

**ГАРМОНИЗАЦИЯ ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ  
БЕТОНА ПРИ СЖАТИИ ДЛЯ ПРИМЕНЕНИЯ В РАСЧЕТАХ  
ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ  
ЕВРОПЕЙСКИХ НОРМ**

*ДОВЖЕНКО О. А., ПОГРЕБНОЙ В. В.*

Полтавский национальный технический университет  
имени Юрия Кондратюка  
Украина

**Введение.** В последнее время для оценки несущей способности железобетонных элементов по нормальным сечениям широкое распространение получила нелинейная деформационная модель, которая более точно отражает их поведение на стадии разрушения.

При реализации в расчетах определяющую роль играет зависимость «напряжения  $\sigma_c$  – деформации  $\varepsilon_c$ » бетона, математическому описанию которой уделялось особое внимание отечественными и зарубежными учеными.

Для моделирования диаграммы сжатого бетона необходимо использовать такую функцию, которая в полной мере отражала бы физико-механические свойства материала, была проста в записи и применении.

**Анализ последних публикаций.** Вопросам использования в расчетах диаграмм деформирования бетона посвящены работы [1–3], которые за основу берут экспериментальный критерий разрушения. Обычно нисходящую ветвь получают при испытаниях бетона на сжатие с постоянной скоростью деформирования, однако следует отметить, что с изменением величины скорости меняется и очертание самой диаграммы. При различных условиях передачи нагрузки на бетонный образец и определении ее величины диаграммы деформирования также имеют существенные отличия [4, 5].

М. Everard [6] предложил описать нелинейность бетона функцией в виде синусоиды, А. В. Яшин [7] применил функцию тригонометрического ряда. В работах [5, 8] на основе экспериментальных

исследований в качестве зависимости между напряжениями и деформациями предложены сплайн-функции.

В нормах США [9] полная диаграмма состояния материала описана двумя уравнениями и имеет линейный характер на нисходящем участке. Но как показала практика, применение зависимости в виде двух функций не всегда позволяет достичь необходимой точности. Это сужает круг возможностей ее использования, поскольку не учитываются все определяющие параметры.

Зависимость « $\sigma_c - \varepsilon_c$ », которая вошла в европейские нормы [10], имеет вид дробно-рациональной функции, и нашла подтверждение в экспериментальных исследованиях. В [2], с целью уточнения аппроксимации экспериментальных диаграмм деформирования бетона сжатой зоны, предложена функцию полинома 5-й степени [11, 12], которая получила применение в работах [13, 14].

**Нерешенная часть общей проблемы** заключается в том, что при применении для описания диаграмм деформирования наиболее приближенной к опытам дробно-рациональной функции площадь и статический момент эпюры напряжений, значения которых необходимы для определения величины и места приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне, устанавливаются численными методами.

Поэтому в нормах Украины [15] их разработчиками, наряду с дробно-рациональной функцией, для описания диаграммы деформирования принят полином 5-й степени, который позволяет достаточно просто определить указанные выше параметры нормального сечения элементов. При этом следует отметить, что по приведенным в [15] значениям коэффициентов полинома, указанные функции имеют существенные различия, прежде всего для бетонов классов прочности С8/10, 12/15 и С45/55, С50/60.

Попытки гармонизировать полином с целью приближения к дробно-рациональной функции выполнены в ПолтНТУ [16, 17]. Работы в этом направлении проводятся и в НУВХП (г. Ровно) [18].

Кроме того, важным является определение границы, при достижении которой еще возможно перераспределение напряжений в сжатой зоне бетона без его макродеструктуризации, то есть определение обоснованного ограничения диаграммы по уровню предельной деформации сжатия.

Опытные значения предельной деформации сжатого бетона меняются в довольно широких пределах (от 2 ‰ до 7,5 ‰) и зависят от физико-механических свойств бетона, скорости нагружения, вида напряженного состояния, формы сечения, наличия арматуры, характера армирования и класса стали, а также условий ее работы.

**Целью работы** является гармонизация полинома 5-й степени для описания диаграмм «напряжения  $\sigma_c$  – деформации  $\varepsilon_c$ » бетона и определение уровня предельной деформации на основе использования экстремального критерия энергии сжатия.

