционным углом можно использовать либо направление на одну из стенных марок, либо направление на какой-либо другой пункт с известными координатами.

Кроме метода засечек при привязке ходов к стенным маркам применяют также полярный метод и метод редуцирования, также рассмотренные в технической и учебной литературе.

### 13.4. Понятие о системе линейно-угловых ходов

Совокупность линейно-угловых ходов, имеющих общие точки, называют системой ходов; узловой точкой называется точка, в которой сходятся не менее трех ходов. Как и для отдельного линейно-углового хода, для системы ходов применяют строгую и упрощенную обработку измерений; упрощенную обработку рассмотрим на примере системы из трех линейно-угловых ходов с одной узловой точкой (рис. 13.5). Каждый ход опирается на исходный пункт с известными координатами; на каждом исходном пункте имеется направление с известным дирекционным углом.



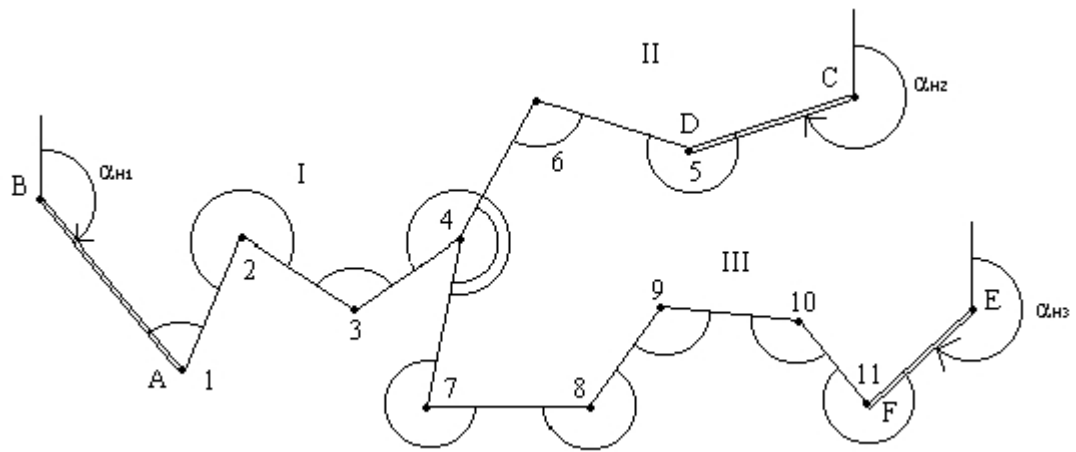


Рис. 13.5

Одну сторону какого-либо хода, проходящую через узловую точку, принимают за узловое направление (например, сторону 4 - 7) и вычисляют ее дирекционный угол по каждому ходу в отдельности, начиная от начального дирекционного угла в ходе. В случае измерения левых по ходу углов  $\beta$  получают три значения дирекционного угла узлового направления  $\alpha_{4-7}$ :

из первого хода  $\alpha_1 = \alpha_{н1} + \sum \beta_1 - 180^\circ n_1;$

из второго хода,  $\alpha_2 = \alpha_{н2} + \sum \beta_2 - 180^\circ n_2;$

из третьего хода  $\alpha_3 = \alpha_{н3} + \sum \beta_3 - 180^\circ n_3,$

и вычисляют средневесовое значение из трех, причем за математический вес отдельного значения принимают число  $1 / n_i$ , где  $n_i$  - количество углов в ходе от исходного направления до узлового направления (на рис. 13.5  $n_1 = 4$ ,  $n_2 = 3$ ,  $n_3 = 5$ ):

$$\alpha_{узн} = \frac{\alpha_1 / n_1 + \alpha_2 / n_2 + \alpha_3 / n_3}{1 / n_1 + 1 / n_2 + 1 / n_3} \quad (13.5)$$

Считая узловое направление исходным и зная его дирекционный угол, вычисляют угловые невязки в каждом ходе по отдельности и вводят поправки в из-

меренные углы. По исправленным углам вычисляют дирекционные углы всех сторон каждого хода и затем - приращения координат по всем сторонам ходов.

По приращениям координат вычисляют координаты узловой точки по каждому ходу в отдельности и получают три значения координаты  $X$  и три значения координаты  $Y$  узловой точки.

Средневесовые значения координат подсчитывают по формулам:

$$X_{\text{узн}} = \frac{X_1 / \sum S_1 + X_2 / \sum S_2 + X_3 / \sum S_3}{1 / \sum S_1 + 1 / \sum S_2 + 1 / \sum S_3} ; \quad (13.6)$$

$$Y_{\text{узн}} = \frac{Y_1 / \sum S_1 + Y_2 / \sum S_2 + Y_3 / \sum S_3}{1 / \sum S_1 + 1 / \sum S_2 + 1 / \sum S_3} . \quad (13.7)$$

Считая узловую точку исходным пунктом с известными координатами, вычисляют координатные невязки для каждого хода в отдельности и вводят поправки в приращения координат по сторонам ходов. По исправленным приращениям координат вычисляют координаты пунктов всех ходов.

Рассмотренная упрощенная обработка системы линейно – угловых ходов с одной узловой точкой состоит из двух этапов: получение дирекционного угла узлового направления и координат узловой точки и обработка каждого хода в отдельности.

## 13.5. Геодезические засечки

### 13.5.1. Полярная засечка

В полярной засечке (рис. 13.6) исходными данными являются: координаты  $X_A$ ,  $Y_A$  пункта  $A$  и дирекционный угол  $\alpha_{AB}$  направления  $AB$ , измеряемыми элементами являются горизонтальный угол  $\beta$  (средняя квадратическая погрешность измерения угла  $m_\beta$ ) и расстояние  $S$ , относительная погрешность его измерения  $m_S / S = 1 / T$ ), искомые элементы – это координаты  $X$ ,  $Y$  точки  $P$ .

Решение производится по формулам прямой геодезической задачи.

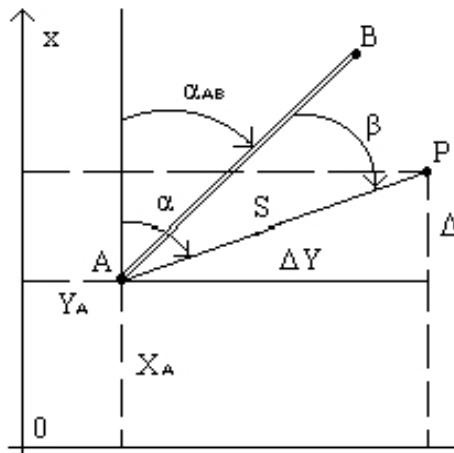


Рис. 13.6. Полярная засечка

Сначала рассмотрим так называемый общий случай прямой угловой засечки, когда углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  измеряются на двух пунктах с известными координатами, каждый от своего направления с известным дирекционным углом  $\alpha_{AC}$  и  $\alpha_{BD}$  (рис. 13.7).

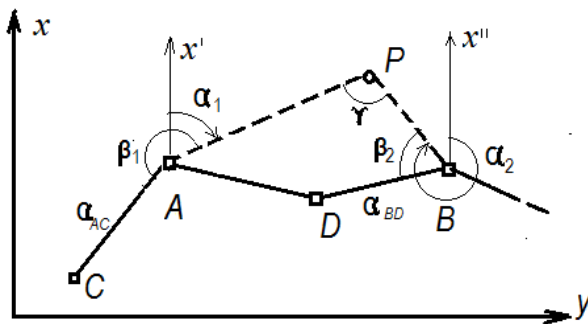


Рис. 13.7. Прямая угловая засечка общий случай

Исходные данные: координаты пунктов  $A$  и  $B$  —  $X_A, Y_A; X_B, Y_B$ ; дирекционные углы  $\alpha_{AC}$  и  $\alpha_{BD}$ .

Измеряемые величины: углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$ ;

Искомые элементы: координаты  $(X_P, Y_P)$  точки  $P$ .

**Решения.** Возможны графическое и аналитическое решения

*Графическое решение.* На масштабированном чертеже от направления  $AC$  следует отложить с помощью транспортира угол  $\beta_1$  и провести прямую линию  $AP$ ; от направления  $BD$  отложить угол  $\beta_2$  и провести прямую линию  $BP$ ; точка пересечения этих прямых является искомой точкой  $P$ .

*Аналитическое решение.* Приведем алгоритм варианта, соответствующий общему случаю засечки:

1. Вычислить дирекционные углы  $\alpha_{CA}$  и  $\alpha_{DB}$  линий  $CA$  и  $DB$ :

$$\alpha_{CA} = \text{arc tg } (Y_A - Y_C) / (X_A - X_C); \quad (13.8)$$

$$\alpha_{DB} = \text{arc tg } (Y_B - Y_D) / (X_B - X_D); \quad (13.9)$$

2. Вычислить дирекционные углы линий  $AP$  и  $BP$

$$\alpha_1 = \alpha_{CA} + \beta_1 - 180^\circ; \quad \alpha_2 = \alpha_{DB} + \beta_2 + 180^\circ;$$

3. Написать два соотношения согласно приращениям координат

$$\left. \begin{aligned} - \text{ для линии } AP: \quad Y - Y_A &= \text{tg } \alpha_1 \cdot (X - X_A), \\ - \text{ для линии } BP: \quad Y - Y_B &= \text{tg } \alpha_2 \cdot (X - X_B). \end{aligned} \right\} (13.10)$$

4. Вычислить искомые координаты точки  $P$

$$\left. \begin{aligned} X &= X_A + [(Y_B - Y_A) - (X_A - X_C) \text{tg } \alpha_2] / (\text{tg } \alpha_1 - \text{tg } \alpha_2); \\ Y &= Y_A + (X - X_A) \text{tg } \alpha_1. \end{aligned} \right\} (13.11)$$

**Частным случаем прямой угловой засечки** считают тот случай, когда углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  измерены относительно направлений  $AB$  и  $BA$  базиса  $AB$  (рис. 13.8)

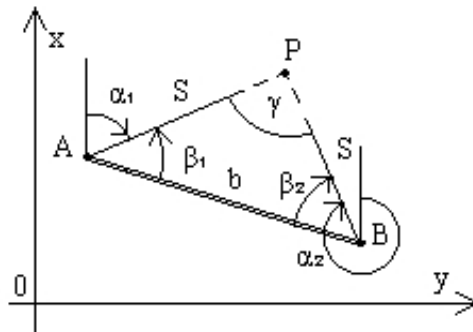


Рис. 13.8. Прямая угловая засечка от базиса

Для данного случая прямой угловой засечки порядок решения при этом будет такой:

1. Решить обратную задачу между пунктами  $A$  и  $B$  и получить дирекционный угол  $\alpha_{AB}$  и длину линии  $AB$ .
2. Вычислить угол  $\gamma$  при вершине  $P$ , называемый углом засечки,

$$\gamma = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2). \quad (13.12)$$

3. Используя теорему синусов для треугольника  $APB$  имеем:

$$b / \sin \gamma = S_1 / \sin \beta_2 = S_2 / \sin \beta_1, \quad (13.13)$$

вычисляем длины линий  $S_1 = (b / \sin \gamma) \sin \beta_2$ ;  $S_2 = (b / \sin \gamma) \sin \beta_1$ .

4. Находим дирекционные углы линий  $AP$  и  $BP$

$$\alpha_1 = \alpha_{AB} - \beta_1; \quad \alpha_2 = \alpha_{BA} + \beta_2 - 360^\circ. \quad (13.14)$$

5. Решая прямые задачи от пунктов  $A$  и  $B$  к пункту  $P$  дважды находим его координаты.

### 13.5.2. Обратная угловая засечка

Обратной угловой засечкой называют способ определения координат точки  $P$

по двум углам  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , измеренным на определяемой точке  $P$  между направлениями на три пункта  $A, B, C$  с известными координатами (рис. 13.9).

*Графическое решение.* Приведем способ Болотова графического решения обратной засечки. На листе прозрачной бумаги (кальки) нужно построить углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  с общей вершиной  $P$ ; затем наложить кальку на чертеж и, перемещая ее, добиться, чтобы направления сторон углов на кальке проходили через пункты  $A, B, C$  на чертеже; затем переколоть точку  $P$  с кальки на чертеж.

*Аналитическое решение.* Аналитическое решение обратной угловой засечки предусматривает ее разложение на более простые задачи, например, на 2 прямых угловых засечки и одну линейную, или на 3 линейных засечки и т.д. Известно более 10-ти способов аналитического решения, но мы рассмотрим только один - через последовательное решение трех линейных засечек.

Предположим, что положение точки  $P$  известно, и проведем две окружности: одну радиусом  $R_1$  через точки  $A, B$  и  $P$  и другую радиусом  $R_2$  через точки  $B, C$  и  $P$  (рис. 13.9).

Радиусы эти равны

$$R_1 = b_1 / 2 \sin \beta_1; \quad R_2 = b_2 / 2 \sin \beta_2; \quad (13.15)$$

Если координаты центров окружностей - точек  $O_1$  и  $O_2$  будут известны, то координаты точки  $P$  можно определить по формулам линейной засечки: из точки  $O_1$  по расстоянию  $R_1$  и из точки  $O_2$  - по расстоянию  $R_2$ .

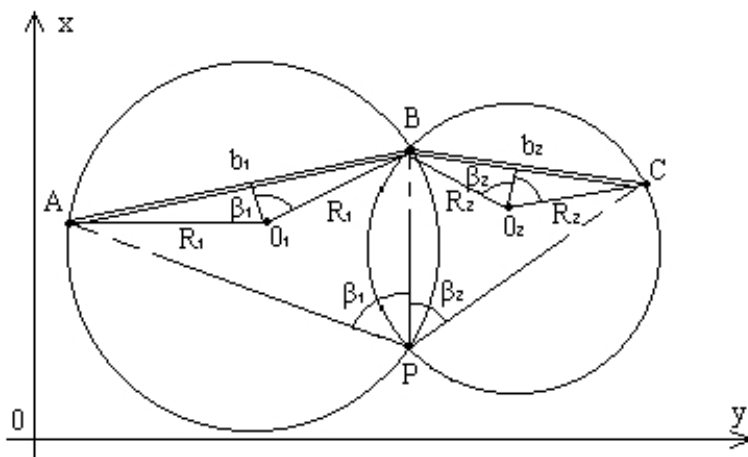


Рис. 13.9. К теории обратной угловой засечки.

Координаты центра  $O_1$  можно найти по формулам линейной засечки из точек  $A$  и  $B$  по расстояниям  $R_1$ , причем из двух решений нужно взять то, которое соответствует величине угла  $\beta_1$ : если  $\beta_1 > 90^\circ$ , то точка  $O_1$  находится справа от линии  $AB$ , если  $\beta_1 < 90^\circ$ , то точка  $O_1$  находится слева от линии  $AB$ .

Приведем без вывода следующие известные формулы (13.16) **последовательности решения обратной угловой засечки** по определению координат пункта  $P$  согласно схеме рис. 13.10 относительно исходных пунктов 1, 2, 3.

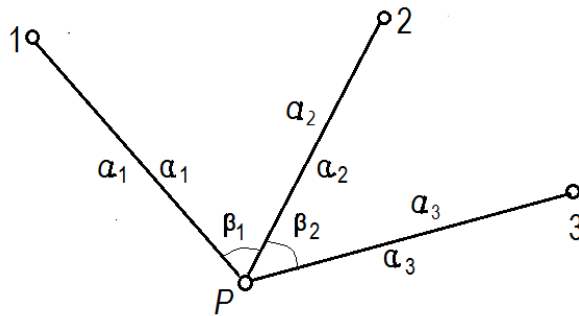


Рис. 13.10. Обратная угловая засечка к формулам (13.15)

Формулы (13.16) используются в такой последовательности:

1.  $\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{(Y_2 - Y_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (Y_1 - Y_3) \operatorname{ctg} \beta_2 + (X_3 - X_2)}{(X_2 - X_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (X_1 - X_3) \operatorname{ctg} \beta_2 - (Y_3 - Y_2)}$ ;
  2.  $\alpha_2 = \alpha_1 + \beta_1; \quad \alpha_3 = \alpha_2 + \beta_2;$
  3.  $(X_P - X_3) = [(X_1 - X_3) \operatorname{tg} \alpha_1 - (Y_1 - Y_3)] / (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2);$
  4.  $(X_P - X_1) = [(X_1 - X_3) \operatorname{tg} \alpha_3 - (Y_1 - Y_3)] / (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_3);$
  5.  $(Y_P - Y_3) = [(X_P - X_3) \operatorname{tg} \alpha_3; \quad (Y_P - Y_1) = [(X_P - X_1) \operatorname{tg} \alpha_1;$
  6. Контроль:  $\operatorname{tg} \alpha_2 = (Y_1 - Y_3) / (X_2 - X_1).$
- (13.16)

### **13.6 . Понятие о спутниковом определении координат пунктов съемочного обоснования**

Спутниковые методы геодезического позиционирования (определения координат геодезических пунктов) рассматриваются отдельно. Такие методы все более широко используются при определении координат пунктов съемочного обоснования при всех видах топографических съемок и входят в современные их технологии. При этом отпадают трудоемкие работы по определению координат пунктов съемочного обоснования сложными и трудоемкими геодезическими методами, частично рассмотренными в лекционном материале по теме № 13. Однако инженер-геодезист должен их знать и при необходимости использовать на практике.



## ЛЕКЦИЯ № 14

Теодолитная съемка. Последовательность полевых работ, создание съемочного обоснования, способы съемки ситуации. Вычислительная обработка полевых материалов. Составление контурного плана.

**Теодолитная съемка** – это топографическая контурная съемка местности, выполняемая при помощи теодолита и мер длины. Полевые работы включает развитие съемочного обоснования различными способами, чаще теодолитными ходами и относительно него – контурную съемку ситуации.

### 14.1. Теодолитные ходы

*Теодолитным ходом* называется полигонометрический ход, в котором углы между сторонами измеряют техническим теодолитом с угловой погрешностью  $\pm 0,5'$ , а стороны – мерными приборами с относительной погрешностью от  $1 / 1000$  до  $1 / 3000$ . Теодолитные ходы прокладывают в качестве съемочного обоснования при различных способах топографических съемок и для решения других геодезических задач.

На рис. 14,1 приведены схемы разомкнутого, замкнутого и висячего теодолитных ходов.

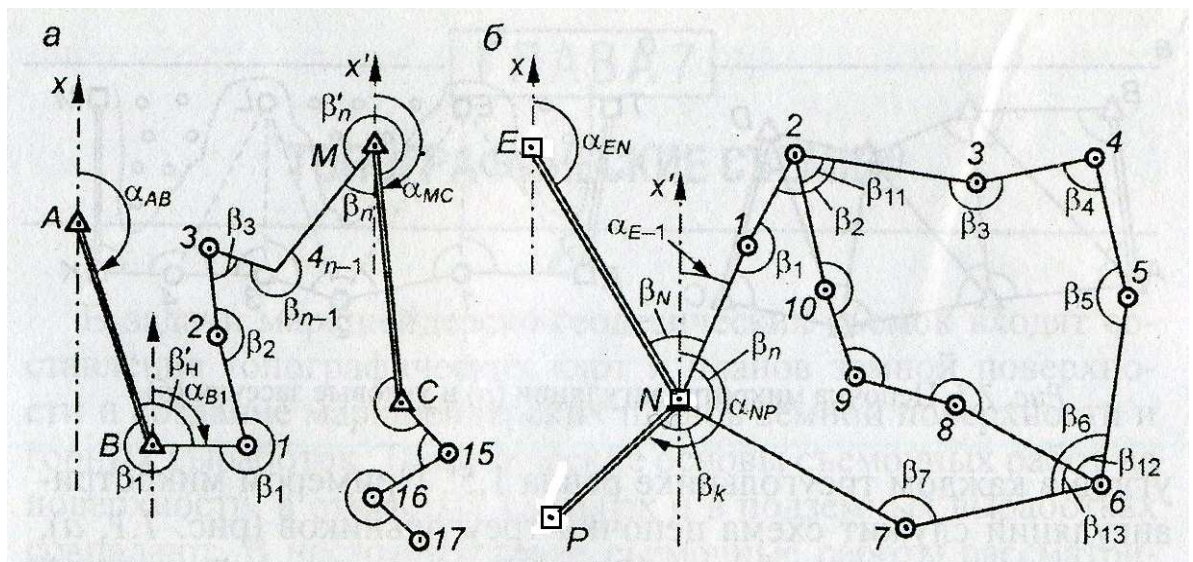


Рис. 14.1. Схемы теодолитных ходов их плановой привязки:  
а – ход разомкнутый; б – замкнутый и диагональный;  
( $\Delta$ ,  $\square$  – опорные пункты триангуляции и полигонометрии;  $\circ$  – вершины теодолитных ходов)

В висячем ходе на земной поверхности допускается не более 3-х сторон, его длина не должна быть больше, указанной в табл. 7.1.

Допустимая длина основных теодолитных ходов при топографических съемках рассчитывается по следующей формуле (в км)

$$\Sigma d_{\text{доп}} = 2\Delta p \times M \times T / 10^6, \quad (14.1)$$

где  $\Delta p$  – допустимая погрешность положения на плане масштаба 1 : М точки теодолитного хода, наиболее удаленной от опорных пунктов (в середине хода, т.е. в слабом месте хода); Т – знаменатель относительной погрешности хода 1 / Т. Для открытой местности и застроенной территории допустимая погрешность  $\Delta p = 0,2$  мм, а для закрытой местности (заросшей кустарниковой и древесной растительностью)  $\Delta p = 0,3$  мм.

В таблице 14.1 приведены предельные длины теодолитных ходов съемочного обоснования.

Таблица 14.1

Технические требования к теодолитным ходам съемочного обоснования при топографических съемках земной поверхности								
Масштаб съемки	Открытая местность, застроенная территория				Закрывающая местность			Допустимая удаленность узловых точек от исходных пунктов, км
	1/Т 1/3000	1/Т 1/2000	1/Т 1/1000	Висячий ход	1/Т 1/2000	1/Т 1/1000	Висячий ход	
	Допустимая длина хода, км							
1 : 5000	6,0	4,0	2,0	0,35	6,0	3,0	0,5	3
1 : 2000	3,0	2,0	1,0	0,2	3,6	1,5	0,3	2
1 : 1000	1,8	1,2	0,6	0,15	1,5	1,5	0,2	1,3
1 : 500	0,9	0,6	0,3	0,1	–	–	–	–

### Содержание работ при теодолитной съемке

*Подготовительные работы.* После получения задания на топографическую съемку изучают имеющиеся картографические материалы, схемы геодезической сети вблизи участка съемки и составляют проект схемы будущих теодолитных ходов.

*Полевые работы* при теодолитной съемке включают рекогносцировку участка местности (т.е. изучение участка с целью окончательного выбора места пунктов теодолитного хода и способов съемки ситуации), закрепление вершин теодолитного

хода, измерение углов и длины его сторон и съемку ситуации относительно вершин и сторон теодолитного различными способами.

*Камеральные работы* состоят из вычислительной обработки полевых журналов, расчета координат вершин теодолитного хода и составления контурного плана местности.

**Прокладка теодолитных ходов.** В процессе *рекогносцировки* на местности отыскивают опорные геодезические пункты, сохранившиеся пункты геодезической основы предыдущих съемок, проверяют наличие оптической видимости между ними и возможность измерения длин линий на местности для угловой и плановой привязки теодолитного хода. Придерживаясь проекта, выбирают места закрепления вершин теодолитного хода. Длины его сторон при измерениях длины линий мерными лентами должны быть не менее 40 м (20 м в застроенной территории) и не более 350 м. Вершины теодолитного хода обозначают либо деревянными колышками (временными знаками на период съемочных работ), либо надежно закрепленными трубами, стержнями, рассчитанными на создание постоянного съемочного обоснования. Постоянные знаки окапывают.

*Измерения углов.* В теодолитных ходах чаще всего измеряют правые по ходу горизонтальные углы техническими теодолитами класса Т30 двумя полуприемами с соблюдением методики измерений и технических требований по уменьшению действия основных источников погрешностей, рассмотренных в п. 10.2 (лекция № 10) и п. 11.2 (лекция № 11). При измерениях заполняется полевой журнал.

Для осуществления съемки в установленной системе координат теодолитный ход прокладывают между пунктами геодезической сети. Должны быть известны координаты  $x$  и  $y$  начального и конечного исходных пунктов и необходимые дирекционные углы сторон сети, например  $\alpha_{AB}$ ,  $\alpha_{MC}$  на рис. 14.1, *a*. При угловой привязке на исходных пунктах, начальном  $B$  и конечном  $M$ , измеряются правые по ходу примычные углы  $\beta_1$  и  $\beta_n$

Взаимная видимость между исходными пунктами  $B$  и  $C$  обеспечивается визирными целями: например, визирным цилиндром сигнала или пирамиды или же вехой.

Угловая привязка замкнутого теодолитного хода должна выполняться с таким же контролем, как и разомкнутого. Если в пункте  $N$  планово-угловой привязки существует видимость на другие пункты исходной геодезической сети  $E$  и  $P$  (см. рис.

14.1, б), то способом круговых приемов определяют внутренний правый по ходу угол  $\beta_n$  и два примычных угла, например  $\beta_n$  и  $\beta_k$ . В данном случае проверяется условие

$$(\beta_n + \beta_n + \beta_k) - (\alpha_{NP} - \alpha_{EN} + 180^\circ) \leq |\pm(0,5' - 1')|.$$

*Измерения сторон.* Стороны теодолитного хода выгодно измерять светодальномером, при этом их точность повышается. При использовании мерной ленты стороны измеряют в прямом ( $D'$ ) и обратном ( $D''$ ) направлении. Допустимое расхождение первого и второго результатов  $\Delta D = D' - D''$  определяется по допустимой относительной погрешности  $1 / T$  теодолитного хода (см. табл. 14.1). Например, при условии  $1 / T = 1 / 2000$  получаем  $\Delta D_{\text{доп}} = D / 2000$ . Если угол наклона стороны хода или ее отрезка  $v \geq 1,5^\circ$ , то его измеряют для определения поправки на наклон. В средние значения  $D$  длин линий вводят поправки на компарирование, наклон и температурную, если их абсолютная величина достигает  $D / 10000$ .

В процессе прокладки теодолитного хода результаты полевых измерений и сопутствующие пояснительные рисунки вносят в специальный полевой журнал. Для последующих камеральных вычислений составляется общая схема теодолитных ходов в произвольном масштабе, на которой указываются величины измеренных углов и горизонтальных расстояний. Заполняется исходными данными Ведомость вычисления координат вершин теодолитного хода (таблица 14.2): в графе 1 указываются номера пунктов, в графе 2 – величины измеренных углов, в графе 5 – горизонтальные проложения сторон хода, в графе 4 – исходные дирекционные углы  $\alpha_n$  и  $\alpha_k$ , в графах 11 и 12 – координаты  $x$  и  $y$  начального и конечного исходных пунктов.

**Угловая невязка замкнутого теодолитного хода.** Для вычисления угловой невязки суммируют все внутренние измеренные правые по ходу углы  $\beta'$  замкнутого хода (см. рис. 14.2, б), исключая примычные, и вычисляют теоретическую сумму внутренних углов такого  $n$ -вершинного многоугольника  $\Sigma\beta_{\text{теор}} = 180^\circ (n - 2)$ . Разность  $f_\beta$  суммы измеренных углов  $\beta'$  и теоретической их суммы называется *угловой невязкой хода*. В замкнутом многоугольнике

$$f_\beta = \sum_i^n \beta'_i - 180^\circ(n - 2), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (14.2)$$

Фактическая величина  $f_{\beta}$  характеризует качество измерения углов в сравнении с допустимой угловой невязкой, вычисляемой по формуле

$$f_{\beta\text{доп}} = \pm 2t \sqrt{n}, \quad (14.3)$$

где  $t$  – заданная средняя квадратическая погрешность измерения углов, которую назначают в зависимости от точности работ, и для теодолитных ходов принимают  $t = 0,5'$ , при этом допустимую угловую невязку определяют по формуле

$$f_{\beta\text{доп}} = \pm 1' \sqrt{n}. \quad (14.4)$$

Формулы (14.3) и (14.4) обоснованы в § 3.3 лекции № 7, где в выражении (7.35) допустимая погрешность  $\Delta_{\Sigma\Delta\text{пред}}$  обозначена через  $f_{\beta\text{доп}}$ , удвоенная погрешность измерения угла  $2t = 2m = 1'$ .

Если фактическая угловая невязка превышает допустимую величину, то для устранения допущенных ошибок необходимо проверить результаты вычислений и измерений.

**Уравнивание измеренных углов.** Если фактическая угловая невязка допустима, то измеренные углы  $\beta'$  приближенно уравнивают (увязывают), т. е. между ними практически поровну распределяют фактическую невязку  $f_{\beta}$ , разделенную на поправки  $v_{\beta i}$ , противоположные по знаку невязке:

$$v_{\beta i} = -f_{\beta} / n$$

и округленные до  $0,1'$ , причем сумма поправок должна равняться невязке с обратным знаком, т.е.

$$\sum_i^n v_{\beta i} = -f_{\beta}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (14.5)$$

Уравненные (увязанные) таким приближенным способом углы  $\beta_i$  равны

$$\beta_i = \beta'_i + \nu_{\beta_i}, \quad (14.6)$$

а сумма уравненных (увязанных) углов должна равняться теоретической.

**Угловая невязка разомкнутого теодолитного хода.** В примере рис. 14.1 разомкнутый теодолитный ход опирается на пункты  $B$  и  $C$  исходной геодезической сети с известными дирекционными углами стороны  $AB$  триангуляции и стороны  $CD$  полигонометрии. В разомкнутом ходе измерены примычные углы  $\beta_1$  и  $\beta_n$ , являющиеся правыми по ходу, как и углы  $\beta_2, \beta_3, \dots, \beta_{n-1}$  между сторонами хода.

Значения углов записаны в таблицу 14.2 (ведомость вычисления координат). Число  $n$  измеренных углов на единицу больше числа  $n-1$  измеренных сторон. В исходной сети известны прямоугольные координаты всех названных пунктов и решением обратной геодезической задачи (см. лекцию № 3 формулы 3.11 и 3.12) определены значения исходных дирекционных углов: начального  $\alpha_n = \alpha_{AB}$  и конечного  $\alpha_k = \alpha_{CD}$  ( $\alpha_n = 111^\circ 50,8'$  и  $\alpha_k = 260^\circ 50,8'$  записаны в графу 4 таблицы 7.2).

Согласно рис. 14.2 при пункте  $B$  сумма углов  $\alpha_1 + \beta_i = \alpha_n + 180^\circ$ , откуда  $\alpha_1 = \alpha_n + 180^\circ - \beta_1$ . При вершине  $I$  сумма углов  $\alpha_2 + \beta_2 = \alpha_1 + 180^\circ$ , поэтому  $\alpha_2 = \alpha_1 + 180^\circ - \beta_2$ . Аналогично вычисляется дирекционный угол при каждой вершине и в конечном пункте  $\alpha_k = \alpha_{n-1} + 180^\circ - \beta_n$ . Следовательно, *дирекционный угол следующей стороны хода равен дирекционному углу предыдущей стороны плюс  $180^\circ$  минус правый по ходу угол* или в математической записи

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + 180^\circ - \beta_i; \quad (\alpha_{i+1} < 360^\circ), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (14.7)$$

Если при вычислениях по формуле (14.7) отдельные величины  $\alpha_{i+1}$  получаются равными или большими  $360^\circ$ , то их уменьшают на  $360^\circ$ . Вычисления начинаются от начального дирекционного угла  $\alpha_n$  и контролируются по конечному значению дирекционного угла  $\alpha_k$ .

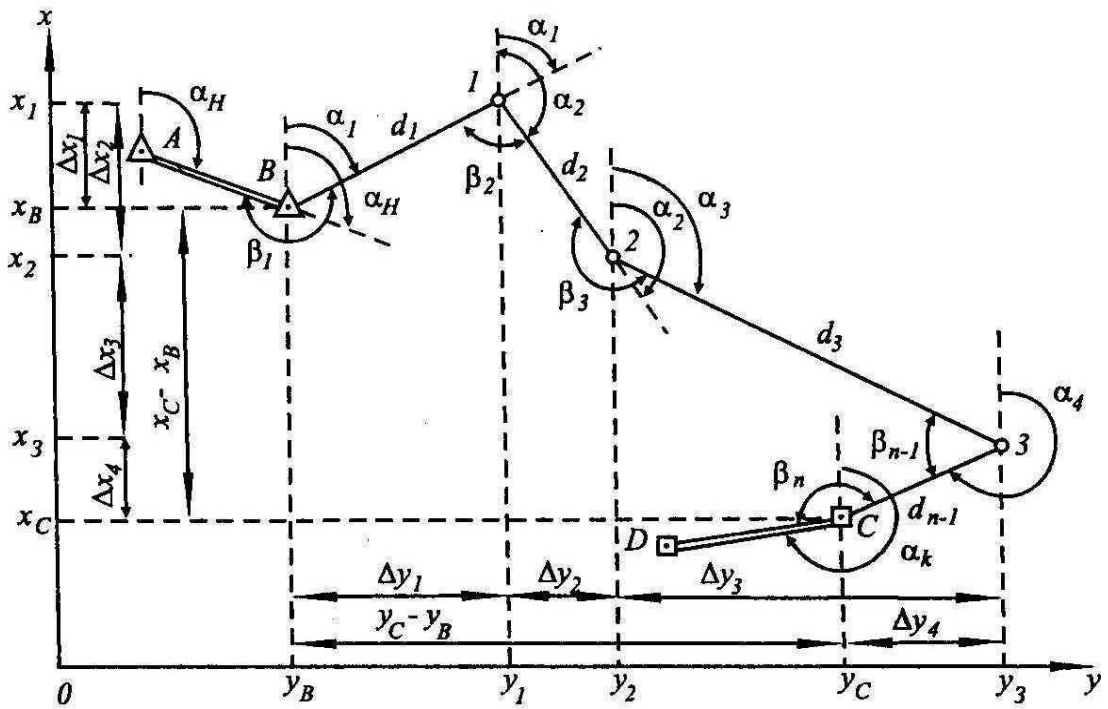


Рис. 14.2. Дирекционные углы сторон и координаты вершин теодолитного хода

Теоретическая сумма правых по ходу углов разомкнутого теодолитного хода равна

$$\sum_{i=1}^n \beta_{i \text{ теор.}} = \alpha_n + 180^\circ n - \alpha_k, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (14.8)$$

Практическая сумма измеренных с погрешностями углов  $\beta'_i$  отличается от теоретической суммы на величину фактической угловой невязки

$$f_\beta = \sum_{i=1}^n \beta'_i - (\alpha_n + 180^\circ n - \alpha_k), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (14.9)$$

Допустимая угловая невязка вычисляется по формуле (14.3) или (14.4), т.е.  $f_{\beta \text{ доп}} = 1' \sqrt{n}$ . Если  $f_\beta \leq |f_{\beta \text{ доп}}|$ , то фактическая невязка допустима и измеренные углы уравниваются по формулам (14.4), (14.5), (14.6).

В примере табл. 14.2. записаны: сумма измеренных углов  $\sum \beta' = 750^\circ 58,6'$ ; теоретическая их сумма  $\sum \beta_{\text{ теор.}} = 111^\circ 50,8' + 180^\circ \cdot 5 - 260^\circ 50,8' = 751^\circ 00,0'$ . Фактическая угловая невязка  $f_\beta = -0^\circ 01,4'$ , допустимая  $f_{\beta \text{ доп}} = \pm 2,2'$ . Поправки в углы  $v_{\beta i} = -f_\beta / n = +1,4'/5 \approx \approx +0,28'$  округлены до  $+0,3$  и  $+0,2$  и записаны в графе 2 с условием  $\sum v_{\beta i} = -(f_\beta) = +01,4'$ . Уравненные углы записаны в графе 3.

В графе 4 таблицы 14.2. записаны результаты вычисления дирекционных углов по формуле (7.7), например  $\alpha_{B-1} = \alpha_H + 180^\circ - \beta_B = 111^\circ 50,8' + 180^\circ - 225^\circ 10,8' = 66^\circ 40,0'$ ; далее вычисления продолжены с конечным контролем по величине  $\alpha_H$ . В графе 5 указаны румбы тех же сторон хода (см. для справки рис. 1.9).

Если в теодолитном ходе измерены *левые по ходу углы*, то формулы (14.7) и (14.9) примут вид

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + \beta_i - 180^\circ, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (14.10)$$

$$f_\beta = \sum \beta'_i - (\alpha_K + 180^\circ n - \alpha_H), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (14.11)$$

**Вычисление приращений координат и оценка точности теодолитного хода.** В графе 6 таблицы 14.2 записывают горизонтальные проложения  $d_i$  сторон хода, рассчитанные с учетом поправок на компарирование, наклон и температуру мерной ленты. *Вычисленные* приращения координат (графы 7 и 8) находят по формулам

$$\Delta x'_i = d_i \cos \alpha_i \quad \text{и} \quad \Delta y'_i = d_i \sin \alpha_i \quad (14.12)$$

и записывают со знаком “плюс” или “минус” соответственно знакам  $\cos \alpha_i$  и  $\sin \alpha_i$ , т.е. согласно направлению стороны хода в прямоугольных координатах (см. решение прямой геодезической задачи в лекции 3, п. 3.4). При учебных вычислениях пользуются инженерными калькуляторами, результаты округляют до 0,01 м.

Согласно рис. 7.3 приращения координат  $\Delta x_i$  и  $\Delta y_i$  представляют собой проекции сторон  $d_i$  на оси абсцисс и ординат. В случае безошибочности величин  $\Delta x_i$  и  $\Delta y_i$  теоретические суммы таких проекций равны разностям координат опорных пунктов, т.е.

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_{i, \text{теор}} = X_C - X_B; \quad \sum_{i=1}^n \Delta y_{i, \text{теор}} = Y_C - Y_B, \quad (14.13)$$

или

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_{i, \text{теор}} = X_K - X_H; \quad \sum_{i=1}^n \Delta y_{i, \text{теор}} = Y_K - Y_H, \quad (14.14)$$



где  $x_C = x_K$ ,  $x_B = x_H$ ,  $y_C = y_K$ ,  $y_B = y_H$  – координаты конечного и начального исходных пунктов.

Вследствие погрешностей в значениях дирекционных углов  $\alpha_i$  и сторон  $d_i$  вычисленные приращения  $\Delta x'_i$  и  $\Delta y'_i$  и их суммы  $\sum \Delta x'_i$  и  $\sum \Delta y'_i$  тоже сдержат погрешности, поэтому условие (7.13) точно не выполняется. Расхождения между суммами вычисленных и теоретических приращений координат называются *невязками*  $f_x$  и  $f_y$  *приращений координат*:

$$f_x = \sum_i^n \Delta x'_i - (x_K - x_H); \quad f_y = \sum_i^n \Delta y'_i - (y_K - y_H). \quad (14.15)$$

Величины  $f_x$  и  $f_y$  являются катетами прямоугольного треугольника погрешностей, гипотенуза которого  $f_d$  представляет *абсолютную невязку* теодолитного хода:

$$f_d = \pm \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \quad (14.16)$$

По формулам обратной геодезической задачи (1.14) и (1.15) можно определить румб и дирекционный угол абсолютной невязки  $f_d$ .

*Допустимая абсолютная невязка* теодолитного хода вычисляется по формуле

$$f_{d \text{ доп}} = \sum d (1 / T) \leq 2 \Delta p M / 1000, \quad (14.17)$$

где согласно условию (14.1)  $\Delta p = 0,2$  мм – допустимая погрешность положения на плане масштаба  $1 : M$  точек съёмочного обоснования в середине хода для застроенной территории и открытой местности и  $\Delta p = 0,3$  мм для закрытой местности.

