

## МОДЕЛЬНО-АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА РОБАСТНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

Опейко О.Ф., Несенчук А.А. (Минск)

Программные средства имитационного моделирования широко применяются при синтезе систем автоматизированных электроприводов промышленных установок.

Методы линейной квадратичной и  $H_\infty$  оптимизации, искусственного интеллекта представлены в известных пакетах программного обеспечения и могут быть сопрягаемы с имитационными моделями в процессе модельно-алгоритмической разработки. Однако применение этих методов для синтеза управления электроприводами может давать неоправданно сложные алгоритмы управления.

Структура управления электроприводом во многих случаях имеет внутренний контур управления током и контуры управления потокосцеплением, скоростью и положением. Во внешнем контуре выполняется управление технологическим параметром. В каждом контуре системы обычно применяют пропорционально-интегро- дифференцирующий (ПИД) регулятор или его частные случаи: пропорциональные (П), пропорционально-интегрирующие (ПИ) и пропорционально-дифференцирующие (ПД) регуляторы в зависимости от требуемой степени астатизма.

Методы управления [1] в электроприводе развиваются в направлении робастного синтеза с использованием полиномиальных методов и коэффициентных критериев качества [2-4]. Коэффициентные критерии [4] дают необходимые условия принадлежности корней характеристического полинома заданной области на комплексной плоскости корней. Актуальным остается вопрос робастного синтеза системы по условиям принадлежности корней характеристического полинома заданной области, необходимым и достаточным. Это возможно, если применить метод траекторий корней. Применение регуляторов ПИД предполагает, что модель объекта или его части в каждом контуре регулирования должна иметь низкий порядок ( $m=1$  для П и ПИ-регуляторов,  $m=2$  – для регуляторов ПИД и ПД), что достигается редукцией модели объекта [5, 6]. Применение при синтезе линеаризации объекта, редукции его модели делает необходимым анализ системы методом имитационного моделирования.

Целью работы является построение процесса робастного синтеза многоконтурной системы управления электроприводом промышленной установки на основании линейных редуцированных моделей объекта, применения корневых моделей учета параметрических возмущений и анализа системы методом имитационного моделирования. Уравнения регулятора и линеаризованного объекта синтезируемого контура могут быть представлены в виде

$$\dot{x}_R = A_R x_R + b_R (y^* - y), \quad (1)$$

$$u = C_R x_R + D_R (y^* - y),$$

$$\dot{x}_P = A_P x_P + b_P u, \quad (2)$$

$$y = C_P x_P.$$

В уравнениях регулятора (1)  $x_R \in R^{n_R}$  - вектор переменных регулятора,  $A_R \in R^{n_R \times n_R}$ ,  $b_R \in R^{n_R}$ ,  $C_R, D_R$  - матрицы параметров регулятора  $(y^* - y)$ ,  $u$  - скалярные входная и выходная величины регулятора,  $y^*$ ,  $y$  - сигналы задания и обратной связи по выходу. В уравнениях объекта (2)  $x_P \in R^n$  - вектор переменных объекта,  $A_P \in R^{n \times n}$ ,  $b_P \in R^n$ ,  $C_P$  -

матрицы параметров объекта  $u$ ,  $y$  - скалярная входная и выходная величины объекта. Вводя вектор  $x^T = (x_R, x_P) \in R^{n+n_R}$ , и обозначения

$$A = \begin{bmatrix} A_R & -b_R C_P \\ b_P C_R & A_{PC} \end{bmatrix}, \quad A_{PC} = A_P - b_P D_R C_P, \quad b = \begin{bmatrix} b_R C_P \\ b_P C_R \end{bmatrix}.$$