**Методика и результаты исследования.** Для описания диаграмм деформирования бетона применяется дробно-рациональная функция в виде

$$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} = \frac{\eta(K - \eta)}{1 + \eta(K - 2)}, \quad (1)$$

где  $K = 1,05 E_{cd} \varepsilon_{c1,cd} / f_{cd}$ ,  $\eta = \varepsilon_{cm} / \varepsilon_{c1,cd}$  (эти и другие обозначения соответствуют [15]).

Параметр  $K$  характеризует упруго-пластические свойства бетона и связан с коэффициентами упругости  $\nu$  и пластичности  $\lambda$  зависимостями

$$\nu = \frac{\varepsilon_{c,el}}{\varepsilon_{c1,cd}} = \frac{f_{cd}}{E_{cd} \varepsilon_{c1,cd}} = \frac{1,05}{K}, \quad (2)$$

$$\lambda = 1 - \nu = \varepsilon_{c,cd} / \varepsilon_{c1,cd} = (K - 1,05) / K. \quad (3)$$

Он позволяет учесть начальный модуль  $E_{cd}$  и деформации бетона  $\varepsilon_{c1,cd}$  в точке максимальных напряжений  $\sigma_c = f_{cd}$  – вершине диаграммы (первой характерной точке).

Но для отображения зависимости между напряжениями  $\sigma_c$  и деформациями на нисходящем участке диаграммы деформирования и определения границы начала макродеструктуризации бетона необходимо знать уровень его предельной деформации  $\varepsilon_{cu1}$ . Следует отметить, что под границей макродеструктуризации понимают такие значения  $\varepsilon_{cu1}$  и соответствующих им  $\sigma_{cu}$ , при которых перераспре-

деление напряжений в сжатой зоне становится невозможным и происходит разрушение бетона.

Как показывает анализ состояния вопроса об определении точки предельных деформаций на диаграммах механического состояния бетона, в научных кругах отсутствует единое мнение [8, 11, 19, 20].

Предлагаются различные подходы к определению  $\varepsilon_{cu1}$ , а ее значение и соответствующий уровень напряжений колеблются в довольно широких пределах. Так в [11] напряжение в начале участка деструктуризации приняты равными  $0,85f_{cd}$ , а в [15] приведены номинальные предельные значения  $\varepsilon_{cu1}$  по данным экспериментальных исследований. При этом следует отметить, что в случае назначения постоянного уровня напряжений не учитывается существенное изменение упруго-пластических свойств для различных классов прочности бетона, которое зафиксировано в экспериментальных исследованиях, а при заданных значениях предельной деформации  $\varepsilon_{cu1}$  напряжения находятся в слишком широком интервале. Указанное обуславливает существенные различия при оценке несущей способности железобетонных элементов.

Учитывая, что энергия деформаций сжатия для возможного перераспределения напряжений должна увеличиваться с каждой последующей ступенью нагружения для определения предела деструктуризации предлагается применить экстремальный критерий энергии сжатия, а именно

$$\sigma_{cu} \varepsilon_{cu} = \max(\sigma_c \varepsilon_c). \quad (4)$$

На восходящем участке зависимости « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » произведение  $\sigma_c \varepsilon_c$  увеличивается на всем интервале напряжений и деформаций. На нисходящей ветви рост деформаций сопровождается уменьшением уровня напряжений, который доходит до 0. При этом следует отметить, что снижение напряжений  $\sigma_c$  на участке, который смыкается к вершине диаграммы со стороны больших значений деформаций, происходит медленнее по сравнению с другими участками диаграммы.

Таким образом, на нисходящей ветви существует точка, при которой произведение  $\sigma_c \varepsilon_c$  достигает максимума.

Для определения этой точки на диаграмме « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » бетона в качестве базовых приняты приведенные в действующих нормах [15] дробно-рациональная функция (1) и полином 5-й степени:

$$\sigma_c = f_c \sum_{k=1}^5 a_k \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^k. \quad (5)$$