Точность теодолитного хода оценивают также его *относительной невязкой*  $1 / T$ , при этом фактическая относительная невязка

$$f_d / \sum d = 1 / (\sum d : f_d). \quad (14.18)$$

Допустимая величина относительной невязки хода  $(1/T)_{\text{доп}}$  принимается по табл. 14.1, либо определяется особыми требованиями к точности съёмочного обоснова-

ния. Фактическая относительная невязка хода должна дополняться указанием ее допустимости:

$$f_d / \sum d = 1 / (\sum d : f_d) \leq (1/T)_{\text{доп}} . \quad (14.19)$$

Условие (14.19) применяют для теодолитных ходов, длина которых меньше предельной, указанной в табл. 14.1.

**П р и м е р.** В табл. 14.2. для теодолитного хода по формулам (14.12) вычислены и записаны в графах 7 и 8 значения  $\Delta x'_i$  и  $\Delta y'_i$ , указаны  $\sum \Delta x'_i = -215,39$  и  $\sum \Delta y'_i = +343,82$ , теоретические суммы  $\sum \Delta x_{\text{теор}} = x_k - x_n = 215,54$ ;  $\sum \Delta y_{\text{теор}} = y_k - y_n = +344,09$ . По формулам (7.15) найдены невязки  $f_x = +0,15$ ;  $f_y = -0,27$ ; по формуле (7.16) – абсолютная невязка хода  $f_d = 0,31$  м. Фактическая относительная невязка  $f_d / \sum d = 1 / 2112$  оказалась меньше допустимой относительной  $(1/T)_{\text{доп}} = 1 : 2000$ . По формуле (14.17) находим, что для съемки застроенной территории в масштабе  $1 : M = 1 : 1000$  абсолютная фактическая невязка теодолитного хода  $f_d = 0,31$  м. меньше его допустимой невязки  $f_{d \text{ доп}} \leq 0,4$  м.

Ведомость вычисления координат вершин теодолитного хода

Таблица 14.2

Вершина	Горизонтальные углы		Дирекционные углы $\alpha$	Румбы $R$	Гориз. проложение $S, м$	Приращения координат, м				Координаты, м		Вершина
	измеренные $\beta'$ и поправки $v_\beta$	уравненные $B$				вычисленные, поправки		уравненные		$x$	$y$	
						$\Delta x'$	$\Delta y'$	$\Delta x$	$\Delta y$			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A			$\alpha_n$									
	+0,3		<u>111° 50,8'</u>							$x_n$	$y_n$	
B	225° 10,5'	225° 10,8'				-0,03	+0,06			+6000,00	+2000,00	B
	+0,3		66° 40,0'	СВ: 66° 40,0'	151,92	+60,17	+139,50	+60,14	+139,56			
1	100° 22,0'	100° 22,3'				-0,03	+0,05			+6060,14	+2139,56	1
	+0,3		146° 17,7'	ЮВ 33° 42,3'	119,20	-99,16	+66,14	-99,19	+66,19			
2	207° 46,8'	207° 47,1'				-0,06	+0,11			+5960,95	+2205,75	2
	+0,3		118° 30,6'	ЮВ: 61° 29,4'	274,46	-131,00	+241,18	-131,06	+241,29			
3	52° 23,2'	52° 23,5'				-0,03	+0,05			+5829,89	+2447,04	3
	+0,2		246° 07,1'	ЮЗ: 66° 07,1'	112,54	-45,56	-102,90	-45,59	-102,85			
C	165° 16,1'	165° 16,3'	$\alpha_k$							$x_k$	$y_k$	
			<u>260° 50,8'</u>							+5784,30	+2344,19	C
D												

$\Sigma \beta' = 750^\circ 58,6'$   
 $\Sigma \beta_{теор} = 751^\circ 00,0'$ ;  
 $f_\beta = -0^\circ 01,4'$ ;  
 $f_{\beta доп} = 1' \sqrt{5} = \pm 2,2'$ ;

$\Sigma S = 658,12$      $\Sigma \Delta x' = -215,55$      $\Sigma \Delta y' = +343,92$   
 $\Sigma \Delta x = -215,70$      $\Sigma \Delta y = +344,19$   
 $\Sigma \Delta x_{теор} = -215,70$      $\Sigma \Delta y_{теор} = +344,19$   
 $f_x = +0,15$ ;  $f_y = -0,27$

Фактич. абс. невязка:  $f_d = \sqrt{0,15^2 + 0,27^2} = \pm 0,31$  м; абс. доп  $(f_d)_{доп} = \Sigma d / 2000 = 658,12 / 2000 = \pm 0,33$  м.  
 Фактич. относит. невязка:  $f_d / \Sigma d = 0,31 / 658,12 = 1 / 2112 < (1 / 2000)$ .

**Уравнивание приращений координат.** Если фактическая линейная невязка хода  $f_d$  допустима, то вычисленные приращения координат  $\Delta x'_i$  и  $\Delta y'_i$  приближенно уравнивают

(увязывают) поправками  $v_{xi}$  и  $v_{yi}$ . Поправки пропорциональны длинам соответствующих сторон хода и вычисляются по формулам

$$v_{xi} = K_x d_i ; \quad v_{yi} = K_y d_i , \quad (14.20)$$

где  $K_x$  и  $K_y$  – коэффициенты пропорциональности:

$$K_x = -f_x / \sum_i^n d_i ; \quad K_y = -f_y / \sum_i^n d_i, \quad i = 1, 2, \dots, n .$$

Сумма поправок должна быть равна соответствующей невязке, взятой с обратным знаком:

$$\sum_i^n v_{xi} = -f_x ; \quad \sum_i^n v_{yi} = -f_y, \quad i = 1, 2, \dots, n . \quad (14.21)$$

Поправки  $v_{xi}$  и  $v_{yi}$  прибавляют к вычисленным приращениям и получают *уравненные (увязанные) приращения координат*:

$$\Delta x_i = \Delta x'_i + v_{xi} ; \quad \Delta y_i = \Delta y'_i + v_{yi} . \quad (14.22)$$

**Пример.** В табл. 14.2. (графы 7 и 8) над значениями  $\Delta x'_i$  и  $\Delta y'_i$  записаны поправки  $v_{xi}$  и  $v_{yi}$ . Для уравнивания по оси  $x$ :  $K_x = -(+0,15) / 658,12 = 0,000\ 224$ ;  $v_{x1} = K_x d_1 = K_x \cdot 151,92 = -0,03$  м;  $v_{x2} = K_x \cdot 119,2 = -0,03$  м и т. д. Сумма поправок  $v_{xi}$  равна невязке  $f_x$  с обратным знаком, т. е.  $\sum v_{xi} = -f_x = 0,15$  м. В графе 9 записаны

уравненные приращения координат  $\Delta x_i$  и их сумма  $\Sigma \Delta x = -215,54$ , которая совпала с разностью  $x_k - x_n$ . Аналогично уравниваются приращения по оси  $y$ .

**Вычисления координат.** Координаты  $x_i$  и  $y_i$  вершин теодолитного хода последовательно вычисляются по формулам

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_i; \quad y_{i+1} = y_i + \Delta y_i, \quad (14.23)$$

т. е. абсцисса  $x_i$  и ордината  $y_i$  следующей вершины равны абсциссе и ординате предыдущей вершины плюс соответствующие уравненные приращения координат. Для контроля вычисляют координаты  $x_k$  и  $y_k$  конечного пункта, которые должны совпасть с исходными значениями.

**П р и м е р.** В графах 11 и 12 таблицы 14.2 координаты вершин теодолитного хода последовательно вычислены по формулам (14.23) от исходных значений  $x_n$  и  $y_n$  (начальный пункт  $B$ ) с конечным контролем по исходным величинам  $x_k$  и  $y_k$  (конечный пункт  $C$ ).

**Вычисление координат вершин замкнутого теодолитного хода.** Вычисления ведется в ведомости по форме табл. 14.2. В ее графе 1 последовательно записываются номера пунктов (см. рис. 14.1, б)  $N, 1, 2, \dots, 7, N, 1$ , и, начиная с точки  $1$ , соответствующие правые по ходу углы  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_7, \beta_n$ . В графе 4 дважды записывается проверенное значение дирекционного угла  $\alpha_{E-1}$  стороны  $N-1$ : один раз в значении начальном  $\alpha_n$ , второй –  $\alpha_k$ . В графе 6 указываются длины  $d_{N-1}, d_{1-2}, \dots, d_{7-N}$  сторон хода. В графы 11 и 12 дважды вносятся координаты  $x_N$  и  $y_N$  пункта  $N$  в значении начальных  $x_n$  и  $y_n$  и конечных  $x_k$  и  $y_k$ .

Сначала вычисления ведутся по формулам (14.2) – (14.6). Вычисления приращений координат аналогичны вычислениям, рассмотренным для разомкнутого хода. В формуле (14.15) для замкнутого хода  $x_k = x_n$ ;  $y_k = y_n$  и тогда

$$f_x = \sum_i^n \Delta x'_i - 0; \quad f_y = \sum_i^n \Delta y'_i - 0. \quad (14.24)$$

Дальнейшие вычисления полностью совпадают с рассмотренными в таблице 7.2

Обратим внимание на то, что в современных условиях в геодезических вычислениях широко используются стандартные программы уравнивания самых различных геодезических построений на ЭВМ. Эти программы основаны на строгих алгоритмах уравнивания. Приведенные выше алгоритмы уравнивания теодолитных ходов хотя и не являются строгими, поскольку здесь углы и приращения координат уравниваются отдельно, однако опыт показывает, что результаты отдельного уравнивания незначительно отличаются от строгих.

## 14.2. Съёмка контуров. Вспомогательный прибор – экер

**Теодолитной (горизонтальной) съёмкой** называют плановую (контурную, горизонтальную) топографическую съёмку, выполняемую при помощи теодолита и мер длины. Теодолитом измеряют горизонтальные углы; длины линий – стальными лентами (рулетками), оптическими и лазерными дальномерами. По данным съёмки составляют контурные планы объекта, определяются площади его участков. При необходимости теодолитная съёмка дополняется высотной съёмкой участка и на плане отображается рельеф горизонталями и (или) числовыми данными. При съёмке для построения прямых углов вместо теодолита используется вспомогательный портативный прибор – экер.

Экеры бывают различных конструкций: призмённые и зеркальные. Принцип их устройства и применения рассмотрим на примере зеркального экера.

**Теория и устройство зеркального экера.** Зеркальный экер состоит из трёхгранной коробки, одна из боковых граней которой открыта (рис. 14.3, *а, б*). К двум другим граням с внутренней стороны прикреплены зеркала. Над зеркалами вырезаны окошки для непосредственного визирования на предметы местности. Пусть экер установлен на линии  $AB$ . Луч от вехи  $A$  попадает в зеркало  $Z_1$ , отражается от него, падает на зеркало  $Z_2$ , отражается от него и попадает в глаз наблюдателя, составляя со своим первоначальным направлением угол  $\varepsilon$ , который должен равняться  $90^\circ$ . Теория экера заключается в определении такого угла  $\gamma$  между зеркалами, при котором угол  $\varepsilon = 90^\circ$ .

Обозначим:  $\alpha$  – угол падения и угол отражения на зеркале  $Z_1$ ,  $\beta$  – угол отражения на зеркале  $Z_2$ . Угол  $\varepsilon$  является внешним углом треугольника  $CEK$ , поэтому

$$\varepsilon = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta).$$

В треугольнике  $EOK$

$$\gamma = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2),$$

где углы  $\angle 1 = 90^\circ - \alpha$ ;  $\angle 2 = 90^\circ - \beta$ , поэтому

$$\gamma = \alpha + \beta,$$

тогда

$$\varepsilon = 2\gamma,$$

следовательно угол между направлениями на предметы  $\varepsilon = 90^\circ$ , если угол между зеркалами  $\gamma = 45^\circ$ .

Экер с помощью отвеса или на глаз помещают над точкой  $C$ , находящейся на линии  $AB$ . Глаз наблюдателя видит изображение вехи  $A$  в зеркале  $Z_2$  в направлении  $CE$ , перпендикулярном направлению  $AB$ , а в окошко над зеркалом видит веху  $D$ , которую помощник переставляет по команде наблюдателя. Как только изображение вех  $A$  и  $D$  совместятся будет построен угол  $\varepsilon = 90^\circ$ , при этом экер находится в основании перпендикуляра  $CD$  к линии  $AB$ . Погрешность построения угла составляет 3–3'.

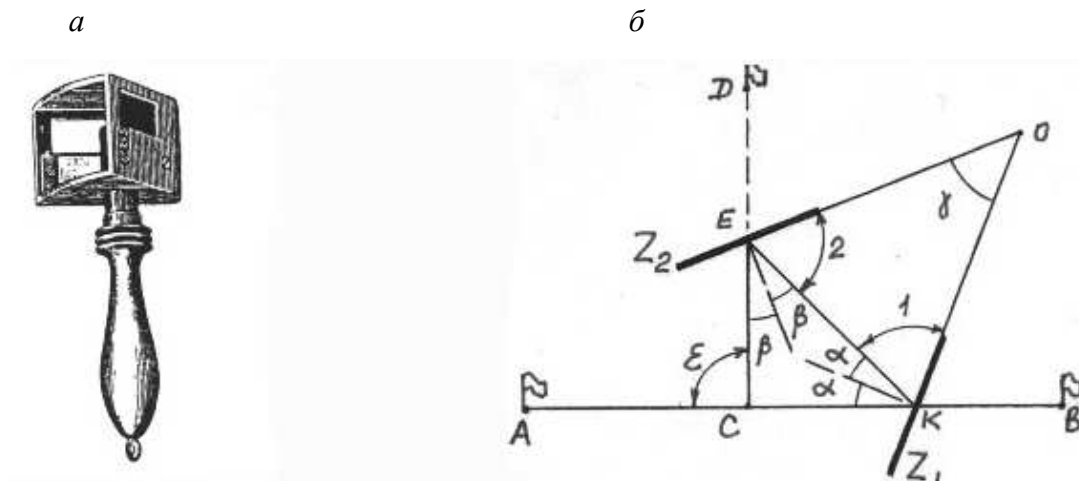


Рис 14.3. Зеркальный экер:  
а – экер; б – ход лучей

*Проверка экера.* Угол между зеркалами должен быть равен  $45^\circ$ . Для проверки

стоя в точке  $C$  линии  $AB$ , наблюдая в зеркале  $Z_2$  веху  $A$ , строят прямой угол – закрепляют точку  $D$  первой вехой. Затем, стоя по-прежнему в точке  $C$ , строят прямой угол, наблюдая веху  $B$ , закрепляют прямой угол второй вехой. Если вехи практически совместились в точке  $D$ , то условие экера выполняется. В противном случае намечают среднее положение вех, ставят веху в эту точку и юстировочными винтами зеркал изменяют угол между зеркалами до тех пор, пока изображение вехи  $A$  или  $B$  не совпадет с направлением  $CD$ . После этого поверку повторяют. Допустимое отклонение угла между зеркалами составляет  $2,5'$ .

Исправление некачественных призмных экером невозможно.

**Способы съемки ситуации.** Съемка ситуации (подробная съемка контуров местности) производится либо одновременно с прокладкой теодолитного хода, либо после создания съемочного обоснования (рис. 14.4). В процессе съемки составляются абрисы – разборчивые схематические чертежи, на которых показывают точки теодолитного хода, контуры объектов и записывают линейные и угловые данные съемочных измерений, выполняемых различными способами.

*Способ перпендикуляров (способ прямоугольных координат)* применяется для съемки объектов, расположенных вблизи сторон теодолитного хода. В комплект средств для измерений входят теодолит, мерная лента и рулетка (или две рулетки), экер, вехи. Сторону 9–8 теодолитного хода (рис. 14.5, *a*) обозначают вехами и принимают за ось абсцисс. Одну мерную ленту или рулетку (длиной, например 20 м) используют для измерений вдоль оси абсцисс, вначале ее кладут с помощью зрительной трубы теодолита (или ее оптического визира) в створ пунктов 9 и 8, совместив нуль ленты с точкой 9. Приложив нуль второй рулетки к углу дома № 4, на первую ленту опускают перпендикуляр и по второй рулетке отсчитывают его длину (ординату  $y$ ) (5,33 м), по первой ленте отсчитывают расстояние  $x$  от точки 9 до основания перпендикуляра (+12,83).



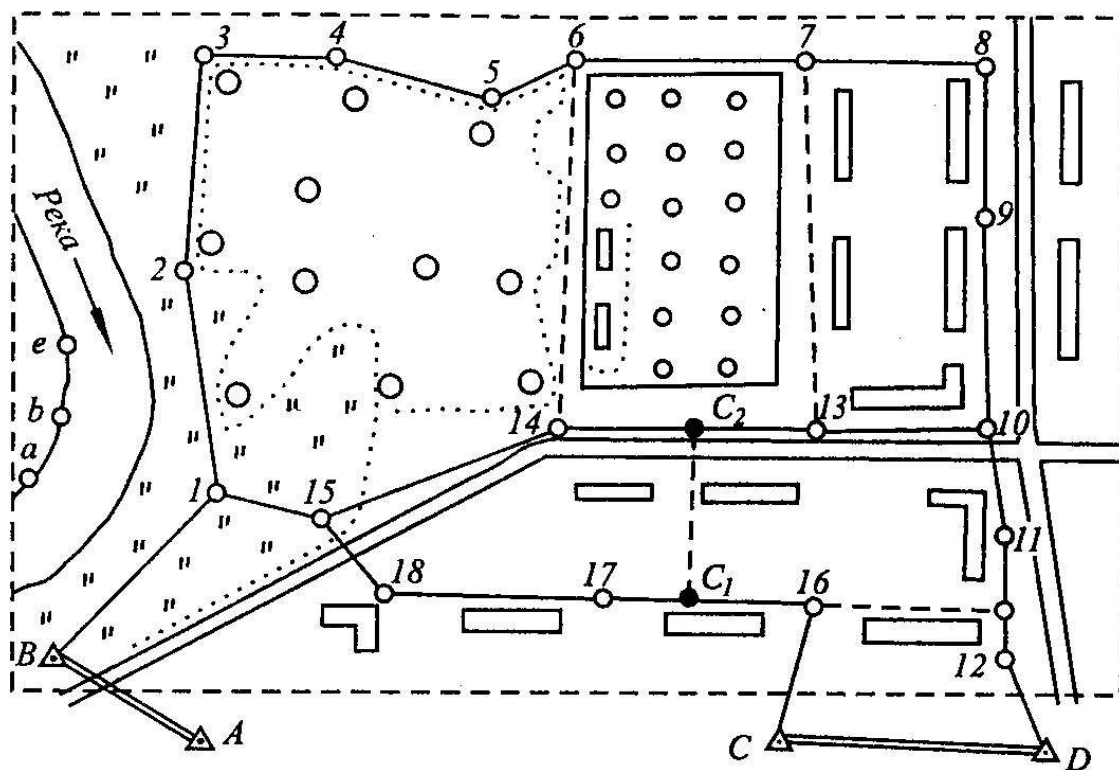


Рис. -14.4. Схема съемочного обоснования, созданного теодолитными ходами

Перпендикуляры длиной до 4–5 м восстанавливают на глаз, более длинные (до длины рулетки в 20–30 м) – при помощи экера. Первую ленту перемещают в створе 9–8 через интервалы, равные ее длине, и аналогичными перпендикулярами выполняют съемку других точек. На абрисе указывают данные обмера контура здания по цоколю, и обмера его выступов, отмостки, расстояния между соседними постройками. Измеренная длина фасада используется для контроля съемки его краев.

*Способ линейных засечек.* Как и при способе перпендикуляров первую ленту помещают в створе стороны 9–8 теодолитного хода. Второй рулеткой измеряют расстояния от угла дома №3 до пункта 9 и до створной точки +20 (см. рис.14.5, а). Аналогично привязывают к теодолитному ходу второй угол дома. Обмеряют контур здания, в том числе для проверки съемки его точек линейными засечками.

Применяя *способ угловых засечек*, на противоположном берегу водной преграды или на стороне глубокого карьера ставят вехи в точках *a, b, c* (рис. 14.5, б). Теодолитом относительно пунктов и сторон съемочного обоснования *B–1–2* измеряют горизонтальные углы. По данным абриса точки находят на плане с помощью транспортира в пересечениях сторон углов.

При съемке границы луга *полярным способом* составляются абрис и таблица (рис. 14.5, в). Теодолит устанавливается над пунктом 1 (полюсом). При визировании зрительной трубой в положении КЛ на веху в пункте 2 отсчет по горизонтальному кругу устанавливается на  $0^{\circ} 00'$  (задается полярное направление 1–2). Положение съемочных точек определяется горизонтальными углами  $\beta_i$ , отсчитанными по горизонтальному кругу теодолита относительно полярного направления, и расстояниями  $d_i$ , которые измеряются штриховым дальномером или рулеткой.

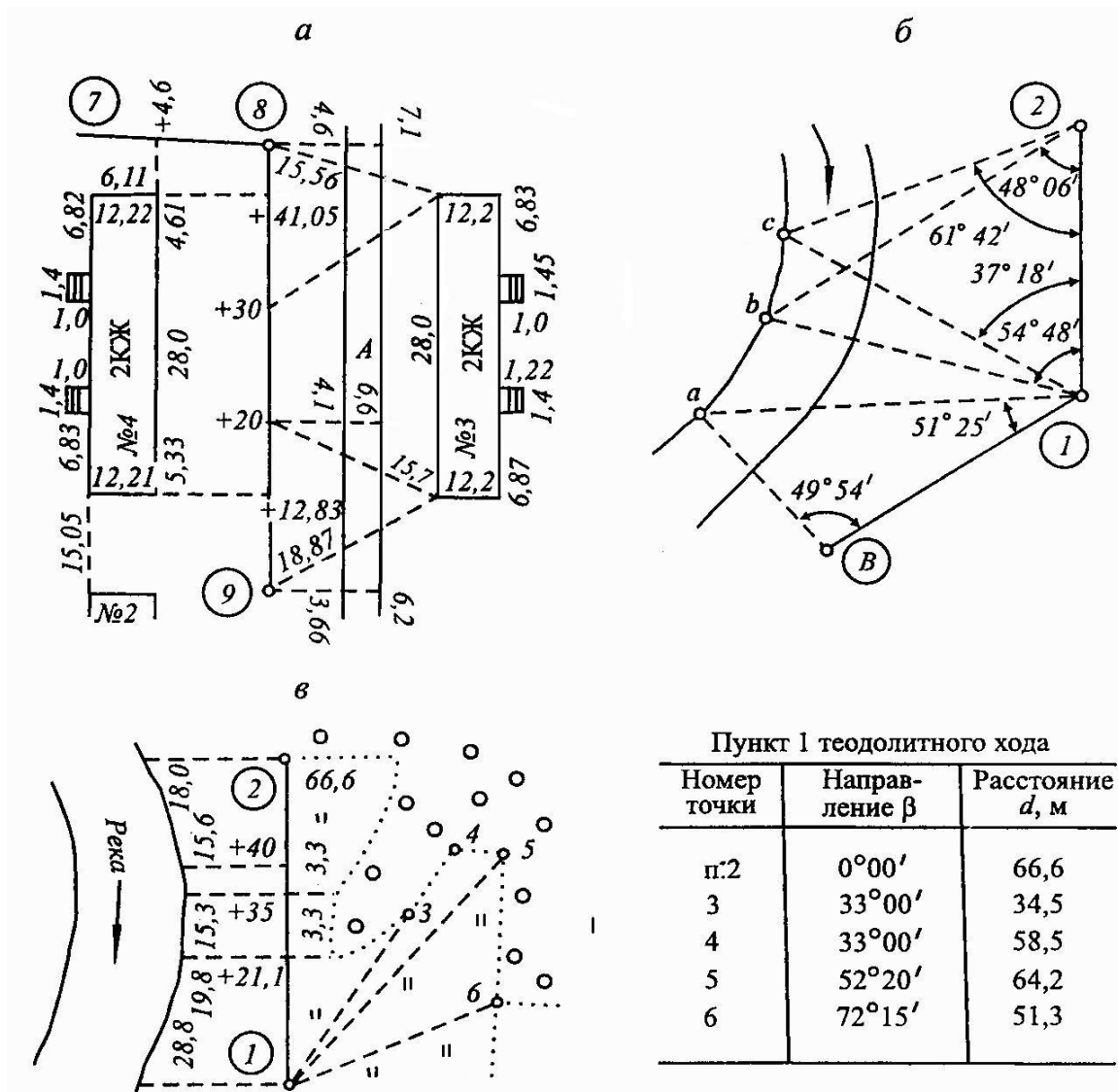


Рис. 14.5. Абрисы съемки ситуации:

а – перпендикулярами и линейными засечками; б – угловыми засечками; в – полярным способом

*Способ обхода* состоит в том, что теодолитный ход прокладывают по контуру пашни, леса или по границе территории, обозначенной граничными знаками. Точки

хода наносятся на план по их координатам, а отрезки линий между точками представляют контуры местности или границы территории и изображаются соответствующими условными знаками.

### **Составление контурного плана**

Освоение техники составления и оформления топографического плана предусмотрено выполнением соответствующей лабораторной работы. Контурный план составляют по абрисам теодолитной съемки, примеры которых приведены на рис. 14.5. Способ нанесения точек и контуров на план соответствует способу съемки. При выполнении графических работ применяют циркуль-измеритель, масштабную линейку и прямоугольный треугольник для построения на плане отрезков заданной длины, нанесения точек способом перпендикуляров и линейными засечками. Геодезический транспортир служит для нанесения точек угловыми засечками и полярным способом. Для этой же цели применяют тахеометрический транспортир.. Контуры местности изображаются на плане по их зарисовкам в абрисах. Размеры объектов, расстояния на плане между ними проверяются по данным абрисов (например, размеры зданий по цоколю, расстояния между соседними постройками, ширина улиц, проездов, тротуаров и т.п.)

На план наносят только постоянные контуры ситуации, и не прочерчивают такие поясняющие линии абриса, как перпендикуляры и полярные направления. После нанесения точек угловыми засечками стирают пересекающиеся линии. Не подписывают цифровых данные съемки

После составления плана карандашом проверяют его точность и полноту в камеральных условиях и выборочно в поле, затем вычерчивают тушью в соответствующих условных знаках (топографических или принятых для маркшейдерских съемок).

## ЛЕКЦИЯ № 15

### Определение площадей. Геометрические, аналитический и механический способы

В настоящее время площади земельных угодий и инженерных сооружений вычисляют при помощи компьютеров по исходным данным, полученным в результате измерений на местности, по координатам границ объекта, по данным фотографирования местности и др. Но инженер-геодезист должен знать сущность определения площадей объектов традиционными способами, поскольку их геометрия и математическая основа используется в компьютерных программах и нередко случаи, когда приходится определять площади объектов без применения компьютера. К традиционным относятся способы определения площадей: геометрические, аналитические, механические.

#### **15.1. Геометрические способы определения площади**

К геометрическим способам определения площади относятся графические (по чертежам местности) и аналитические (расчетные по координатам контура территории).

Графические способы определения площади применяются для небольших участков. На местности (рис. 15.1, а) сложный контур  $ABCDEK$  разделяют на простые геометрические фигуры, вершины которых обозначают вехами. В трапеции  $ABEK$  измеряют основания  $a$  и  $b$ , высоту  $h$ , а в треугольниках  $BCD$  и  $BDE$  измеряют основания  $a_1$  и  $a$ , высоты  $h_1$  и  $h$ . Площадь участка  $P = P_1 + P_2 + P_3$ , где  $P_1 = h(a + b)/2$ ;  $P_2 = a_1 h_1 / 2$ ;  $P_3 = a h_2 / 2$ .

Если треугольнике (рис. 15.1, б) измерить две стороны и угол  $\beta$  между ними, то  $P = 0,5ac \sin \beta$ .

Площадь определяется рассмотренными способами с относительной погрешностью  $1 / 1000 - 1/5000$ .

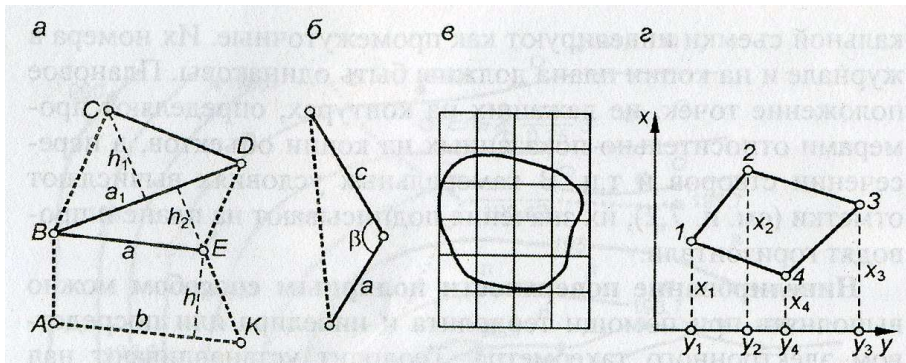


Рис. 15.1. Геометрические способы определения площадей:  
 а, б – измерением геометрических фигур; в – с помощью палетки;  
 г – по координатам

Аналогичные способы можно применить для *графического определения площади по плану* масштаба  $1 : M$ , но с относительной погрешностью  $1/50 - 1/1000$ , зависящей от масштаба и точности плана. С помощью карандаша и линейки контур  $ABCDEK$  (см. рис. 15.1, а) разграфляют на плане на простые фигуры, а их площади в нашем примере будут вычисляться по формулам, приведенным выше, или по формулам  $P_1 = M^2 h (a + b)/2$ ;  $P_2 = M^2 a_1 h_1 /2$ ;  $P_3 = M^2 a h_2 /2$ . Линейные величины  $a, b$  и  $h$  определяются по плану с погрешностями до 0,5 мм за счет неточностей изображения границ общего контура.

Площадь по плану или карте можно определить при помощи *палетки*, представляющей прозрачный лист пластика, на который нанесена сетка равных по площади фигур, например квадратов со стороной от 2 до 10 мм (рис. 15.1, в). Техника определения площади палетками рассмотрена в п. 15.4.

## 15.2. Аналитический способ определения площади

Аналитические способы определения площади применяют для замкнутых плоских многоугольников, в которых известны координаты  $x$  и  $y$  всех вершин (к таким многоугольникам относятся граница населенного пункта, промышленного, сельскохозяйственного или горно-добывающего предприятия, контур лесного массива, озера, болота и т.д.).

Площадь замкнутого многоугольника вычисляют по различным формулам аналитической геометрии, наиболее распространены следующие:

$$2P = \sum_{i=1}^n x_i (y_{i+1} - y_{i-1}); \quad 2P = \sum_{i=1}^n y_i (x_{i-1} - x_{i+1}); \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (15.2)$$

т.е. удвоенная площадь многоугольника равна сумме произведений каждой абсциссы на разность ординат передней и задней по ходу точек, а также сумме произведений каждой ординаты на разность абсцисс задней и передней по ходу точек. Например, для многоугольника 1-2-3-4 (рис. 15.1. з)

$$\left. \begin{aligned} 2P &= x_1 (y_2 - y_4) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_4 - y_2) + x_4 (y_1 - y_3); \\ 2P &= y_1 (x_4 - x_2) + y_2 (x_1 - x_3) + y_3 (x_2 - x_4) + y_4 (x_3 - x_1); \end{aligned} \right\} . \quad (15.3)$$

Площадь вычисляют отдельно по каждой формуле (15.3) с промежуточным контролем разностей координат на условие

$$\sum_{i=1}^n (y_{i+1} - y_{i-1}) = 0; \quad \sum_{i=1}^n (x_{i-1} - x_{i+1}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (15.4)$$

Точность расчетов по формулам (15.4) определяется погрешностями координат. Например, если координаты вершин многоугольника получены теодолитным ходом, то площадь участка получается с относительной погрешностью  $1/500 - 1/2000$ . В случае неверно записанного значения хотя бы одной из координат  $x_i$  или  $y_i$  получается ошибочное значение площади при полном совпадении результатов расчетов по формулам (15.3) и (15.4). Такую ошибку можно обнаружить, например, по чрезмерному расхождению между площадью многоугольника и суммой площадей контуров внутри него, нанесенных на план и измеренных планиметром.

### 15.3. Определение площади полярным планиметром

Полярный планиметр – это механическое устройство для определения площади фигур на планах и картах, а также на других чертежах. На полюсном рычаге 1 планиметра (рис. 15.2) закреплен груз с иглой 3, представляющей полюс  $O_p$  планиметра. Вторым концом полюсный рычаг шарнирно входит в гнездо 10 корпуса счетного механизма, установленного на обводном рычаге. Обводный шпиль 6, укреплен-

ный на обводном рычаге, представляет обводную точку (марку)  $M$  (см. рис. 15.4, б). Рабочий радиус  $R$  обводного рычага равен расстоянию  $AM$  между центром шарнира и обводной точкой  $M$  (см. рис. 15.4, а). Этот радиус можно изменить перемещением корпуса счетного механизма вдоль обводного рычага (рис. 15.3), а величину радиуса отсчитать по шкале на обводном рычаге и верньере счетного механизма. В нашем примере (см. рис. 15.3)  $R = 1713$ .

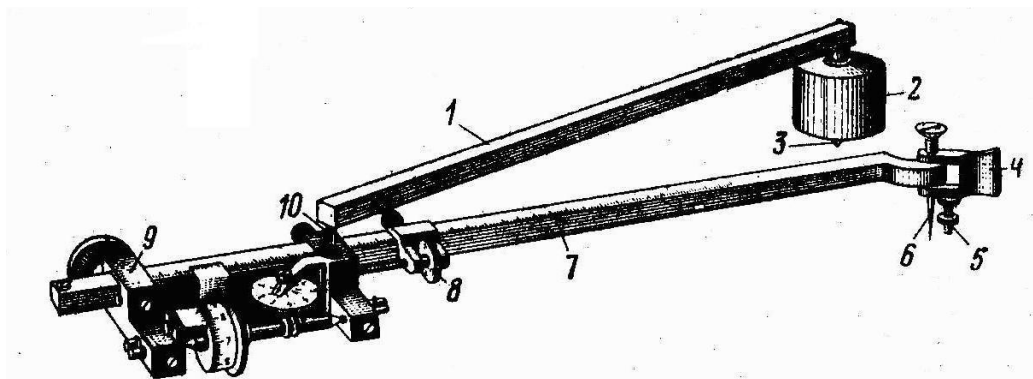


Рис. 15.2. Полярный планиметр:

1 – полюсный рычаг; 2 – груз; 3 – игла; 4 – ручка; 5 – опорный штифт;  
 6 – обводный шпиль; 7 – обводный рычаг; 8 – установочный винт;  
 9 – опора корпуса счетного механизма; 10 – гнездо соединения рычагов

Отсчет по шкалам счетного механизма содержит четыре цифры (см. рис. 15.3). Здесь отсчет  $u = 3684$ , где 3 – отсчет по циферблату оборотов счетного колеса; 684 – отсчет по шкале счетного колеса относительно нулевого штриха верньера (68 – номер штриха расположенного ниже нуля верньера; 4 – номер совмещенного штриха верньера).

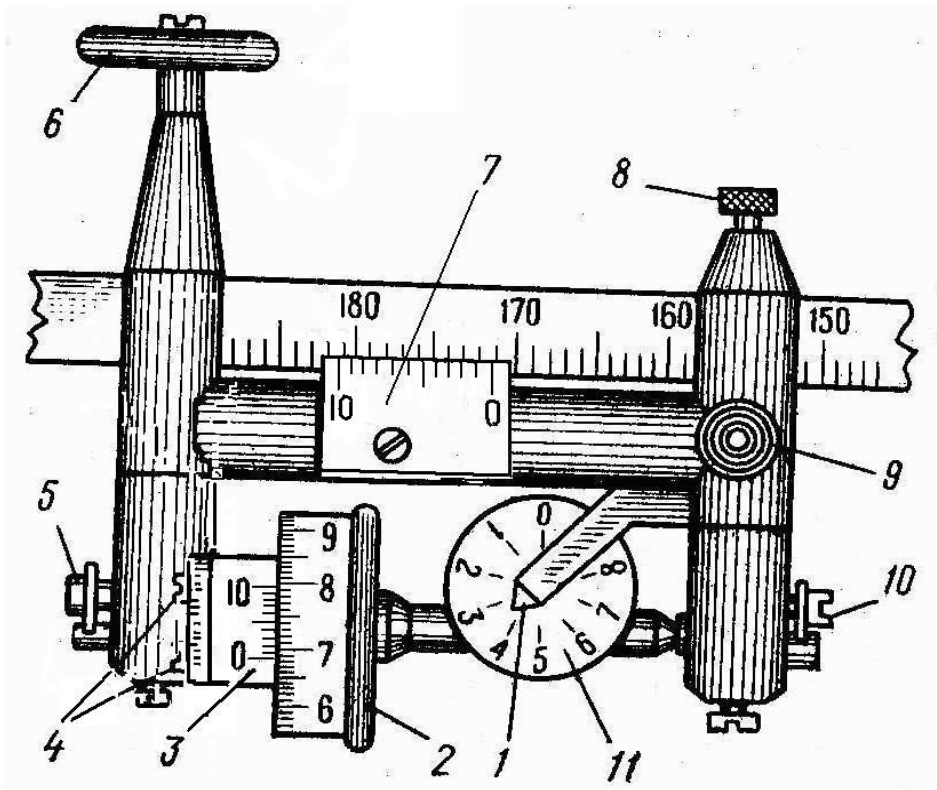


Рис. 15.3. Счетный механизм планиметра:

1 – указатель; 2 – счетное колесо; 3 – верньер счетного механизма; 4 – винты регулировки зазора между верньером и сетным колесом; 5, 10 – винты регулировки счетного колеса; 6 – опорный ролик; 7 – верньер шкалы радиуса планиметра; 8 – закрепительный винт корпуса счетного механизма; 9 – гнездо соединения рычагов; 11 – циферблат счетчика оборотов счетного колеса

## Поверки планиметра

До начала работ планиметр необходимо проверить на комплектность и устранить обнаруженные механические неисправности, затем выполнить следующие поверки устройства:

1. Счетное колесо должно свободно вращаться при незначительном люфте и с небольшим ( $0,1-0,2$  мм) зазором относительно пластинки верньера. При юстировке вращают два осевых винта 5 и 10 (см. рис. 15.3), в отверстия которых входят конические концы оси счетного колеса.

2. Ось счетного колеса должна быть параллельна прямой, проходящей через обводный шпиль (или метку) и центр шарнира. Для проверки контур обводят шпилем (маркой М) несколько раз в положении планиметра МЛ «счетный механизм слева от фигуры» (см. рис. 15.5, а) и столько же раз в положении МП «счетный механизм справа от фигуры», не меняя точки полюса О. Если средние разности отсчетов  $n_{МЛ}$  и  $n_{МП}$  различаются в пределах точности измерений планиметром, то



условие считается выполненным. Для юстировки исправительным винтом изменяют угол между корпусом счетного механизма и обводным рычагом.