можно систему (1), (2) записать в виде

$$\dot{x} = Ax + by^*, \quad (3)$$

Здесь  $A_{PC}$ , - матрица объекта, охваченного обратной связью и пропорциональным каналом регулятора. Редукция объекта внешнего контура выполняется при условии, что внутренний приближенно заменяется безынерционным звеном. Характеристический полином замкнутой расчетной системы принимает вид

$$N(s) = \det(Is - A) = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n$$

Здесь в случае ПИД-регулятора  $n=4$ , применение П либо ПИ – регуляторов дает  $n=2$ . Каждый из коэффициентов полинома можно представить в виде

$$a_i = a_{i0} + \sum_{j=1}^m k_{ij} c_j, \quad (i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m).$$

Здесь  $a_{i0}, k_{ij}$  – зависят от параметров объекта управления,  $c_j$  – параметры регулятора. Требования к качеству управления внутреннего контура формируются таким образом, чтобы была допустимой замена его безынерционным звеном при синтезе внешнего контура управления. Для параметров объекта заданы интервалы их изменения  $a_{i0} \in (\underline{a}_{i0}, \bar{a}_{i0})$ ,  $k_i \in (\underline{k}_i, \bar{k}_i)$ . Параметры регулятора внешнего контура рассчитываются методом траекторий корней по условию принадлежности корней характеристического полинома заданной области на комплексной плоскости.

Ближайшая к мнимой оси область в виде вертикальной полосы (рисунок 1), ограниченной значениями  $s \in (-\beta_2, 0)$ , содержит корни расчетного характеристического полинома редуцированного объекта внешнего контура с учетом изменений параметров. Слева от нее располагается желаемая область с границами  $s \in (-\beta_1, -\beta_2)$  для корней характеристического полинома внешнего контура. Наибольшими по модулю должны быть корни полинома внутреннего контура, которые должны размещаться в области (на рис. 1 не показана), ограниченной значениями  $s \in (-\beta_m, -\beta_3)$ , где  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_m$  - положительные действительные числа.

Алгоритм параметрического синтеза регулятора заданной структуры выполняется в следующей последовательности.

Исходными данными для параметрического синтеза регулятора (1) контура являются матрицы уравнений (2) с параметрами объекта, заданными на интервале, а так же границы области для размещения корней.

Выполняется редукция модели объекта внешнего контура с учетом требований к его быстродействию и видом применяемого регулятора в зависимости от необходимой степени астатизма контура.

Расчет параметров регулятора выполняется методом корневых траекторий.

Далее определяются значения границ области для корней характеристического полинома внутреннего контура таким образом, чтобы было допустимым пренебрежение его инерционностью во внутреннем контуре. Обычно для этого достаточно выполнения условия малости значения  $\mu$  в выражении  $\beta_1 = \mu\beta_3$ .

Синтезированная система исследуется методом имитационного моделирования. На основании анализа его результатов выполняется корректировка условий параметрического синтеза, в частности, значения  $\mu$  и повторное имитационное моделирование. На каждом этапе имитационная модель дополняется учетом все новых свойств системы. Цикл повторяется до получения приемлемых результатов.

В качестве примера рассматривается система векторного частотного управления асинхронным электроприводом. Характеристические полиномы контуров управления скоростью и потокосцеплением имеют порядок 3, и представимы в виде

$$N_3(s) = s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3 = s^3 + (a_{10} + k_{11}c_1 + k_{12}c_2)s^2 + (a_{20} + k_{21}c_1 + k_{22}c_2)s + k_{32}c_2. \quad (4)$$

Поскольку при функционировании объекта параметры под воздействием различных факторов могут изменяться в широких пределах, систему управления объектом будем рассматривать как интервальную [3].

В полиноме (4) коэффициенты  $a_j$  действительны и изменяются в следующих пределах:

$$\underline{a}_j \leq a_j \leq \bar{a}_j, \quad j = \overline{0, 3}. \quad (5)$$

Для обеспечения заданного качества работы привода требуется разместить семейство корней интервального полинома (4) в области  $Q$ , ограниченной двумя линиями  $\beta_1$  и  $\beta_2$  (рис. 1) равной степени устойчивости:

$$\sigma_{max} = -100, \quad \sigma_{min} = -800. \quad (6)$$

Для решения поставленной задачи используем расширение [8] полинома (4) и, соответственно, его расширенный корневой годограф [8].