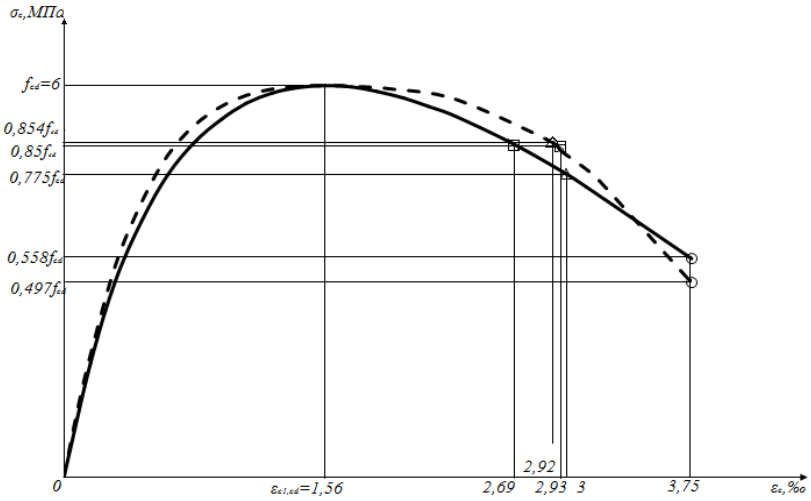
Точка предельного уровня деформации является второй характерной точкой диаграммы и определяется из условия равенства нулю производной функции  $\sigma_c \varepsilon_c$ .

Проанализированы изменения величины предельной деформации  $\varepsilon_{cu1}$  при постоянном уровне напряжений  $\sigma_c = 0,85 f_{cd}$ , номинальных значений  $\varepsilon_{cu1}$ , принятых в [15], и результатов, полученных с использованием экстремального критерием и условия  $\sigma_{cu} \varepsilon_{cu} = \max(\sigma_c \varepsilon_c)$  для различных классов бетона. Для наглядного сравнения уровня предельной деформации бетона  $\eta_{cu1,cd} = \varepsilon_{cu1} / \varepsilon_{c1,cd}$  при различных классах прочности с применением указанных выше подходов и функций в виде полинома 5-й степени и дробно-рациональной функции построены диаграммы для бетона низкого класса С8/10 и повышенной прочности С45/55 (рис. 1).

При использовании в качестве функции для описания диаграммы деформирования бетона полинома 5-й степени и применении номинальных значений предельной деформации  $\varepsilon_{cu1,cd}$  уровень напряжений  $\sigma_{cu,cd} / f_{cd}$  при повышении класса бетона с С8/10 до С50/60 изменяется от 0,497 до 1,331, а уровень предельной деформации  $\eta_{cu1,cd}$  от 2,404 до 1,199 ( $\varepsilon_{cu1,cd} = 3,75-2,29$  ‰). При соблюдении условия  $\sigma_{cu} \varepsilon_{cu} = \max(\sigma_c \varepsilon_c)$  уровень напряжений составляет  $\sigma_{cu,cd} / f_{cd} = 0,854-0,91$ ,  $\eta_{cu1,cd} = 1,87-1,256$  ( $\varepsilon_{cu1,cd} = 2,92-2,348$  ‰).

При  $\sigma_{cu,cd} / f_{cd} = 0,85$  уровень деформаций составляет  $\eta_{cu1,cd} = 1,88-1,328$  (2,933–2,483 ‰).

a



б

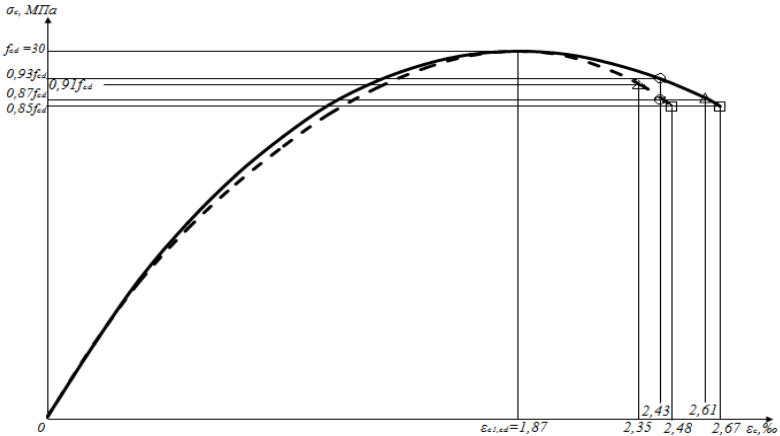


Рис. 1. Диаграммы «напряжения–деформации» бетона при классе по прочности C8/10 (a) и C45/55 (б):

————— – дробно-рациональная функция; - - - - - – полином 5-й степени;  
 ○ – номинальные значения по [15]; □ – при  $\sigma_c = 0,85 f_{cd}$ ; Δ – при условии

$$\sigma_{cu} \varepsilon_{cu} = \max(\sigma_c \varepsilon_c)$$

Для дробно-рациональной функции (1) при использовании номинальных значений уровень напряжений  $\sigma_{cu,cd} / f_{cd}$  меняется от 0,558 до 0,963.