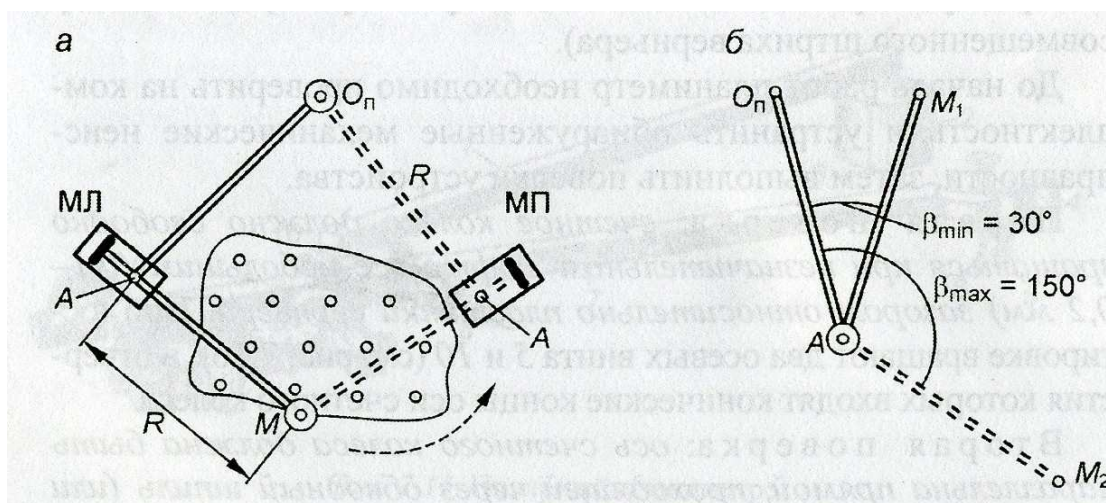


Рис. 15.4. Вторая поверка планиметра (а); допустимые углы между рычагами (б)

При работе с неотъюстированным на данное условие планиметром каждую фигуру следует обводить при двух положениях планиметра – ПП и ПЛ и за окончательный результат принимать среднее.

**Для измерения площади** план кладут на расположенную горизонтально чертежную доску с гладкой поверхностью. Полус полярного планиметра можно закреплять на плане в положении *вне контура* или в положении *внутри контура*, предпочтительное положение полюса – вне контура. Выбирают положение полюса так, чтобы при обводе контура угол  $\beta$  между рычагами (см. рис. 15.4, б) не был меньше 30 и больше 150°. Обводную точку  $M$  совмещают с какой-либо точкой  $K$  контура. По счетному механизму берут отсчет  $u_1$  и записывают в таблицу 15.1, затем контур плавно обводят точкой  $M$  и завершают обвод в точке  $K$  и берут отсчет  $u_2$  (желательно обводить против часовой стрелки, в этом случае последовательные значения отсчетов  $u_i$  уменьшаются и это удобно для вычислений). Разность отсчетов  $u_1 - u_2 = n_1$  представляет площадь в делениях планиметра.

Продолжают обводы, берут отсчеты  $u_i$  (см. табл. 15.1) и вычисляют разности отсчетов  $n_i$ , которые не должны различаться между собой более чем на две единицы при  $n \leq 200$ , на четыре при  $n \leq 1000$ , на шесть при  $n \leq 2000$ . Вычисляют среднюю площадь  $n$  в делениях планиметра.

Если полюс расположен вне фигуры, ее площадь в масштабе плана вычисляется по формуле

$$P = c n, \quad (15.5)$$

если же полюс находится внутри фигуры, то площадь вычисляется по формуле

$$P = c n + Q, \quad (15.6)$$

где  $c$  – цена деления планиметра;

$Q$  – постоянное слагаемое (обе величины зависят от масштаба плана и радиуса планиметра);

$n = u_i - u_{i+1}$  – разность начального и конечного отсчетов при одном обводе замкнутого контура.

Таблица 15.1.

**Схема записей величин отсчетов и результатов вычислений при определении площади полярным планиметром №2815 на плане масштаба 1 : 1000 (радиус  $R = 2816$ , полюс вне контура, размер контура  $10 \times 10$  см)**

Буквенные обозначения			Численный пример		
отсчетов $u_i$	разности отсчетов $n_i$	средней разности отсчетов $n$	отсчетов $u_i$	разности отсчетов $n_i$	средней разности отсчетов $n$
$u_1$	$u_1 - u_2 = n_1$	$n$	6949	1015	1013
$u_2$	$u_2 - u_3 = n_2$		5934	1011	
$u_3$	$u_3 - u_4 = n_3$		4923	1013	
$u_4$			3910		

**Определение постоянных планиметра  $c$  и  $Q$ .** На плане данного масштаба выбирают простую фигуру с известной площадью  $P$ , например квадрат координатной сетки  $10 \times 10$  см или два таких квадрата и в положении “полюс вне контура” 4–5 раз обводят планиметром контур, находят среднюю разность  $n$  и цену деления планиметра

$$c = P / n, \quad (15.7)$$

Для определения постоянной  $Q$  выбирают фигуру, которую можно обвести с полюсом вне ее и внутри. Поместив полюс внутри фигуры получим  $P_1 = c n_1 + Q$ , а установив полюс вне фигуры найдем  $P_2 = c n_2$  и, следовательно,

$$Q = c (n_2 - n_1). \quad (15.8)$$

**Пример 1.** Определить цену деления планиметра при радиусе  $R = 2816$ , если на плане масштаба 1 : 1000 квадрат  $10 \times 10$  см соответствует площади на местности  $P = d^2 M^2 = 0,1^2 \cdot 1000^2 = 10\,000 \text{ м}^2 = 1 \text{ га}$ .

**Решение.** Четырехкратным обходом этого контура с полюсом вне контура получена средняя разность отсчетов  $n = 1013$  (см. табл. 15.1). Цена деления планиметра  $c = 10\,000 / 1013 = 9,8717 \text{ м}^2 / 1 \text{ деление} = 1 / 1013 = 0,0009871 \text{ га} / 1 \text{ деление}$ . Такая “некруглая” цена деления осложняет устные вычисления по формулам (15.39) и (7.40).

Для изменения цены деления планиметра изменяют радиус  $R$  обводного рычага до значения  $R_0$ , рассчитанного по формулам

$$R_0 = R (c_0 / c) \text{ или } R_0 = R (n / n_0), \quad (15.9)$$

где  $n_0$  – средняя разность отсчетов, отвечающая значению  $c_0$ .

В нашем примере круглое значение  $c_0 = 10 \text{ м}^2 / 1 \text{ деление}$ , ему соответствует радиус  $R_0 = 2816 (10 / 9,8717) = 2853$  или  $R_0 = 2816 (1013 / 1000) = 2853$ . После установки радиуса  $R_0$  проверяют новую цену деления несколькими обходами контура.

**Зависимость цены деления планиметра от масштаба плана.** Если при многократном обводе контура, например квадрата размером  $10 \times 10$  см, средняя разность отсчетов  $n_{\text{ср}} = 1000 \pm 2$  деления, то практически точные значения цены деления планиметра (формула 15.7) будут равны:

- $c = 0,1 \text{ га/дел.}$  для плана масштаба 1:10 000;
- $c = 10 \text{ м}^2/\text{дел.}$  (0,001 га/дел) для плана масштаба 1:1000;
- $c = 2,5 \text{ м}^2/\text{дел.}$  (0,00025 га/дел) для плана масштаба 1:500.

Если же при обводе указанного квадрата величина  $n_{cp}$  заметно отличается от 1000, то цена деления будет неудобной для устных расчетов. Для коррекции цены деления в соответствии с формулой (15.9) счетный механизм перемещают на отсчет радиуса  $R_0 = Rn_{cp} / 1000$ , где  $R$  – радиус, при котором получено  $n_{cp}$ . Результат коррекции проверяют несколькими обводами фигуры с известной площадью.

#### 15.4. Определение площади по плану посредством палетки

Определение площади по плану с помощью палетки относится к геометрическим способам. Палетка – это лист прозрачной бумаги или пластика, на который нанесена сетка квадратов, точек (рис. 15.5, а, б). или параллельных линий (рис. 15.6).

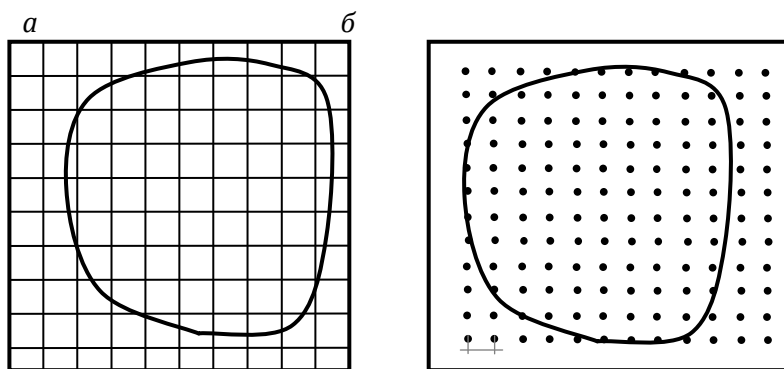


Рис. 15.5. Палетки для определения по плану площадей криволинейных фигур:  
а – квадратная; б – точечная

**Размеры квадратов на палетке** принимают от  $2 \times 2$  до  $10 \times 10$  мм. Для определения площади криволинейной фигуры квадратную палетку кладут на план и внутри контура фигуры (см. рис. 15.5, а) и подсчитывают число  $n_1$  целых квадратов плюс число  $n_2$  половинок квадратов плюс число  $n_3$  четвертинок квадратов, тогда значение площади будет

$$P = p_0 n_1 + 0,5p_0 n_2 + 0,25p_0 n_3, \quad (15.10)$$

где  $p_0$  – площадь одного квадрата на плане масштаба  $1 : M$  – вычисляется по формуле

$$p_0 = (a \cdot M)^2, \quad (15.11)$$

здесь  $a$  – размер стороны квадрата в м, если площадь определяется в м<sup>2</sup> или  $a$  берется в сотнях метров, если площадь определяется в гектарах.

Для проверки и уточнения результата палетку поворачивают на 40–50° и повторяют описанные действия. Допустимое расхождение значений площади зависит от величины контура и размера квадратов  $\Delta P_{\text{доп}} = (P_1 - P_2)/P$  и принимается от 1/20 до 1/100. Среднее из  $P_1$  и  $P_2$  принимается искомым результатом.

**При определении площади точечной палеткой** имеется в виду, что ее точки лежат в центрах квадратов со стороной  $a$  и площадью  $p_0$ , вычисляемой по формуле (5.11). Палетку кладут на план и находят число  $n$  точек, попавших внутрь контура (см. рис. 15.5, б) и тогда искомая площадь

$$P = p_0 \cdot n. \quad (15.12)$$

Палетку поворачивают на 40-50° и повторяют работу как при использовании квадратной палетки. Очевидно, что точность результатов несколько ниже, чем при применении квадратной палетки за счет обобщения долей неявно пересекаемых квадратов.

**Линейная палетка** состоит из параллельных линий с известным расстоянием  $b$  между ними (см. рис. 15.6). Такую палетку наносят на прозрачный лист пластика по схеме рис. 15.6, а. Рассчитывают и наносят шкалу площадей (рис. 15.6, б). Ее в качестве примера составим для плана масштаба 1 : 10 000 при расстоянии между параллельными линиями  $b = 4$  мм. Деления шкалы примем через каждые 2,5 мм. Тогда 10 делений шкалы (см. рис. 15.7, б) будут соответствовать 1 га площади на плане согласно следующему расчету: площадь  $p_0$  прямоугольника на плане со сторонами  $l = 25$  мм;  $b = 4$  мм равна

$$p_0 = l \cdot b \cdot M^2 = 0,025 \cdot 0,004 \cdot 10000^2 = 10\,000 \text{ м}^2 = 1 \text{ га}, \quad (15.13)$$

следовательно, одно наименьшее деление шкалы соответствует 0,1 га.

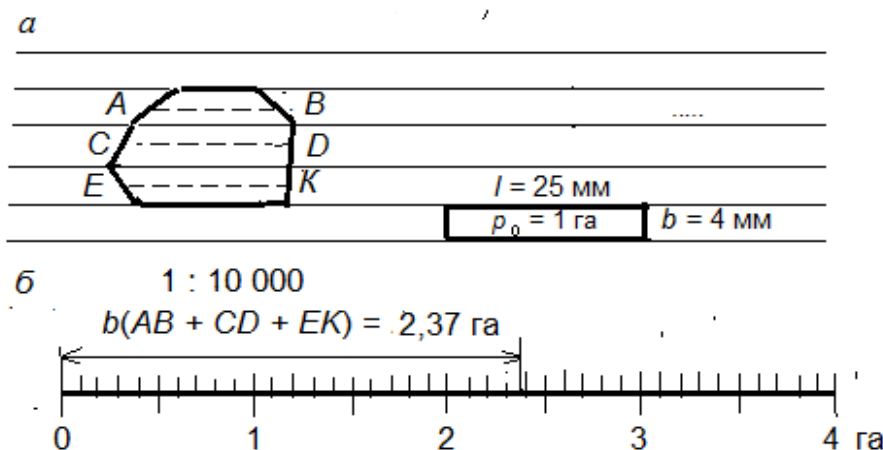


Рис. 15.6. Палетка из параллельных линий и определение площади контура по плану:

*a* – параллельные линии палетки и контур; *б* – шкала площадей для плана масштаба 1:  $M = 1:10\,000$

Палетку кладут на план так, чтобы параллельные линии касались краев контура. Его площадь равна сумме площадей трапеций  $b \cdot (AB) + b \cdot (CD) + b \cdot (EK)$ , где  $b$  – расстояние между параллельными линиями в масштабе плана;  $AB$ ,  $CD$ ,  $EK$  – длина средних линий трапеций в масштабе плана. Суммарная длина средних линий  $AB + CD + EK$  набирается по плану в раствор между иглами циркуля-измерителя. Затем с помощью циркуля по шкале  $b$  отсчитывается площадь контура (в примере рис. 15,7,  $b$  площадь  $P = 2,37$  га).

Площадь каждого контура определяется не менее двух раз при различных ориентациях параллельных линий относительно контура. Расхождение между результатами допускается до  $(1:100)P$ .

### 15.5. Уравнивание площадей

Если на плане (рис. 15.5) измерены планиметром (или палеткой) площади  $P'_i$  всех участков в пределах многоугольного контура с известной площадью  $P_T$  (вычисленной например по координатами  $x_i$  и  $y_i$  вершин замкнутого теодолитного хода), то необходимо оценить качество измерений и уравнять (увязать) измеренные площади участков.

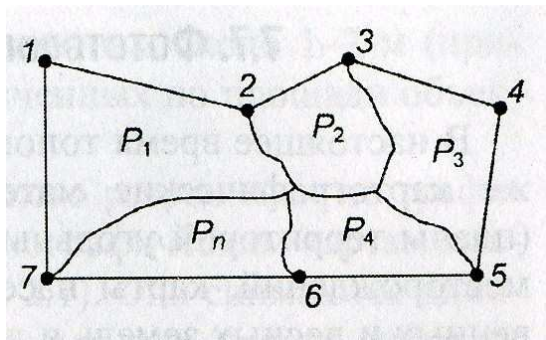


Рис. 15.7. Площади участков в пределах контура 1–...4–5–...7

Сначала вычисляют фактическую и допустимую невязки измеренных площадей:

$$f_P = \sum P'_i - P_T; \quad f_{P \text{ доп}} = \sum P'_i / 200. \quad (15.14)$$

Для увязки измеренных площадей вычисляют коэффициент

$$K_P = - f_P / \sum P'_i, \quad (15.15)$$

затем поправки к измеренным площадям

$$v_i = K_P \cdot P'_i, \quad (15.16)$$

где знак всех поправок противоположен знаку невязки, а сумма поправок должна равняться фактической невязке с обратным знаком, т.е.

$$\sum v_i = -f_P. \quad (15.17)$$

Уравненные площади

$$P_i = P'_i + v_i. \quad (15.18)$$

Сумма уравненных площадей должна равняться теоретической величине  $P_T$ .

## ЛЕКЦИЯ № 16

Нивелирование. Назначение и виды нивелирования.  
Сущность и методы тригонометрического

## и геометрического нивелирования

**Назначение нивелирования.** *Нивелирование – это измерение превышений и определение высотных координат точек.* Данные нивелирования необходимы при осуществлении многих видов научных исследований, например, в геодезическом мониторинге вертикальных смещений земной поверхности тектонического характера и техногенного происхождения (от извлечения жидких и твердых ископаемых). Нивелирование представляет необходимую составляющую топографических съемок, геодезических изысканий для строительства жилых и промышленных зданий, гидроэлектростанций, водохранилищ, каналов, дорог, трубопроводов и других сооружений. Нивелирные измерения предусматриваются технологиями строительства практически всех видов сооружений.

Применяются следующие виды нивелирования: геометрическое, тригонометрическое, спутниковое, гидростатическое, механическое. В данной лекции рассматриваются сущность и методы тригонометрического и геометрического нивелирования.

### **16.1. Тригонометрическое нивелирование**

Тригонометрическое нивелирование между двумя пунктами  $A$  и  $B$  включает измерение расстояния и угла наклона между ними (рис. 16.1) с последующим вычислением превышения  $h$  по тригонометрическим формулам. Над пунктом  $A$  ставят теодолит, на пункт  $B$  – рейку или вежу. На рейке или веже отмечают точку визирования  $W$  и измеряют *высоту визирования*  $v = WB$ . Над пунктом  $A$  измеряют высоту прибора  $i = JA$ . Теодолитом измеряют угол наклона  $\nu$  линии  $JW$ . Наклонное расстояние  $JW = D$  определяют, например, светодальномером или оптическим дальнометром.



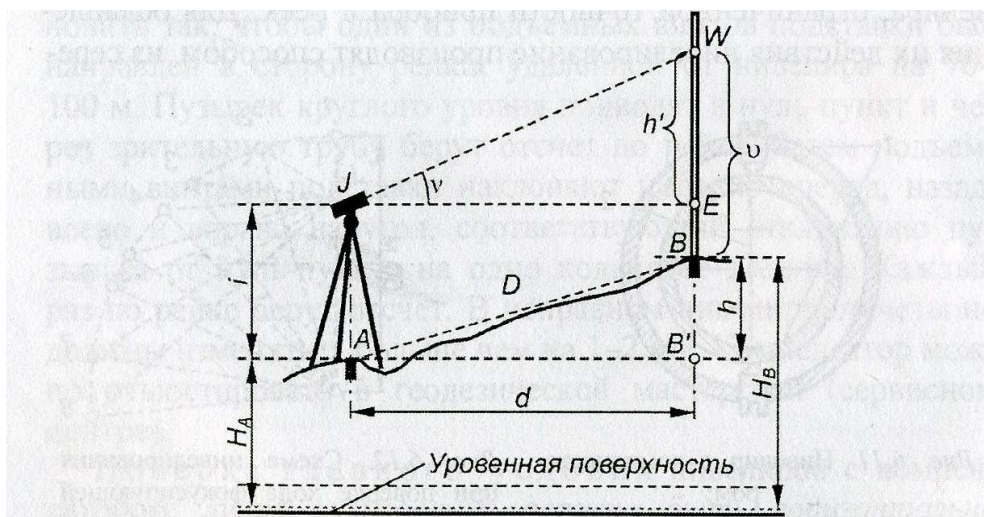


Рис. 16.1. Тригонометрическое нивелирование

Из треугольника  $JWE$  вычисляют тригонометрическую часть превышения (неполное превышение)  $EW = h'$ . Вертикальный отрезок  $WB' = h + v = h' + i$ , отсюда искомое полное превышение

$$h = h' + i - v, \quad (16.1)$$

При расстояниях  $D \geq 200$  м в определяемом превышении  $h$  учитывают поправку  $f$  на кривизну Земли и рефракцию, следовательно

$$h = h' + i - v + f \quad (\text{при } D \geq 200 \text{ м}). \quad (16.2)$$

**Примечание:** сущность поправки  $f$  рассмотрена далее на примере геометрического нивелирования.

### Пять вариантов тригонометрического нивелирования

Рассмотрим пять возможных вариантов тригонометрического нивелирования для расстояний  $D < 200$  м, когда  $f \approx 0$ .

1. Если непосредственно измерено наклонное расстояние  $D = AB = JW$  светодальномером или лентой (см. рис. 16.1), тогда в треугольнике  $JWE$  неполное превышение равно  $h' = D \sin v$  и формула (16.1) получает вид

$$h = D \sin v + i - v. \quad (16.3)$$

2. Если известно горизонтальное проложение  $AB' = JE = d$ , то

$$h' = d \operatorname{tg} v \quad \text{и} \quad h = d \operatorname{tg} v + i - v. \quad (16.4)$$

3. Если наклонное расстояние  $D$  измерено нитяным дальномером теодолита, то горизонтальное проложение равно  $d = D \cos^2 v$ . Подставив эту зависимость в выражение (16.4), получим

$$h' = D \cos^2 v \cdot \operatorname{tg} v = (1/2)D \sin 2v$$

и **формулу тахеометрического нивелирования**

$$h = (1/2)D \sin 2v + i - v. \quad (16.5)$$

4. Если при измерении углов наклона  $v$  визировать на рейку в точку  $W$ , отмеченную над ее пяткой на высоте прибора  $i$ , то в формулах (16.3), (16.4) и (16.5) слагаемые  $i - v$  (тогда  $i - v = 0$ ) и искомое полное превышение будет равно:

$$h = D \sin v; \quad h = d \operatorname{tg} v; \quad h = (1/2)D \sin 2v. \quad (16.6)$$

По формулам (16.3) – (16.6) превышение  $h'$  вычисляют при помощи инженерных калькуляторов или компьютера. Для определения  $h'$  в формуле (16.5) служат также тахеометрические таблицы.

При известной высоте (отметке)  $H_A$  точки  $A$  высоту точки  $B$  вычисляют по формуле (см. рис. 16. 1)

$$H_B = H_A + h. \quad (16.7)$$

Точность тригонометрического нивелирования зависит от погрешностей:  $\Delta D$  – измерения расстояний;  $\Delta v$  – измерения углов наклона,  $\Delta i$  – измерения высоты прибора;  $\Delta v$  – определения высоты наведения. В случае тахеометрической съемки при

помощи теодолитов ТЗ0 погрешности измерений примем:  $\Delta D = 0,3$  м;  $\Delta v = 0,5'$ ;  $\Delta i = \Delta v = 0,5$  см, тогда при расстоянии  $D = 100$  м и углах наклона  $v < 5^\circ$  погрешность величины  $h'$  приблизительно равна  $m_{\Delta h} \approx 1,5$  см, а общая погрешность превышения  $m_h^2 = m_{\Delta h}^2 + m_{\Delta i}^2 + m_{\Delta v}^2$ , откуда  $m_h = 1,7$  см. При углах наклона  $v > 5^\circ$  погрешность определяемых превышений возрастает.

5. Тригонометрическое нивелирование без определения высоты прибора (рис. 16.2) характеризуется повышенной точностью за счет устранения соответствующей погрешности  $\Delta i$ . На станции *Ст. Т* тахеометром измеряют расстояния  $D_1 = TM$  и  $D_2 = TN$ , углы наклона  $v_1$  и  $v_2$ , при этом известны высоты  $v_1$  и  $v_2$  визирных целей, поставленных на пункты *A* и *B*. Превышение между точками *A* и *B* вычисляют по формуле

$$h = v_1 + h_1 + h_2 - v_2 = v_1 + D_1 \sin v_1 + D_2 \sin v_2 - v_2. \quad (16.8)$$

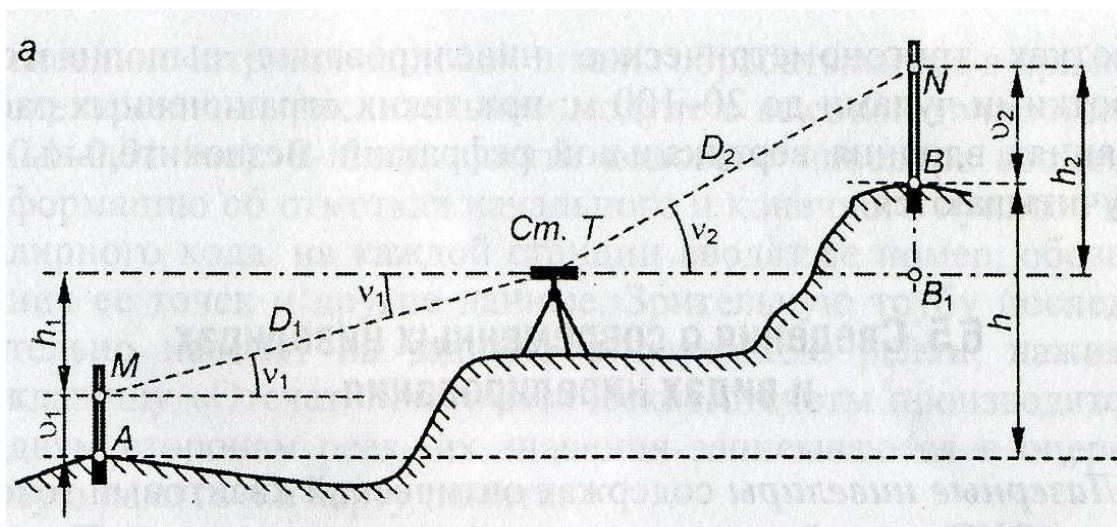


Рис. 16.2. Тригонометрическое нивелирование без определения высоты прибора

## 16.2. Геометрическое нивелирование, применяемые приборы, их проверки

Геометрическое нивелирование выполняется по схеме рис. 16.3, а при помощи геодезического прибора (нивелира *J*) с горизонтальным лучом визирования и нивелирных реек 1 и 2 (прямолинейных мер длины со специальными линейными шкалами), которые ставят вертикально на нивелируемые точки *A* и *B*.



$$h = i - b. \quad (16.2)$$

**П р и м е ч а н и е.** Высоту прибора, у которого зрительная труба обладает перископичностью (т.е. визирный луч в окуляре и в объективе не находятся на одной высоте), определяют относительно объектива так: нивелир ставят в 2-4-х метрах от рейки  $I$ , на нее наводят зрительную трубу и отсчитывают высоту прибора.

*Нивелирный ход* применяют для последовательного измерения превышения  $h_{AD}$  между точками  $A$  и  $D$  (рис. 6.3, в), разделенными значительным расстоянием или превышением. Нивелируют способом из середины: прибор последовательно устанавливают на станциях  $Ст. 1$ ,  $Ст. 2$ ,  $Ст. 3$ , которые выбирают на равных расстояниях от задней и передней по ходу точек  $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $K$ ,  $K$  и  $D$ . Искомое превышение

$$h_{AD} = h_1 + h_2 + h_3 = (a_1 - b_1) + (a_2 - b_2) + (a_3 - b_3) = \sum a_i - \sum b_i. \quad (16.3)$$

На каждой станции нивелирного хода различают заднюю и переднюю по ходу *связующие точки* ( $B, K, \dots$ ), между которыми последовательно измеряют превышения. Отсчеты по задней и передней рейкам обозначают символами  $\Sigma$  и  $\Pi$ , при этом превышение  $h_i = (\Sigma_i - \Pi_i)$  и формулу (16.3) представляют в такой записи:

$$h_{AD} = h_1 + h_2 + h_3 = (\Sigma_1 - \Pi_1) + (\Sigma_2 - \Pi_2) + (\Sigma_3 - \Pi_3) = \sum \Sigma_i - \sum \Pi_i. \quad (16.4)$$

**Вычисление отметок.** Если известна высота (отметка)  $H_A$  точки  $A$  над исходной уровенной поверхностью (см. рис. 6.1, а), то высота (отметка) точки  $B$

$$H_B = H_A + h. \quad (16.5)$$

Высота визирной оси нивелира над исходной уровенной поверхностью называется *горизонтом прибора* (ГП). Согласно рис. 16.1, а горизонт прибора можно вычислить относительно точек  $A$  и  $B$  и определить его среднее значение:

$$\Gamma\Pi' = H_A + a = H_A + 3; \quad \Gamma\Pi'' = H_B + b = H_B + \Pi.$$

$$\Gamma\Pi = (\Gamma\Pi' + \Gamma\Pi'') / 2. \quad (16.6)$$

Оносительно среднего значения горизонта прибора данной станции вычисляют отметку каждой точки  $N$ , на которую ставили рейку и по горизонтальному лучу брали по ней отсчет  $n_j$ :

$$H_j = \Gamma\Pi - n_j, \quad (16.7)$$

например на рис. 16.3, *a*  $H_A = \Gamma\Pi - a$ ;  $H_B = \Gamma\Pi - b$ ; или согласно рис. 16.3, *в* на станции *Ст. 1* отметка промежуточной точки  $E$  равна  $H_E = \Gamma\Pi_1 - n_E$ , где  $n_E$  — отсчет по рейке на точке  $E$ .

**Влияние кривизны Земли и вертикальной рефракции на результаты нивелирования.** Формулы (16.1) и (16.2) получены без учета вертикальной кривизны уровенных поверхностей и визирного луча. В приземных слоях воздушная среда обладает неоднородными по вертикали температурой и плотностью и, следовательно, переменным коэффициентом преломления световых лучей. Лучи получают траекторию, которая называется рефракционной кривой. Когда температура земной поверхности выше, чем воздуха, рефракционные кривые  $JP$  и  $JR$  (рис. 16.4), т. е. визирные лучи отклоняются от горизонтальной линии  $MJN$  в сторону земной поверхности и по рейкам, поставленным на точки  $A$  и  $B$ , получают отсчеты  $a'$  и  $b'$ . Поправки в отсчеты на рефракцию обозначим  $Ma' = r_a$  и  $Nb' = r_b$ .

Визирные лучи  $Ja'$  и  $Jb'$  не совпадают также с уровенной поверхностью визирной оси нивелира  $U_J = PJP_1$ . Следовательно отсчеты  $a'$  и  $b'$  по рейкам следует исправить поправками на кривизну Земли. Такие поправки равны  $ME = k_a$  и  $NT = k_b$ .

При проецировании визирных лучей на уровенную поверхность нивелира  $U_J$  вычисляют исправленные отсчеты  $a = AE$  и  $b = BT$ , для этого в фактические отчеты  $a'$  и  $b'$  вводят совместную поправку  $f$  на кривизну Земли и рефракцию:  $f = k - r$ , тогда  $a = a' + f_a$  и  $b = b' + f_b$ .

Величина  $f$  вычисляется по эмпирической формуле

$$f = 0,42 d^2 / R, \quad (16.8)$$

где  $d$  – расстояние от прибора до рейки;  $R$  – средний радиус Земли.

При  $d = 50, 100, 150, 200, 300$  и  $1000$  м поправка  $f$  соответственно равна  $0,16; 0,7; 1,5; 2,6; 6$  и  $67$  мм.

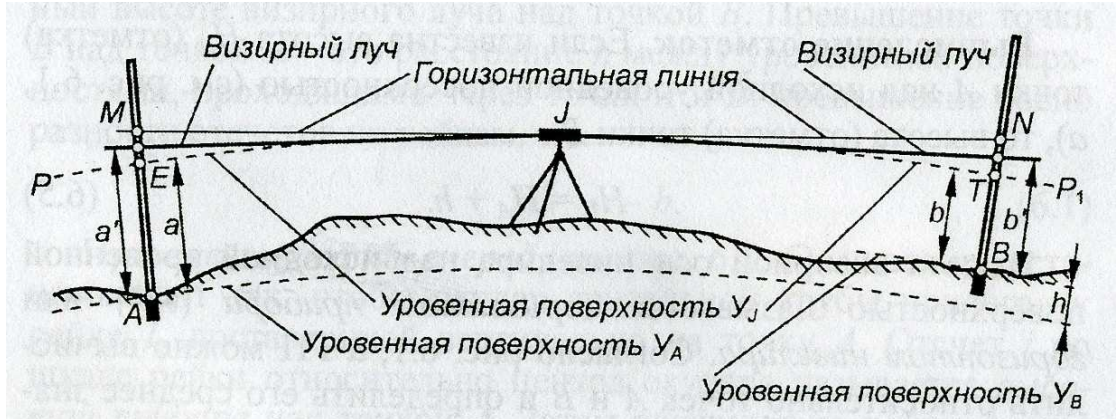


Рис. 16.4. Влияние кривизны Земли и рефракции на результаты нивелирования:

$AP = a'$ ;  $BQ = b'$  – фактические отсчеты по рейкам  $A$  и  $B$ ;  $AE = a$ ;  $BT = b$  – отсчеты относительно уровня поверхности  $J$  нивелира

Если расстояния от нивелира до реек одинаковы, то принимается, что рассматриваемые поправки тоже одинаковы, т. е.  $f_a = f_b$ , тогда

$$h = a - b = (a' + f_a) - (b' + f_b) = a' - b', \quad (16.9)$$

т. е. фактор кривизны Земли и рефракции практически компенсируется и не влияет на превышение, измеренное способом из середины.

При нивелировании способом вперед фактор рефракции и кривизны Земли влияет на величину превышения

$$h = i - (b' + f_b) = (i - b') - f_b, \quad (16.10)$$

но поправка  $f$  учитывается в зависимости от требуемой точности нивелирования.

### Учет вертикальной рефракции и кривизны Земли

## **в инженерно-геодезических работах**

При развитии высотных сетей для топографических съемок с точностью нивелирования III и IV класса и технического, при инженерно-геодезических работах по обеспечению монтажа строительных конструкций гражданских и промышленных зданий и сооружений факторы рефракции и кривизны Земли не учитываются по причине их пренебрежимо малых значений ( $f \leq 1,5$  мм) на расстояниях от нивелира до рейки, меньших 120–150 м (см. формулу 16.8).



## ЛЕКЦИЯ № 17

(Продолжение темы нивелирования)

Приборы для геометрического нивелирования. Нивелиры, их классификация. Устройство и поверки оптико-механических нивелиров. Сведения о лазерных и электронных нивелирах

### **17.1. Приборы для геометрического нивелирования**

Современные приборы для геометрического нивелирования можно разделить на две группы: 1) нивелиры оптико-механические и лазерные неавтоматизированные, причем по принципу горизонтирования визирного луча такие нивелиры представлены двумя подгруппами – нивелиры с цилиндрическим уровнем и нивелиры с компенсатором; 2) нивелиры автоматизированные – лазерные, электронные (цифровые). В настоящей лекции рассматриваются оптико-механические нивелиры, нивелирные рейки к ним и другие приспособления.

**Нивелирные рейки** изготавливаются в России под общими обозначениями РН-05, РН-3, РН-10 для нивелирования соответственно высокоточного (I и II классов), точного (III и IV классов) и технического. В рейках РН-05 высокоточная шкала нанесена на инварную полосу (инвар – металл с малым коэффициентом температурной деформации). Ряд фирм других стран к цифровым нивелирам поставляет высокоточные рейки со штрих-кодowymi и метрическими шкалами. Все рейки для высокоточного и точного нивелирования оснащены круглым уровнем для контроля их установки в вертикальное положение.

Рейки РН-3 (сплошные), РН-10 (складные), двутаврового поперечного сечения (рис. 16.5, а) изготавливают из дерева. Их длина 3 м. Рейка РНР-3 (раздвижная), ее длина 4 м (2 + 2 м). На одной стороне рейки шашечная шкала сантиметровых делений (см. рис. 16.5, а) нанесена черным цветом, на другой – красным. Нуль шкалы черной стороны совмещен с нижней плоскостью пятки рейки – стальной пластины, жестко закрепленной на рейке. На красной стороне рейки с нижней плоскостью пятки совмещена шкала начальным делением 4683 или 4783 мм (на других типах реек – иным делением).

В комплекте к нивелиру рейки должны быть парными: у них с нижней плоскостью пятки должны быть совмещены одинаковые деления красной стороны.

Применяются также облегченные металлические (из сплава на основе алюминия) рейки, составные и телескопические, их полная длина 3 или 4 м. На одной стороне рейки нанесена шкала шашечных сантиметровых делений, на другой – шкала миллиметровых делений.

Перед началом работ *рейки компарируют*: их кладут горизонтально и с помощью специального контрольного метра измеряют длину дециметровых и метровых делений. Погрешность метровых делений допускается до 0,5 мм на рейках РН-3 и 1 мм на рейках РН-10. Погрешность дециметровых делений не должна превышать 0,5 мм. *Прямолинейность рейки* проверяется относительно натянутой на ней нити – величина прогиба (стрелы прогиба) допускается до 10 мм.

**Опоры под нивелирные рейки.** При измерении превышений рейки ставят на устойчивые предметы: на нивелирные реперы, прочно вбитые в землю переносные костыли или устойчиво поставленные башмаки (рис. 16.5, б, в) или же на деревянные колышки, другие неподвижные предметы.

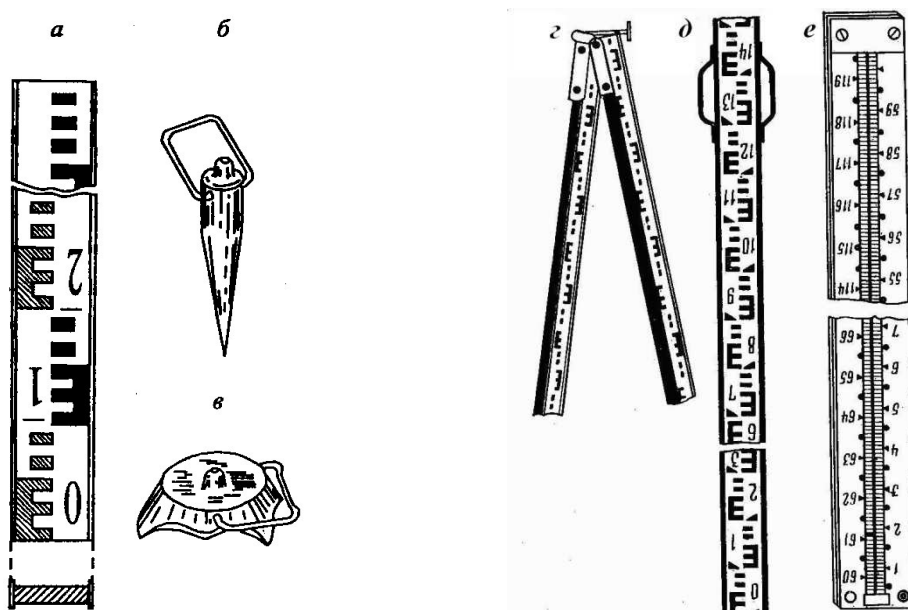


Рис. 16.5. Нивелирные рейки и переносные нивелирные опоры:  
 а – шашечные деления шкалы; б – костыль; в – башмак; г, д – рейка складная РНТ;  
 е – рейка с инварной полосой для нивелирования I и II классов

**Основные виды нивелиров.** В зависимости от способа приведения визирного (оптического) или лазерного луча в горизонтальное положение различают нивелиры двух видов – с цилиндрическим уровнем при зрительной трубе или при лазер-

ном излучателе (в них для горизонтирования визирного или лазерного луча пузырек уровня необходимо приводить в нуль-пункт) и нивелиры с компенсатором (в них визирный или лазерный луч автоматически удерживается в горизонтальном положении при небольших наклонах прибора).

Оптико-механические нивелиры применяются, как правило, в комплекте со стандартными нивелирными рейками или с применением специальных шкал. Лазерные нивелиры обеспечивают получение лазерного пятна на шкале рейки или поверхности строительной конструкции.

Согласно принятому в России стандарту оптико-механические нивелиры по точности подразделяют на три класса (таблица 16.1): высокоточные Н-05, Н-1, Н-2 – для нивелирования I и II классов; точные Н-3 – для нивелирования III и IV классов; технические Н-10 – для нивелирования технического, топографических съемок и многих видов инженерных работ. В обозначениях (шифрах) российских оптико-механических нивелиров с компенсатором к цифре добавляется буква К, а нивелиров с горизонтальным угломерным кругом (лимбом) – буква Л. Например нивелир Н-3К четвертого поколения обозначается 4Н-3КЛ. Шифр лазерного нивелира-автомата (лазерного построителя плоскости) – НЛ-20К. Основные технические характеристики нивелиров приведены в таблице 16.1.