Запишем расширенный полином от (4) в виде

$$s + a_1 = 0, \quad (7.1)$$

$$E_3(p(s)) = \begin{cases} s^2 + a_1s + a_2 = 0, & (7.2) \\ s^3 + a_1s + a_2s^2 + a_3 = 0. & (7.3) \end{cases} \quad (7)$$

$$s^3 + a_1s + a_2s^2 + a_3 = 0. \quad (7.3)$$

На основании заданных границ (5) области качества  $Q$  и, используя расширенный полином (7), определим интервалы значений параметров (коэффициентов) (4), в пределах которых сохраняется робастная устойчивость и качество системы. Синтез желаемого характеристического полинома выполняется посредством последовательного синтеза полиномов (7.2) и (7.3) расширения с использованием свободных корней годографов (портретов) этих полиномов [9].

Уравнение коневого годографа (УКГ) и параметра (УП) [10] для полинома (7.2):

$$\text{УКГ:} \quad 2\sigma\omega + a_1\omega = 0, \quad (9)$$

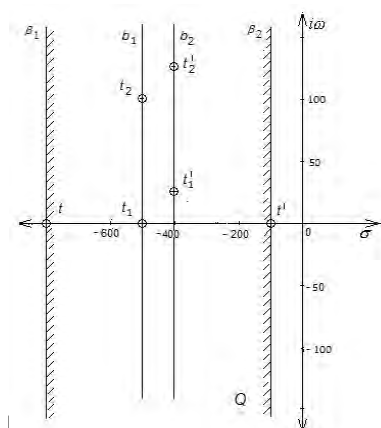
$$\text{УП:} \quad \sigma^2 - \omega^2 + a_1\sigma + a_2 = 0. \quad (9)$$

$$\text{Тогда согласно (8) УКГ в комплексной плоскости:} \quad \sigma = -a_1/2, \quad (10)$$

$$\text{на действительной оси} \quad \omega = 0. \quad (11)$$

$$\text{Из (9) получим выражение для определения значений параметра годографа } a_2: \quad a_2 = -\sigma^2 + \omega^2 - a_1\sigma = \sigma^2 + \omega^2. \quad (12)$$

Зададим интервал значений параметра  $a_1$  т.о., чтобы корневой портрет (10), (11) располагался внутри области качества  $Q$ , ближе к левой границе  $\beta_1$  этой области.



границ  $\beta_1$  и  $\beta_2$  области качества  $Q$  системы и граничные годографы полинома (4.2)

Поэтому, примем интервал значений  $a_1$  равным  $[\underline{a}_1, \bar{a}_1] = [800, 1000]$ . Исходя из установленных особенностей асимптотических свойств подобных портретов [9], в данном случае семейство комплексных ветвей портрета будет располагаться в области  $Q$  (рис. 1).

Определим интервал изменения параметра  $a_2$  расположенным между точками  $t_1(-400; 0)$  и  $t_2(-400; 100)$  (рис. 1, годограф  $b_1$ ), которые соответствуют точкам  $t_1'$  и  $t_2'$  на годографе  $b_2$  (рис. 1), т.е. примем  $[\underline{a}_2, \bar{a}_2] = [a_2(t_1), a_2(t_2)]$ . Используя (12) вычислим:

$$[\underline{a}_2, \bar{a}_2] = [250000, 260000]. \quad (13)$$

Для определения  $a_3$  рассмотрим полином (7.3). Для данного полинома

$$\text{УКГ:} \quad 3\sigma^2 - \omega^2 + 2a_1\sigma + a_2 = 0, \quad (14)$$

$$\text{УП:} \quad a_3 = -\sigma^3 + 3\sigma\omega^2 - a_1\sigma^2 + a_1\omega^2 - a_2\sigma. \quad (15)$$

