

5. Пат. WO 0166948. A positive-displacement machine of gear type / Zhang Quan. – Оpubл. 13.09.01.

6. *Ан И-Кан*. Указ. соч.

7. *Волков Г. Ю., Курасов Д. А., Горбунов М. В.* Геометрический синтез некруглых зубчатых колес планетарной роторной гидромашины // Вестник Курганского гос. ун-та. Серия «Технические науки». – 2016. – Вып. 11. – С. 23–27.

8. Там же.

9. *Мирчук М. А., Курасов Д. А., Голованев В. А.* Получение семейства кривых и огибающих в системе «Компас-3D» // Вестник Курганского гос. ун-та. Серия «Технические науки». – 2016. – Вып. 11. – С. 120–122.

10. *Волков Г. Ю., Курасов Д. А., Горбунов М. В.* Указ. соч.

11. Там же.

12. Там же.

Получено 27.02.2017

УДК 621.002

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-40-43

М. М. Кане, доктор технических наук, профессор, Белорусский национальный технический университет, Минск

ВОЗМОЖНОСТИ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ЗУБОНАРЕЗАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ШЕСТЕРЁН

Задачи исследования

Для моделирования различных случайных процессов, в том числе процессов механической обработки деталей машин, широко используются такие статистические методы, как корреляционно-регрессионный и дисперсионный анализы. При этом качество модели во многом зависит от качества экспериментальных данных, положенных в ее основу. Поэтому ряд авторов указывают на необходимость предварительного анализа экспериментальных данных [1–3]. При моделировании процессов зубонарезания цилиндрических шестерён необходимо учитывать основные характеристики этих процессов как случайных.

Основные результаты

Анализ указанных методов моделирования и пространственных методов оценки адекватности и достоверности полученных результатов показывает, что их эффективное применение возможно при соблюдении следующих требований к экспериментальным данным.

1. Зависимые и независимые переменные являются случайными величинами с нормальным законом распределения.*

2. Дисперсия зависимой переменной y не зависит от абсолютных значений y и остается постоянной или однородной при различных наблюдениях y .

3. Значения независимых переменных x_1, x_2, \dots, x_m измеряются с пренебрежимо малыми ошибками по сравнению с ошибкой измерения y .

4. Переменные x_1, x_2, \dots, x_m линейно независимы.

5. Процесс формирования y является стационарным и эргодическим.

6. Экспериментальные данные получены из ряда независимых испытаний, наблюдений и образуют случайную выборку из данной генеральной совокупности.

7. Результаты наблюдений не содержат резко выделяющихся значений, не принадлежащих к данной генеральной совокупности.

Почему необходимо соблюдение названных требований к экспериментальным данным? При анализе технологического процесса как случайного стоят задачи оценки параметров распределений независимых и зависимых переменных и проверки различных гипотез. Методы определения параметров распределений и моделей, а также критерии для проверки статистических гипотез делятся на два класса: параметрические и непараметрические. Первые методы и критерии эффективны при распределении изучаемых случайных величин по нормальному закону. Для второго класса методов и критериев это условие отсутствует.

К первому классу относятся наиболее развитые и распространенные методы моментов и максимального правдоподобия для расчета параметров распределений; наименьших квадратов для расчета параметров уравнений регрессии; критерии, использующие χ^2 -распределение, t – распределение Стьюдента, F – распределение Фишера для оценки достоверности результатов. Установлено, что один и тот же критерий будет устойчивым при проверке одной нулевой гипотезы и неустойчивым при проверке другой. Например, при использовании критерия χ^2 для проверки гипотезы о законе распределения он весьма устойчив. Однако при проверке гипотезы о дисперсии изучаемой случайной величины и некоторых других гипотез он уже неустойчив. Это указывает на необходимость тщательного выбора статистических критериев и гипотез, проверяемых этим критерием, при планировании методов обработки экспериментальных данных.

Проверка соответствия эмпирических распределений независимых и зависимых случайных величин

закону нормального распределения необходима для выбора наиболее эффективных в данных условиях методов обработки и анализа экспериментальных данных, повышения их точности, в частности, надежности оценки вероятностей, с которыми справедливы те или иные гипотезы.