Оптико-механические, лазерные, а также кодовые нивелиры западноевропейских, американских, японских и других фирм широко используются на практике. Характеристики их точности используются для отнесения их к соответствующему классу точности, принятому в России и выбора области применения. Краткие сведения о современных лазерных, кодовых и других видов нивелиров приведены в п. 16.5.

**Схема оптико-механического нивелира с цилиндрическим уровнем.** Зрительная труба и цилиндрический уровень, закрепленный на ее корпусе (рис. 16.6), могут вращаться в небольших пределах вокруг горизонтальной оси с помощью элевационного винта. Круглый уровень предназначен для приведения вертикальной оси  $ZZ_1$  нивелира в отвесное положение. Точные нивелиры Н-3 (рис. 16.7) и другие снабжены контактным уровнем: в них в поле зрения трубы выведены изображения концов пузырька цилиндрического уровня (рис.16.8).

Таблица 16.1.

**Основные технические данные оптико-механических нивелиров**

Показатель	Н-1	Н-3	4Н-3КЛ	Н-10	Н-10КЛ	НЛ-20К
Средняя квадратическая погрешность измерения превышения, мм:						
двойное нивелирование на 1 км	0,5	3	3	10	10	2,5 мм/20 м
на станции при расстоянии 2×100 м	0,1	3	5	5	5	
Увеличение зрительной трубы, крат	44	30	30	20	20	
Коэффициент оптич. дальномера	100	100	100	100	100	
Цена деления уровней:						-
цилиндрического, с	12	15		45	-	
круглого, мин	10	10	10	10	10	10
Масса, кг	7	2	2,5	2	2	1,3

**Отсчет по шкале нивелирной рейки РН-3 или РН-10** производится после приведения пузырька цилиндрического уровня в нуль-пункт (совмещения его концов, видимых в окуляре зрительной трубы согласно рис. 16.8). В поле зрения трубы обратного изображения деления рейки отсчитываются сверху вниз, значения миллиметров (десятые доли сантиметрового шашечного деления) определяются на глаз. В нашем примере отсчеты по среднему, верхнему и нижнему горизонтальным штрихам сетки равны:  $a_c = 1146$  мм;  $a_v = 1055$  мм;  $a_n = 1231$  мм.

В поле зрения трубы прямого изображения деления рейки отсчитываются снизу вверх.

**Схема оптико-механического нивелира с компенсатором.** Компенсатор малых наклонов зрительной трубы представляет собой оптический элемент, который автоматически удерживает линию визирования в горизонтальном положении с высокой точностью (1" и точнее), но предварительно нивелир горизонтируют по круглому уровню.

В одной из конструкций маятникового компенсатора (рис. 16.9) стеклянная призма, подвешенная на скрещивающихся нитях, при наклонах трубы до 8 - 15' изменяет ход визирного луча  $WO$  и сохраняет горизонтальность линии визирования (визирного луча). Такой компенсатор применен в нивелире Н-3К (рис. 16.10) и его зрительная труба получила некоторую перископичность: в ней визирный луч проходит через окуляр несколько выше, чем через объектив, поэтому высоту такого нивелира над точкой нельзя измерять относительно окуляра (см. примечание к формуле (16.2). В большинстве конструкций нивелиров с компенсатором пери-

скопичность зрительной трубы устранена (например, в нивелире Н10КЛ – см. рис. 16.10, а).

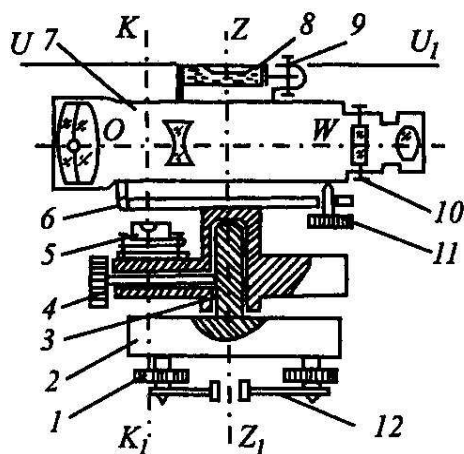


Рис. 16.6. Схема нивелира с цилиндрическим уровнем:  
1 – подъемный винт; 2 – подставка;  
3 – ось; 4 – закрепительный винт;  
5 – круглый уровень; 6 – горизонтальная ось наклонов зрительной трубы; 7 – цилиндрический уровень; 8 – цилиндрический уровень; 9 – юстировочные винты цилиндрического уровня; 10 – юстировочные винты визирной сетки; 11 – элевационный винт; 12 – пружинящая пластина трегера

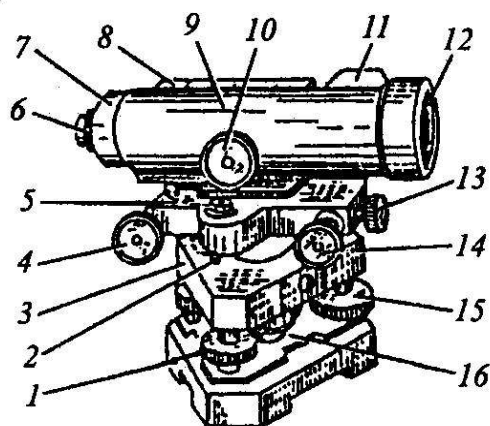


Рис. 16.7. Нивелир НЗ:

1 – головка штатива; 2 – юстировочный винт круглого уровня; 3 – подставка; 4 – элевационный винт; 5 – круглый уровень; 6 – окуляр; 7 – крышка окулярной части трубы; 8 – коробка цилиндрического уровня; 9 – зрительная труба; 10 – головка кремальеры; 11 – мушка; 12 – объектив; 13, 14, 15 – закрепительный, наводящий и подъемный винты соответственно; 16 – пружинящая пластина трегера

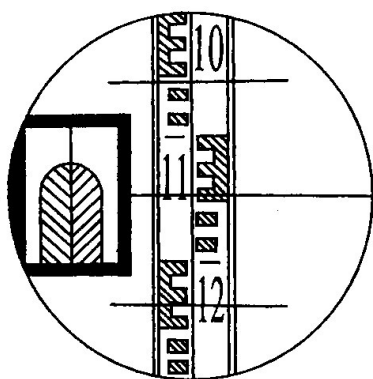


Рис. 16.8. Поле зрения нивелира Н-3

подвешенная призма;

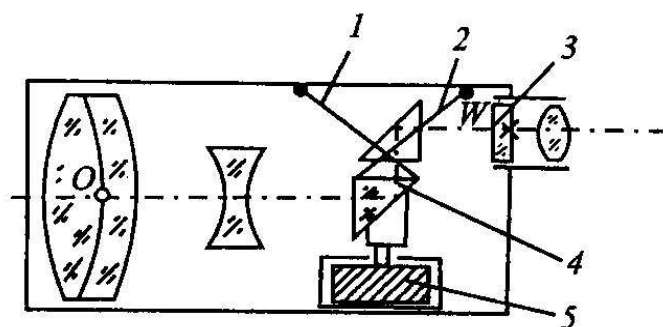
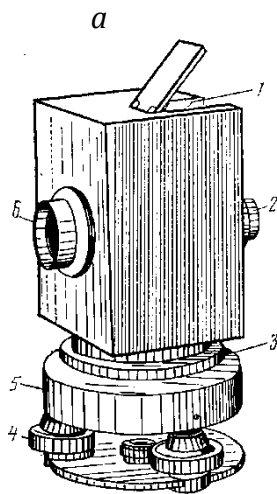
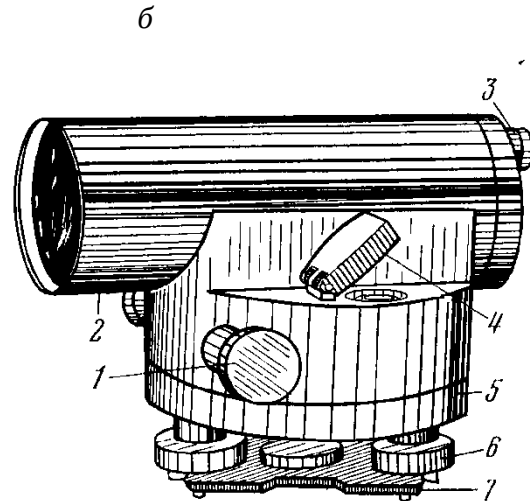


Рис. 16.9. Схема компенсатора с подвешенной призмой:

1, 2 – нити подвески; 3 – пластинка визирной сетки; 4 – подвешенная призма; 5 – гаситель колебаний призмы



Нивелир Н10 КЛ:  
 1 – круглый уровень и зеркало;  
 2 – окуляр; 4 – подъемный винт;  
 5 – подставка с угломерным  
 кругом 3; 6 – объектив



Нивелир Н-3К:  
 1 – наводящий винт; 2 – зрительная труба;  
 3 – окуляр; 4 – зеркало при круглом уровне;  
 5 – подставка; 6 – подъемный винт;  
 7 – трегер

Рис. 16.10. Нивелиры оптико-механические

## 17.2. Поверки и юстировки оптико-механических нивелиров

Нивелиры, используемые на производстве, подлежат ежегодной метрологической аттестации в лаборатории государственной метрологической службы. Но и в процессе эксплуатации приборов необходимо периодически выполнять их полевые поверки и необходимые юстировки.

При внешнем осмотре нивелира проверяют исправность круглого и цилиндрического уровней и их юстировочных винтов, плавность вращения зрительной трубы, работу ее винтов – наводящего, закрепительного и элевационного, фокусирование визирной сетки и предмета, действие подъемных винтов подставки. В штативе устраняют шатания (люфты) его деталей умеренной подтяжкой соответствующих болтов.

**Поверки нивелиров с цилиндрическим уровнем.** Нивелиры Н-3, Н-10 и другие, отвечающие схеме рис. 16.6, поверяются на следующие геометрические условия.

1. *Ось круглого уровня должна быть параллельна оси вращения нивелира, т.е.  $KK_1 \parallel ZZ_1$ .* Действуя подъемными винтами подставки, пузырек круглого уровня приводят в нуль-пункт, затем верхнюю часть нивелира поворачивают на  $180^\circ$  во-

круг оси  $ZZ_1$ . Если пузырек остался в нуль-пункте, то условие выполнено. Если же пузырек отклонился, вращением подъемных винтов подставки его перемещают к центру ампулы на половину дуги отклонения, а окончательно совмещают с нуль-пунктом поочередным вращением юстировочных винтов. После этого поверку повторяют.

**2. Горизонтальный штрих сетки должен быть перпендикулярен оси вращения нивелира  $ZZ_1$ .** Зрительной трубой визируют на рейку, установленную в 50–60 м от нивелира. Вращая зрительную трубу вокруг вертикальной оси, перемещают изображение рейки от одного края поля зрения к другому. Если отсчет изменяется больше, чем на 1 мм, диафрагму с сеткой поворачивают в требуемое положение, ослабив крепящие ее винты 4 (рис. 16.11). Для облегчения юстировки рекомендуется совмещать вертикальный штрих сетки с изображением нити отвеса, подвешенного в 5–10 м от прибора.

**3. Поверка главного условия нивелира с цилиндрическим уровнем.** *Ось цилиндрического уровня должна быть параллельна визирной оси зрительной трубы, т.е.  $UU_1 \parallel WO$ .* Это условие проверяют разными способами двойного нивелирования. Рассмотрим два из них.

**С п о с о б 1.** Нивелир устанавливают на станции  $J_1$  (рис. 16.12) на равном удалении  $d_1 = d_2$  от колышков  $A$  и  $B$ , вбитых на расстоянии 60 – 80 м друг от друга. На колышки ставят вертикально рейки. Если визирный луч горизонтален, то при нивелировании из середины получают по рейкам отсчеты  $a_1$  и  $b_1$  и вычисляют верное превышение  $h = a_1 - b_1$ . Если же главное условие не соблюдается, то отсчеты принимают значения  $a'_1 = a_1 + \Delta a_1$  и  $b'_1 = b_1 + \Delta b_1$ , но при одинаковых расстояниях  $d_1$  и  $d_2$  от нивелира до реек равны и величины отклонений  $\Delta a_1 = \Delta b_1$ . Поэтому превышение  $h = a'_1 - b'_1 = (a_1 + \Delta a_1) - (b_1 + \Delta b_1) = a_1 - b_1$  при нивелировании из середины определяется верно. Затем нивелир устанавливают на станции  $J_2$  в 3–5 м от реки  $B$  и по ней берут отсчет  $b'_2$ , визируют на дальнюю рейку  $A$  и берут отсчет  $a'_2$ . Вычисляют превышение  $h'_2 = a'_2 - b'_2$  и сравнивают его с верным превышением  $h$ . Если разница  $\Delta h = h'_2 - h$  меньше  $\pm 5$  мм в расчете на 100 м длины визирного луча ( $\pm 3$  мм на длину  $BA \approx 60$  м), условие считается выполненным.

Для необходимой юстировки вычисляют величину такого отсчета по дальней рейке  $a_2 = b'_2 - h$ , который практически соответствует горизонтальному положению

визирного луча. Зрительную трубу наклоняют элевационным винтом до получения вычисленного отсчета  $a_2$ . Затем при помощи юстировочной шпильки ослабляют боковой юстировочный винт цилиндрического уровня (см. рис. 16.11) и, вращая его вертикальные юстировочные винты, добиваются контактного положения концов его пузырька при умеренной затяжке юстировочных винтов. После этого отсчеты по рейкам со станции  $J_2$  повторяют и сравнением полученного превышения  $h_2$  с верным  $h$  проверяют качество юстировки.

Рассмотренный способ применим для всех типов нивелиров и наиболее рационален в полевых условиях.

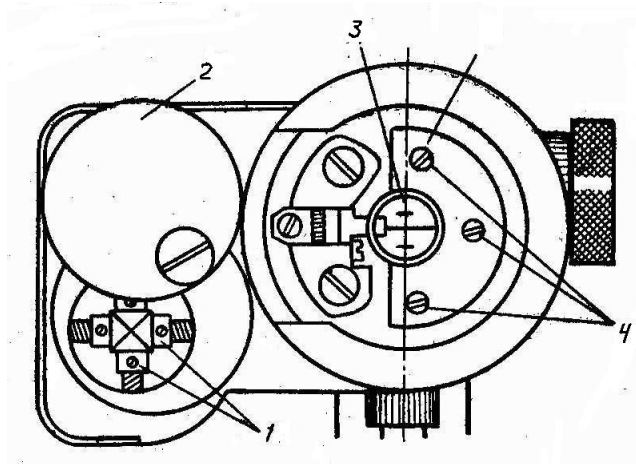


Рис. 16.11. Юстировочные винты цилиндрического уровня нивелира НЗ и вид зрительной трубы со стороны окуляра (при снятом окуляре):

1 – боковые и вертикальные юстировочные винты илиндрического уровня; 2 – поворотная крышка; 3 – сетка нитей; 4 – крепежные винты;

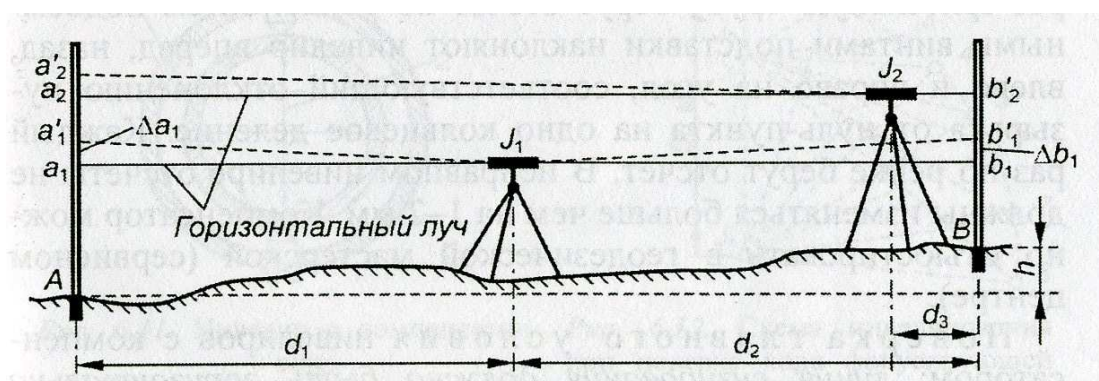


Рис. 16.12. Проверка главного условия нивелира

С п о с о б 2. Применяется для технических нивелиров при отсутствии перископичности зрительной трубы. Нивелир ставят над точкой  $A$ , как показано на рис.



6.1, б. Относительно центра окуляра измеряют высоту нивелира  $i_A$ , визируют на рейку  $B$  и берут отсчет  $b$ . Затем нивелир ставят над точкой  $B$ , измеряют его высоту  $i_B$  и берут отсчет  $a$  по рейке  $A$ . При негоризонтальном визирном луче в отсчетах  $a$  и  $b$  присутствуют равные погрешности  $\Delta a = \Delta b = x$ . Если из отсчетов вычесть  $x$ , то получатся правильное превышение  $h = i_A - (b - x) = (a - x) - i_B$ , откуда  $x = (a + b)/2 - (i_A + i_B)/2$ . Если погрешность  $x > \pm 5$  мм на 100 м расстояния от нивелира до рейки, то прибор необходимо юстировать. Для этого, оставив его над точкой  $B$ , вычисляют правильный отсчет для рейки  $A$ :  $a_0 = a - x$ . Зрительную трубу элевационным винтом устанавливают на отсчет  $a_0$ , далее действуют как при юстировке по способу 1.

**Поверки нивелиров с компенсатором.** Нивелиры с компенсатором Н-3К, Н-10К и их модификации, а также нивелиры с компенсатором иной конструкции подвергаются поверкам **1** и **2** и соответствующим юстировкам так же, как и нивелиры с уровнем. Рассмотрим поверки компенсатора и главного условия нивелира.

**3. Линия визирования должна самоустанавливаться практически равномерно в пределах работы компенсатора при различных направлениях наклона нивелира.** Штатив следует установить так, чтобы один из подъемных винтов подставки был направлен в сторону рейки, удаленной от нивелира на 70–100 м. Пузырек круглого уровня приводят в нуль-пункт и через зрительную трубу берут отсчет по рейке. Затем подъемными винтами подставки наклоняют нивелир вперед, назад, влево и вправо на угол, соответствующий отклонению пузырька от нуль-пункта на одно кольцевое деление. Каждый раз по рейке берут отсчет. В исправном нивелире отсчеты не должны изменяться больше чем на 1–2 мм. Компенсатор можно отъюстировать в геодезической мастерской (сервисном центре).

**4. Поверка главного условия.** *Линия визирования должна быть горизонтальна (в диапазоне работы компенсатора).* Нивелиры с одинаковой высотой линии визирования в окуляре и объективе зрительной трубы и нивелиры с перископичностью зрительной трубы следует поверять двойным нивелированием по способу 1 поверки 3 нивелиров с уровнем. Прибор горизонтируют по круглому уровню. На станции  $J_2$  в процессе юстировки линию визирования переводят в горизонтальное положение на вычисленный отсчет  $a_2$  перемещением диафрагмы с визирной сеткой, действуя вертикальным юстировочными винтами  $I$  (рис. 16. 13). Результат юстировки проверяют повторным нивелированием со станции  $J_2$ .

**Исследование перефокусировочных колебаний визирной оси зрительной трубы** выполняют для всех типов нивелиров одинаково. На ровном участке местности по круговой дуге радиусом 50 м (рис. 16.14) закрепляют кольшками 8–9 точек. Эти точки нивелируют один раз со станции  $J_1$  (из центра дуги) не меняя фокусировку зрительной трубы и определяют условные отметки  $H_i$  всех кольшков, приняв например для кольшка 1 отметку  $H_1 = 1000$  мм.

Второй раз нивелируют со станции  $J_2$ , расположенной в 3 – 4 м от точки 1, и аналогично вычисляют отметки кольшков  $H'_i$ . Если разности отметок  $\Delta_i = H'_i - H_i$  одних и тех же точек достигают 2–3 мм, то это указывает на недопустимые колебания визирной оси при перемещениях фокусирующей линзы и необходимость ремонта зрительной трубы.

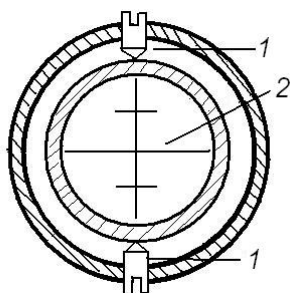


Рис. 16.13. Вертикальные юстировочные винты 1 визирной сетки 2 нивелира с компенсатором

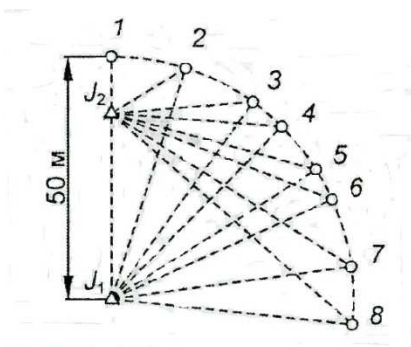


Рис. 16.14. Схема нивелирования при проверке хода фокусирующей линзы.

**Погрешности технического нивелирования.** Приборные погрешности возникают вследствие неполной юстировки нивелира, ограниченной точности прибора и реек. Для ослабления их действия нивелирование производят способом из середины, превышение определяют дважды – по разностям отсчетов по черной и красной сторонам реек. Для уменьшения погрешностей нивелирования, вызываемых осадкой штатива, его необходимо устанавливать на устойчивом грунте. Рейки необходимо ставить на устойчивые предметы и удерживать отвесно: при наклоне

рейки на угол  $\varepsilon$  отсчет  $a$  сопровождается односторонне действующей положительной погрешностью  $+\Delta a = (a / \cos \varepsilon) - a$ .

Погрешности измерения превышений при техническом нивелировании на расстояниях до задней и передней реек до 10 – 30 м составляют 1–2 мм, а при расстояниях 130 – 150 м достигают 5–6 мм. Для поддержания требуемой точности определенных видов нивелирных работ предельные расстояния от нивелира до реек ограничивают до 80, 100 или 150 м.

### **17.3. Сведения о лазерных и электронных нивелирах и других видах нивелирования**

**Лазерные нивелиры** содержат оптический квантовый генератор (ОКГ), формирующий лазерный пучок. Пучок лазерных лучей на выходе из ОКГ расходится приблизительно на  $30''$  и для уменьшения угла расходимости (фокусирования) светового пучка его пропускают через коллиматор. В качестве коллиматора можно использовать зрительную трубу геодезического прибора. Для приведения лазерного луча в горизонтальное положение применяют цилиндрический уровень или оптический компенсатор малых наклонов. При падении лазерного пучка на шкалу вертикально поставленной нивелирной рейки отсчет деления берут в центре светового пятна (визуальная регистрация). При автоматизированном нивелировании используют рейки с фотоэлектрическими ячейками.

При визуальной регистрации неподвижного лазерного пятна в солнечную погоду расстояние от прибора до рейки ограничивают до 100 и 200 м (в тени) и до 500–1000 м при фотоэлектрической регистрации с защитой рейки от прямых солнечных лучей. Точность такого нивелирования составляет 5–10 мм на расстояниях до 100 м.

**Цифровые (кодовые) нивелиры** обеспечивают значительную автоматизацию нивелирных работ. На рис. 16.15, *а* показан электронный нивелир Sprinter фирмы Leica, предназначенный преимущественно для изыскательских, строительных и маркшейдерско-геодезических работ. В комплекте с ним используются нивелирные рейки, на одной стороне которых нанесена штрих-кодовая шкала (рис. 16.15, *б*) для электронных измерений, на обратной – метрическая шкала (рис. 16.15, *в*) для оптических измерений. Зрительную трубу последовательно наводят на заднюю и

переднюю рейки, каждый раз нажимают кнопку 3 – “Отсчет”. Положение линии визирования относительно штрихов кодовой шкалы обрабатывается в приемном электронно-вычислительном модуле с точностью до 0,1 мм. Значения отсчетов выводятся на дисплей и записываются в оперативную память.

Электронные нивелиры модели Sprinter характеризуются максимальной простотой управления процессом кодовых отсчетов по рейки (нажимается всего одна кнопка 3), обладают высокой скоростью самоустановки линии визирования и электронных отсчетов по кодовой шкале рейки (менее 3 с).

Основные технические характеристики названного прибора следующие:

- Погрешности нивелирования в кодовом режиме двойным ходом – 2 мм на 1 км (модель 100) или 1,5 мм на 1 км (модель 200).
- Диапазон работы компенсатора малых наклонов –  $\pm 10'$ ; точность самоустановки линии визирования 0,8".
- Автоматическое устранение погрешности, вызываемой негоризонтальностью линии визирования на угол  $i$ , определенный в результате выполнения главной поверки.
- Автоматическое отключение блока измерений при негоризонтированном приборе.
- Измерение расстояний от 2 м до 80 м с погрешностью 0,01 м.
- Память на 500 измерений (у моделей М).
- Автоматическое распознавание перевернутой рейки.
- Настройка единиц измерения.
- Пыле и влагозащита (защита от струй воды).
- Масса с батарейками 2.5 кг.

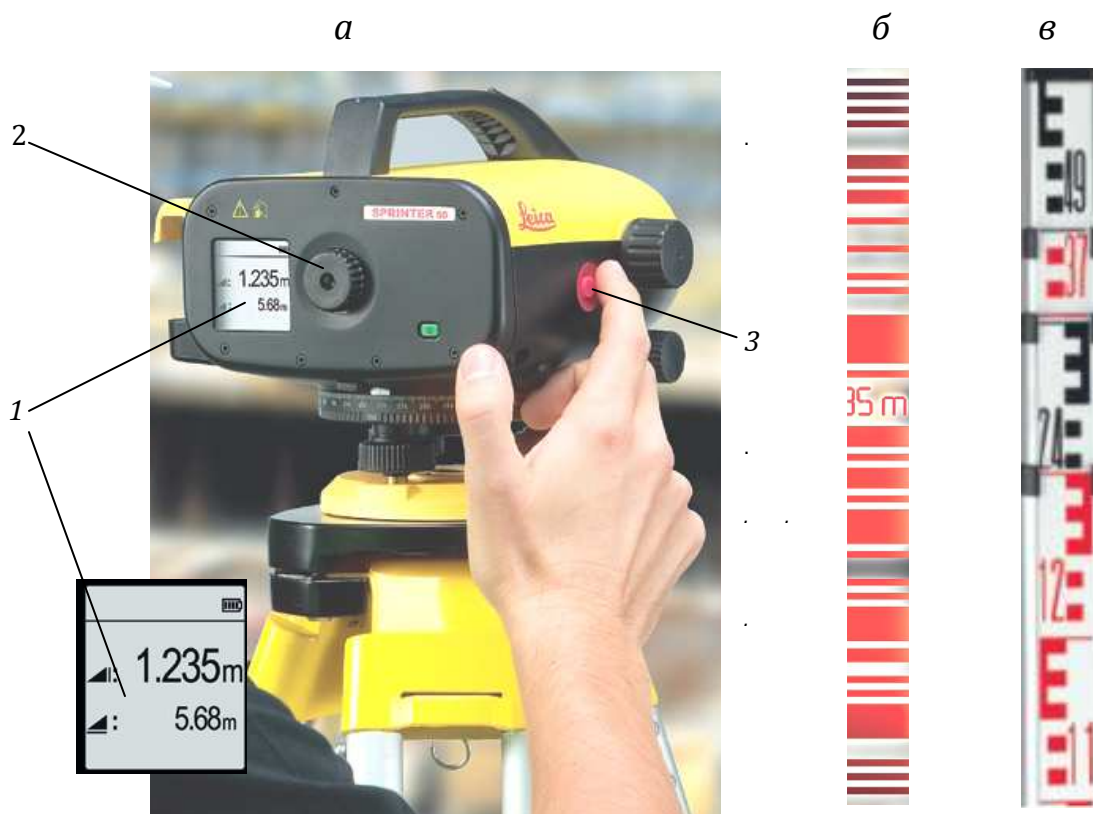


Рис. 16.15. Электронный нивелир Sprinter фирмы Leica:

*a* – нивелир; *б, в* – телескопическая четырехсекционная нивелирная рейка длиной 5 м (*б* – фрагмент кодовой шкалы; *в* – фрагмент метрической шкалы на обратной стороне); *1* – дисплей; *2* – окуляр зрительной трубы; *3* – кнопка пуска электронной схемы; (показания на дисплее: отсчет по кодовой шкале рейки 1,235 м, расстояние до рейки 5,68 м)

**К современным высокоточным нивелирам** относятся цифровые нивелиры DiNi 12, DiNi 12Т фирмы Trimble, нивелиры DNA03 фирмы Leica, предназначенные для нивелирования I и II класса (погрешность превышения на 1 км двойного хода составляет около  $\pm 0,3$  мм, а погрешность превышения на станции близка к  $\pm(0,03-0,05)$  мм). Приборы оснащены маятниковым компенсатором наклонов, электронным устройством для считывания данных по рейке в цифровой форме, при этом исключаются личные ошибки наблюдателя. Прибор автоматически определяет расстояние до рейки для контроля его допустимости и указывает величину неравенства расстояний визирования на заднюю и переднюю рейки. В электронно-вычислительном блоке обрабатываются результаты нивелирования. Набор встроенных программ включает: вычисление превышений и отметок; высотную привязку нивелирного хода к реперам; текущую обработку данных нивелирного хода с вычислением текущих отметок связующих и промежуточных точек и др. Результаты текущих измерений (отсчет по рейке, горизонтальное расстояние до нее, превышение, горизонт прибора, отметка точки) отображаются на дисплее блока. и одновременно

менно записываются в карту памяти для последующей окончательной компьютерной обработки результатов полевых работ. Нивелир можно использовать в режиме оптических измерений с метрическими рейками (при этом погрешность суммарного превышения составляет 2 мм на 1 км двойного хода). Цифровой нивелир DNA10 предназначен для инженерно-технических работ с высокой точностью (погрешность измерения превышения  $\pm(1-1,5)$  мм на 1 км двойного хода или  $\pm(0,05-0,1)$  мм на станции. Прибор обладает описанными выше функциональными возможностями.

**Спутниковое нивелирование** заключается в определении высоты точек, над которыми устанавливают наземные GPS-приемники. По разности высот вычисляют превышения между точками. Погрешность определения высот в два раза больше погрешности позиционирования в плане. Например, при позиционировании относительно базовой станции минимальные погрешности определения высот (отметок) точек относительно высоты базового пункта близки к  $m_H = (6-10)$  мм на расстояниях до 1 км.

**Физические методы нивелирования** основаны на использовании определенных физических явлений – это нивелирование гидростатическое, барометрическое и радиолокационное.

*Гидростатический нивелир* действует по принципу сообщающихся сосудов и состоит из двух или нескольких измерительных сосудов в виде стеклянных или пластмассовых трубок, соединенных шлангами или металлическими трубками. Измерительные сосуды снабжены подставками и шкалами миллиметровых делений. Система заполнена жидкостью, например дистиллированной водой. В сосудах поверхность жидкости устанавливается на одной уровенной поверхности. Разность высот подставок сосудов определяется разностью отсчетов уровня жидкости по шкалам. Точность такой системы ограничена до 3–5 мм на расстояниях до 50 м местными отклонениями атмосферного давления и неравенством температуры жидкости. Для изоляции системы гидронивелира от воздействий неоднородностей атмосферного давления измерительные сосуды соединяют по верху вторым шлангом. Отсчеты уровня жидкости выполняют при помощи электроконтактного микрометра и превышение определяют с погрешностью до 0,03 – 0,1 мм.

При *барометрическом нивелировании* барометром измеряют атмосферное давление в нескольких точках и по разности давлений вычисляют превышения. Наиболее точные барометрические нивелиры характеризуются погрешностью 0,3 – 0,5 м.

**Сканерное нивелирование** – это составляющая сканерной съемки местности с опорной точки на земной поверхности или, например, с самолета. Сканирование местности включает излучение светодальномером сканера направленных прерывистых электромагнитных сигналов и прием отраженных сигналов, компьютерную обработку полученных координат сканированных точек и создание цифровой модели местности, формирование ее картографического отображения, получение числовых характеристик рельефа и объектов (высот, превышений, профилей и др.). Точность метода зависит от дальности объекта съемки и условий съемки (с самолета, с наземной опоры) и характеризуется дециметрами (съемка с самолета) или несколькими миллиметрами (съемка с наземной опоры на расстояниях до 50 – 100 м).

## ЛЕКЦИЯ № 18.

### Техническое нивелирование: технология действий на трассе нивелирного хода. Камеральные работы

#### **Назначение технического нивелирования**

Геометрическое нивелирование технической точности, выполняемое способом из середины, характеризуется погрешностями измерения превышений на станции в среднем 2–3 мм при длине визирного луча до 100–120 м. Техническое нивелирование применяется для развития высотного съемочного обоснования топографических съемок и при их выполнении, а также при изысканиях и строительстве сооружений линейного вида (дорог, трубопроводов, мелиорационных каналов и др.), при возведении промышленных и гражданских зданий и других объектов.

#### **18.1. Технология прокладки ходов технического нивелирования**

На участке топографической съемки в дополнение к плановым пунктам закладывают высотные геодезические знаки – грунтовые и стенные реперы и создается *высотное съемочное обоснование*. Высотные координаты передают на плановые и высотные пункты съемочного обоснования от исходных грунтовых и стенных реперов высотной геодезической сети I–IV классов. Для этого от исходных реперов через пункты съемочной сети прокладывают ходы нивелирования IV класса или технического. Нивелирные и теодолитные ходы, проложенные через одни и те же пункты, называются *теодолитно-нивелирными*.

Высота пунктов съемочного обоснования может определяться тригонометрическим нивелированием, если точность такого нивелирования достаточна для съемки масштаба 1 : 2000 и мельче.

**Техническое нивелирование** включает в себя полевые и камеральные работы. Полевые работы начинают с рекогносцировки участка местности, при этом выявляется сохранность исходных реперов государственной геодезической сети, намечаются места закладки грунтовых и стенных реперов съемочного обоснования с учетом их использования не только при предстоящих съемках, но и в будущих геодезических работах на объектах стройплощадки. После установки всех знаков приступают к техническому нивелированию, ходы которого должны опираться не



менее чем на два исходных репера и проходить через все закрепленные плановые пункты и реперы съемочного обоснования.

Техническое нивелирование выполняется способом из середины. Расстояния до реек допускаются до 120 м, а в благоприятных условиях при работе с точным нивелиром класса НЗ и до 150 м. Неравенство плеч, т.е. расстояний до задней и передней реек, допускается до 10 м. Расстояние до реек можно проверить нитяным дальномером или шагами. Нивелирные рейки устанавливают на исходные реперы и на устойчивые связующие точки: деревянные колышки, забитые в землю, на верхнюю точку камня и др. Не допускается установка реек на землю на связующих точках.

Ходы технического нивелирования могут прокладываться:

- А) без нивелирования промежуточных точек;
- Б) с нивелированием промежуточных точек.

В первом случае (рис. 16.16, а) на каждой станции отсчеты берутся только по задней и передней рейкам, которые поставлены на устойчивые *связующие точки*. Во втором случае (рис. 16.16, б, станция Ст. 3) отсчеты сначала берутся по рейкам на связующих точках (задней, затем передней), потом по рейке, которую последовательно ставят на нужные промежуточные точки (+55; ПК2; +30), которые могут выбираться и на поверхности земли без забивки колышков с учетом того, что через промежуточные точки превышения не передаются по ходу, а отметки поверхности земли достаточно определять с погрешностью до 2–3 см на станции.

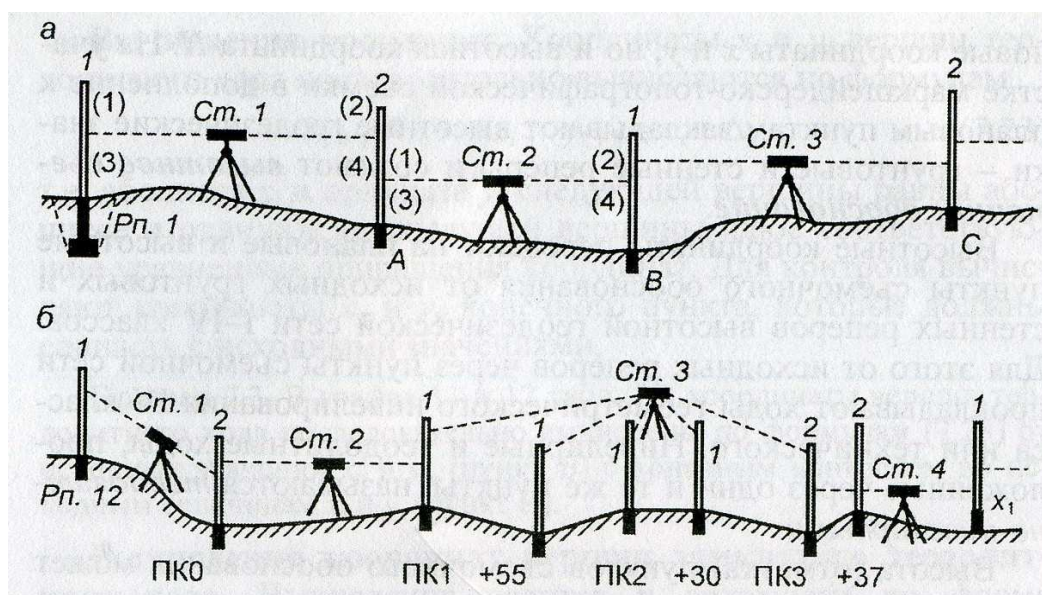


Рис. 16.16. Схемы технического нивелирования:

а - нивелирный ход; б – нивелирный ход с нивелированием промежуточных точек;  
1, 2 – первая и вторая рейки; (1), (2), (3), (4) - порядок взятия отсчетов п задней и передней рекам на станции

## 18.2. Техническое нивелирование на примере и изысканиях дорожной трассы

При полевых изысканиях проектируемого сооружения линейного вида, например, автомобильной дороги, измеряют длину оси дорожной трассы и закрепляют ее на местности забитыми в землю пикетными колышками. Пикетом называется отрезок трассы длиной 100 м в горизонтальном проложении. Пикетами называют также сотенные пикетные колышки, их обозначают ПК0 (начало трассы), ПК1 (100 м от начала трассы), ПК2 и т.д. (см. рис. 16.16, б), а между пикетами перегибы земной поверхности отмечают так называемыми плюсовыми точками, например, ПК1 + 55, ПК2 + 30, расположенными на расстояниях 55 м от ПК1, 30 м от ПК2 и т.д.

На каждой станции нивелирного хода действуют в определенной последовательности, называемой *программой наблюдений*: вначале берут (с записями в журнал нивелирования – табл. 16.2) отсчеты (1) и (2) по черной стороне задней и передней реек, затем отсчеты (3) и (4) по красной стороне задней и передней реек. После этого вычисляют превышения  $h' = (1) - (2)$  и  $h'' = (3) - (4)$ . Если расхождение превышений больше 5 мм, наблюдения реек повторяют. Результаты повторных наблюдений записывают в новые строки журнала, а неверные записи зачеркивают, но не замазывают. Вычисляют среднее превышение  $h_{\text{ср}} = (h' + h'') / 2$ . Если между задней и передней рейками расположены подлежащие нивелированию промежуточные точки (точки ПК1 + 55, ПК2 + 30 на станции 2), то программа продолжается: заднюю рейку поочередно ставят на промежуточные точки, а соответствующие отсчеты записывают в журнал (табл. 7.3, записи на станции 3).