Применяя экстремальный критерий максимума энергии деформации бетона, имеем интервал уровня напряжений  $\sigma_{cu,cd} / f_{cd} = 0,775-0,882$ , уровня деформаций  $\eta_{cu1,cd} = 1,921-1,358$  (2,997–2,594 ‰). При  $\sigma_{cu,cd} / f_{cd} = 0,85$  предельные деформации  $\varepsilon_{cu1,cd}$  практически не меняются (2,687–2,592 ‰).

Для проведения гармонизации с определением 5-ти коэффициентов полинома предлагается использовать уравнения, которые связывают параметры диаграммы в ее характерных точках, а именно в ее вершине и точке, соответствующей уровню предельной деформации  $\varepsilon_{cu1}$ , а также равенство площадей с дробно-рациональной функцией.

Система для определения коэффициентов полинома 5-й степени (2) включает такие уравнения: в первой указанной выше точке –

$$\sum_{k=1}^5 a_k = 1, \text{ производная функции } \sigma_c = f(\varepsilon_c) \text{ равна нулю}$$

$$\sum_{k=1}^5 k a_k = 0; \text{ во второй точке – напряжение и деформации соответ-$$

ствуют значениям дробно-рациональной функции (1), производная функции  $\sigma_c \varepsilon_c$  определяется как  $\sum_{k=1}^5 (k+1) a_k \eta^k = 0$ , площадь эпо-

ры напряжений равна площади, очерченной дробно-рациональной функцией и осями напряжений и деформаций. Также в качестве параметра сравнения выступает расстояние между равнодействующей усилий в сжатой зоне элемента и его сжатой гранью.

Определенные таким образом коэффициенты полинома 5-й степени приведены в табл. 1. При этом гармонизированный полином максимально приближен к дробно-рациональной функции, что открывает возможность использовать его преимущества без потери точности.

Параметры полинома 5-й степени  
для расчета по первой группе граничных состояний

Параметр	Класс бетона на сжатие					
	C8/10	C16/20	C25/30	C32/40	C40/50	C50/60
$a_1$	3,1564	2,8383	2,5758	2,3852	2,2463	2,0663
$a_2$	-3,9725	-3,1001	-2,3919	-1,8925	-1,5473	-1,1369
$a_3$	2,6095	1,7705	1,1021	0,6499	0,3632	0,0752
$a_4$	-0,927	-0,5939	-0,3317	-0,1629	-0,0696	-0,0049
$a_5$	0,1336	0,0852	0,0457	0,0203	0,0074	0,0003
$\sigma_{cu}/f_{cd}$	0,7746	0,8069	0,833	0,8521	0,8652	0,8824
$\eta_{cu}$	1,9215	1,7144	1,5705	1,4841	1,4272	1,358

### Выводы

1. Для определения уровня предельной деформации бетона и определения точки начала макродеструктуризации на диаграммах «напряжения–деформация» предлагается применять экстремальный критерий энергии сжатия.

2. Проведенная гармонизация полинома 5-ой степени позволила существенно приблизить полином к дробно-рациональной функции, которая имеет экспериментальное подтверждение. Сравнительный анализ параметров диаграмм, полученных на основе дробно-рациональной функции и гармонизированного полинома, указывает на их хорошую сходимость.

3. Учитывая преимущества определения характеристик диаграмм деформирования и соответствующих им параметров нормального сечения, гармонизированный полином рекомендуется к применению при расчетах железобетонных элементов по несущей способности в нормальных сечениях.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабич, В.І. Розрахунок залізобетонних елементів і їх перерізів деформаційним методом / В.І. Бабич, Д.В. Кочкар'юв, В.В. Різак // Бетон и железобетон в Украине. – 2004. – № 2. – С. 2–7.



