ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЧЕТКИХ ОТНОШЕНИЙ ПРЕДПОЧТЕНИЯ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ МЕТОДИК ВЫПОЛНЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ ПО ПОКАЗАТЕЛЯМ КАЧЕСТВА

О.В.Сенюк, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры СМИС

На стадии метрологической подготовки производства для выбора оптимальной методики выполнения измерений (МВИ) необходимо произвести комплексную оценку качества измерительной процедуры.

Одним из этапов получения комплексной оценки качества измерений [1, 2] является оценка простых свойств, т.е. определение вида зависимости между показателями простых свойств и их оценками. Использование для этих целей «метода главных точек» [3] приводит к возникновению ряда трудностей, связанных с тем, что не существует единой зависимости для оценки показателей всех свойств. В каждом конкретном случае требуется индивидуальный подход к изучению зависимости между показателем и оценкой.

В виду значительных трудностей, возникающих при оценке простых свойств, предлагается осуществить выбор оптимальной по показателям качества МВИ без получения количественных оценок для каждого единичного показателя, ограничившись построением нечетких отношений предпочтения по каждому из простых свойств для каждой рассматриваемой методики. В предлагаемом подходе процедура оценки показателей простых свойств заменена механизмом построения нечетких отношений предпочтения по каждому из простых свойств для каждой рассматриваемой методики [4].

Обозначим через X множество МВИ, из которых нам предстоит выбрать оптимальную, т.е. множество альтернатив. Качество измерений можно охарактеризовать набором простых свойств, которые подлежат оценке с номерами $i = 1, 2, ..., f$, где f – общее число рассматриваемых простых свойств.

Пусть информация о попарном сравнении МВИ по каждому i-му показателю простых свойств (по каждому из признаков) представлена в форме отношения предпочтения T_i. И пусть μ_i – функция принадлежности i-му нечеткому отношению нестрогого предпочтения T_i на множестве МВИ. Для любой пары МВИ (альтернатив) x, $y \in X$ значение μ_i (x, y) понимается как степень выполнения предпочтения «МВИ x не хуже МВИ y по i-му признаку» или $x \geq y$.

Функция принадлежности μ_i (x_j, y_l) нечеткому отношению предпочтения T_i задается в виде матрицы, которая заполняется следующим образом: на пересечении j-й строки и l-го столбца (j = 1, ..., k; l = 1, ..., k, где k – число рассматриваемых МВИ), помещается число, выражающее степень выполнения предпочтения «МВИ x_j не хуже МВИ y_l по i-му показателю». Если это предпочтение выполняется в полной степени, то элемент матрицы получает значение 1. Равенство μ_i (x_j, y_l) = 0 означает, что с положительной степенью выполнено обратное предпочтение «МВИ y_l не хуже МВИ x_j по рассматриваемому i-му показателю» либо то, что МВИ x_j и y_l не сравнимы между собой по i-му признаку ни с какой положительной степенью, т.е. μ_i (y_l, x_j) = 0. Во всех остальных случаях элементы матрицы получают значения из диапазона от 0 до 1, в зависимости от степени выполнения предпочтения «МВИ x_j не хуже МВИ y_l по рассматриваемому i-му показателю». Подобным образом заполняются матрицы по всем выделенным для процесса измерения показателям простых свойств.

Таким образом, имеется f отношений предпочтения T_i на множестве X. Задача заключается в том, чтобы по данной информации сделать рациональный выбор МВИ из множества (X, T_1, ..., T_f), производя комплексирование с учетом полученной структурной схемы свойств качества измерений и коэффициентов весомости каждого из свойств.

Для того чтобы осуществить процесс выбора оптимальной МВИ, необходимо представить комплексный показатель качества процесса измерения в виде линейной функции от f характеризующих его показателей простых свойств. Для этого необходимо произвести процесс комплексирования последовательно от уровня к уровню. Для комплексирования предлагается использовать среднее взвешенное арифметическое, так как в этом случае суммированию и умножению будут подвергаться матрицы. Процесс комплексирования на j-м уровне иерархии производится по формуле

$$K_{j-1} = \sum_{i=1}^{n} V_{ij} \cdot K_{ij} ,$$

где K_{ij} – оценка показателя i-го свойства в рассматриваемой группе (i = 1, 2, …, n);

V_{ij} – нормированный коэффициент весомости i-го свойства в рассматриваемой группе;

n – количество свойств, входящих в рассматриваемую группу;

j – номер уровня иерархии (j = N, ..., 2, где N – номер самого верхнего иерархического уровня).