При перемещении нивелира на каждую следующую станцию меняют местами заднюю и переднюю рейки на связующих точках. Например, нивелир со станции 1 переносят на станцию 2, рейку 2 оставляют на связующей точке ПК0, а рейку 1 переносят на переднюю связующую точку ПК1 (см. рис. 16.16, б). При переходе на станцию 3 рейку 2 переносят на переднюю связующую точку ПК3, а после наблюдений на станции 3 задней и передней реек заднюю рейку 1 ставят поочередно на промежуточные точки.

На крутых ровных склонах, где нет необходимости отмечать плюсовые промежуточные точки, рейки приходится ставить на вспомогательные связующие точки (колышки или устойчивые местные предметы), которые называют *переходными*

точками и обозначают ПТ1, ПТ2,... или обозначают  $x_1, x_2, \dots$  (называют «икс-точками») (см. рис. 16.16, б, станция 4, передняя связующая точка  $x_1$ ).

Если для нивелирования используются односторонние рейки, то на каждой станции сначала отсчеты берут по задней и передней рейке при одном горизонте прибора, затем меняют высоту нивелира на 3-10 см и по этим рейкам берут отсчеты при втором горизонте. Вычислив превышения  $h', h''$  и  $h_{\text{ср}}$ , нивелируют промежуточные точки.

Перед уходом с трассы на перерыв в работе необходимо надежно закрепить заднюю и переднюю связующие точки последней станции. После перерыва нивелирование закрепленных точек следует повторить и убедиться, что превышение  $h_{\text{ср}}$  не изменилось более чем на 5 мм.

Если ход технического нивелирования прокладывается через пункты съемочного обоснования, то нивелируют только связующие точки, которые в журнале обозначают номером геодезического знака или переходной точки.

**Вычислительную обработку журнала нивелирования** завершают в камеральных условиях. Сначала выполняют *постраничный контроль* вычислений, сделанных в поле: вычисляют и записывают внизу каждой страницы сумму отсчетов по задней рейке  $\Sigma Z$ , по передней рейке  $\Sigma П$  и сумму средних превышений  $\Sigma h_{\text{ср}}$  (см. табл. 16.2). Если выполняется равенство

$$(\Sigma Z - \Sigma П) / 2 = \Sigma h_{\text{ср}}, \quad (16.11)$$

то превышения  $h', h''$  и  $h_{\text{ср}}$  вычислены верно.

Вычисляют фактическую невязку превышений хода (в мм):

$$f_h = \sum_{i=1}^n h_{\text{ср}i} - (H_k - H_n), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (16.12)$$

где  $H_k$  и  $H_n$  – отметки конечного и начального реперов, выраженные в мм.

Если ход замкнутый, то  $H_k = H_n$ , поэтому

$$f_h = \sum_{i=1}^n h_{\text{ср}i}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (16.13)$$

Таблица 16.2.

## Журнал технического нивелирования

Станция	Точка	Отсчеты по рейкам, мм			Превышения $h', h''$ , мм	Поправки, превышения (средние, исправленные) $h_{ср}$ , мм	Горизонт прибора ГП, м	Отметка $H$ , м	Примечание
		задней (З)	передней (П)	промежуточной (С)					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Рп. 12	1472 (1) 6259 (3)			+0122 (5)	-2 <u>+0123 (7)</u>		80,000	Рп. грунтовый
	ПК0		1350 (2) 6135 (4)		+0124 (6)	+0121		80,121	
2	ПК0	3796 8584			+3513	-1,5 <u>+35114,5</u>		80,121	Рейка нивелирная, раздвижная, длиной 4 м
	ПК1		0283 5068		+3516	+3513		83,634	
3	ПК 1	0823 (1) 5612 (3)			-3026	-1,5 <u>-3023,5 (7)</u>	84,457	83,634	
	ПК3		3849 (2) 8633 (4)		-3021	-3025	<u>84,458</u> 84,458	80,609	
	ПК1+55			3625 (9)				80,833	
	ПК2 ПК2+30			1440 (10) 1495 (11)				83,018 82,963	
4	ПК3	0647 5432			+0092	-2 <u>+0092</u>	81,256 <u>81,254</u>	80,609	
	$x_i$		0555 5340		+0092	+0090	<u>81,225</u>	80,699	
	ПК3+37			2370				78,885	

$$\Sigma Z = 32\ 625$$

$$\Sigma П = 31\ 213$$

$$(\Sigma Z - \Sigma П) / 2 = 0706$$

$$\Sigma h_{ср} = +0706 \text{ мм}$$

Допустимую невязку превышений  $f_{h \text{ доп}}$  (в мм) вычисляют по формулам, установленным строительными нормами:

$$f_{h \text{ доп}} = \pm 10 \sqrt{n} \quad \text{или} \quad f_{h \text{ доп}} = \pm 30 \sqrt{L}, \quad (16.14)$$

где  $n$  – число превышений (станций);  $L$  – длина хода, км, в формуле принимается безразмерной величиной. При этом если на 1 км хода количество станций  $n \geq 25$ , то применяется первая из формул (16.14). Например на сильно пересеченной местности при  $L = 4$  км и  $n = 100$  получаем на 1 км  $n = 25$ , тогда  $f_{h \text{ доп}} = \pm 10 \sqrt{100} = \pm 100$  мм, но на ровной местности при  $L = 4$  км и  $n < 25$  станций на 1 км применяется вторая формула и тогда  $f_{h \text{ доп}} = \pm 30 \sqrt{L} = 30 \sqrt{4} = \pm 60$  мм.

**П р и м е ч а н и е .** Первая из формул (16.14) обоснована в § 7.3, где для суммы равноточно измеренных превышений в выражении (7.35) допустимая погрешность  $\Delta_{\Sigma \Delta \text{пред}}$  обозначена через  $f_{h \text{ доп}}$ , удвоенная погрешность определения среднего превышения  $2m_{h \text{ ср}} = 10$  мм. Для второй формулы (16.16) принято осредненное значение  $2m_{h \text{ ср}} = 30$  мм на 1 км.

**Уравнивание превышений и вычисление отметок связующих точек.** Фактическую невязку превышений  $f_h$ , если она допустима, распределяют между средними превышениями с условием, чтобы уравненные (увязанные) превышения были числами, не содержащими долей мм. Поэтому предварительную среднюю величину поправок оценивают по формуле

$$v_{h i} = -f_h / n, \quad (16.15)$$

Согласно формуле (16.15) знак поправки противоположен знаку невязки. Поправки округляют до целых миллиметров, но если превышение содержит 0,5 мм, то и в поправку включают 0,5 мм. Проверяют, чтобы сумма поправок равнялась невязке с обратным знаком, т.е.  $\Sigma v_{h i} = -f_h$ .

Уравненные превышения

$$h_i = h_{\text{ср} i} + v_{h i}. \quad (16.16)$$

Отметки связующих точек выражают в м и последовательно находят по формуле (16.17)

$$H_{i+1} = H_i + h_i, \quad (16.17)$$

где уравниваемое превышение  $h_i$  учитывается в м.

**Пример 1.** Уравнять превышения и вычислить отметки связующих точек в нивелирном ходе из 16 станций, если  $H_n = 80,000$  м;  $H_k = 86,563$  м;  $\sum h_{cp} = +6598$  мм.

**Решение.** Выразив  $H_n$  и  $H_k$  в мм, по формуле (7.26) найдем  $f_h = +6598 - (86563 - 80000) = +35$  мм, а по формуле (16.14)  $f_{h\text{ доп}} = 10\sqrt{n} = \pm 40$  мм. Здесь  $f_h < f_{h\text{ доп}}$ . Средняя величина поправок  $v_{h_i} = -35 / 16 = -2,2$  мм получается дробной, но в табл. 16.2 над средними превышениями записаны округленные поправки  $-2; -1,5; -1,5; -2$  мм и их сумма по всему ходу должна равняться  $-35$  мм, т.е. невязке с обратным знаком. Под средними превышениями (графа 7 табл. 16.2) записаны превышения, увязанные без десятых долей мм по формуле (16.16). В графе 9 записаны результаты вычислений отметок по формуле (16.17), где увязанные превышения учтены в м ( $h_1 = +0,121; h_2 = +3,513; \dots$ ), например  $H_{ПК0} = H_{рп.12} = +h_1 = 80,000 + 0,121 = 80,121; H_{ПК1} = 80,121 + 3,513 = 83,634, \dots$ . В конце вычислений должна получиться исходная отметка  $H_k = 86,563$  конечного репера.

**Вычисление отметок промежуточных точек.** Для станций, на которых нивелировали промежуточные точки, определяют с контролем горизонт прибора:

$$ГП'_i = H_{3i} + 3_i; \quad ГП''_i = H_{пi} + П_i; \quad ГП_i = (ГП'_i + ГП''_i) / 2, \quad (16.18)$$

где  $H_{3i}$  и  $H_{пi}$  – отметки задней и передней связующих точек;  $3_i$  и  $П_i$  – отсчеты по черной стороне задней и передней реек, м; значения  $ГП'_i$  и  $ГП''_i$  могут различаться до 0,010 м.

Отметки промежуточных точек определяют относительно среднего значения горизонта прибора, т.е.

$$H_j = ГП_i - C_j, \quad (16.19)$$

где  $C_j$  – отсчет по черной стороне рейки на промежуточной точке  $j$ , выраженный в метрах.

**Пример 2.** Вычислить отметки промежуточных точек для станции 3 (см. табл. 16.2). Здесь  $ГП'_3 = 83,634 + 0,823 = 84,457$ ;  $ГП''_3 = 80,609 + 3,849 = 84,458$ ; среднее  $ГП_3 = 84,458$ . Отметки промежуточных точек:  $H_{ПК1+55} = 84,458 - 3,625 = 80,833$ ;  $H_{ПК2} = 84,458 - 1,440 = 83,018$  и т.д.

## ЛЕКЦИЯ № 19

### Тахеометрическая съемка. Съемочное обоснование. Тахеометрическая съемка при помощи теодолита, полевые и камеральные работы, составление топографического плана. Особенности тахеометрической съемки при помощи электронного тахеометра

#### **19.1. Подготовительные работы для тахеометрической съемки**

*Тахеометрической* называют топографическую съемку местности, выполняемую при помощи тахеометров, т.е. приборов, сочетающих угломерные устройства и дальномер. К простым оптико-механическим тахеометрам относят теодолит, снабженный нитяным дальномером. Электронный тахеометр обеспечивает автоматизацию и повышение точности тахеометрической съемки.

Тахеометрическая съемка производится для составления топографических планов крупного масштаба (1 : 500, 1 : 1000, 1 : 2000) на небольшие по площади участки застроенной и незастроенной территории, карьеры, а также на полосу местности вдоль протяженных объектов, например подземных и наземных коммуникаций (трассы водопровода, газопровода, канализации), отдельных дорог и др. На топографическом плане рельеф изображается горизонталями и дополняется отметками отдельных точек.

**Съемочное обоснование.** Съемочное обоснование создается различными способами и по различным схемам, например, так же как при теодолитной съемке, но с учетом, что расстояния от пунктов хода до съемочных пикетов может достигать 80 – 250 м. Местоположение пунктов съемочного обоснования выбирается в процессе рекогносцировки с таким расчетом, чтобы весь участок местности был покрыт съемкой без пропусков, при этом учитываются допустимые расстояния до съемочных пикетов, которые назначаются в зависимости от точности применяемого тахеометрического прибора. Выбранные точки закрепляют колышками или металлическими стержнями. Составляют схему съемочного обоснования и его привязки к опорным пунктам геодезической сети.

В случае использования теодолита планово-высотное обоснование создается теодолитно-нивелирными ходами, т.е. через выбранные и закрепленные на местности пункты прокладывают теодолитный ход и ход технического нивелирования, опирающиеся соответственно на ближайшие плановые и высотные пункты геоде-



зической сети. Вычисляют плановые  $x$ ,  $y$  и высотные  $H$  координаты пунктов съёмочного обоснования. С таких пунктов и ведется тахеометрическая съёмка на достаточно открытой местности.

**Сущность тахеометрической съёмки.** Для производства съёмки электронный тахеометр или теодолит устанавливают над пунктом  $B$  съёмочного обоснования (рис. 19.1), а тахеометрическую рейку ставят на характерные точки ситуации и рельефа и относительно стороны  $BA$  по тахеометру определяют пространственные полярные координаты съёмочных пикетов, например для съёмочного пикета  $1$  – горизонтальный угол  $\beta_1$ , горизонтальное расстояние  $d_1$ , превышение  $h_1$ . Значения  $d_1$  и  $h_1$  определяют через измерения наклонного расстояния  $D_1$  и его угла наклона  $\nu_1$ . В процессе съёмки заполняется журнал измерений и составляется абрис.

## 19.2. Тахеометрическая съёмка посредством теодолита

При помощи теодолитов (ТЗ0 – 4ТЗ0П) тахеометрическая съёмка выполняется с соблюдением технических требований, указанных в табл. 19.1. На стороне  $AB$  съёмочного пункт  $A$  обозначают вехой, а теодолит центрируют по нитяному отвесу над пунктом  $B$ , горизонтируют, измеряют высоту прибора  $i$  с точностью до 0,01 м и записывают в журнал тахеометрической съёмки (табл. 19.2). На рейке РНТ высоту прибора полезно обозначить временной меткой.

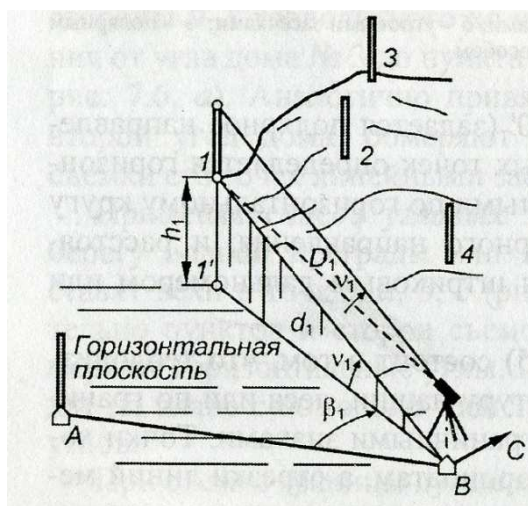


Рис. 19.1. Схема тахеометрической съёмки:

1–4 – речные токи (съёмочные пикеты)

**Максимальные расстояния от прибора до съемочных пикетов  
при тахеометрической съемке теодолитом**

Масштаб съемки	Высота сечения рельефа	Максимальное расстояние, м			
		от теодолита до рейки при съемке контуров		между пикетами	от теодолита до рейки
		четких	нечетких		
1 : 500	0,5	60	80	15	100
	1	80	80	20	150
1 : 1000	0,5	80	100	20	150
	1	80	100	50	200
1 : 2000	0,5	100	150	40	200
	1	100	150	60	250
	2	100	150	60	250

**Примечание.** В случае применения реек РНТ с сантиметровыми делениями максимальное расстояние до рейки ограничивается до 150 м соответственно видимости ее шкалы

Теодолит ставят в положение КЛ, его ориентируют и закрепляют так, чтобы при визировании трубой на соседний пункт *A* отсчет по горизонтальному кругу был равным  $0^{\circ} 00'$ .

Контрольные измерения: производят:

- по рейке, поставленной на пункт *A*, по дальномеру зрительной трубы отсчитывают расстояние *D*;
- визированием на метку высоты прибора при КЛ и КП определяют величины МО и угла наклона  $\nu$  (см табл. 7.5) и превышения *h*.

Контрольные величины оценивают:

- между дальномерным значением *D* (или  $d = D \cos \nu$ ) и измеренной лентой длиной стороны *BA* допускается расхождение до 0,3 м;
- между вычисленным превышением *h* и превышением из технического нивелирования – до 0,02 м.

**Последовательность наблюдений реечной точки при работе с теодолитом.**

Тахеометрические измерения по рейке, поставленной на съемочную точку местности, могут выполняться в такой последовательности:

- *первое наведение* – определение расстояния: один из дальномерных штрихов зрительной трубы совмещают с метровым делением шкалы (1,00 или 2,00 м), по второму дальномерному штриху берут отсчет расстояния  $D = Kb$  ( в м) и записывают в графу 2 журнала (таблица.19.2)..

● *второе наведение* – *отсчеты по угломерным кругам*: центр визирной сетки наводят на метку высоты прибора  $i = v$  (а если метка не видна за препятствием, то наводят на деление рейки  $v = 2,00$  м или  $v = 3,00$  м или же на другое деление) и берут отсчеты по горизонтальному и вертикальному кругам теодолита. В графе 3 журнала указывают величину  $v$ , а в графах 4 и 5 – значения отсчетов по кругам теодолита.

Через каждые 8–10 наблюдений речных точек проверяют ориентацию горизонтального круга контрольным визированием на вежу пункта  $A$ : допускается отклонение от отсчета  $0^\circ 00'$  до  $\pm 2-3'$ .

В дополнение к журналу тахеометрической съемки для каждой станции (или нескольких станций при несложной ситуации) составляют абрис прилегающей местности (рис. 19.2, *а*, *б*): на лист плотной бумаги схематически наносят контуры ситуации относительно линий  $CB$  и  $BA$  съемочного обоснования. Элементы рельефа показывают условными горизонталями или стрелками направления скатов. Абрис дополняют в процессе съемки. Съемочные пикеты обозначают и нумеруют на абрисе одновременно с записями номеров точек в журнале тахеометрической съемки.

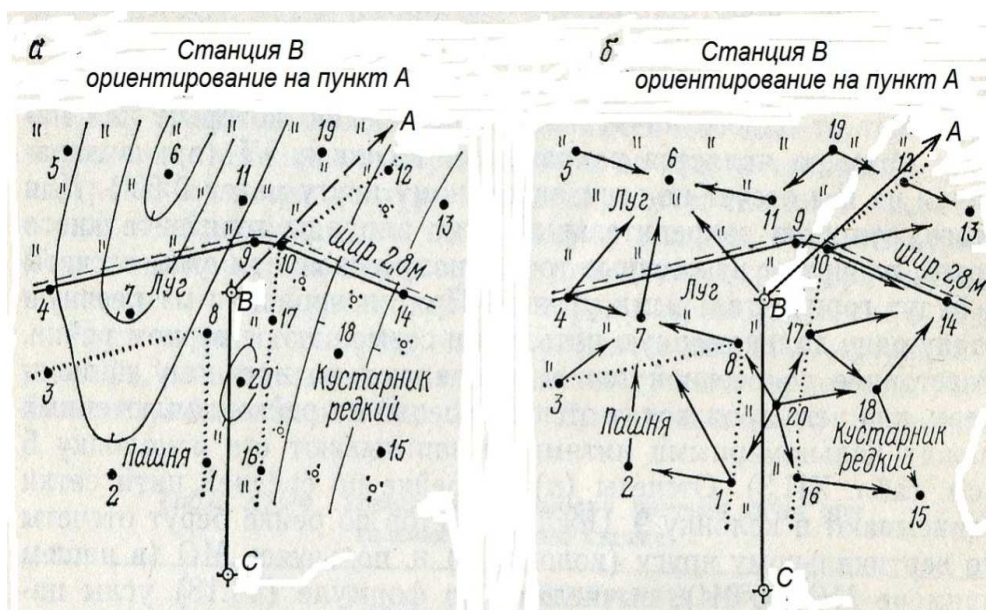


Рис. 19.2. Примеры абриса тахеометрической съемки:  
*а* – показ характера рельефа горизонталями; *б* – показ направления склонов стрелками

Таблица 7.5

## Журнал тахеометрической съемки

20 июня 2012 г. Теодолит 4Т30П. Станция В,  $H_{ст} = 80,50$  м;  $i = 1,45$  м.  $K = 99,94$ 

Наблю- даемая точка	Отсчеты по даль- номеру $D$ , м	Высота наведе- ния $v$ , м	Отсчеты по кругам		Угол наклона $v$	Горизон- тальное пролож. $d$ , м	Превышение, м		Отметка, м $H =$ $= H_{ст} + h$	Описание речного пикета
			горизон- тальному $\Gamma$	вертикаль- ному $B$			$h'$	$h = h' +$ $+ i - v$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	123,6	1,45	0° 00'	П 179° 40' Л 0° 24'	+ 0° 22'	123,5	+0,79	+0,79	81,29	Пункт съемочн. обоснования
Съемка при КЛ; МО = 0° 02'; ориентирование на пункт А										
1	138,4	3,00	28° 26'	1° 46'	+1° 44'	138,3	+4,18	+2,63	83,13	Дорога полевая
2	106,2	1,45	25° 45'	0° 18'	+1° 44'	106,2	+0,49	+0,49	80,99	-- " --
3	83,0	2,00	25° 45'	359° 30'	-0° 32'	83,0	-0,77	-1,32	79,18	-- " --
4	62,5	1,45	31° 27'	359° 50'	-0° 32'	62,5	-0,22	-0,22	80,28	-- " --
5	88,2	1,45	31° 27'	5° 27'	+5° 25'	87,5	+8,29	+8,29	88,79	Высотный
16	55,2	1,45	307° 40'	1° 20'	+1° 18'	55,1	+1,25	+1,25	81,75	Угол дома
22	84,4	1,45	9° 24'	359° 44'	-0° 18'	84,4	-0,44	-0,44	88,79	Высотный
A			0° 02'							Контрольный

**Вычислительная обработка журнала** тахеометрической съемки включает вычисление углов наклона по формуле  $v = \text{Л} - \text{МО}$ , и горизонтального проложения (см. лекцию 16, пункт 16.1 Тригонометрическое нивелирование)

$$d = D \cos^2 v; \quad (19.1)$$

превышения

$$h = (1/2) D \sin 2v + i - v; \quad (19.2)$$

при  $i = v$  превышение

$$h = h' = (1/2) D \sin 2v. \quad (19.3).$$

Значения  $d$  и  $h'$  вычисляют с помощью инженерного калькулятора, компьютера или тахеометрических таблиц.

При углах наклона  $v \leq 4^\circ$  и расстояниях  $D \leq 150$  м превышения  $h'$  можно вычислять с незначительной погрешностью  $\Delta h' \leq 0,025$  м, пользуясь приближенными формулами

$$h = D \sin v + i - v, \quad \text{а при } i = v \quad h = D \sin v. \quad (19.4)$$

### 19.3. Понятие о тахеометрической съемке при помощи электронных тахеометров

Общие сведения об электронных тахеометрах приведены в учебниках [3], [6], [9] и специальной технической литературе. Такие приборы обеспечивают автоматизацию процессов измерения углов и расстояний и обработки данных съемки. Расстояния измеряются светодальномером электронного тахеометра с высокой точностью. В обобщенном виде средняя погрешность  $m_D$  (в мм) измерения светодальномером расстояний  $D$  (в км) определяется формулой

$$m_D = \delta_1 + \delta_2 D \cdot 10^{-6} = \delta_1 + \delta_2 \text{ ppm} \quad (\text{при } D \leq D_{max}), \quad (19.5)$$

где  $\delta_1$  – постоянная составляющая погрешности расстояния, мм;  $\delta_2$  – единичное значение переменной составляющей погрешности расстояния;  $\text{ppm} = D \cdot 10^{-6}$  – выраженное в мм расстояние  $D$ , км;  $D_{max}$  – максимальная дальность измерений с данным светодальномером.

Например, в характеристике точности светодальномера

$$m_D = 4 \text{ мм} + 2 \text{ ppm до } 3500 \text{ м при стандартном отражателе} \quad (19.6)$$

величина 4 мм представляет постоянную погрешность дальномера, не зависящую от расстояния; величина 2 ppm указывает, что переменная составляющая линейной погрешности исчисляется как 2 мм/км, при этом для гарантируются измерения расстояний до 3,5 км.

В качестве примера приведем характеристики точности современных электронных тахеометров серии LEICA TPS1200 (табл. 10.3).

Таблица 10.3

**Показатели точности электронного тахеометра**

Тахеометр	TPS1201; TPS1203; TPS1204		
	1"	3"	4"
Погрешность угловая Г и В			
Погрешность дальномера	2 мм + 2 ppm		
Диапазон расстояний, измеренных:			
с одной призмой отражателя	1,5 – 3000 м		
без отражателя	1,5 – 150 м		

Электронные тахеометры часто комплектуют спутниковыми приемниками, например прибор типа LEICA GPS 1200, у которых точность местоопределения составляет 5–10 мм в плане и 10–20 мм по высоте и отвечает требуемой точности определения координат пунктов съемочного обоснования спутниковым позиционированием.

Электронные тахеометры снабжены компенсатором малых наклонов вертикального круга, вычислительным блоком с дисплеем, который работает по программам вычисления горизонтальных проложений, превышений, дирекционных углов, плановых и высотных координат пунктов съемочного обоснования и аналогичных данных для съемочных пикетов. Данные измерений, записанные в карту памяти, можно передавать на компьютер для хранения и автоматического составления цифровых моделей местности и получения топографических планов в графическом виде.

При работе электронный тахеометр устанавливают над пунктом съемочного обоснования, ориентируют, во встроенный компьютер вводят координаты  $x$ ,  $y$ ,  $H$  этого пункта, высоту прибора, а над съемочными точками местности ставят на штанге или на штативе призму светоотражателя, на нее визируют зрительной трубой и нажимают клавишу исполнения измерений. На дисплее процессора высвечиваются в соответствии с заданной программой от-

счеты по угломерным кругам, дальность и пространственные прямоугольные координаты съемочной точки. Семантические (описательные) данные об объектах местности записываются на электронный носитель в кодовой форме. Один из исполнителей съемки может находиться рядом со светоотражателем и там вести абрис.

Электронные тахеометры дают возможность создавать съемочное обоснование с более высокой точностью и более протяженными полигонометрическими ходами, чем указано в табл. 19.1. Съемку местности часто совмещают с работами по определению координат пунктов съемочного обоснования. Если топографический план будет составляться по координатам съемочных пикетов, рассчитанных процессором электронного тахеометра, то допустимые расстояния от прибора до съемочных пикетов принимают до 0,5 км и более в зависимости от масштаба съемки и условий видимости.

#### 19.4. Составление топографического плана по материалам тахеометрической съемки, выполненной с помощью теодолита

Как и при подготовке плана по материалам теодолитной съемки на бумажную основу наносят координатную сетку, ее оцифровывают соответственно масштабу плана, наносят пункты съемочного обоснования по их прямоугольным координатам. Затем при помощи геодезического транспортира и масштабной линейки наносят на план съемочные пикеты по их полярным координатам – горизонтальным углу  $\beta_i$  и расстоянию  $d_i$  (см. рис. 19.1). Для нанесения съемочных пикетов предназначен тахеометрический транспортир (см. рис. 19.3), который закрепляется на плане иглой через отверстие  $O$  в точке  $B$  плана и затем ориентируется относительно линии  $BA$ .

Ситуацию наносят на план согласно абрису (см. рис. 19.2). Рядом с высотными точками подписывают их отметки, используя которые проводят горизонтали.

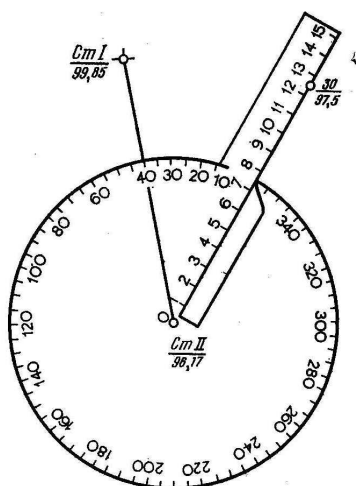


Рис. 19.3. Тахеометрический транспортир (тахеограф)

**Нанесение на план горизонталей.** Горизонтали можно наносить на план с помощью прозрачной палетки (рис. 19.4, б) в виде сетки параллельных линий, прочерченных на листе восковки через равные промежутки величиной  $b$  ( $b \approx 5 - 30$  мм), которые должны быть меньше минимального расстояния между горизонталями. Линии палетки подписываются отметками горизонталей для данного участка плана.

В примере рис. 19.4, в горизонтали проведены относительно точек, расположенных в вершинах сетки квадратов. Подписи линий палетки соответствуют высоте сечения  $h_c = 1$  м. Палетку кладут на план (рис. 19.4, в) так, чтобы точка  $A$  расположилась между линиями палетки 42 и 43 (см. рис. 19.4, в и рис. 19.4, б) пропорционально своей отметке  $42,32 \approx 42,3$  м. Прижимают палетку в точке  $A$  (см. рис. 19.4, б) заостренным предметом (карандашом, шариковой ручкой без пасты) и поворачивают в положение, при котором точка  $B$  располагается между линиями 45 и 46 пропорционально своей отметке 45,25. Точки 1, 2, 3 пересечения отрезка  $AB$  линиями палетки переносят на план (см. рис. 7.12, в – на линию  $AB$ ) – через эти точки (следы) затем пройдут горизонтали. Затем следы горизонталей находят на остальных сторонах сетки квадратов и на отмеченных диагоналях. На рис. 19.4, в показаны искомые горизонтали и подписаны их отметки.

При нанесении и вычерчивании горизонталей соблюдаются следующие требования, которые поясняются рисунком 19.5:

- 1) горизонтали прерываются при пересечении контуров зданий и дорожной насыпи, горизонтали не пересекают контуры озер, водохранилищ, заболоченных участков, рек;
- 2) горизонтали проводятся по изображению асфальтированных площадок, если их поверхность на местности практически совпадает с поверхностью земли;
- 3) горизонтали должны иметь плавные очертания и местами дополнены короткими бергштрихами – указателями направления понижения рельефа;



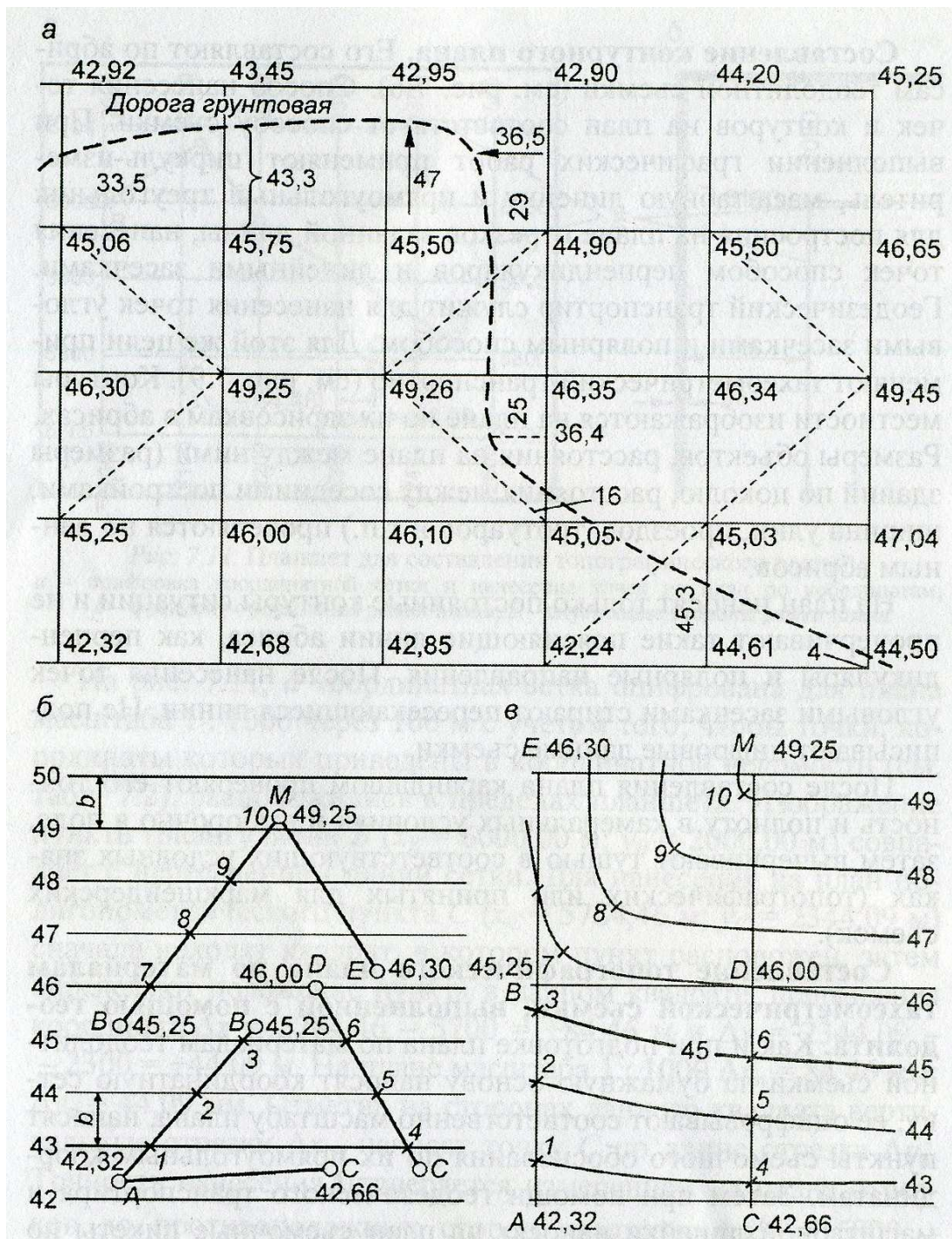


Рис. 19.4. Нанесение на план горизонталей:

*а* – план участка местности по данным съемки местности через пикеты, выбранные в вершинах сетки квадратов; *б* – палетка из параллельных линий и ее применение; *в* – нанесение горизонталей через их следы

4) подписи отметок (высот) горизонталей ставятся в их разрывах, причем основание цифр направляется в сторону понижения рельефа, т.е. подписи горизонталей соответственно наклоняться относительно рамки плана;

5) количество бергштрихов и подписей отметок горизонталей принимается по 2–4 единицы на 4 кв. дм плана;

б) при вычерчивании плана тушью горизонтали и цифры их высоты показываются светло-коричневым цветом; при высоте сечения рельефа 0,5 м каждая четная по высоте горизонталь утолщается;

7) цифры отметок земли наносят черной тушью, при этом оставляют отметки отдельных точек, уточняющих высотное положение строительных объектов на уровне земли и поверхности земли на пашне.

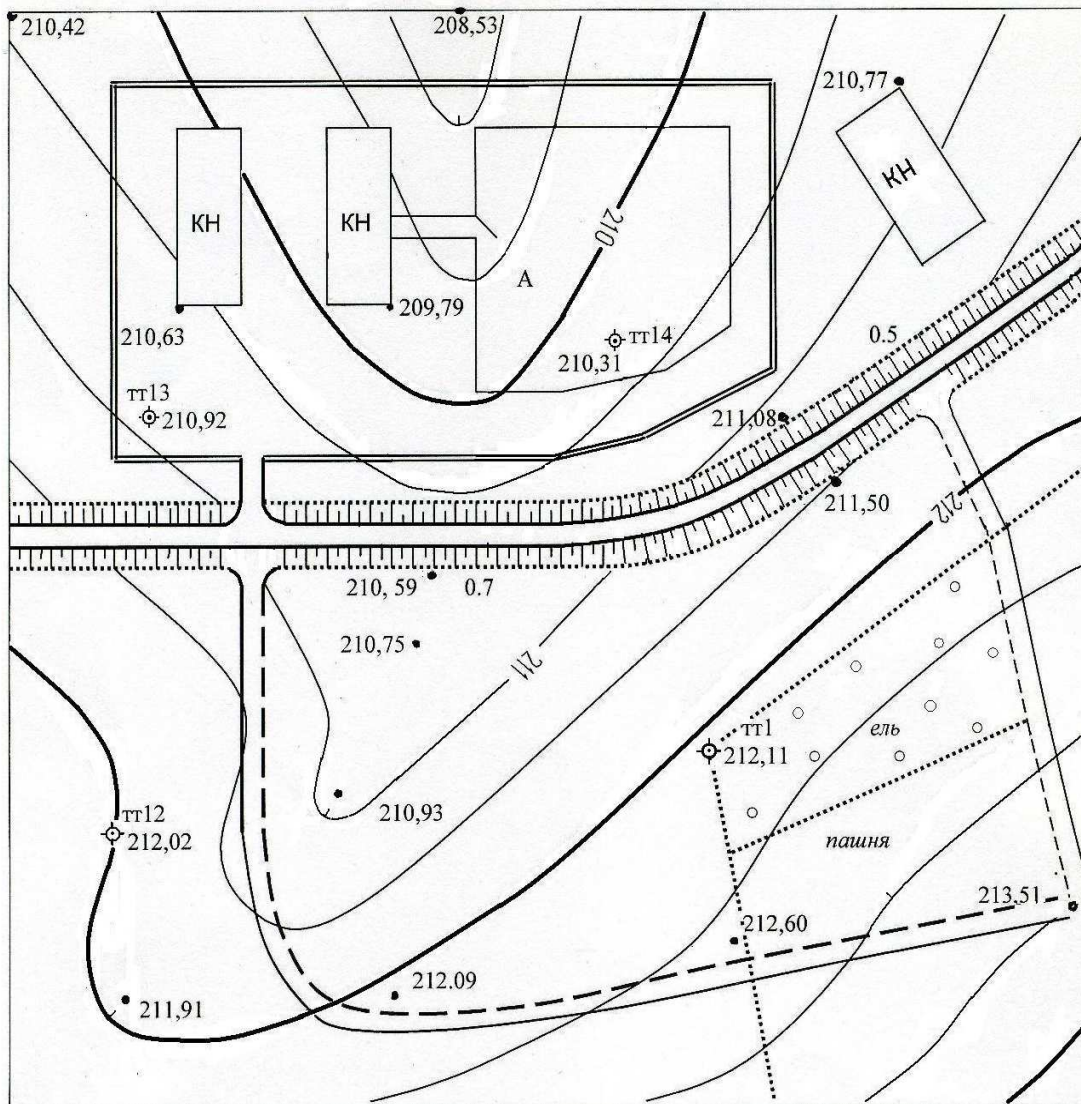


Рис. 19.5. Пример изображения рельефа горизонталями на плане при высоте сечения рельефа  $h_c = 1$  м

**Вычерчивание топографического плана.** План, составленный карандашом, тщательно проверяют, после чего вычерчивают тушью, соблюдая образцы начертания и размеры топографических условных знаков, пояснительных надписей, оформления рамок и размещения зарамочных надписей. На практике находят применение готовые условные знаки, которые переносят на план с прозрачной основы. В настоящее время применяются и условные знаки,

адаптированные к графическим возможностям компьютерного составления топографических планов и маркшейдерских чертежей.

Пояснительные надписи и цифровые данные располагают параллельно северной (южной) стороне рамки, горизонтали вычерчивают светло-коричневой тушью.

### 19.5. Высотные тахеометрические ходы при помощи теодолита

Для создания высотного обоснования топографических съемок может применяться тригонометрическое нивелирование при помощи теодолита, которое входит в состав тахеометрических ходов. Такие тахеометрические ходы прокладывают для создания планово-высотного обоснования съемки масштаба 1 : 2000 и мельче с высотой сечения рельефа  $h_c = 2$  м. В тахеометрических ходах отметки вершин определяют тригонометрическим (тахеометрическим) нивелированием при помощи теодолита. Стороны хода измеряют нитяным дальномером теодолита в прямом и обратном направлении с относительной погрешностью  $1 / T = 1 / 500$ , при этом длину сторон ограничивают до 120 м. Стороны длиной от 120 до 240 м можно измерять дальномером теодолита с той же точностью, если теодолит устанавливать в середине линии и затем суммировать ее измеренные отрезки. При этом превышение между задней и передней точками линии измеряется тригонометрическим нивелированием без определения высоты прибора. Допустимую длину теодолитно-тахеометрического хода рассчитывают по формуле

$$\sum d_{\text{доп}} = 2\Delta p \cdot M \cdot T / 10^6, \quad (19.7)$$

где  $\Delta p$  – допустимая погрешность положения на плане масштаба 1 : М точки хода, наиболее удаленной от опорных пунктов (в середине хода);  $T = 500$  соответственно указанной выше относительной погрешности измерения сторон  $1 / T = 1 / 500$ . Для открытой местности и застроенной территории  $\Delta p = 0,2$  мм; для местности, покрытой древесной кустарниковой растительностью  $\Delta p = 0,3$  мм.