2. Бамбура, А.Н. Развитие методов оценки напряженно-деформированного состояния несущей способности железобетонных конструкций на основе реальных диаграмм деформирования материалов / А.Н. Бамбура // Научно-практичні проблеми сучасного залізобетону: збірник тез першої Всеукраїнської науково-технічної конференції. – Киев, 1996. – С. 36–39.

3. Дорофеев, В.С. Расчет изгибаемых элементов с учетом полной диаграммы деформирования бетона / В.С. Дорофеев, В.Ю. Барданов // Одесса: ОГАСА, 2003. – 210 с.

4. Азизов, Т.Н. Способ определения граничных деформаций бетона на нисходящей ветви / Т.Н. Азизов // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2008. – Вип. 16. Ч. 2. – С. 3–7.

5. Роговой, С. И. Методология расчета прочности нормальных сечений бетонных и железобетонных конструкций (на основе деформационной расчетной модели). Дис. ... д-ра техн. наук за спец. 05.23.01 / С.И. Роговий. – Полтава, 2005. – 371 с.

6. Everard, M. Ultimate strength design service – ability a unified method fun reinforced concrete bridge design / M. Everard // ACI Journal. Pub. SP – 23, April, 1967. – P. 10-19.

7. Яшин, А.В. Некоторые данные о деформациях и структурных изменениях бетона при осевом сжатии / А.В. Яшин // Новое о прочности железобетона; Под ред. К.В. Михайлова. – М.: Стройиздат, 1977. – С. 17–30.

8. Вахненко, П.Ф. Про особливості деформування неармованого та армованого бетону / П.Ф. Вахненко, В.М. Кондель // Проблеми теорії та практики залізобетону: збірник наукових статей. – Полтава, 1997. – С. 77–80.

9. ACI 318 M – 08 Metric Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. – ACI, 2008. – 473 p.

10. EN 1992-1: (Final draft, October 2001). Eurocode 2 : Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2002. – 230 p.

11. Байков, В.Н. Построение зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона по системе нормируемых показателей / В.Н. Байков, С.В. Горбатов, З.А. Димитров // Изв. Вузов. Строительство и архитектура. – 1977. – № 6. – С. 15-19.

12. Бамбура, А.Н. Расчет железобетонных статически неопределимых систем с учетом реальных диаграмм деформирования бетона и арматуры / А.Н. Бамбура // Совершенствование железобетонных конструкций, работающих на сложные виды деформаций, и их внедрение в строительную практику: тез. докл. респ. науч.-техн. конф. – Часть 1. – Полтава. – 1989. – С. 3.

13. Бабич, Э.Э. Розрахунок міцності залізобетонних позацентрово стиснутих елементів на основі деформаційної моделі / Э.Э. Бабич, О.О. Заречанський // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2003. – Вип. 9. – С. 140-146.

14. Бамбура, А.Н. Экспериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук за спец. 05.23.01 / А.Н. Бамбура // ХДТУБА. – Харків, 2006. – 39 с.

15. Конструкції будівель та споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. ДБН В.2.6-98:2009 / Міністерство регіонального розвитку та будівництва України. – К.: Мінрегіоналбуд України, 2011. – 71 с.

16. Павліков, А.М. Гармонізація залежностей напруження-деформації, застосовуваних ДБН В.2.6.-98:2009 / А.М. Павліков, П.А. Юрко // Будівельні конструкції: збірник наукових праць. – К.: НДІБК, – 2013. – Вип. 78(10). – С. 104–108.

17. Юрко, П.А. Міцність нормальних перерізів стиснутих залізобетонних елементів на основі деформаційної моделі. Автореф. дис. ... канд. техн. наук за спец. 05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди / П.Ю. Юрко // ПолтНТУ. – Полтава, 2016 – 23 с.

18. Бабич, Є.М. Розрахунок нормальних перерізів залізобетонних балок з одиничним армуванням / В.Є. Бабич, В.В. Савицький, П.С. Гомон. Ресурсоекономні матеріали, будівлі та споруди: Збірник наукових праць. – Рівне, 2013. – Вип. 25. – С. 205–211.

19. Павліков, А.М. Визначення розрахункових значень деформацій бетону стиснутої грані в залізобетонних згинальних елементах / А.М. Павліков // Будівельні конструкції: збірник наукових праць. – К.: НДІБК, 2005 – Вип. 62: в 2 т. – Т. 1. – С. 215–225.