

## КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ТОНКОЙ ПЛАСТИНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

*К.С. Курочка, И.Г. Нестереня, И.Л. Стефановский*

*Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого*

*Гомель, Беларусь*

[kurochka@gstu.by](mailto:kurochka@gstu.by), [igorst@gstu.by](mailto:igorst@gstu.by), [igor.nesterenya@gmail.com](mailto:igor.nesterenya@gmail.com)

**Abstract.** The mathematical model allowing to consider the change of physical properties of material of a plate as a result of change of its temperature caused by action of dynamic loading is presented. The providing corresponding program is developed and verification is carried out it. The divergence of results of research of the offered mathematical model and calculations with use of a finite element ANSYS package, doesn't exceed 10%.

Представлена математическая модель, позволяющая учесть изменение физических свойств материала пластины в результате изменения её температуры, вызываемое действием динамической нагрузки.

Т.к. физические параметры материалов зависят от температуры [1, 2], проведение прочностных расчетов конструкций без учета изменения температуры, вызванного деформацией, приведет к возникновению существенных погрешностей [2]. Одним из эффективных методов исследования подобных конструкций, является компьютерное моделирование посредством построения и исследования соответствующих математических моделей. Для построения математической модели изменения температуры в тонкой пластине, вызванного деформацией, воспользуемся методом конечных элементов [3, 4, 5].

В настоящее время создание программных комплексов является актуальным, поскольку такие конечноэлементные пакеты как ANSYS [6] и SolidWorks не позволяют решить поставленную задачу в полном объеме.

Рассматривается закрепленная с двух сторон тонкая пластина, под действием вертикальной поперечной динамической нагрузки.

Применяя принцип возможных перемещений [7], согласно которому работа внешних сил на возможных перемещениях равна вариации потенциальной энергии записывается в виде:

$$\tilde{A} = \tilde{\Pi}, \quad (1)$$

где  $\tilde{A}$  – работа;  $\tilde{\Pi}$  – полная потенциальная энергия.

Изменение потенциальной энергии будет соответствовать выражению:

$$\Pi = E + \theta, \quad (2)$$

где  $E$  – энергия деформации;  $\theta$  – энергия нагрева.

Для определения деформации пластины под действием поперечной нагрузки будет использовано уравнение Лапласа в трехмерном случае [1]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} = F(x, y, z), \quad (3)$$

где  $u$ ,  $v$ ,  $\omega$  – функции перемещения вдоль осей  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно;  $F(x,y,z)$  – внешние силы.

Изменение температуры описывается уравнением Пуассона [7]:

$$\left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) a^2 + \frac{\partial T}{\partial t} = Q(x, y, z), \quad (4)$$

где  $T$  – температура;  $a$  – коэффициент учитывающий физические параметры материала;  $Q(x, y, z)$  – внешний источник тепла;  $t$  – время.

В вычислительном эксперименте рассмотрена пластина под действием динамической нагрузки. Цель эксперимента заключается в определении нагрева пластины при длительном воздействии динамической нагрузки, и анализа изменения модуля упругости. Нагрев приводит к изменению модуля упругости [2]. Также при изменении температуры будет происходить температурное расширение, что означает возникновение дополнительных напряжений приводящих к повышенным значениям деформации.

В практических целей подобный расчет может быть применен для расчета изменения физических свойств металлических каркасов высотных сооружений, построенных в сейсмически активных зонах.

Рассмотрены пластины из различных материалов (толщина – 0,05 м, длина – 1 м, ширина – 1 м) закрепленные с двух сторон находящиеся под действием равномерно-распределенной динамической нагрузки. Результаты представлены на рисунке 1.

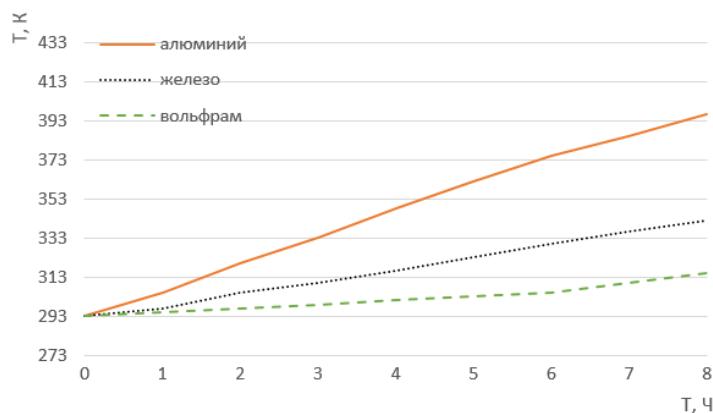


Рис. 1 – Нагрев пластин находящихся под длительным воздействием динамической нагрузки

- Линдау, Л.Д. Теоретическая физика: учебное пособие: для вузов. В 10 т. том 8. Теория упругости / Л.Д. Линдау – Москва, ФизМатЛит, 2003. – 264 с.
- Зависимость модуля упругости твердого тела от температуры [Электронный ресурс.: Эффективная физика. – Электронные данные. – Режим доступа: <http://www.effects.ru/science/78/index.htm> – Дата доступа 12.05.2014].
- Александров, А.В. Основы теории упругости и Пластичности: учебник / А.В. Александров, В.Д. Потапов – Москва: Высшая школа, 1990. – 393с.
- Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация: Пер. с англ. / О. Зенкевич, К. Морган – М.: Мир, 1986. – 482 с.
- Норри, Д. Введение в метод конечных элементов: учебник / Д.Норри, Ж. де Фриз – Москва: Мир, 1981. – 298с.
- Басов, К.А. ANSYS для конструкторов / К.А. Басов. – М. : ДМК Пресс, 2009. – 248 с.
- Zienkiewicz, O.C. The finite element method for solid and structural mechanics. Sixth edition / O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor. – Oxford :Elsevier, 2005.–631 p.