Горизонтальные углы между сторонами хода измеряют двумя полуприемами, вертикальные – при КП и КЛ в прямом и обратном направлении.

В камеральных условиях в журнале проверяют записи и сделанные в поле вычисления. Вычисляют углы наклона, их средние значения со знаком вертикального угла в прямом направлении, затем вычисляют превышения между точками хода по формуле тахеометрического нивелирования  $h = (1/2)D \sin 2v + i - v$ .

Суммируют измеренные превышения между начальным и конечным исходными пунктами вычисляют фактическую невязку  $f_h$ . Допустимая невязка превышений,  $m$  вычисляется по формуле

$$f_{h \text{ доп}} = \pm 0,04 \sum D_i / \sqrt{n}, \quad (19.8)$$

где  $\sum D$  – длина хода, в сотнях метров,  $n$  – число его сторон.

Фактическую невязку, если она допустима, распределяют с обратным знаком на вычисленные превышения, но не поровну, а пропорционально длинам сторон, т.е. поправки вычисляют по формуле

$$v_{hi} = (f_h / \sum D_i) D_i. \quad (19.9)$$

Отметки вершин хода последовательно рассчитывают по формуле (7.30) с контролем.

Плановые координаты вершин теодолитно-тахеометрического хода вычисляют так же, как и теодолитного, но допустимую угловую невязку определяют по формуле

$$f_{\beta \text{ доп}} = 2' \sqrt{n}, \quad (19.10)$$

а допустимую абсолютную невязку – по формуле

$$f_{d \text{ доп}} = \sum D / 400 \sqrt{n}. \quad (19.11)$$

Топографическую съемку местности выполняют относительно вершин теодолитно-тахеометрического хода различными способами, преимущественно тахеометрическим посредством теодолита технической точности.

Электронные тахеометры обеспечивают более высокую точность проложения высотных ходов съемочного обоснования и производства тахеометрической съемки.

## ЛЕКЦИЯ № 20

### Топографические съемки нивелированием поверхности.

Способы: нивелирование по квадратам, по параллельным линиям, по магистралям и поперечникам, полярный

**Нивелированием поверхности** принято называть топографическую съемку, при которой *отметки точек земной поверхности определяются геометрическим нивелированием*, т.е. горизонтальным лучом визирования. В зависимости от способа определения планового положения таких точек различают нивелирование по квадратам, по параллельным линиям, по магистралям и поперечникам, полярный способ. Нивелирование поверхности горизонтальным лучом прибора производится на открытой от зарослей, достаточно ровной местности. Современные электронные тахеометры обеспечивают тригонометрическое нивелирование открытой, неровной поверхности полярным способом, т.е. методом тахеометрической съемки. При всех способах ведется съемка ситуации.

На больших площадях в качестве плановой основы съемки целесообразно использовать масштабированные аэрофотоснимки и фотопланы местности, а в качестве обзорных фотоматериалов – космические плановые снимки высокого разрешения. При отсутствии аэроснимков в случаях съемки небольших площадей, создается съемочное обоснование, например теодолитными ходами или более эффективными методами, основанными на применении электронных тахеометров (линейно-угловыми ходами повышенной точности), и спутниковых приборов местоопределения. Высотные координаты пунктов съемочного обоснования определяют нивелированием IV класса и техническим или же с помощью электронных тахеометров тригонометрическим нивелированием соответствующей точности.

В зависимости от метода определения планового положения точек поверхности, высоту которых находят методом геометрического нивелирования, применяют следующие способы съемки:

- нивелирование по квадратам;
- нивелирование по параллельным линиям;
- нивелирование по магистралям;
- нивелирование съемочных пикетов полярным способом;
- нивелирование с использованием контурного плана.

По результатам съемки составляют планы местности на бумажном носителе в масштабе 1 : 500; 1 : 1000; 1 : 2000; или 1 : 5000, а также же и в цифровой форме.

## 20.1 Нивелирование по квадратам

Способ применяют на открытой от зарослей и достаточно ровной местности. Проект сетки квадратов составляют на плане более мелкого масштаба. Сетка состоит из основных квадратов размером  $100 \times 100$  м. Для повышения точности изображения рельефа горизонталями сетку квадратов сгущают: например стороны заполняющих квадратов принимают размерами  $20 \times 20$  м при съемках масштаба  $1 : 500$  и  $1 : 1000$ ; размерами  $40 \times 40$  м или  $50 \times 50$  – при съемках масштаба  $1 : 2000$  и  $1 : 5000$ .

Разработанный проект сетки переносят на местность сначала несколько приближенно относительно контуров местности, отображенных на плане-проекте сетки. Сначала определяют положение наиболее длинной стороны  $1-3$  общего контура сетки, закрепляют кольшком его начальную точку  $1$  (рис. 20.1, *а*) и обозначают вехой  $N$  направление стороны  $1-3$ . Над точкой  $1$  ставят теодолит и зрительной трубой в створе  $1-N$  следят за положением кольшков, которыми через каждые  $100$  м закрепляют вершины  $2$  и  $3$  основных квадратов. Расстояния измеряют лентой или светодальномером (лазерной рулеткой). В угловой точке  $3$  общего контура прямой угол строят теодолитом при двух положениях вертикального круга способом “от нуля”. Продолжая разбивку, закрепляют точки основных квадратов ( $4, 5$ ), строят прямой угол в точке  $5$  и т. д.

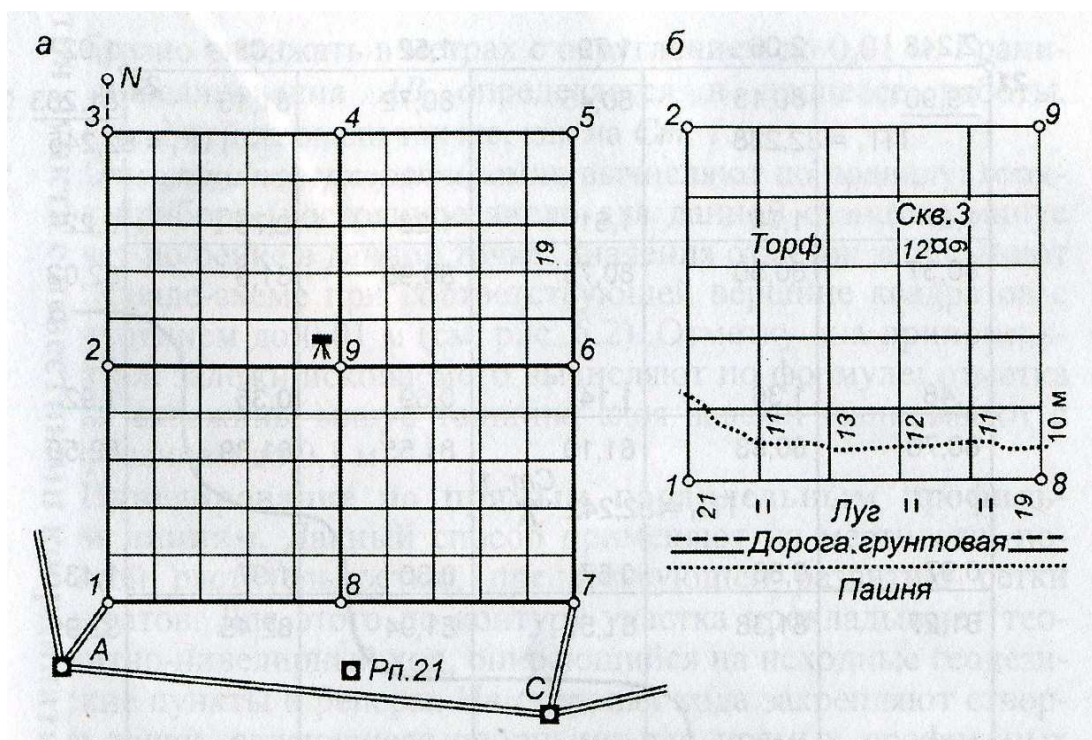


Рис. 20.1. Сетка квадратов со сторонами  $20 \times 20$  м:

*а* – общая схема сетки; *б* – абрис съемки ситуации (Скв. – скважина водозабора и ее плановая привязка к сетке квадратов)

В точке 7 производят контрольный вынос точки  $I$ : по прямому углом к стороне 7–5 измеряют расстояние 7– $I$ , равное проектному, и обозначают контрольную точку  $I'$ . Линейная величина несовпадения точек  $I'$  и  $I$  представляет абсолютную невязку  $\Delta L$  выполненных построений, ее допустимая величина принимается как  $1 / 2000$  от длины  $L$  общего контура, т.е.  $\Delta L_{\text{доп}} = \Delta L / 2000$ .

Окончательную плановую привязку сетки можно выполнить прокладкой теодолитного хода  $A-3-5-7-C$ , опирающегося на ближайшие пункты геодезической сети (см. рис. 20.1,  $a$ ), или же GPS приемником методом базовой станции.

Нивелированием IV класса и техническим определяют отметки вершин основных квадратов по общему контуру относительно двух-трех ближайших реперов высотной геодезической сети.

Сетка заполняющих квадратов обозначается внутри основных квадратов деревянными сторожками. Их можно вынести в натуру с помощью теодолита и ленты или же при помощи 100-метрового троса, размеченного через 20 м.

Контур местности снимают линейными промерами относительно вершин сетки квадратов, обозначенных сторожками.

При вертикальной съемке длину визирного луча нивелира допускают до 150 м, что позволяет на ровной открытой местности с одной станции нивелировать на площади до 4 га. Для этого нивелир ставят, например, вблизи вершины 9, общей для четырех основных квадратов (см. рис. 20.1,  $a$ ), определяют горизонт прибора не менее чем по двум вершинам основных квадратов, через которые проложен нивелирный ход. Кроме нивелирования вершин сетки квадратов нивелируют устья всех планируемых и пройденных разведочных скважин.

На участке при значительных уклонах земной поверхности ее вертикальную съемку выполняют с нескольких установок нивелира, при этом в журнале-схеме нивелирования (рис. 20.2) проводят соответствующую граничную линию  $AB$ .

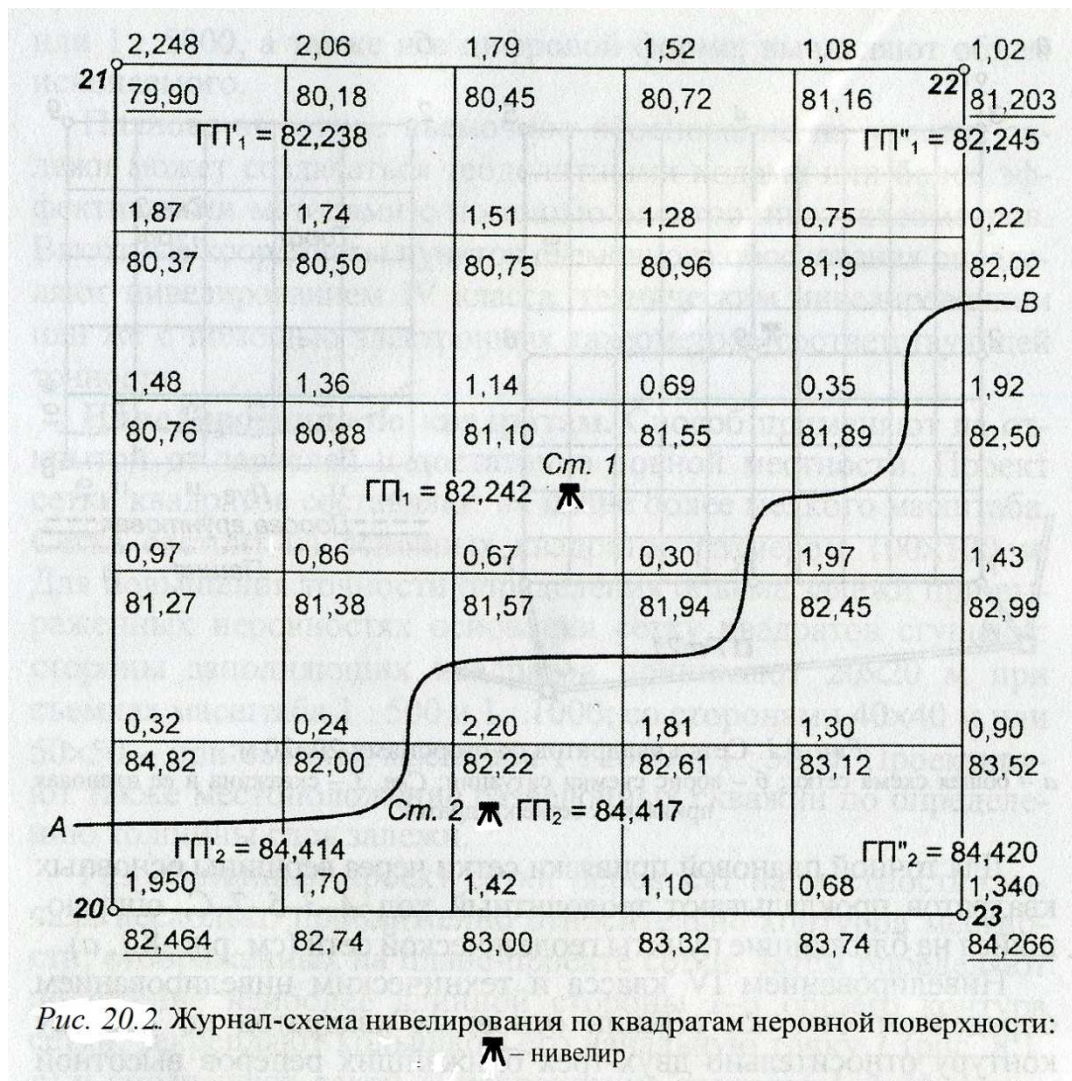


Рис. 20.2. Журнал-схема нивелирования по квадратам неровной поверхности:

— нивелир

В примере рис. 20.2 на станции 1 сначала нивелировались точки 21 и 22 с известными отметками, соответствующие отсчеты по черной стороне рейки  $a_2 = 2248 \text{ мм} = 2,248 \text{ м}$  и  $a_6 = 1042 \text{ мм} = 1,042 \text{ м}$  записаны в журнале-схеме. Вычислены значения горизонта прибора:  $\text{ГП}'_1 = H_2 + a_2 = 79,990 + 2,248 = 82,238$ ;  $\text{ГП}''_1 = H_6 + a_6 = 81,203 + 1,042 = 82,245$ ; среднее  $\text{ГП}_1 = 82,242 \approx 82,24 \text{ м}$  (расхождение величин  $\text{ГП}'_1$  и  $\text{ГП}''_1$  допускается до 0,010 м). Затем в процессе вертикальной съемки в журнал-схему записывались отсчеты по черной стороне рейки, поставленной на землю поочередно у каждой вершины квадратов. Отсчеты целесообразно выражать в метрах с округлением до 0,01 м. Граница нивелирования AB определяется в процессе работы. На второй станции действовали так же, как на первой.

Отметки поверхности земли вычисляют по правилу: «горизонт прибора (постоянное число для данной станции) минус отсчет по рейке в данной точки». Значения отметок записывают в журнале-схеме при соответствующей вершине квадратов с округлением до 0,01 м (см. рис. 20.2).



## 20.2. Другие способы нивелирования поверхности

**Нивелирование по прямым параллельным профильным линиям.** Данный способ применяют на местности, местами покрытой растительностью, препятствующей развитию сетки квадратов. Для этого по контуру участка прокладывают теодолитно-нивелирный ход, опирающийся на исходные геодезические пункты и реперы. На сторонах хода закрепляют створные точки, являющиеся опорными для прямых профильных линий, пересекающих участок (рис. 20.3, а). Профильные линии назначают через 20 при съемках масштаба 1 : 500 и 1 : 1000 и через 40–50 м при съемке масштаба 1 : 2000.

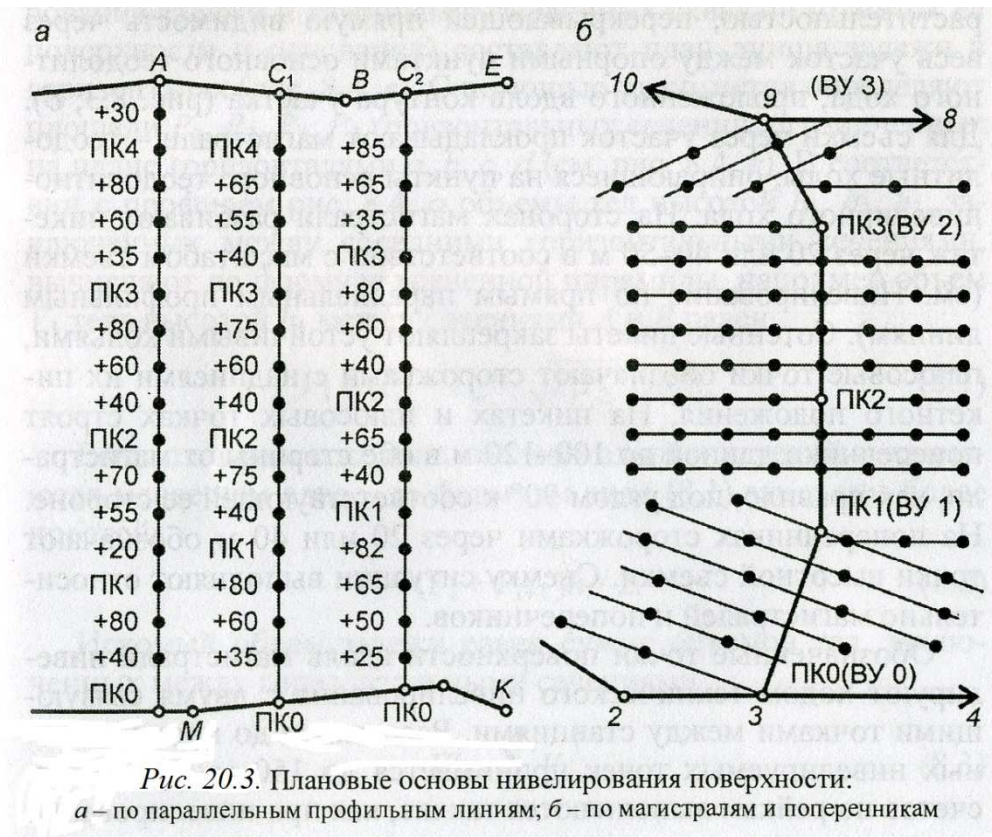


Рис. 20.3. Плановые основы нивелирования поверхности:  
а – по параллельным профильным линиям; б – по магистралям и поперечникам

На профильных линиях разбивают пикетаж, сотенные пикеты обозначают кольями, плюсовые точки – сторожками через каждые 20 или 40 м (соответственно масштабу съемки). Пикетажные надписи делают на сторожках. Одновременно выполняют съемку контуров местности в основном перпендикулярами и составляют соответствующие абрисы.

Вдоль каждой линии прокладывают нивелирный ход технической точности, который опирается на пункты с известными отметками. С каждой станции нивелируют связующие и промежуточные точки на нескольких соседних профильных линиях. Между последовательными станциями нивелирования выбирают по две связующие точки. Отсчеты берут по черной стороне рейки и записывают в журнал нивелирования или в журнал-схему. Вычисли-

тельная обработка материалов нивелирования профильных линий практически не отличается от обработки, рассмотренной в пункте 20.1.

**Нивелирование по магистралям.** Этот способ применяется при съемке заболоченной местности, частично покрытой растительностью, перекрывающей прямую видимость через весь участок между опорными пунктами основного теодолитного хода, проложенного вдоль контура участка (рис. 20.3, б). Для съемки через участок прокладывают магистрали – теодолитные ходы, опирающиеся на пункты основного теодолитно-нивелирного хода. На сторонах магистрали разбивают пикетаж через 20 или 40–50 м в соответствии с масштабом съемки (см. нивелирование по профильным линиям). Сотенные пикеты закрепляют устойчивыми кольями, плюсовые точки обозначают сторожками с надписями их пикетного положения. На пикетах и плюсовых точках строят поперечники длиной до 100–120 м в обе стороны от магистрали, как правило, под углом  $90^\circ$  к соответствующей ее стороне. На поперечниках сторожками через 40 или 40 м обозначают точки высотной съемки. Съемку ситуации выполняют относительно магистралей и поперечников.

Обозначенные точки поверхности вдоль магистрали нивелируют ходом технического нивелирования с двумя связующими точками между станциями. Расстояние до промежуточных нивелируемых точек принимается до 150 м. Записи отсчетов по рейкам выполняются так же, как при нивелировании по параллельным линиям. Вычислительная обработка материалов нивелирования по магистралям и поперечникам рассмотрена в п. 7.2.

**Нивелирование съемочных пикетов полярным способом.** Такое нивелирование производится относительно пунктов съемочного обоснования (рис. 20.4). несколькими вариантами.

**Вариант 1.** Нивелир, оснащенный горизонтальным угломерным кругом (типа ЗН-ЗКЛ или Н-10КЛ и др.), центрируют над пунктом съемочного обоснования. Измеряют высоту прибора (высоту визирного луча)  $i$  на пункте. Ориентируют горизонтальный угломерный круг нулем, например на задний по ходу пункт съемочного обоснования. Нивелирную рейку ставят на соседний пункт съемочного обоснования и берут контрольный отсчет  $n_k$  по средней горизонтальной нити

На съемочные пикеты ставят нивелирную рейку типа РНТ. Расстояния до рейки ограничивают до 120–150 м соответственно видимости ее шкалы. По шкале рейки, берут отсчеты  $n_v$ ,  $n_{cp}$  и  $n_n$  по верхней, средней и нижней горизонтальным нитям зрительной трубы. Полярные углы  $\beta$  отсчитываются по горизонтальному кругу нивелира с точностью  $0,1^\circ$ . Горизон-

тальные расстояния  $S$  до нивелирной рейки вычисляются через разность отсчетов  $n_{\text{в}}$  и  $n_{\text{н}}$  по верхней и нижней дальномерной дальномерным нитям зрительной трубы, т.е.

$$S = K(n_{\text{в}} - n_{\text{н}}), \quad (20.1)$$

где  $K$  – коэффициент нитяного дальмера нивелира.

В процессе съемки составляется соответствующий абрис.

При камеральной обработке результатов вычисляют горизонт прибора

$$\text{ГП} = H_{\text{ст}} + i, \quad (20.2)$$

где  $H_{\text{ст}}$  – отметка станции;  $i$  – высота прибора..

Находят контрольное значение  $\text{ГП}_{\text{к}} = H_{\text{к}} + n_{\text{к}}$ , где  $H_{\text{к}}$  – отметка соседнего пункта съемочного обоснования;  $n_{\text{к}}$  – отсчет средней нитью по шкале рейке, поставленной в этот пункт. Затем вычисляют отметки земли для съемочных пикетов относительно горизонта нивелира, используя отсчеты  $n_{\text{ср.}i}$  по шкале рейки относительно средней горизонтальной нити нивелира

$$H_i = \text{ГП} - n_{\text{ср.}i}. \quad (20.3)$$

На план съемочные пикеты наносят при помощи тахеометрического транспорта.

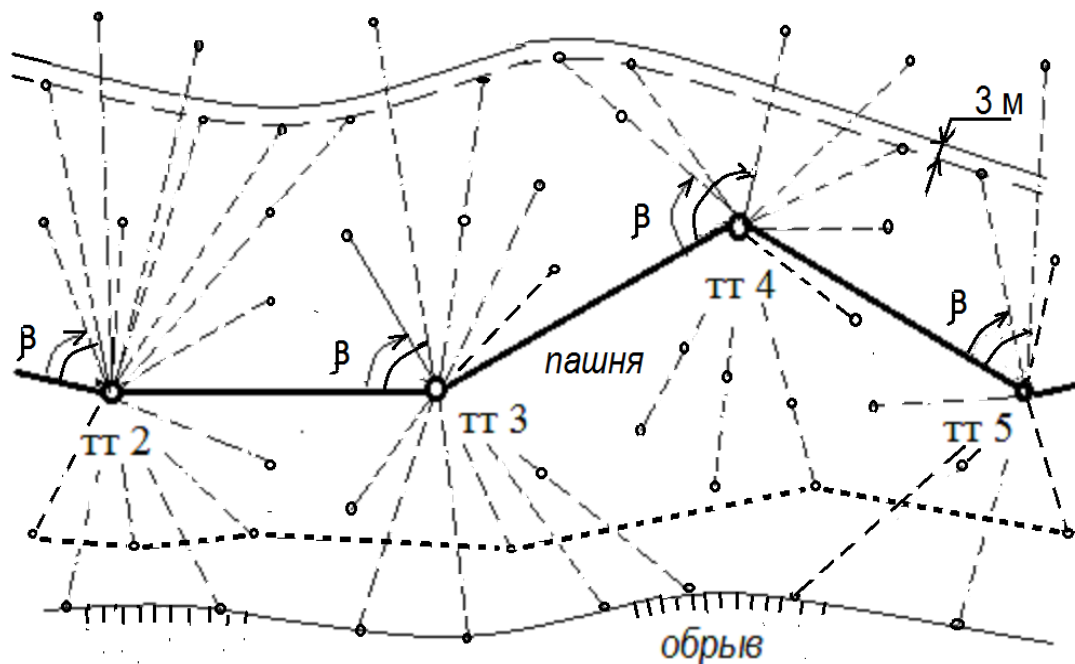


Рис. 20.4. Схема нивелирования поверхности полярным способом

**Вариант 2.** Теодолит центрируют над пунктом съёмочного обоснования, в нескольких метрах от него устанавливают нивелир. При помощи теодолита измеряют полярные координаты рейки, поставленной на съёмочные пикеты: углы  $\beta$  и горизонтальные расстояния  $S$ . Посредством нивелира по рейке берут отсчеты  $n_i$  по средней нити нивелира. Отметки точек вычисляют по формуле (20.3). В процессе съёмки составляется соответствующий абрис.

**Вариант 3 – съёмка поверхности посредством электронного тахеометра.** Съёмка открытой, неровной местности производится по методике тахеометрической съёмки. Плано-вое съёмочное обоснование на участке создается линейно-угловыми (полигонометрическими) ходами посредством электронного тахеометра. Высотные координаты пунктов определяются тригонометрическим нивелированием, соответствующим по точности техническому нивелированию, т.е. с погрешностями измерения превышений на станции не большими 4–6 мм. Рационально использовать менее дорогие электронные тахеометры, характеризующиеся погрешностью измерения расстояний  $4 \text{ мм} + 3\text{ppm}$ ; горизонтальных и вертикальных углов  $5''$ . При этом обеспечиваются достаточно высокая точность съёмочного обоснования, превосходящая точность теодолитных ходов, и меньшая трудоемкость работ. В комплекте с электронным тахеометром могут использоваться призмные и пленочные светоотражатели. Светоотражатель должен быть укреплен на заданной высоте переносной опоры.

Если нет задания на выполнение плано-высотной съёмки по квадратам или по магистралям или по другим заданным точкам, то съёмочные пикеты выбирают соответственно рельефу и контурам ситуации, при этом расстояния между высотными пикетами не должны

превышать допустимые значения, принятые для топографической съемки данного масштаба. Плановое положение высотных и контурных съемочных точек определяется в прямоугольных координатах  $x$  и  $y$  по их полярным координатам  $S$  и  $\beta$ , измеренным на тахеометрической станции. Расстояния от прибора до светоотражателя может быть принято до 0,5 км. В процессе съемки составляется абрис, на котором изображают контуры и положение съемочных точек.

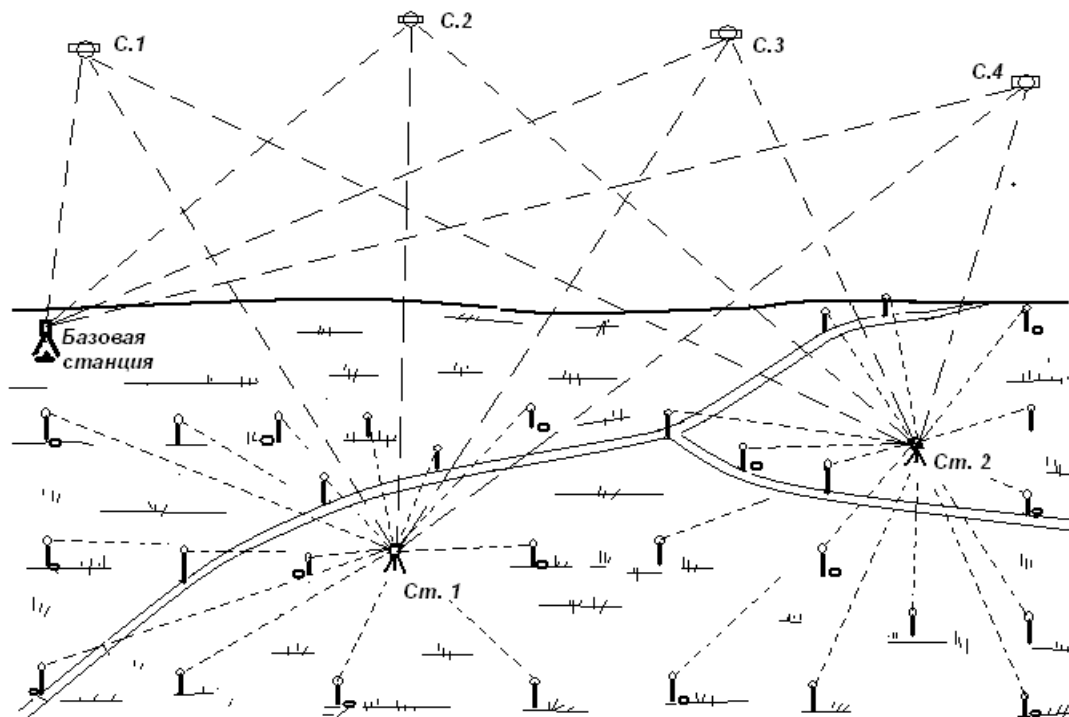


Рис. 20.5. Тахеометрическая съемка открытой местности электронным тахеометром, оснащенный спутниковым приемником местоопределения

На рис. 20.5. показана схема планово-высотной съемки земной поверхности посредством электронного тахеометра, оснащенного спутниковым приемником позиционирования. Планово-высотные координаты тахеометрических станций *Ст. 1* и *Ст. 2* определяются относительно базовой станции путем одновременного приема базовым и мобильными GPS-приемниками сигналов с видимых спутников *С.1*, *С.2*, *С.3* и *С.4*. На съемочных пикетах поочередно устанавливается светоотражатель. Плановые и высотные координаты точек могут определяться в реальном времени или же при пост-обработке результатов съемки.

**Высотная съемка с использованием контурного плана.** Контурный план, составленный по данным теодолитной съемки, требуется дополнить изображением рельефа горизонталями. Для этого через участок местности прокладывают ход технического нивелирования и относительно горизонтального луча нивелира выполняют вертикальную съемку участка



- после вычисления отметок связующих точек (на рис. 29.6 не показанных) нивелирного хода вычисляются с необходимым контролем значения горизонта прибора (ГП1, ГП2 и ГП3) для станций, с которых нивелировались точки поверхности;
- вычисляются отметки земли (в метрах) относительно соответствующего горизонта прибора, отметки записывают на абрисе (контурном плане);
- пользуясь копией контурного плана вертикальной съемки, наносят на оригинал контурного плана высотные точки и подписывают их отметки карандашом, затем проводят карандашом горизонтали с заданной высотой сечения рельефа, для этого используют палетку из параллельных линий или тщательно действуют на глаз. На бумажном носителе горизонтали вычерчивают светло-коричневым цветом.

### 20.3. Составление топографического плана

В случае *графического составления плана* на его основу наносят опорные точки, плановые координаты которых определены теодолитным ходом или GPS-приемником. Относительно опорных точек на план наносят сетку квадратов, параллельные линии, магистрали и поперечники и точки, лежащие на них; наносят точки, снятые полярным способом. По данным абрисов наносят ситуацию. Из журналов нивелирования выписывают отметки точек, положение которых на плане определено (вершины квадратов, пикетные и плюсовые точки). Проводят горизонтали. .

При создании *электронных планов и профилей* цифровую модель местности и профилей формируют посредством компьютера по специальным программам согласно полевым данным планово-высотной съемки.

**Нанесение на план горизонталей.** Техника графического нанесения горизонталей на план для изображения рельефа и требования к их вычерчиванию рассмотрены в лекции № 19 (пункт 19.4; рис. 19.4; рис. 19.5).

## ЛЕКЦИЯ № 21.

Мензульная топографическая съемка. Сущность мензульной съемки. Мензульный комплект, его устройство и поверки. Съёмочное обоснование, методика мензульной съемки, полевая документация, оформление топографического плана

### 21.1. Основы мензульной съемки

*Область применения.* В настоящее время мензульная съемка может использоваться для картографирования небольших участков местности в крупных масштабах 1 : 500 – 1: 5000.

*Сущность.* Мензульная съемка – это топографическая съемка, в процессе которой план участка местности создается непосредственно в поле, при этом достоверность плана определяется прямым сравнением его содержания с ситуацией и рельефом местности (рисунок 21.1). При мензульной съемке лист чертежной бумаги с нанесенной на него координатной сеткой (основа плана) укрепляют на листе из дюралюминия или жесткой фанеры – получают планшет, а планшет накладывают на доску переносного столика, именуемого мензулой (mensula – столик – итал.). Наблюдения речных точек выполняются при помощи специального прибора – кипрегеля, поставленного на планшет своим основанием-линейкой.

На основу плана предварительно наносят по координатам пункты съёмочного обоснования (например, точки *a* и *b* – изображения пунктов *A* и *B* съёмочного обоснования). Для съемки местности планшет центрируют точкой *a* над пунктом *A*, горизонтируют и ориентируют в постоянное положение с помощью кипрегеля так, чтобы линия *ab* на планшете была параллельна горизонтальному проложению линии *AB* на местности.

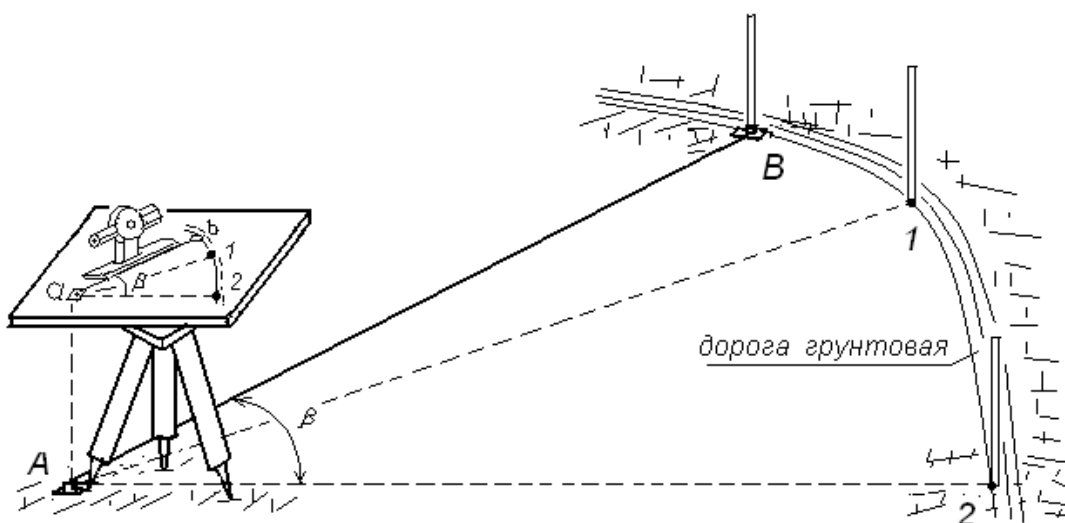


Рис. 21.1 – Сущность мензульной съемки:  
*A, B* – пункты съёмочного обоснования; *1, 2* – речные точки



При съемке (см. рисунок 21.1) линейку кипрегеля прикладывают к точке  $a$  и поворотом кипрегеля вокруг точки  $a$  зрительную трубу наводят на рейку в точке  $1$ , определяют горизонтальное расстояние  $s_{A1}$  и превышение  $h_{A1}$ . В нашем примере точка  $1$  нанесена на план вдоль линейки кипрегеля в масштабе выполняемой съемки на расстоянии  $s_{п1} = s_{A1} / M$ , где  $M$  – знаменатель масштаба съемки. Аналогично получено положение на плане точки  $2$ . Через точки  $b$ ,  $1$  и  $2$  проведено изображение края дороги, сверенное с натурой. Противоположный край дороги нанесен по ее ширине.

Вычислив отметки точек, подписывают их на плане, наносят горизонтали, сверяясь с местностью.

Определения превышений и отметок реечных точек при мензуральной съемке производят так же, как при тахеометрической съемке:

- тригонометрическим нивелированием;
- геометрическим нивелированием (горизонтальным лучом кипрегеля так же, как и теодолита).

Мензуральная съемка на каждой станции выполняется полярным способом, при этом направление полярной оси задается направлением, по которому ориентирован планшет.

Если прочертить на плане прямые линии  $AB$  и  $A2$ , то получим горизонтальный угол  $\beta = \angle ba2$ , равный горизонтальному углу  $\angle BA2$  на местности. Соответственно мензуральную съемку иногда называют углоначертательной.

## 21.2. Устройство и проверки мензурального комплекта

На рисунке 21.2 показаны: мензула, кипрегель, ориентир-буссоль, центрировочная вилка; не показаны: дальномерные рейки и полевой зонт.

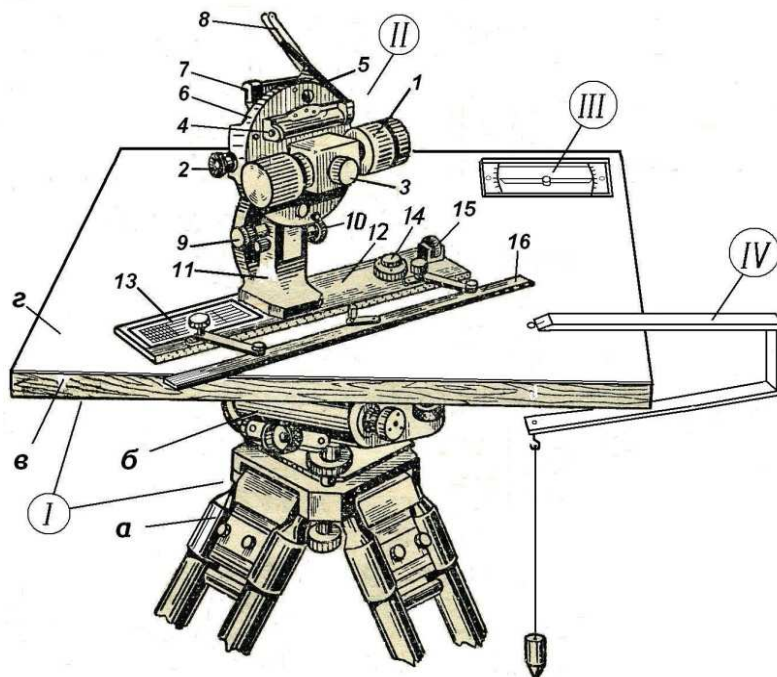


Рис. 21.2 – Мензальный комплект:

*I* – мензула (*a* – штатив; *б* – подставка; *в* – доска; *г* – планшет); *II* – кипрегель (*1* – зрительная труба; *2* – окуляр зрительной трубы; *3* – кремальера; *4* – цилиндрический уровень при зрительной трубе; *5* – зеркало; *6* – кожух вертикального круга; *7* – цилиндрический уровень вертикального круга; *8* – зеркало уровня *7*; *9* – наводящий винт трубы; *10* – наводящий винт вертикального круга; *11* – колонка; *12* – основная линейка-основание кипрегеля; *13* – линейка с поперечным масштабом; *14* – круглый уровень; *15* – ролик для поворотов кипрегеля по азимуту; *16* – подвижная линейка); *III* – ориентир-буссоль; *IV* – центрировочная вилка с нитяным отвесом

**Мензула** состоит из мензальной доски, подставки и штатива. Штатив обычно деревянный, укороченный, с нераздвижными ножками, но можно использовать и обычный штатив для теодолита. Металлическая или деревянная подставка имеет подъемные винты, а также закрепительный и наводящий винты для вращения планшета вокруг оси подставки.