Искомые граничные значения интервала (5) вариации параметра  $a_3$  будут определяться характером пересечения границ  $\beta_1$  и  $\beta_2$  ветвями семейства годографов (7.3). При удовлетворении условию (13), семейство начальных точек (полюсов) интервального корневого портрета полинома (7.3), который является порождаемым [8] по отношению к (7.2), будет располагаться внутри области  $Q$ . Причем, если рассматривать верхнюю полуплоскость и действительную ось, то границы области могут пересекаться только двумя ветвями каждого годографа семейства: одной комплексной, пересекающей границу  $\beta_2$  в направлении из области  $Q$ , действительная часть которой также проходит через точку  $t'$  (рис. 1) в направлении от начала координат внутрь области, и одной действительной, пересекающей границу в точке  $t$  (рис. 1) в направлении из области  $Q$ . Ввиду того, что функция параметра  $a_3(\omega)$  (15) является непрерывной дифференцируемой функцией и, следовательно, на границе  $\beta_2$  в общем случае будет иметь место чередование участков возрастания и убывания этой функции, для определения границ интервала  $a_3$  определим минимальное и максимальные значения координат  $\omega$  в областях пересечения семейством годографов (7.3) границ  $\beta_1$  и  $\beta_2$  и значения  $a_3$  в этих точках, исходя из выражений (14), (15) и имея в виду то, что при данной конфигурации портрета его положительные ветви могут "мигрировать" из области  $Q$  только через границу  $\beta_2$  (комплексная ветвь) и точки  $t$  и  $t'$  (действительные ветви). Причем, в точках пересечения ветвями границ в направлении из области  $Q$ , доминирующими значениями параметра будут его минимальные значения,  $a_{3\min}$ , а в направлении внутрь области  $Q$  – максимальные,  $a_{3\max}$ . Тогда предельные точки пересечения с границей  $\beta_2$  (направление из области  $Q$ ):

$$\omega_{\beta_2 \min} = \pm\sqrt{3\sigma^2 + 2\underline{a}_1\sigma + \underline{a}_2}, \quad \omega_{\beta_2 \max} = \pm\sqrt{3\sigma^2 + 2\bar{a}_1\sigma + \bar{a}_2}. \quad (16)$$

$$a_{3\beta_2 \min} = -\sigma^3 + 3\sigma\omega_{\min}^2 - \bar{a}_1\sigma^2 + \bar{a}_1\omega_{\min}^2 - \underline{a}_2\sigma = 72 \cdot 10^6, \quad (17)$$

в точке  $t'$  (направление внутрь области  $Q$ ):

$$a_{3t' \max} = -\sigma^3 - \underline{a}_1\sigma^2 - \bar{a}_2\sigma = 19 \cdot 10^6; \quad (18)$$

в точке  $t$  (направление из области  $Q$ ):

$$a_{3t \min} = -\sigma^3 - \bar{a}_1\sigma^2 - \underline{a}_2\sigma = 72 \cdot 10^6. \quad (19)$$

Ввиду отмеченного выше свойства дифференцируемости и непрерывности функции параметра годографа  $a_3(\omega)$ , для системы третьего порядка в верхней полуплоскости имеем непрерывное возрастание данной функции вдоль границы  $\beta_2$  и в точках  $t$  и  $t'$  с возрастанием  $a_2$  и  $\omega$ . Поэтому, используя (18) – (19), определим искомые граничные значения интервалов следующим образом:

$$\bar{a}_3 = \min(a_{3\beta_{2\min}}, a_{3t_{\min}}) = 72 \cdot 10^6; \quad a_3 = a_{3t'_{\max}} = 19 \cdot 10^6.$$

