

Статистические методы моделирования современных технологических процессов

Мельниченко В.В.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

Современные экспериментально-статистические методы позволяют ускорить исследование сложных объектов в 2-10 раз и более (в зависимости от степени изученности и сложности объектов).

Применение средств автоматизации эксперимента дает возможность ускорить эти исследования еще в десятки раз.

Математическая теория эксперимента открывает новый подход к инженерным исследованиям:

Во-первых, внедрение современных экспериментально-статистических методов позволяет свести к минимуму интуитивный подход к организации (планированию) эксперимента, заменить его научно обоснованной программой проведения экспериментального исследования.

Во-вторых, основная цель большинства экспериментальных исследований, состоящая в нахождении такой совокупности входных управляемых переменных (факторов), при которых оптимизируемая целевая функция принимает экстремальное значение, достигается с помощью минимального числа опытов при минимуме затрат времени и средств.

В-третьих, даже при неполном знании внутренних закономерностей изучаемых явлений в объектах путем направленного эксперимента можно получить математическую модель сложного объекта, включающего наиболее существенные факторы, независимо от их физической природы. Такая математическая модель может быть с успехом использована не только для управления и нахождения

необходимых режимов работы, но и для обнаружения ряда взаимосвязей в объекте, которые ранее были неизвестны.

В-четвертых, методы теории планирования эксперимента учат многофакторному, системному подходу в изучении сложных явлений.

Математическая теория эксперимента базируется на методах теории вероятностей и математической статистики.

Квалифицированный инженер-металлург после изучения этих дисциплин, а также одного из языков программирования сможет квалифицированно ставить и решать технологические и экономические задачи.

Современное технико-экономическое исследование предусматривает системный подход к изучению технических и экономических явлений. Система определяется заданием системных объектов, их свойств и связей между ними. К системным требованиям по определению академика Н. П. Федоренко [1], относятся **цель, вход, процесс, ограничения, обратная связь**. Рассмотрим эти понятия на примере технологии материалов как системы.

Цель такой системы можно определить, в частности, как достижение материалом оптимального качества и поддержание его на этом уровне с максимальной стабильностью. Эта цель должна быть достигнута при двух ограничениях: количество материала не больше (меньше) заданного уровня, расходы на функционирование системы не должны превышать определенных величин.

Входами системы (X_B) в частном случае является качество исходных компонентов материала, характеризуемое набором свойств каждого из них.

Процессом является собственно технология, т.е. определенные соотношения между компонентами, проведение химических реакций спекания, диффузии, литья, обработки давлением и других процессов по определенным режимам. Процесс (технология) характеризуется набором параметров X_n , которые вместе с входами X_B образуют комплекс **факторов** X , определяющих **выходы** системы Y , в данном случае качество материала, характеризуемое набором его свойств (а иногда и удельными затратами, если рассматривается так

называемое интегральное качество). Каждый из факторов X и каждый из выходов Y **имеет ограничения**.

При изучении конкретной системы всегда приходится абстрагироваться от ряда происходящих в ней явлений. Такая научная абстракция позволяет выделять и анализировать наиболее важные для данного исследования характеристики системы (структуру, взаимосвязи между элементами, свойства и т.д.) из множества реально существующих у данной системы. Общей формой абстрагирования является модель, которая характеризуется как мысленно представляемая или материально-реализуемая система, способная давать новую информацию об этом объекте.

Наиболее существенной с технико-экономической точки зрения является классификация моделей в зависимости от того какие стороны объекта представлены в модели. По такой классификации модели могут быть **субстанциональными, структурными и функциональными** [2]. В современной технической науке особенно возросла роль функциональных моделей имитирующих поведение оригинала. Как и модели других классов функциональные модели могут быть физическими и абстрактно-знаковыми (математическими). В общем виде математическая модель системы для каждого выхода записывается как функция (1), включающая группу изменяющихся факторов ξ_j

$$Y = f \{X_i, \xi_j\} \quad (1)$$

То, что математические модели являются не предметно-физическими, а абстрактными не умаляет их объективности при условии, что они с достаточной точностью описывают поведение системы.

При исследовании любой задачи необходимо произвести первичный анализ системы порождающей эту задачу. Все многообразие практических проблем можно очертить **четырьмя** группами моделей [3]: а) *эскизная* модель, заданная дифференциальными уравнениями, для описания с познавательной целью отдельных наиболее интересных явлений в системе; б) *программная* модель, состоящая из совокупности программ для компьютеров, имитирую-

щая развитие процесса или деятельность человека при решении интеллектуальных задач; в) *комбинированная* модель, представляемая дифференциальными уравнениями с целью предсказания поведения системы и для управления ею; г) *локально-интегральная* полиномиальная модель для решения практических вопросов, связанных с описанием и оптимизацией поведения системы. Например, полином второй степени (более высокая степень применяется редко) от k факторов; его коэффициенты могут быть определены методом наименьших квадратов [4]

$$y = b + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \sum_{i \neq j}^k b_{ij} x_i x_j \quad (2)$$

Полиномиальная модель весьма удобна для решения практических задач, так как описание объекта легко уточнить, повышая порядок полинома; для построения всех моделей вне зависимости от класса объектов (техничко-экономический, социальный, медико-биологический и др.) используется единообразный алгоритм с набором типовых программ [5-11]. К сожалению, такой подход не лишен ряда недостатков: зная числовые оценки коэффициентов b_0, b_i, b_{ii}, b_{ij} как отрезок ряда Тейлора нельзя восстановить аналитический вид исходной функции и дифференциальных уравнений, описывающих механизм явления; одно и то же явление может быть описано множеством моделей с равным правом на существование. Однако, по нашему мнению, такие модели все же имеют существенную эвристическую ценность, если удастся провести их интерпретацию в соответствии с целями исследования.

С 1960 года математическое планирование эксперимента получило весьма широкое распространение в различных отраслях науки и техники. Сейчас известны десятки тысяч публикаций [8-9], в которых излагаются теоретические и методические разработки этого нового направления или результаты практического применения математического планирования экспериментов при исследовании различных объектов. Число таких работ растет по экспоненте, удваиваясь, каждые 3-4 года.

Заинтересованный исследователь может не только познакомиться с уже накопленным опытом, но и на его основе открыть но-

вые научные и практические области применения математической теории эксперимента.

Литература

1. Математика и кибернетика в экономике (словарь-справочник) (отв. Ред. Федоренко Н.П.). М. Экономика. - 1971.
2. Штоф Я.Б. Моделирование и философия. М.-Л. Наука. - 1966.
3. Налимов В.В. Теория эксперимента. - М. Наука. - 1971.
4. Линник В.Ю. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М. Физматгиз. -1962.
5. Вознесенский В. А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях. М. Статистика. - 1974.
6. Гришин В.К. Статистические методы анализа и планирования экспериментов. М. Издательство МГУ. -1975.
7. Математические методы планирования экспериментов в металлургии. Части 1-5. М. Московский институт стали и сплавов. М. - 1972.
8. Дунин-Барковский И.В., Смирнов С.Н. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. М. Госгехиздат. - 1955.
9. Шенк Х. Теория инженерного эксперимента (пер с англ.). М. Мир. - 1972.
10. Адлер Ю.П., Грановский Ю.В. Обзор прикладных работ по планированию эксперимента. М. Издательство МГУ. - 1972.
11. Планирование эксперимента (библиографические указатели). М. Издательство ГБ им. В. И. Ленина.
12. Ссылка международного института.