Мензальная доска размером  $60 \times 60 \times 3$  см снабжена гнездами с резьбой для скрепления с подставкой. К доске шурупами или струбцинами прикрепляют планшет или же на нее наклеивают чертежную бумагу высокого качества без жесткой основы.

Для защиты от загрязнений подготовленную основу плана накрывают листом бумаги, именуемым «рубашкой», прикрепляя его края к нижней плоскости доски планшета. По мере производства съемки в «рубашке» вырезают «окошки» нужных размеров, а уже заснятые части плана защищают тонкими листами бумаги.

От солнечной радиации и дождя планшет и исполнителя съемки защищают топографическим зонтом.

### 21.3. Поверки мензульного комплекта

#### Поверки мензулы.

1. Мензула не должна иметь люфтов в винтах, наконечниках ножек штатива и в других местах.
2. Мензула в сборе (на штативе) должна быть устойчива.
3. Верхняя поверхность планшета должна быть плоской. Это условие проверяется линейкой; просвет между линейкой и планшетом допускается 0.5 - 1.0 мм.
4. Плоскость планшета должна быть перпендикулярна оси вращения подставки. Подъемными винтами планшет приводят в горизонтальное положение и затем, освободив закрепительный винт, медленно вращают мензулу вокруг оси. Если условие выполняется, то пузырек уровня на линейке кипрегеля остается в нульпункте. Если пузырек уровня уклоняется от нульпункта более трех делений, то мензулу нужно сдать в ремонт.

#### Поверки кипрегеля.

1. Нижняя поверхность линейки должна быть плоской, а ее скошенное ребро - прямой линией. Для проверки прямолинейности скошенного ребра проводят по линейке линию, затем поворачивают кипрегель на 180° и проводят еще одну линию; эти линии должны совпадать или быть строго параллельны.
2. Ось цилиндрического уровня на линейке должна быть параллельна нижней плоскости линейки. Прочерчивают по линейке линию и приводят пузырек уровня в нульпункт; затем поворачивают кипрегель на 180° и ставят на планшет, прикладывая линейку к проведенной линии. Если пузырек сместился, то половину смещения устраняют подъемными винтами подставки, а вторую половину - исправительными винтами уровня.
3. Визирная линия трубы должна быть перпендикулярна оси вращения трубы (поверка коллимационной ошибки). Наводят трубу на удаленную точку при  $KI$  и прочерчивают направление по линейке. Затем поворачивают кипрегель на 180°, переводят трубу через зенит, наводят ее на точку при  $KII$  и опять прочерчивают направление по линейке. Если обе линии совпадают, условие соблюдается. В противном случае проводят среднее направление, совмещают с ним линейку кипрегеля и исправительными винтами сетки нитей смещают вертикальную нить так, чтобы она проходила через изображение точки в поле зрения трубы.
4. Ось вращения трубы должна быть параллельна нижней плоскости линейки. Эта поверка соответствует поверке равенства подставок теодолита. Завод гарантирует выполнение этого условия, поэтому при его нарушении кипрегель нужно сдать в ремонт.

5. Вертикальная нить сетки нитей должна совпадать с коллимационной плоскостью кипрегеля, т.е. занимать вертикальное положение (это условие проверяется так же, как у теодолита).

6. Место нуля вертикального круга должно быть малым по величине (желательно 0о 0') и постоянным (проверяется также, как у теодолита).

7. Кроме выполнения поверок, нужно определить фактическое значение коэффициента нитяного дальномера (определяется также, как у теодолита).

#### 21.4. Кипрегель-автомат

Название «Кипрегель-автомат» условно обозначает, что в отличие от простого кипрегеля названный «автомат» позволяет определять по дальномерной рейке горизонтальное проложение линии и превышение пикета относительно горизонта прибора.

У кипрегеля-автомата КН (кипрегеля номограммного), кипрегеля КА-2 (кипрегеля-автомата) номограммные кривые нанесены на стеклянный угломерный круг (рис. 21.3, а), который включен в оптическую систему зрительной трубы. Кривые  $H$  (начальная кривая) и  $D$  (кривая горизонтального проложения дальномера) видны в специальном окошке поля зрения трубы (рис. 21.3, б). Расстояние  $p$  между кривыми  $H$  и  $D$  на стеклянном круге переменное, рассчитано по формуле

$$p = (p_0 \cos^2 v) / K_d, \quad (1)$$

где  $p_0$  – расстояние между кривыми на горизонтальном диаметре  $II$  круга, соответствует углу наклона  $v = 0^\circ$ ;  $K_d$  – коэффициент оптического дальномера ( $K_d = 100$ ).

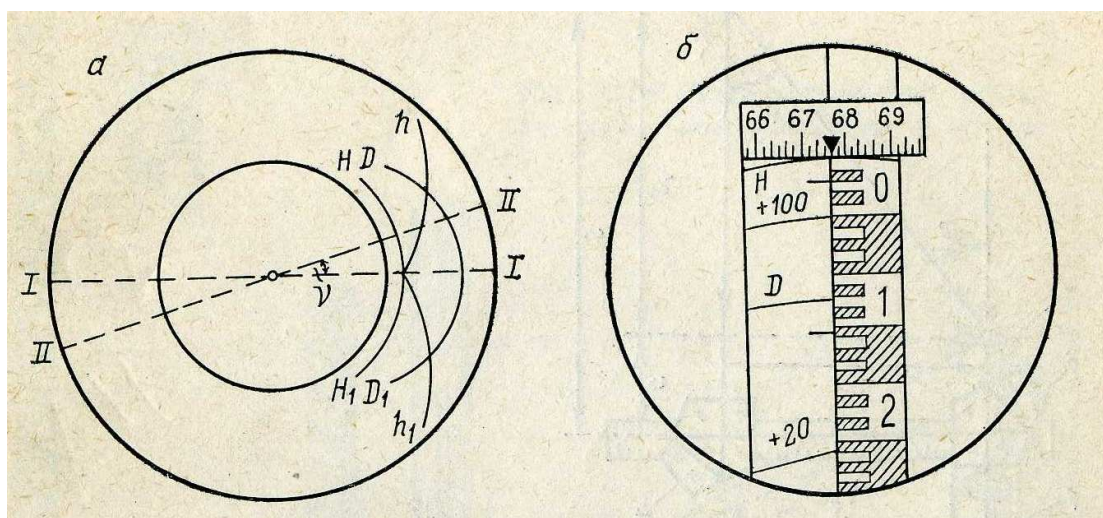


Рис. 21.3. Номограммные кривые кипрегеля КН:  
а – схема кривых; б – отсчеты по шкале рейки относительно кривых горизонтального проложения ( $HD$ ) и превышения (+20 и +100)

Кривые  $h$  и  $h_1$  для определения по шкале рейки превышений рассчитаны аналогично и нанесены симметричны относительно горизонтальной оси  $I-I$ , при этом рядом с тремя парами таких кривых подписаны коэффициенты  $+10, +20, =100$  и  $-10, -20, -100$  для установления знака превышения (рис. 21.3, б).

Изображения градусных и минутных делений угломерного круга и кривые номограммы передаются посредством призм в поле зрения трубы кипрегеля и только в положении КЛ.

При определении редуцированного расстояния и превышения специальную рейку закрепляют на подставке-стержне так, чтобы нулевое деление шкалы было на высоте прибора. Зрительную трубу кипрегеля наводят на рейку (см. рис. 21, б) и совмещают правый край вертикальной Г-образной полоски с левым краем изображения шкалы рейки, а нулевую кривую  $H$  совмещают с нулевым штрихом рейки. После этого берут отсчеты, которые в нашем примере равны:

- по нити  $D$  горизонтального положения  $s = 12,4$  м (здесь коэффициент дальномера  $K_d = 100$ );

- по нити превышений с коэффициентом  $K_h = +20$  отсчет  $n_h = 25,8$  см, значит превышение

$$h = K_h n_h = +20 \times 0,258 \text{ м} = +5,16 \text{ м},$$

- контроль: нити с коэффициентом  $K_h = +100$  отсчет  $n_h = 5,2$  см, поэтому контрольное превышение

$$h = K_h n_h = +100 \times 0,052 \text{ м} = +5,20 \text{ м}.$$

. Если местность вокруг точки установки мензулы не имеет больших перепадов высот, то превышения высотных пикетов можно определять через горизонт прибора  $H_r$ . Для этого устанавливают пузырек уровня на трубе в нульпункт и берут отсчеты по рейке. Отметки пикетов вычисляют по формулам:

$$1) H_r = H_{ст} + i; \quad 2) H_{пк} = H_r - b, \quad (21.2)$$

где:  $H_{ст}$  – отметка пункта установки мензулы (станции),  $i$  – высота прибора (расстояние по вертикали от центра пункта до оси вращения трубы кипрегеля),  $H_r$  – горизонт прибора,  $H_{пк}$  – отметка пикета,  $b$  – отсчет по рейке, установленной на пикете.

Использование кипрегеля в качестве нивелира требует, чтобы выполнялось главное условие нивелира: ось уровня при трубе должна быть параллельна визирной линии трубы. Это условие проверяется двойным нивелированием вперед на расстоянии 80 – 100 м. Если величина отклонения визирного луча от горизонтального положения окажется больше 1 см, то исправительными винтами уровня устраняют неисправность.

### 21.5. Требования к точности центрирования и ориентирования планшета и кипрегеля

**Необходимая точность центрирования мензульного планшета над пунктом съемочного обоснования.** При ориентировании планшета на станции  $A$  по стороне  $AB$  съемочного обоснования (рисунок 21.4,  $a$ ) скошенный край линейки кипрегеля совмещают с точками  $a$  и  $b$  плана, затем планшет ориентируют – вращают до наведения зрительной трубы на пункт  $B$ . Но погрешность  $e$  центрирования точки  $a$  над пунктом  $A$  (см. рисунок 6.3,  $a$ ) приводит к погрешности ориентирования планшета на угол  $\delta$ , допустимое значение которого  $\delta_{доп} = 2'$  на длину линии на планшете 350–400 мм.

Учитывая практически круговое распределение возможных направлений на другие опорные пункты, а также на съемочные пикеты, допустимая погрешность центрирования  $e_{доп}$  должна рассчитываться при значении угла  $\Theta = 90^\circ$ , тогда

$$e_{доп} = s_1 \operatorname{tg} (\delta_{доп}) = s_1 \delta_{доп} / \rho', \quad (21.3)$$

где  $\rho' = 3438$  – число минут в радиане.

Например при  $s_1 = 100$  м;  $\delta_{доп} = 2'$  находим  $e_{доп} = 0,06$  м.

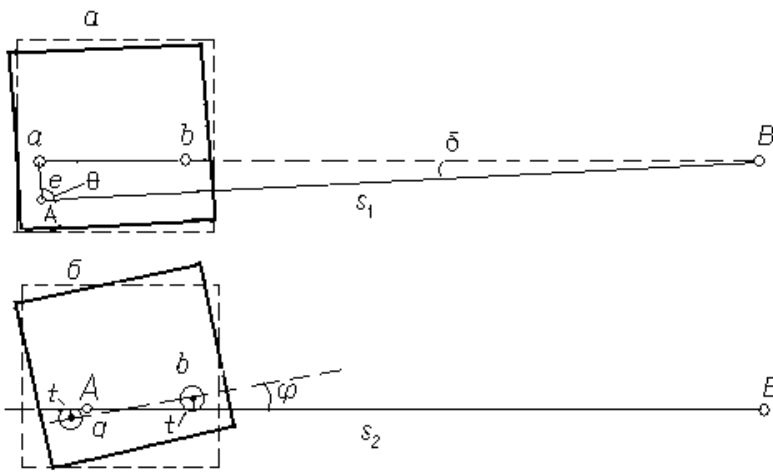


Рис. 21.4 – погрешности ориентирования планшета:  $a$  – за счет погрешности центрирования точки  $a$  над пунктом  $A$ ;  $b$  – вследствие неточности прикладывания линейки кипрегеля к точкам  $a$  и  $b$

**Необходимая точности ориентирования кипрегеля относительно опорных точек на планшете.** Для ориентирования скошенное ребро линейки кипрегеля совмещается с центрами точек  $a$  и  $b$ , изображающих на плане пункты  $A$  и  $B$  съемочного обоснования. Возможны различные случаи погрешностей рассматриваемого совмещения. Наихудший из них приведен на рисунке 21.4,  $b$ , здесь ребро линейки смещено на величину  $t \approx 0,1$  мм в противоположные стороны от точек  $a$  и  $b$ , а угол  $\varphi$  погрешности ориентирования в радианах  $\varphi^p = 2t / ab$ , в угловых минутах  $\varphi = 2t\rho' / ab$ , откуда минимальная длина отрезка  $ab$  рассчитывается по формуле

$$(ab)_{min} = 2t\rho' / \varphi_{доп} \cdot \quad (12)$$

При  $\varphi_{доп} = 2'$ , смещениях  $t = 0,1$  мм = 0,01 см;  $\rho' = 3438'$  определяем  $(ab)_{min} = 34$  см – минимальное расстояние между опорными точками на планшете.

Для повышения точности ориентирования по точкам  $a$  и  $b$  рассчитывают положение точек  $a'$  и  $b'$ , лежащих на продолжение этой линии на краях планшета, т.е. увеличивают длину линии  $ab$ .

## 21.6. Графические способы определения на планшете места пунктов съемочного обоснования

**Прямая мензурная засечка.** Пусть на планшет нанесены точки  $a$  и  $b$  – изображения пунктов  $A$  и  $B$  съемочного обоснования (рисунок 21.5,  $a$ ). Требуется найти точку  $c$  на планшете, которая соответствует дополнительному пункту  $C$ , обозначенному на местности вехой и колышком.

Для решения засечки планшет центрируют точкой  $a$  над пунктом  $A$ , горизонтируют и при помощи кипрегеля ориентируют по линии  $ab \parallel AB$ . Затем, совместив скошенный край линейки кипрегеля с точкой  $a$ , визируют зрительной трубой прибора на пункт  $C$ , прочерчивают

направление  $ac = n$ . После этого планшет центрируют точкой  $b$  над пунктом  $B$ , ориентируют по линии  $ba \parallel BA$  и прочерчивают направление  $(bc \parallel BC) = m$ . В пересечении направлений  $n$  и  $m$  должна находиться определяемая точка  $c$ . Для проверки надежности засечки необходимо прочертить направление  $kc$  на искомую точку  $c$  третьей станции  $K$ , сориентировав планшет по направлению  $ka \parallel KA$ . Три направления должны пересечься в одной точке, но может возникнуть треугольник погрешностей. Если его стороны превышают 0,2 мм, то необходимо проверить точность нанесения на планшет точек  $a$ ,  $b$  и  $k$ ; проверить точность центрирования и ориентирования планшета, затем повторить засечки.

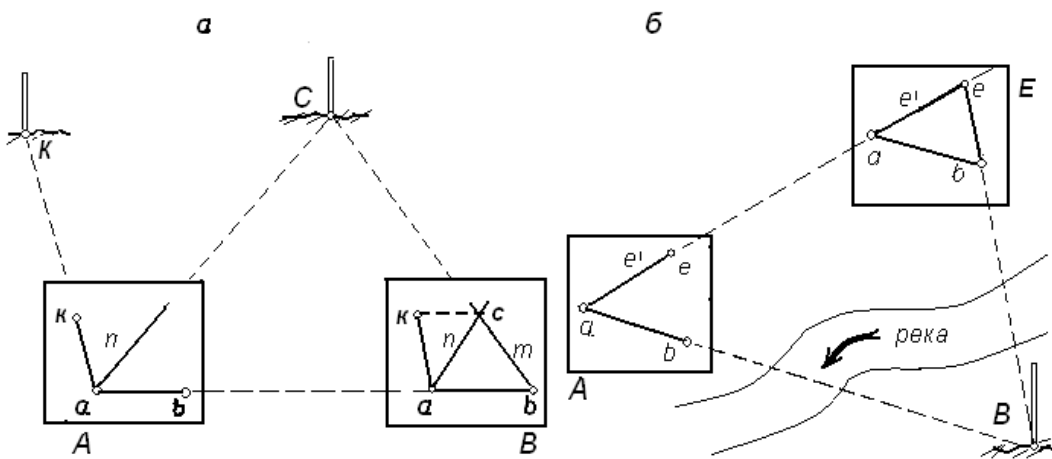


Рис. 21.5. Мензурные засечки:  $a$  – прямая;  $b$  – комбинированная

**Комбинированная (боковая) мензурная засечка.** Если между пунктами съемочного обоснования  $A$  и  $B$  имеется препятствие (рисунок 21.5, б), то положение на плане точки  $e$  (изображения дополнительного пункта  $E$ ) можно определить комбинированной засечкой. Мензулу устанавливают в рабочее положение над пунктом  $A$ , ориентируют по направлению  $ab \parallel AB$ , затем, визируя на пункт  $E$ , прочерчивают направление  $ae = e'$ . Затем мензулу устанавливают над точкой  $E$  местности, центрируют над линией  $ae$  в точке, приблизительно находящейся в искомом месте, ориентируют планшет по направлению  $ea \parallel EA$ . Приложив скошенный край линейки кипрегеля к точке  $b$ , визируют на пункт  $B$  и прочерчивают направление  $be$ . В пересечении прямых  $ae$  и  $be$  получают искомую точку  $e$ , но ее положение необходимо проверить по четвертой опорной точке, как и в случае прямой засечки.

**Обратная мензурная засечка (задача Потенота).** Задача решается несколькими графическими и аналитическими способами, но она не имеет решения, если исходные пункты  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на одной прямой или определяемый пункт  $M$  находится на окружности, прохо-



дящей через исходные пункты. Наиболее простое графическое решение задачи показано на рис. 21.6.

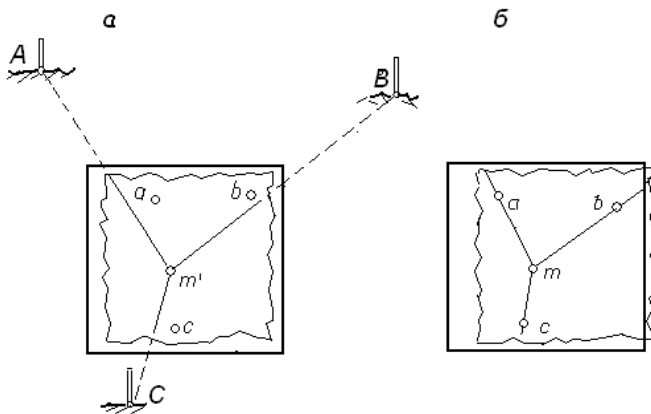


Рис. 21.6. Обратная мензурная засечка

Над определяемым пунктом  $M$  устанавливают мензулу и, не производя ее ориентирования, прикрепляют к планшету лист восковки или прозрачного пластика. В середине листа произвольно отмечают точку  $m'$  (рисунок 21.6, а). Вдоль скошенного края линейки кипрегеля через точку  $m'$  прочерчивают направления на пункты  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Затем лист открепляют и перемещают по плану в положение, при котором прочерченные направления совпадают с точками  $a$ ,  $b$  и  $c$  – изображениями на планшете исходных пунктов (рисунок 21.6, б). Точка  $m'$  перекальвается на планшет в положение  $m$ , отвечающее месту пункта  $M$  на местности.

**Создание съёмочного обоснования для мензурной съёмки.** Съёмочное обоснование для мензурной съёмки создают на основе пунктов опорной геодезической сети, т.е. пунктов ГГС и сетей сгущения. Для построения съёмочного обоснования разрешается применять теодолитные и тахеометрические ходы, триангуляционные построения, различные засечки и, кроме того, мензурные ходы и геометрическую сеть. Первые четыре вида образуют так называемое аналитическое съёмочное обоснование, так как координаты его пунктов получают из уравнивания конкретного геодезического построения. Последние два вида относятся к графическому съёмочному обоснованию. Применение графического съёмочного обоснования позволяет уменьшить плотность аналитического обоснования.

**Мензурный ход.** Мензурный ход (рис. 21.7) прокладывается между пунктами аналитического обоснования и имеет ограниченную длину, зависящую от масштаба съёмки (например, 500 м при масштабе 1:2000).

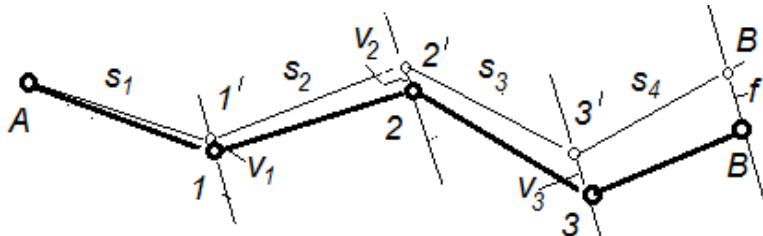


Рис. 21.7. Мензурный ход, его графическая невязка

Положение пунктов мензурного хода на плане определяют графически с помощью кипрегеля. Расстояние между пунктами измеряют нитяным дальномером в прямом и обратном направлениях; допустимое расхождение между  $S_{пр}$  и  $S_{обр}$  не должно превышать  $1/200$  от измеряемого расстояния; при съемке в масштабе  $1:500$ . Расстояния следует измерять мерной лентой или рулеткой. Направления на пункты прочерчивают по линейке кипрегеля. Поскольку мензурный ход прокладывают между известными пунктами  $A$  и  $B$  (см. рис. 21.7), положение которых на планшете уже зафиксировано, может появиться графическая невязка хода, т.е. при последовательном построении на плане от пункта  $A$  вершины хода получают точках  $1', 2', 3', B'$ ; несовпадение конечной точки  $B'$  хода с исходной точкой  $B$  представляет графическую линейную невязку хода  $f = BB'$ . Допустимая линейная невязка мензурного хода на планшете равна  $0,8$  мм. Для устранения невязки (графического уравнивания хода) она распределяется на все пункты хода методом параллельных линий. Суть этого метода состоит в следующем: параллельно линии невязки хода через точки  $1', 2', 3'$ , прочерчивают параллельные линии. Затем на этих линиях откладывают отрезки  $v_1, v_2, v_3$ , представляющие поправки к положению пунктов хода на планшете в мм.

$$v_1 = f S_1 / \sum S; \quad v_2 = (S_1 + S_2) f / \sum S; \quad v_3 = (S_1 + S_2 + S_3) f / \sum S;$$

где:  $S_1, S_2, S_3$  – длины сторон мензурного хода в м,

$f = B'B$  – линейная невязка хода на планшете в мм,

На концах отложенных отрезков накалывают точки, которые и будут являться уравненными положениями пунктов мензурного хода.

Превышения между пунктами мензурного хода определяют кипрегелем в прямом и обратном направлениях; расхождение допускается в пределах  $4$  см на  $100$  м расстояния. Допустимая высотная невязка мензурного хода подсчитывается по формуле ( $n$  – количество сторон в ходе) в см:

$$f_{h.доп} = 0,04 \sum S / \sqrt{n}$$

Невязка распределяется в превышения между пунктами хода с обратным знаком пропорционально длинам сторон.

**Геометрическая сеть.** Если на местности имеются три пункта с известными координатами, то при мензульной съемке в масштабе 1:5000 и мельче графическое съемочное обоснование разрешается создавать в виде геометрической сети. Применяя прямую угловую засечку с трех известных пунктов А, В, С, определяют графически положение одного пункта, например, пункта 1 (рис. 21.8). Затем с любых трех имеющихся на планшете пунктов прямой угловой засечкой определяют положение пункта 2 и так далее, пока не будет определено положение всех пунктов сети.

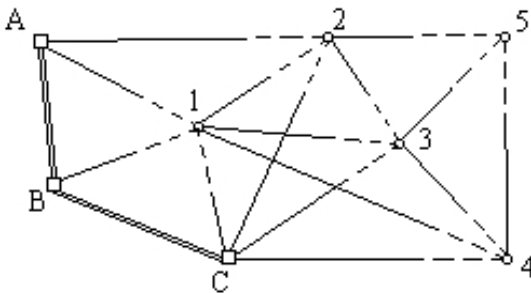


Рис. 21.8. Геометрическая сеть

Отметки пунктов геометрической сети получают из ходов технического нивелирования или из высотных ходов.

## 21.7. Подготовка планшета и мензулы к работе

До начала съемки на планшет нужно нанести все пункты опорной сети и пункты съемочного обоснования. На рубашке планшета строят координатную сетку и наносят все пункты с известными координатами, попадающие на данный планшет. Затем выходят в поле и строят графическое съемочное обоснование. После этого вершины квадратов координатной сетки и все пункты перекалывают на планшет. За границей плана проводят ориентирные линии. Рубашка планшета становится ненужной, но ее не убирают, а используют как защитный чехол планшета. Иногда все построения выполняют сразу на планшете, не используя рубашку.

Установка мензулы на станции включает три операции: центрирование, горизонтирование и ориентирование.

Пользуясь центрировочной вилкой конец ее прикладывают к точке на планшете, и отвес, висящий на другом конце вилки, должен находиться над точкой местности.

## 21.8. Производство мензульной съемки

Мензульная съемка выполняется с пунктов съемочного обоснования; способы съемки - полярный и засечек.

Перед съемкой пикетов измеряют высоту инструмента  $i$  и отмечают ее на рейке. Затем исполнитель намечает места пикетов и дает задание реечнику в каком порядке их обходить. Плановые пикеты располагают на изгибах контуров, дорог, пересечениях и ответвлениях дорог, у канав, углов изгородей и строений, у отдельных объектов и т.п..

Высотные пикеты располагают на характерных точках и линиях рельефа, на перегибах скатов. Расстояние между высотными пикетами на ровных участках не должно превышать 20 мм на плане; на один квадратный дециметр плана обычно набирают не менее 25 высотных пикетов.

На каждой станции после полного набора пикетов проводят контурные линии, наносят условные знаки объектов местности, проводят горизонтали и только после этого переходят на другой пункт съемочного обоснования.

Ежедневно составляют кальку высот, на которую копируют все высотные пикеты, а также кальку контуров.

**Сводка планшетов по рамкам.** Если участок съемки располагается на нескольких планшетах, то выполняют их сводку по рамкам. Если приложить один планшет к другому по общей рамке, то горизонтали и контуры должны совпадать; однако, вследствие ошибок измерений при съемке полного совпадения может и не быть. Для устранения возможных разногласий съемка выполняется за границей планшета на ширину 4 мм в масштабе плана.

Процесс сводки планшетов заключается в следующем. На полоску кальки копируют с планшета углы рамок трапеции, координатную сетку, ситуацию и рельеф в зоне шириной 24 мм: 20 мм внутри рамки и 4 мм за рамкой. Кальки двух соседних планшетов накладывают одна на другую и сличают. При допустимых расхождениях устанавливают окончательное положение контуров и горизонталей и переносят его на планшеты. При недопустимом расхождении все разногласия устраняются прямо на местности при повторной съемке.

## ЛЕКЦИЯ № 22.

### Понятие о космических съемках и аэрофотосъемке

#### **Назначение и содержание космической и аэрофотосъемки**

В настоящее время топографические карты и планы, а также картографические материалы специального назначения (например планы территорий, карты населенных пунктов, сельскохозяйственных и лесных земель и др.) создаются и возобновляются в основном фототопографическими методами – путем получения изображений земной поверхности аппаратурой, установленной на летательных аппаратах (воздушные съемки) или на искусственных спутниках Земли (космические съемки) или же на земной поверхности (наземные фототопографические съемки).

Наука, которая изучает методы и технологию определения по фотографическим изображениям форму, размеры и планово-высотное положение объектов называется **фотограмметрией** (от греческих слов *phôtos* – свет, *gramma* – запись, изображение и *metreô* – измеряю). Раздел фотограмметрии, который рассматривает составление карт и планов, называется **фототопографией**. Раздел, который изучает по снимкам с космических аппаратов размеры космических тел и их поверхностных структур, а также пространственные контуры объектов земной поверхности, называется **космической фотограмметрией**.

#### **22.1. Понятие о космических съемках**

**Космические съемки** применяются при изучении природных явлений, земных ресурсов, экологических исследованиях и сопровождаются картографированием объектов изучения. Одной из характеристик космической информации является ее разрешающая способность, т. е. минимальная линейная величина четкого отображения контуров земной поверхности.

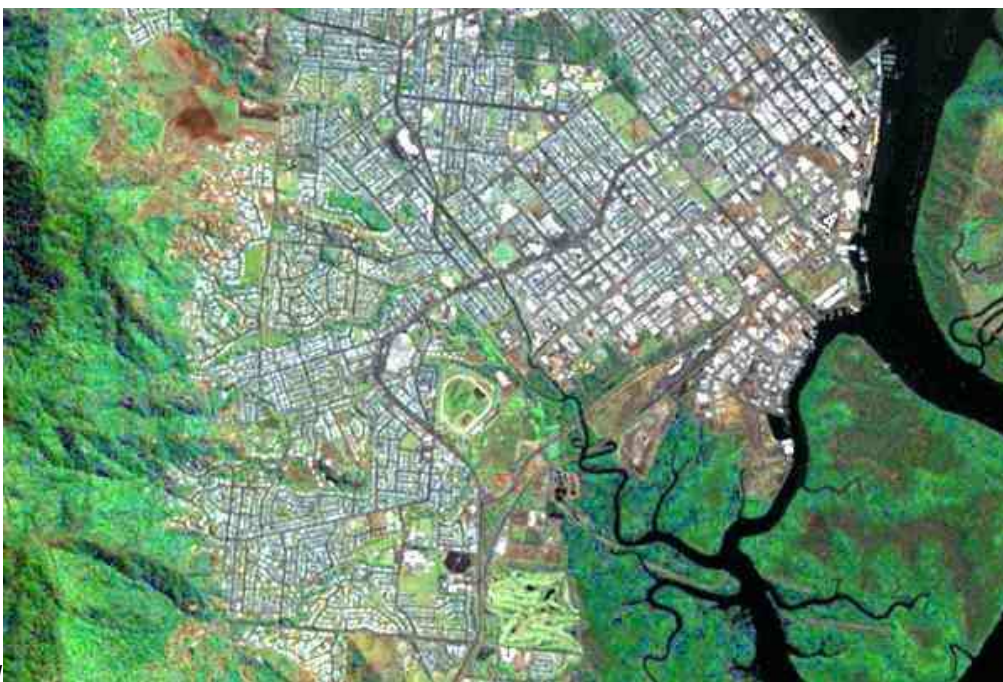
В наиболее подробной классификации космических снимков по их пространственному разрешению  $L_R$  можно выделить шесть групп.

- *Снимки низкого разрешения* ( $L_R \geq 1$  км) являются обзорными и содержат изображение значительных территорий вплоть до целого полушария. Как правило, это снимки получены с геостационарных метеорологических и ресурсных спутников, содержат изображения глобальных природных объектов и процессов – крупнейших геологических образований, метеорологических процессов, тепловой структуры океанов и др.

- *Снимки среднего разрешения* ( $100 \text{ м} < L_R < 1000 \text{ м}$ ) являются основным источником данных для мониторинга природной среды. На снимках не отображаются хозяйственные объекты, а преимущественно природные.

- *Снимки относительно высокого разрешения* ( $30 \text{ м} < L_R < 100 \text{ м}$ ) получают с помощью сканирующей аппаратуры или фотографических съемочных систем ресурсных спутников. Такие снимки используются для создания и обновления топографических карт, решения оперативных задач и обзорного тематического картографирования (рис. 22.1, *а*).

- *Снимки высокого разрешения* ( $10 \text{ м} < L_R < 30 \text{ м}$ ) используются для создания и обновления топографических карт, для детального тематического картографирования.



*а*



*б*

*Рис. 22.1.*

Космические снимки:  
*а* – относительно высокого разрешения  $\approx 31 \text{ м}$ ; *б* – очень высокого разрешения  $1 \text{ м}$

- *Снимки очень высокого разрешения* ( $1 \text{ м} < L_R < 10 \text{ м}$ ) получают с помощью длиннофокусных фотогра-

фотографических систем и аппаратуры линейного сканирования. Снимки отображают весь комплекс природных и хозяйственных объектов, в т.ч. населенные пункты, транспортные коммуникации, объекты инженерной инфраструктуры и др., и широко используются для решения топографических задач (рис. 22.1, б)..

• Снимки сверхвысокого разрешения ( $L_R \leq 1$  м) получают с помощью оптико-электронных съемочных систем и используют для крупномасштабного картографирования и изучения отдельных объектов.

## 22.2. Аэрофотосъемка

Аэрофотосъемка (воздушная съемка местности) применяется для создания топографических и специальных карт и планов. *Аэрофотосъемкой* называют комплекс работ, который выполняется для получения топографических планов и цифровых моделей местности на основе материалов фотографирования земной поверхности с летательных аппаратов (самолетов, вертолетов, воздушных шаров). В полу специального летательного аппарата над люком размещают:

- топографические цифровые или аналоговые аэрофотокамеры;
- многоканальные сканирующие устройства, фиксирующие изображение в видимой части спектра и в инфракрасном диапазоне;
- тепловизоры, обеспечивающие съемку в инфракрасном диапазоне с длинами электромагнитных волн полосами 5 и 8–12 мкм;
- многоканальные спектрометры для выявления особенностей и состояния объектов по спектральным характеристикам их цветового отображения;
- лазерные сканеры.

В зависимости от масштаба фотографирования аэрофотосъемку подразделяют на *мелкомасштабную* (знаменатель масштаба аэроснимка  $m \geq 50\,000$ , разрешение  $L_R \geq 1$  м), *среднемасштабную* ( $10\,000 < m < 50\,000$ ;  $0,2 \text{ м} < L_R < 1 \text{ м}$ ) и *крупномасштабную* ( $m \leq 10\,000$ ;  $L_R \leq 0,2 \text{ м}$ ).

**Краткие данные о разрешающей способности аналоговых и цифровых фотоснимков.** Твердой основой светочувствительного слоя негативов аналоговых фотоснимков служат стеклянные пластинки или прозрачные пленки, а для позитивных отпечатков – фотобумага. Изображение на черно-белых *аналоговых снимках* формируется зернами светочувствительных солей бромистого или йодистого серебра, размер которых составляет 3–6 мкм (0,003–0,006 мм) и определяет разрешающую способность фотоизображений величиной около

60–40 линий на 1 мм. Таким же разрешением характеризуются аналоговые цветные фотоизображения.

*При цифровом фотографировании* цветное цифровое изображение сначала формируется в виде точечных электрических зарядов в результате взаимодействия фотонов со светочувствительными элементами ячеек, регистрирующих отдельно красный, зеленый и синий цвета видимого спектра. Такие ячейки объединены по три в единичные светочувствительные элементы, множество которых образует плоскую интегральную светочувствительную матрицу. Размеры светочувствительных матриц цифровых фотоаппаратов ограничивают вследствие сложности их изготовления. По этой причине в аэрофотоаппаратах применяют составные светочувствительные матрицы. Например, составная матрица общим размером 23×15 см может состоять из четырех или девяти исходных матриц. Матрицы, как и негативы аналоговых снимков, устанавливаются в задней фокальной плоскости объектива фотоаппарата.

Разрешение рассматриваемой матрицы оценивается размерами единичных элементов цифрового мозаичного изображения – пикселей (pixel – PICture'S ELeмент, элемент изображения). Размер пикселя составляет 6–11 мкм. При большом увеличении фотоизображения пиксели проявляются как квадраты одинаковой величины. Экспериментально установлено, что размер выделяемого компактного объекта цифрового изображения должен быть не менее четырех пикселей.

Следует отметить, что разрешающая способность объектива аэрофотоаппарата достигает 350–400 линий на миллиметр и соответствует разрешающей способности изображения  $\approx 2,5$  мкм ( $\approx 0,0025$  мм).

**Особенности визуализации цифрового снимка на экране компьютера.** При визуализации цифровых снимков на мониторе компьютера следует учитывать, что каждый трехцветный элемент экрана также представляет пиксел размером около 0,2 мм, который включает красный, зеленый и синий люминофоры, их свечение в глазах наблюдателя сливается в единый синтезированный цвет соответствующей яркости. Исходный трехцветный массив сигналов цифрового снимка подается на экран монитора и преобразуется в двумерный растр, соответствующий плоскости исходного изображения. Чтобы увидеть пиксели цифрового фотоснимка, достаточно увеличивать его изображение до появления столбцов и строк со ступенчатым переходом от одного элемента к другому. Появляющуюся при увеличении ступенчатость можно сгладить, но степень детализации при этом не возрастет. Следовательно



но практически приемлемое увеличение пиксела цифрового снимка не должно быть больше размера трехцветной ячейки экрана монитора компьютера и может достигать 4–8 $\times$ .

*Особенности визуализации цифрового аэрофотоснимка на твердом носителе.* Визуализация изображения осуществляется на аналоговых отпечатках (твердых носителях) размером, например, 23 $\times$ 23 см, при этом увеличение исходного цифрового изображения, полученного посредством составной матрицы аэрофотоаппарата, может быть в пределах 1–1,5 $\times$ . Соответственно пикселы величиной  $\approx$ 10 мкм на аналоговом отпечатке размера 23 $\times$ 23 см будут равны 0,01 мм. Исходные пикселы величиной 6,5 мкм при размере матрицы 7,8 $\times$ 7,8 см будут получены на цифровом отпечатке размером 23 $\times$ 23 см с увеличением 3 $\times$  до 0,02 мм. При этом величина пиксела на отпечатке может быть установлена, равной, например 0,03 мм в зависимости от масштаба создаваемого плана и параметров точности цифрового фотографирования. Отпечатки цифровых аэрофотоснимков могут применяться для получения топографических планов посредством оптико-механических фотограмметрических приборов. С более высокой точностью топографические чертежи и цифровые модели местности создаются при помощи компьютеров.

*Разрешение виртуальных цифровых аэрофотоснимков,* т.е. цифровых массивов данных аэрофотосъемки, соответствует  $\approx$ 1/3 размера пиксела, поэтому в результате компьютерной обработки данных цифрового фотографирования местности топографические планы создаются в графическом виде с более высокой точностью, при этом их масштаб ограничивается допустимым увеличением пиксела до 0,05–0,07 мм, т. е. при размере пиксела 6,5 мкм коэффициент увеличения аналогового изображения может приниматься до 6–8 $\times$ , но при размере пиксела 10–15 мкм увеличение изображения ограничивается до 3–4 $\times$ .