Получены интервалы изменения для каждого из коэффициентов полинома:

$$a_1 \in [a_1, \bar{a}_1] = [800, 1000]; \quad a_2 \in [a_2, \bar{a}_2] = [25 \cdot 10^4, 26 \cdot 10^4];$$

$$a_3 \in [a_3, \bar{a}_3] = [19 \cdot 10^6, 72 \cdot 10^6].$$

Если коэффициенты принадлежат этим интервалам, то корни полинома находятся в заданной области. Из выражений (4) определяются параметры регуляторов, учитывая значения параметров объекта и интервалы их изменений. Имитационное

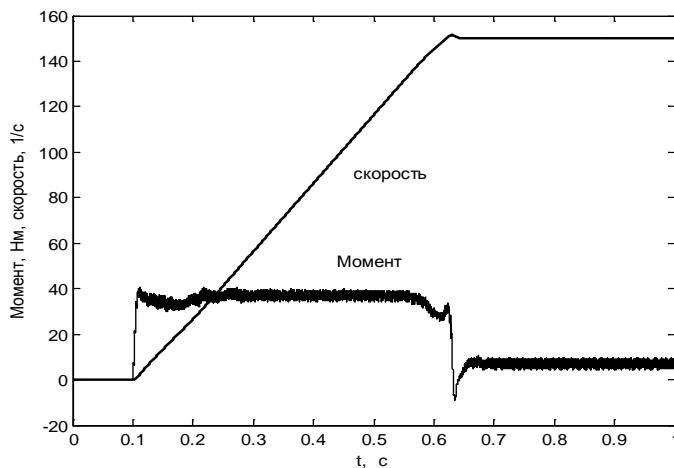


Рис. 2 – Имитационное моделирование разгона электропривода в синтезированной системе.

моделирование системы электропривода с рассчитанными параметрами регуляторов (рис. 2) позволяет сделать вывод о приемлемом качестве функционирования системы во всем диапазоне изменения параметров.

**Выводы.** Корневой метод синтеза регуляторов дает динамические свойства электропривода, как и при подчиненном регулировании [1], однако при изменениях параметров улучшается стабильность качества. Вычислительная сложность

метода сокращается, если его применять для редуцированных уравнений объекта.

### Литература

1. Kessler C. Über die Vorausberechnung optimal abgestimmter Regelkreise. - Regelungstechnik, 1954, № 12.- s.274-281.
2. Поляк Б.Т. Робастная устойчивость и управление./ Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
3. Ишматов З.Ш., Плотников Ю.В., Гурентьев Е.А. Робастные регуляторы тока и скорости частотно-регулируемого асинхронного электропривода / Электротехника, № 9, 2014, с.35-40.
4. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами. Инженерные методы анализа и синтеза. /Б. Н. Петров, Н.И. Соколов, А. В. Липатов и др.. М.: Машиностр., 1986.-256 с.
5. Anderson B.D.O, Liu Y. Controller Reduction Concepts and approaches. // IEEE Trans. on Autom. Contr. 1989. Vol. AC-34, No 8. P. 802-812.
6. Опейко О.Ф. Синтез линейной системы на основании упрощенной модели объекта. // АиТ. 2005. № 1. С. 29-35.
7. Несенчук, А.А. Моделирование динамики и расчет робастных параметров системы управления электропривода на основе корневых портретов / А.А. Несенчук, О.Ф. Опейко, Д.С. Однолько // Искусственный интеллект. – 2014. – № 3. – С. 90 – 103.

8. Несенчук, А.А. Корневой метод синтеза устойчивых полиномов путем настройки всех коэффициентов / А.А. Несенчук // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 8. – С. 13–24.
9. Несенчук, А. А. Анализ и синтез робастных динамических систем на основе корневого подхода / А. А. Несенчук. – Мн.: ОИПИ НАН Беларуси, 2005. – 234 с.
10. Римский, Г.В. Автоматизация исследований динамических систем / Г.В. Римский, В.В. Таборовец. – Мн.: Наука и техника, 1978. – 336 с.