В результате выполнения процесса комплексирования для комплексного показателя качества получаем следующую зависимость его от оценок показателей простых свойств:

$$K_0 = \sum_{i=1}^{f} \lambda_i \cdot K_i, \sum_{i=1}^{f} \lambda_i = 1, \qquad (1)$$

где K_i – оценка показателя простого свойства (i = 1, 2, ..., f);

λ_i – коэффициенты, полученные в результате проведения процедуры комплексирования;

f – количество показателей простых свойств, подлежащих оценке.

Сумма коэффициентов весомости V_{ij} для каждой отдельной группы свойств равна единице, поэтому и в результирующей зависимости комплексного показателя качества от простых свойств сумма коэффициентов λ_i при f вошедших в нее показателей тоже будет равна 1.

Теперь алгоритм выбора оптимальной по комплексному показателю МВИ можно представить в следующем виде:

1. Строим нечеткое отношение $Q_1 = T_1 \cap T_2 \cap ... \cap T_f$ (пересечение исходных отношений предпочтения по каждому из простых свойств качества измерений

$$\mu_{Q_1}(x, y) = \min\{\mu_1(x, y), ..., \mu_f(x, y)\},$$

где $\mu_{Q_1}(x, y)$ – функция принадлежности нечеткого отношения Q_1 (пересечения исходных отношений);

$\mu_i(x, y)$: $XxX \to [0,1]$ – функция принадлежности для i-го нечеткого отношения предпочтения, i = 1, 2, ..., f.

2. Определяем нечеткое множество недоминируемых МВИ в множестве (X, μ_{Q_1}), т.е. для каждой МВИ определяется степень ее недоминируемости по всем показателям простых свойств:

$$\mu_{Q_1}^{\text{н.д.}}(\mathrm{x}) = 1 - \sup_{y \in X}\{\mu_{Q_1}(y, x) - \mu_{Q_1}(x, y)\}.$$

3. Строим нечеткое отношение Q_2 с функцией принадлежности:

$$\mu_{Q_2}(x, y) = \sum_{i=1}^{f} \lambda_i \cdot \mu_i(x, y),$$

где λ_i – коэффициенты из формулы (1).

4. Определяем нечеткое подмножество недоминируемых альтернатив в множестве (X, μ_{Q_2}), т.е. для каждой МВИ определяется степень ее недоминируемости по всем показателям простых свойств с учетом коэффициентов весомости:

$$\mu_{Q_2}^{\text{н.д.}} = 1 - \sup_{y \in X}\left[\mu_{Q_2}(y, x) - \mu_{Q_2}(x, y)\right].$$

5. Находим пересечение множеств $\mu_{Q_1}^{\text{н.д.}}$ и $\mu_{Q_2}^{\text{н.д.}}$:

$$\mu^{\text{н.д.}}(x) = \min\left\{\mu_{Q_1}^{\text{н.д.}}(x),\ \mu_{Q_2}^{\text{н.д.}}(x)\right\}.$$

6. Рациональным считается выбор МВИ (альтернатив), имеющих по возможности большую степень принадлежности нечеткому множеству $\mu^{\text{н.д.}}(x)$, из множества

$$X^{\text{н.д.}} = \left\{x \setminus x \in X,\ \mu^{\text{н.д.}}(x) = \sup_{x \in X} \mu^{\text{н.д.}}(x)\right\},$$

обладающей максимальной степенью недоминируемости.

Следует отметить, что в зависимости от типа задачи, для решения которой производится выбор МВИ, рациональным может считаться выбор не только МВИ из множества $X^{\text{н.д.}}$, но и в том или ином смысле слабо доминируемых альтернатив (или не очень сильно недоминируемых), т.е. МВИ, которые принадлежат множеству $\mu^{н.д.}$ со степенью не ниже некоторой заданной. Аналогичным образом можно осуществлять выбор оптимальной МВИ по любому из обобщенных показателей качества, произведя комплексирование в соответствии с набором свойств, определяющим интересующий пользователя показатель.

Литература

1. Сенюк О.В. Использование теории классификации для построения структурных схем свойств // Тез. докл. 19-й Международной конференции студентов и молодых ученых, Зелена Гура, 28-29 апреля 1997 г./ Высшая техническая школа. – Зелена Гура,1997. – С. 181-185.
2. Соломахо В.Л., Сенюк О.В. Комплексная оценка качества процесса измерения // Надежность и контроль качества. – 1997. – № 10. – С. 3-11.
3. Райхман Э.П. К вопросу оценки показателей качества (в порядке обсуждения) // Стандарты и качество. – 1969. – № 9. – С. 44-47.
4. Орловский С.А. Проблема принятия решений при нечеткой исходной информации. – М.: Наука, 1981. – 206 с.
5. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.