**Виды аэрофотосъемки.** Наиболее распространена *плановая аэрофотосъемка*, при выполнении которой ось фотокамеры располагается вертикально с фактическими отклонениями от вертикали не более 0,3 $^\circ$ , при этом плоскость фотоизображения (аэрофотоснимка) практически совпадает с горизонтальной плоскостью. На плановых снимках отображается наибольший объем информации о ситуации и рельефе и других особенностях местности.

*Перспективная аэрофотосъемка* производится при наклонном положении оси фотокамеры. Перспективные снимки используются для оценки для оценки ландшафтных особенностей природных и искусственных объектов, экологических последствий антропогенной деятельности, дешифрирования плановых снимков.

В настоящее время аэрофотоснимки получают посредством цифровых аэрофотоаппаратов (в прошлом пленочных, т.е. аналоговых фотокамер). На *цветных снимках* цветность изображения может быть максимально приближена к естественной. На *спектрально-цветных* снимках цвет изображенных объектов заранее подбирают условным в зависимости от ряда факторов: например породы лесонасаждений, периода вегетации и состояния сельскохозяйственных посевов, влажности земель и др. По отклонения условного цвета объекта от цвета эталонного устанавливают состояние здоровья лесов или характеристики произрастания и прогноза урожайности посевов или же нарушения экологических условий среды обитания. На *инфракрасных снимках*, полученных в инфракрасном диапазоне электромагнитных колебаний, отображаются наземные и подземные объекты, температура которых на доли градуса отличается от температуры окружающей земной поверхности, например подземные теплотрассы, тоннели неглубокого заложения. Современные цифровые аэрофотоаппараты одновременно производят цветное, спектрально-цветное, инфракрасное и другие виды специального фотографирования. *Сканерные методы* фототопографической съемки могут выполняться видимыми или лазерными лучами при помощи соответствующей сканерной аппаратуры.

**Маршруты аэрофотосъемки.** Одиночная аэрофотосъемка ограничивается одним или несколькими снимками местности. *Маршрутная съемка* (рис. 7.20, а) применяется для покадрового фотографирования местности с самолета вдоль заданного направления.

*Площадная съемка* (рис. 7.20, б) производится покадрово по параллельным маршрутам, которые прокладывают, как правило, вдоль географических параллелей. С целью осуществления геометрической связи между аэрофотоснимками и возможности их совместной фотограмметрической обработки установлено продольное последовательное перекрытие снимков вдоль маршрута на 60%, в результате обеспечивается тройное продольное перекрытие трех последовательных снимков. Для снимков соседних параллельных маршрутов установлено поперечное перекрытие на 20%.

Над люком самолета (вертолета) аэрофотоаппарат закрепляют на гиropлатформе, оснащенной амортизаторами и стабилизирующим гироскопическим устройством, которое гасит вибрации АФА и удерживает его оптическую ось в вертикальном положении с точностью до  $0,2-0,3^\circ$  при покачиваниях самолета в полете. Автоматизация фотографирования осуществляется процессором, который задает моменты экспозиции в зависимости от скорости самолета, высоты полета и размера кадров фотоизображения. В пленочном АФА после экспозиции пленка автоматически перемещается на один кадр.

Объектив АФА должен отвечать высоким требованиям на геометрическую точность построения изображения в плоскости негатива (или цифровой матрицы). Четкое изображение в плоскости негатива (см. рис. 22.3, б) получается при *главном фокусном расстоянии* АФА  $S_o = f$ , которое равно расстоянию между центром проекции объектива  $S$  и плоскостью негатива в его главной точке  $o$ . Главное фокусное расстояние  $f$  аэрофотокамеры постоянно, рассчитано на бесконечное удаление предмета фотографирования и определено с высокой точностью.

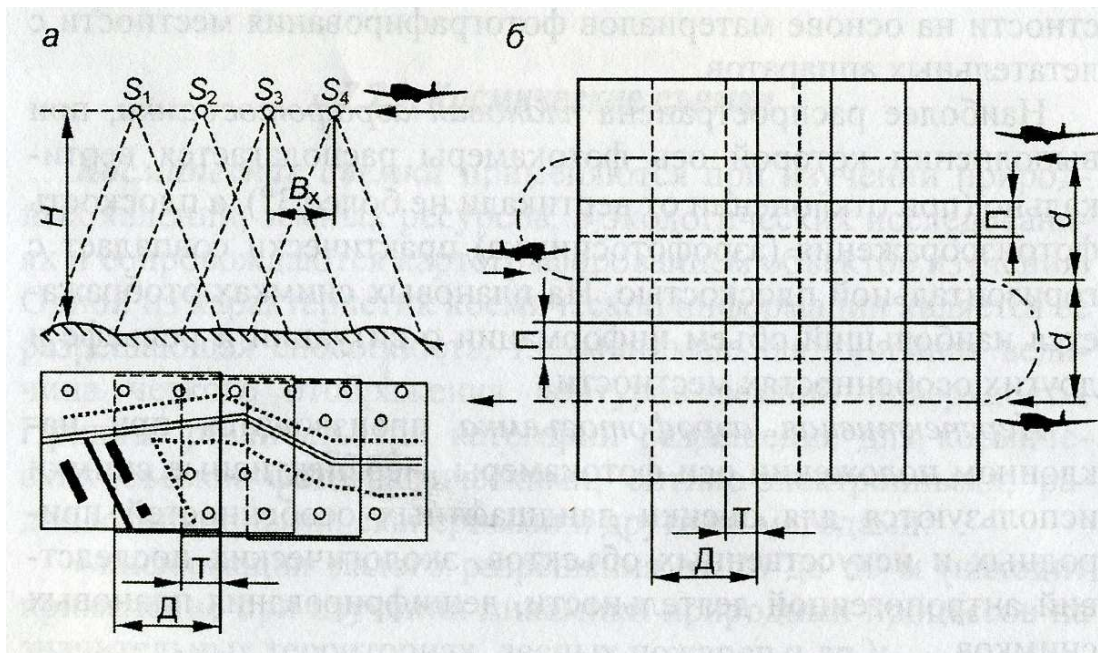


Рис. 22.2. Схемы аэрофотосъемки:

$a$  – маршрутная;  $b$  – площадная ( $S_1, S_2$  – центры фотографирования,  $B$  – базис фотографирования;  $H$  – высота фотографирования;  $D$  – двойное продольное перекрытие снимков;  $T$  – тройное продольное перекрытие,  $\Pi$  – поперечное перекрытие)

**Аэрофотоаппараты** представляют собой сложные устройства. На рис 22.3,  $a$  приведена схема пленочного аэрофотоаппарата (АФА) для получения аналоговых фотоизображений. Посредством современных цифровых АФА формируется цифровое фотоизображение, подобное аналоговому, но с более высоким разрешением. Геометрические характеристики пленочных и цифровых аэрофотоснимков описываются совпадающими математическими выражениями центральной проекции. На рис. 22.4,  $a, б$  иллюстрируется положение аэрофотоаппарата на борту самолета.

По величине главного фокусного расстояния аэрофотоаппараты подразделяют на короткофокусные ( $f = 50\text{--}140$  мм), среднефокусные ( $f = 200$  мм) и длиннофокусные ( $f = 350$  и  $500$  мм). Пленочные АФА выпускались для получения кадров размером  $18\times 18$ ,  $23\times 23$  и  $30\times 30$  см. С помощью цифровых АФА, оснащенных объективами с фокусным расстоянием от 55 до 120 мм и светочувствительными матрицами получают цифровые аэрофотоснимки, которые за-

тем развертывают посредством компьютера до заданного формата.

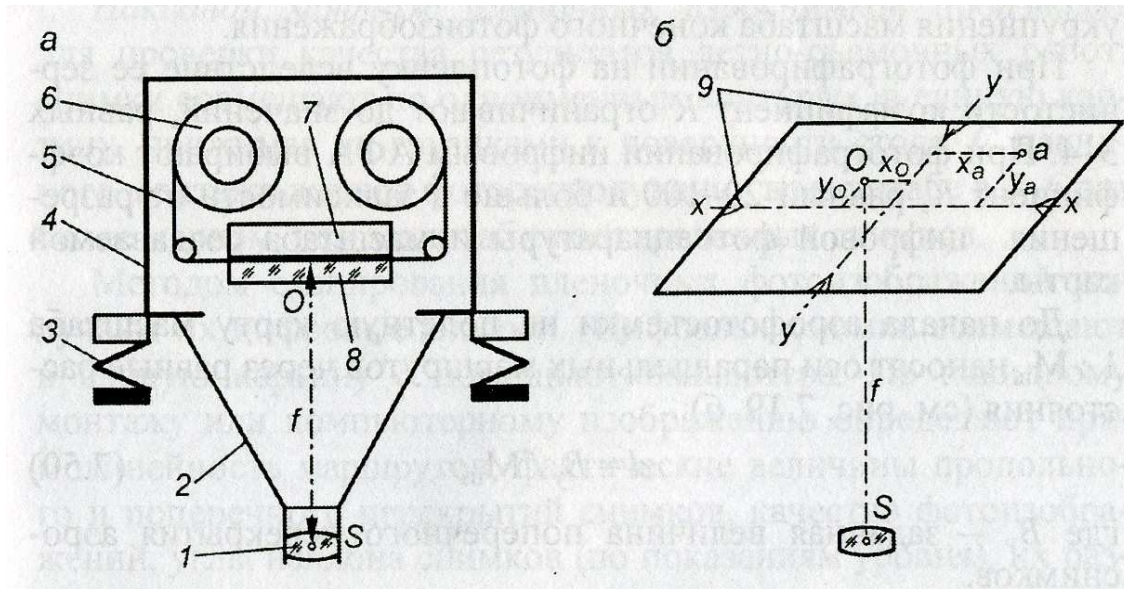


Рис. 22.3. Схема АФА и снимка: а – общая схема; б – плоскость снимка;

1 – объектив; 2 – конус фотокамеры; 3 – амортизатор; 4 – корпус; 5 – фотопленка; 6 – кассета; 7 – прижимная доска; 8 – стеклянная пластина с кадровой рамкой; 9 – координатные метки;  $f$  – фокусное расстояние АФА;  $S$  – центр проекции;  $x$ - $x$  и  $y$ - $y$  – оси абсцисс и ординат в плоскости снимка

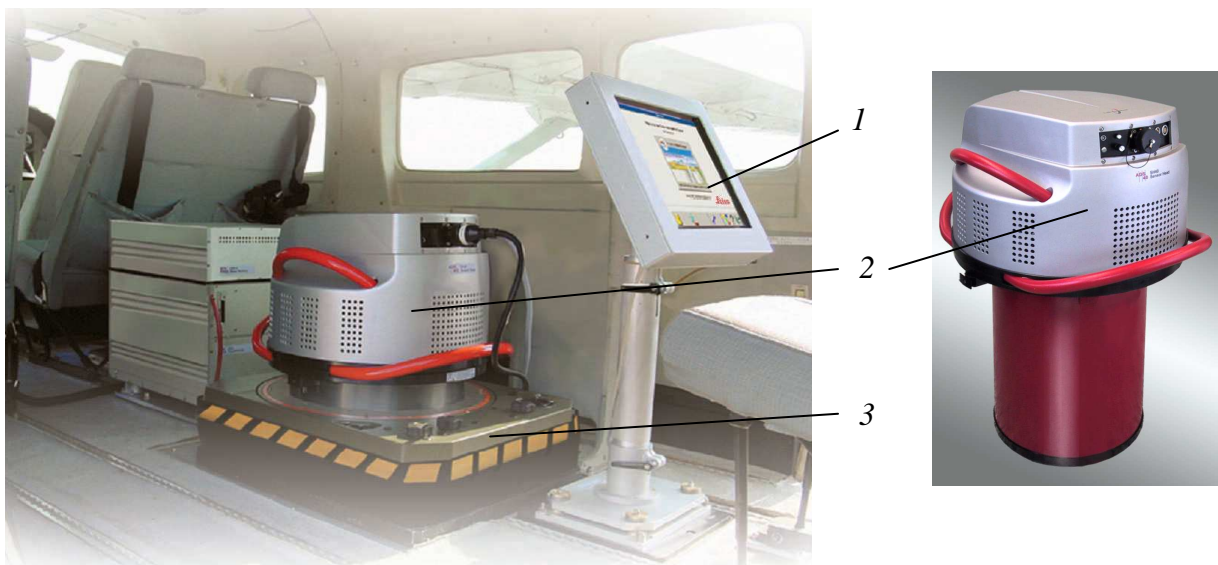


Рис. 22.4. Цифровой аэрофотоаппарат ADS 40:

а – на борту самолета; б – внешний вид (1 – монитор бортового компьютера контроля фотосъемки; 2 – аэрофотоаппарат; 3 – гиropлатформа)

**Подготовка к аэрофотосъемке.** В техническом задании на аэрофотосъемку указывают объект фотографирования его границы, масштаб фотографирования  $1 : m$  (масштаб негати-

вов при пленочной съемке), высоту фотографирования  $H$ , главное фокусное расстояние  $f$  АФА.

Аэрофотосъемка выполняется в масштабе  $1 : m$ , в несколько раз более мелком, чем масштаб  $1 : M$  создаваемой карты, т. е.

$$m : M = K > 1, \quad (22.1)$$

где  $K$  – коэффициент трансформирования или коэффициент укрупнения масштаба конечного фотоизображения.

При фотографировании на фотопленку вследствие ее зернистости коэффициент ограничивают до значений  $K = 3–4$ . При фотографировании цифровым АФА выбирают коэффициент  $K = 2–10$  и большим в зависимости от разрешения цифровой фотоаппаратуры, метода обработки информации и масштаба создаваемой карты.

До начала аэрофотосъемки на полетную карту масштаба  $1 : M_{\text{п}}$  наносят оси параллельных маршрутов через равные расстояния

$$d = B_y / M_{\text{п}}, \quad (22.2)$$

где  $B_y$  – заданная величина поперечного перекрытия аэроснимков:

$$B_y = ml(100 - P_y) / 100. \quad (22.3)$$

Здесь  $l$  – длина стороны снимка;  $P_y$  – заданный процент поперечного перекрытия снимков.

*Базис фотографирования*  $B_x$  (расстояние между последовательными центрами фотографирования  $S_i$  (см. рис. 22.2, а) равен

$$P_x = ml(100 - P_x) / 100. \quad (22.4)$$

Интервал времени между моментами фотографирования зависит от величины базиса фотографирования, скорости самолета, направления и скорости ветра.

**Летно-съемочные работы.** Фотографирование местности для картографирования производят в безоблачную погоду при высоком стоянии Солнца, весной до распускания листвы

на деревьях. Скорость самолета должна быть, например, не выше 280 км/час при съемке масштаба 1 : 2000. Современные спутниковые приборы дают возможность определять пространственные координаты центра фотографирования в полете с точностью около 0,15 м. На каждом аэроснимке отображаются: его номер, показания часов, высотомера и круглого уровня.

**Первичная обработка материалов аэросъемки.** Фотолабораторная химическая обработка пленочных аэрофильмов должна проводиться при строгом режиме в соответствующих растворах. Материалы цифровой аэросъемки можно визуально оценивать в полете посредством бортового компьютера (см. рис. 22.4), затем в камеральных условиях их обрабатывают с помощью стационарного компьютера. Местность отображается на снимках в масштабе 1 : *m*.

*Накидной монтаж* аналоговых аэроснимков производят для проверки качества результатов летно-съемочных работ: снимки совмещают по одноименным контурам в единую картину, прижимая их грузиками к поверхности стола. С накидного монтажа делают фотопродукцию в масштабе в 5-6 раз более мелком, чем масштаб смонтированных снимков.

Методом сканирования пленочных фотоизображений получают их цифровые аналоги. На экране компьютера кадры цифровых снимков совмещают в единую картину, добиваясь совпадения изображений в зонах продольного и поперечного перекрытия соседних снимков. По изображению накидного монтажа или единой картины определяют прямолинейность маршрутов, фактические величины продольного и поперечного перекрытий снимков, качество фотоизображений, углы наклона снимков (по показаниям уровня), их развороты относительно трассы полета.

**Плановые аэрофотоснимки, их масштаб.** Геометрические характеристики пленочных и цифровых аэрофотоснимков описываются совпадающими математическими выражениями центральной проекции. Фотоизображения равнинной местности относят к плановым, если отклонение оси аэрофотоаппарата от отвесной линии не превышает  $3^\circ$ . При этом плоскость снимка  $P_c$  и предметная плоскость (местности)  $P$  располагаются практически горизонтально (рис. 22. 5). В момент экспозиции на снимке изображаются контуры местности и координатные метки внутренних осей  $x$  и  $y$  (см. рис. 7.21, б). Контуры местности изображаются в *центральной проекции*, схема которой приведена на рис. 7.23, на которой для упрощения геометрических построений плоскость снимка  $P_c$  помещена между центром проекции  $S$  и предметной плоскостью  $P$  на постоянном фокусном расстоянии  $f$ . Световые лучи проходят через

центр проекции  $S$  объектива не меняя своего направления. Расстояние  $H$  от центра  $S$  до предметной плоскости (местности) называется *высотой фотографирования*.

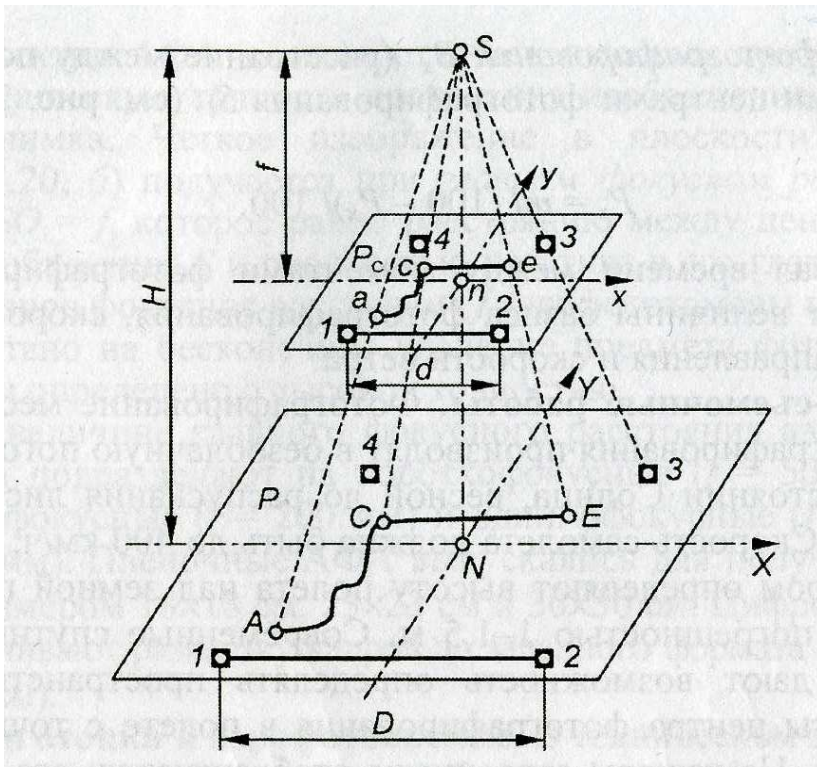


Рис. 22.5. Центральная проекция и масштаб планового снимка равнинной местности:  
 $P_c$  – плоскость снимка;  $P$  – предметная плоскость (местности)

Из пропорционального подобия фигур в центральной проекции на горизонтальных снимке и предметной плоскости следует, что рассматриваемый снимок является планом, его масштаб равен

$$1/m = f/H = ce / CE = d/D, \quad (22.5)$$

где  $ce$  и  $CE$  – пропорциональные отрезки на плоскостях снимка и предметной;  $d$  – длина изображения отрезка 1–2 на снимке;  $D$  – длина горизонтального отрезка 1–2 на местности.

**Плановая и высотная привязка аэрофотоснимков.** Для планово-высотной привязки аэрофотоснимков на каждом из них необходимо дешифровать не менее четырех четко распознаваемых точек местности (пересечения дорог, углы контуров, строений и т. п.) и определить их геодезические координаты  $x, y, H$ . Такие точки именуют *опознаками*. Наиболее оперативно координаты опознаков определяют при помощи спутниковых геодезических приборов. Плановые и высотную координаты каждого опознака определяют также теодолитными ходами и различными засечками (рис. 22.6) с точностью не грубее 0,3 мм в масштабе плана, а отметки – с точностью технического нивелирования.

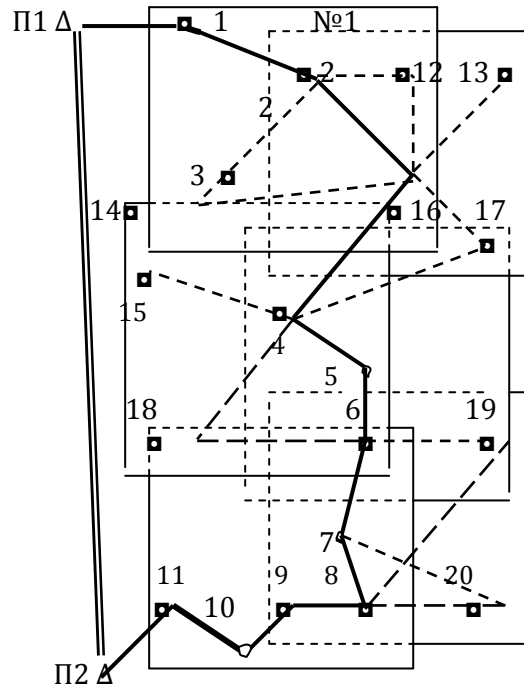


Рис. 22.6. Опорные точки и их плановая привязка теодолитным ходом и полярным способом

**Масштабирование и трансформирование** плановых аэрофотоснимков. Приведение изображения на снимке к заданному масштабу и **горизонтальной проекции** осуществляется либо с помощью фототрансформатора (по пленочным негативам), либо с помощью компьютера (цифровые отображения).

Сущность масштабирования *и трансформирования* фотоизображения на бумажном носителе состоит в следующем. На план наносят координатную сетку и в заданном масштабе наносят по координатам четыре опорные точки, опознанные на данном кадре аэрофильма, например для аэронегатива № 1 (см. рис. 22.6) – точки 1, 12, 13, 3. На негативе № 1 в опорных точках пробивают отверстия диаметром около 1 мм, затем негатив вставляют в кассету фототрансформатора и включают осветительное устройство, создающее световые проецирующие лучи, проходящие через опорные отверстия в негативе. На экран фототрансформатора кладут план и, перемещая экран вдоль оси проектора, наклоняя экран, добиваются, чтобы четыре световых проецирующих луча совместились с соответственными опорными точками на планшете. Затем на планшет кладут фотобумагу, экспонируют на нее изображение с негатива. После проявки и закрепления фотокадры представляют фрагменты *фотоплана местности*.



Для составления фотоплана на планшеты данного масштаба наносят опознаки по их координатам и каждый масштабированный фотоотпечаток монтируют на планшет, совмещая одноименные опорные точки (изображения опознаков). Перекрывающиеся снимки прорезают. Основную часть каждого снимка приклеивают к планшету безводным клеем. Точность фотоплана контролируют по положению опознаков и величинам несовпадения контуров вдоль линий разреза и вдоль рамок соседних планшетов.

Компьютерная обработка цифровых аэрофотоснимков производится по специальным программам. В результате получают цифровые модели планов местности в ортогональной проекции. Высокоточный принтер (плоттер), связанный с компьютером, обеспечивает печать на бумажном носителе планшетов размером 50×50 см в цветном изображении и с соблюдением условных топографических знаков. Результат компьютерного преобразования отдельных цифровых снимков в единое («бесшовное») изображение местности приведен на рис. 22.7.

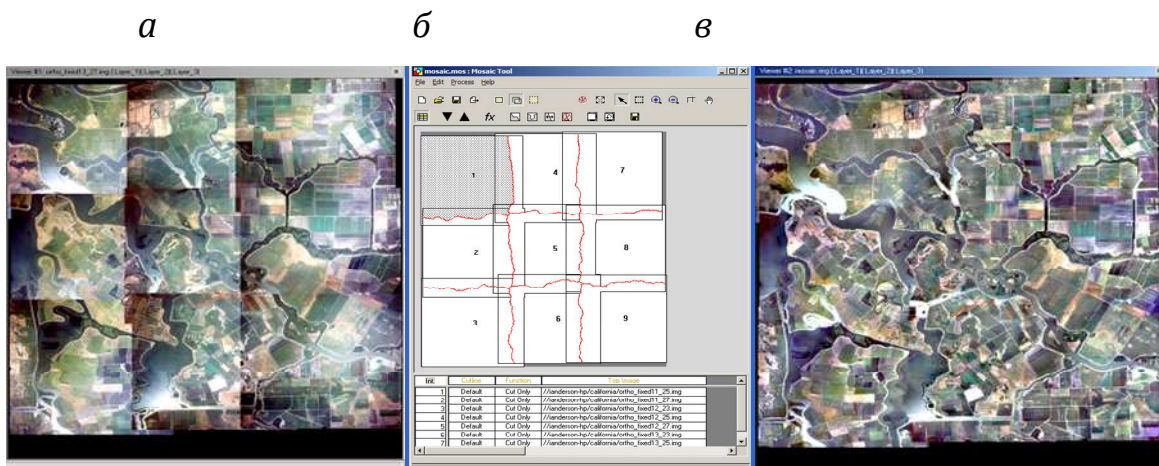


Рис. 22.7. Иллюстрация компьютерного преобразования многомаршрутных цифровых снимков в единое изображение местности:  
 а – множество (мозаика) снимков; б – компьютерная обработка и сопряжение снимков по границам; в – единое («бесшовное») изображение местности

**Искажения аэрофотоснимка на рельеф.** На горизонтальном снимке неровной местности (рис. 22.8) масштаб ее изображения получается переменным в зависимости от высоты неровностей. Для горизонтальных участков местности, расположенных вблизи точки  $A$  (на возвышении) в точке надира  $N$  (в горизонтальной предметной плоскости  $EE$ ), в точке  $B$  (в понижении) высота фотографирования равна соответственно  $H - h_A$ ,  $H$  и  $H + h_B$ , а масштаб соответствующих участков фотоизображения в плоскости  $S$  снимка принимает значения

$$1 : m_A = f : (H - h_A); \quad 1 : m_N = f : H; \quad 1 : m_B = f : (H + h_B). \quad (26.6)$$

На отвесном проецирующем луче  $SN$  аэрофотоаппарата расположены точки надира  $n$  (на снимке) и  $N$  (на предметной плоскости  $EE$ ). Точки местности  $A$  и  $B$  в центральной проекции изображаются на снимке в точках  $a$  и  $b$ . Но для получения их изображения  $a_0$  и  $b_0$  в отвесной проекции точки местности  $A$  и  $B$  теоретически следует отвесно спроецировать на предметную горизонтальную плоскость  $EE$  в точки  $A_0$  и  $B_0$ . Проецирующие лучи  $SA_0$  и  $SB_0$  определяют, что для исправления искажений изображения, вызванных рельефом, точки снимка  $a$  и  $b$  необходимо сместить в положение  $a_0$  и  $b_0$  в радиальных направлениях относительно точки надира  $n$ . Величины радиального смещения  $\delta$  элементов изображения в точки  $a_0$  и  $b_0$  рассчитывают по формуле

$$\delta_a = rh/H = rh/fm, \quad (22.7)$$

где  $r$  – радиальное расстояние участка изображения от точки надира  $n$  на снимке.

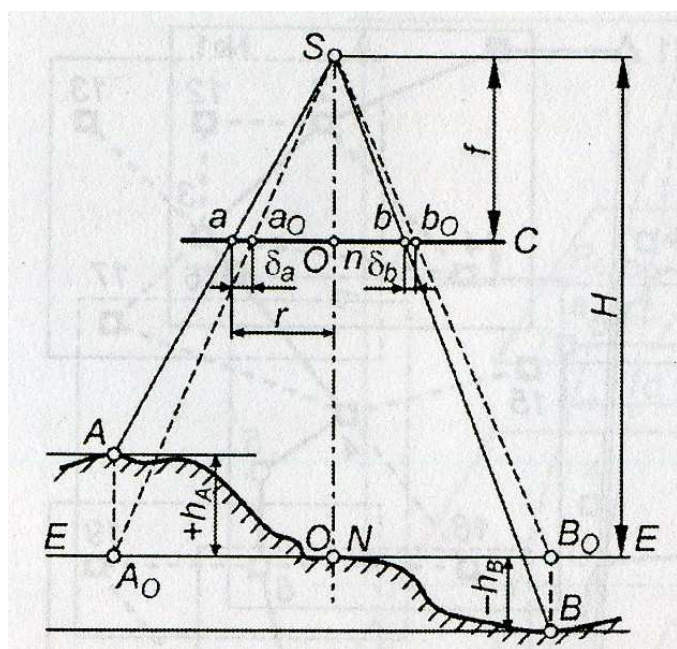


Рис. 22.8. Смещения точек аэрофотоснимка при неровном рельефе местности

Фотоизображение, полученное в центральной проекции, преобразуют в ортогональную отвесную проекцию компьютерной обработкой числовой модели стереопары снимков, устраняя искажения изображения, вызванные рельефом.

**Стереопара аэрофотоснимков.** Два соседние перекрывающиеся аэрофотоснимки образуют стереопару. Рассматривая стереоснимки двумя глазами, наблюдатель воспринимает

объемное изображение земной поверхности и ее предметов. Линейные зависимости, формирующие модель стереоизображения, заложены в конструкцию фотограмметрических стереоскопических приборов и в компьютерные программы обработки стереоизображения для получения топографических планов местности.

В полете самолета расстояние  $B$  между центрами проекции  $S_{\text{Л}}$  и  $S_{\text{П}}$  (рис. 22.9) образует *базис фотографирования*. В центральной проекции изображения местности фиксируются на левом и правом снимках в масштабе  $1 : m$ . Снимки стереопары взаимно ориентируют на стереоприборе и тем создают стереоскопическую картину, подобную самой местности. Масштаб стереомодели  $1 : m_{\text{М}}$  равен отношению базиса модели  $b_{\text{М}}$  к базису фотографирования  $B$ , т. е.

$$1 : m_{\text{М}} = b_{\text{М}} : B. \quad (22.8)$$

Для правильного взаимного ориентирования и создания неискаженной стереомодели в заданном масштабе снимки необходимо трансформировать в этот масштаб и ориентировать относительно опорных геодезических пунктов, используя изображения опознаков.

**Измерение на стереомодели превышений.** В идеальном случае базис фотографирования  $B$ , а также плоскости левого и правого снимков стереопары будут горизонтальны (рис. 22.9). На снимках находят главные точки  $o_{\text{Л}}$  и  $o_{\text{П}}$  и опознают их на соседних снимках. Оси абсциссов совмещают с направлением, проходящим через собственную главную точку и главную точку соседнего снимка. Точка  $A$  предметной плоскости  $E$  (местности) изображена на левом снимке в точке  $a_{\text{Л}}$ , на правом – в точке  $a_{\text{П}}$ , их абсциссы соответственно равны  $+x_{\text{Л}}$  и  $-x_{\text{П}}$  (в масштабе стереомодели). Разность абсциссов изображения одной и той же точки на левом и правом снимках стереопары называется *продольным параллаксом*  $p$

$$p = +x_{\text{Л}} - x_{\text{П}} \quad (22.9)$$

Продольный параллакс точки  $A$  (см. рис. 22.9) равен

$$p_a = +x_{a\text{Л}} - x_{a\text{П}} = x_{a\text{Л}} + |x_{a\text{П}}|. \quad (22.10)$$

Аналогично определяются продольные параллаксы точек  $c$  и  $d$ , которые лежат в вертикальной плоскости

$$p_c = x_{cл} - x_{cп}; \quad p_d = x_{dл} - x_{dп}. \quad (22.11)$$

Чтобы показать на правом снимке точки  $c'_л$  и  $k'_л$ , соответствующие точкам  $c_л$  и  $k_л$  на левом снимке, проведем лучи  $S_п c'_л \parallel S_л c_л$ . Для подобных треугольников  $S_л S_п C$  и  $c_п c'_л S_п$  справедливо соотношение  $B/H_C = p_c/f$ , из которого находим зависимость между параметрами фотографирования и продольным параллаксом  $p_c$

$$H_C = B f / p_c. \quad (22.12)$$

Из формулы (22.12) получаем также величину базиса  $b$  фотографирования в масштабе снимков  $1 : m$

$$p_c = B f / H_C = B / m = b. \quad (22.13)$$

Для точки  $K$  местности высота фотографирования

$$H_K = H_C - h = B f / p_k. \quad (22.14)$$

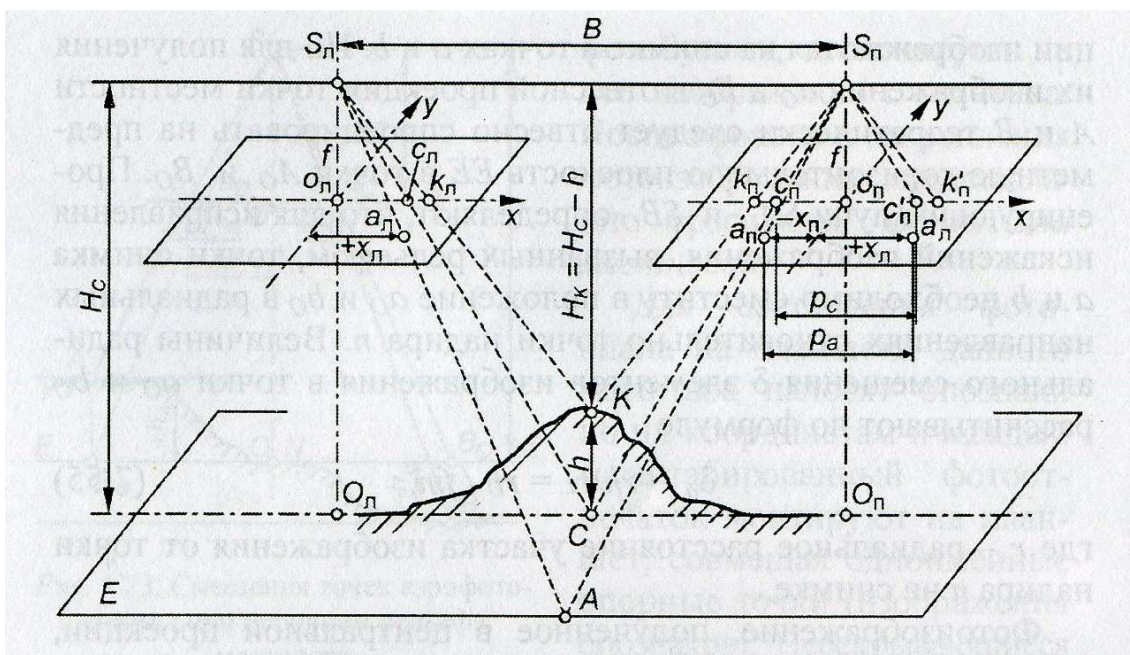


Рис. 22.9. Продольный параллакс одноименных точек на стереоскопических снимках

Превышение  $h$  между точками  $K$  и  $C$  (см. рис. 22.9) равно разности высот фотографирования

$$h = H_K - H_C = Bf / p_k - Bf / p_c = [Bf / p_c](p_k - p_c) = H_C \Delta p / p_c, \quad (22.15)$$

где  $\Delta p = p_k - p_c$  – разность продольных параллаксов точек  $c$  и  $k$ , которую измеряют по снимкам стереопары.

Согласно формуле (22.13)  $p_c = b$ , поэтому

$$p_k = p_c + \Delta p = b_c + \Delta p$$

и тогда формула (22.15) принимает вид

$$h = H_C \Delta p / (b_c + \Delta p). \quad (22.16)$$

Если превышения невелики и разность продольных параллаксов  $\Delta p \leq 1-2$  мм, то значения  $h$  можно вычислять по приближенной формуле

$$\Delta p / b = H \Delta p / p. \quad (22.17)$$

Чтобы оценить, с какой точностью необходимо измерять разности продольных параллаксов, воспользуемся формулой (22.17) и напишем  $\Delta p = hp/H = hb/H$ , а согласно теории погрешностей искомая средняя квадратическая погрешность разности  $\Delta p$  равна  $m_{\Delta p} = m_h b/H$ . При  $m_h = 0,1$  м;  $b = 300$  мм и  $H = 1000$  м находим  $m_{\Delta p} \approx 0,03$  мм. С такой точностью разности продольных параллаксов измеряют по стереоснимкам с разрешением 40–60 линий на 1 мм посредством специальных оптико-механических фотограмметрических приборов. Компьютерными методами цифровые стереоснимки обрабатываются с более высокой точностью.

**Изображение рельефа горизонталями.** Фотограмметрические приборы обеспечивают определение численных значений высотных координат необходимого количества точек на видимой поверхности стереоскопической модели местности и высоты объектов. Отметки точек определяются относительно отметок опознаков и других опорных точек. С помощью

относительно несложных стереометров горизонтали для изображения рельефа можно проводить на снимке вручную по стереоскопической модели в фотограмметрическом приборе относительно подписей отметок земли. Универсальные механические фотограмметрические приборы, управляемые оператором, предназначены для частичной автоматизации процесса изображения рельефа горизонталями и составления топографического планов по аэрофотоснимкам. Компьютерные технологии обеспечивают автоматизацию составления топографических планов.

**Определение размеров объектов.** По стереоскопическим снимкам определяют размеры зданий, башенных сооружений, глубину котлованов и открытых горных выработок, высоту отвалов горных пород и др., для чего измеряют разности продольных параллаксов соответствующих точек объекта и используют формулу (22.15) или (22.17).

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ И РЕКОМЕНДУЕМОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дегтярев А. М. Геодезия, учебное пособие. Часть 1 / А. М. Дегтярев – Новополоцкий государственный университет, - Новополоцк, 2008.
2. Дьяков, Б. Н. Геодезия, учебное пособие / Б. Н. Дьяков. – Новосибирск.:ЦИТ СГГА, 2002. – 186 с.
3. Маслов, А.В. Геодезия, учебник / А.В. Маслов, А.В. Гордеев, Ю.Г. Батраков. – М.: Недра, 2006.
4. Баканова, В. В. Практикум по геодезии / В. В. Баканова, Я. Я. Карклин, Г. К.Павлова [и др.]. – М.: Недра, 1983. – 456 с.
5. Геодезия. Топографические съемки: Справочное пособ. / под ред. В. П. Савиных. – М.: Недра, 1991. – 317 с.
6. Подшивалов, В.П. Инженерная геодезия, учебник / В.П. Подшивалов, М.С. Нестеренок. – Минск: Вышэйшая школа, 2011.
7. Лысов, Г. Ф. Поверки и исследования теодолитов и нивелиров в полевых условиях / Г. Ф. Лысов. – М.: Недра, 1978. – 96 с.
8. Условные топографические знаки для масштабов 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000, 1 : 500. – М.: Недра, 1989.
9. Нестеренок М.С. Геодезия учебное пособие/ М.С. Нестеренок. – Минск: Вышэйшая школа, 2009. – 272 с.
10. Назаров А.С. Средства получения цифровых снимков и методы их фотограмметрической обработки, учебное пособие / Назаров А.С. – Минск: Учебный центр подготовки, повышения квалификации и переподготовки кадров землеустроительной и картографо-геодезической службы. 2009. – 240с.
11. Назаров А.С. Фотограмметрия, учебное пособие / А. С. Назаров – Минск: Тетра-Системс, 2010. – 400 с.