Довольно часто экспериментальные данные содержат отдельные порции, выборки. Полученный массив данных должен быть однородным, свободным от систематических ошибок. Вариативность зависимых переменных должна быть обусловлена влиянием только учтенных независимых переменных. При соблюдении этого требования может быть получена точная взаимосвязь изучаемых переменных. Признаком соблюдения требования однородности исходных данных является принадлежность значений y в различных порциях данных к одной генеральной совокупности. Только при соблюдении этого требования можно переходить к следующему этапу обработки опытных данных.

В работах Г. Н. Веселой показано, что ошибки измерений независимых переменных в значительно большей степени влияют на погрешность модели, чем ошибки измерений зависимой переменной. Установлено, что ошибки в определении значений независимых переменных не должны превышать 5-7 % интервала их варьирования. Ошибки в определении значения зависимой переменной могут составлять до 30 % интервала ее варьирования.

Отсутствие взаимосвязей между независимыми переменными позволяет получить компактную и точную модель их влияния на зависимую переменную y .

Экспериментальные данные, полученные при пассивном эксперименте в примерно одинаковых условиях, можно рассматривать как случайные функции. Примерами таких данных являются результаты измерений характеристик деталей машин, обработанных на одном станке при постоянной настройке одного инструмента за период его стойкости. Получение и обработка экспериментальных данных в этом случае существенно упрощается, если рассматриваемый технологический процесс является стационарным и обладает эргодическим свойством.

Стационарным, как известно, называется процесс, для которого математическое ожидание $m_x(t)$ (1) и дисперсия $D_x(t)$ (2) постоянны (однородны), а корреляционная функция $K_x(t_1, t_2)$ (3) зависит только от разности моментов времени: $\tau = t_2 - t_1$ [4, 5].

Стационарная случайная функция обладает эргодическим свойством, если ее характеристики m_x , D_x , $K_x(\tau)$ могут быть рассчитаны как соответствующие средние по времени для одной реализации большой продолжительности. Иными словами, эргодичность определяет способность процесса к воспроизведению своих характеристик в различных реализациях.

Применение многих статистических методов является правомерным лишь в ситуациях, когда справедливо допущение о статистической независимости обрабатываемого ряда наблюдений x_1, x_2, \dots, x_n . Несоблюдение этого принципа снижает точность модели.

Экспериментальные данные могут содержать результаты, резко отличающиеся от других. Необходимо определить, принадлежат ли они к генеральной совокупности большинства результатов. В противном случае выделяющиеся данные следует исключить из дальнейшего рассмотрения, так как их учет снизит точность математической модели.

Укажем наиболее предпочтительные методы проверки соблюдения названных предпосылок успешного использования статистических методов для моделирования технологических процессов.

Оценка распределения зависимой и независимых (для пассивного эксперимента) переменных по нормальному закону может производиться либо на основе анализа природы этих переменных, либо с помощью критериев согласия, либо с помощью приближенных критериев. К числу наиболее распространенных критериев согласия относятся критерии Пирсона χ^2 , Колмогорова λ , Смирнова ω^2 (для некоторых условий его называют критерием Мизеса – Смирнова или Андерсона – Дарменга), критерий Шапиро – Уилка W . Процедуры применения этих критериев описаны в [6, 7].

Критерий χ^2 является наиболее универсальным. Он применим для любых распределений видов случайных величин (дискретных и непрерывных) при отсутствии данных о параметрах теоретического распределения. Но для его использования необходим большой объем выборки ($n \geq 100$), и полученный с его помощью результат рекомендуется подтвердить с помощью другого критерия согласия, особенно при $n \approx 100$.

Однородность двух выборок при нормальном распределении измеряемого параметра проверяют с помощью критерия Фишера, нескольких выборок при их одинаковом объеме – с помощью критерия Кохрена, нескольких выборок при их неравном объеме – с помощью критерия Бартлетта [8–10]. Воспроизводимость опытов и однородность дисперсий достигается, когда выявлены и устранены источники нестабильности эксперимента, а также с помощью более точных методов и средств измерений.

Для проверки стационарности процесса случайную последовательность значений его характеристики, соответствующую порядку проведения измерений, разбивают на несколько (5-10) равных отрезков. Для каждого j -го отрезка определяют среднее арифметическое значение \bar{y}_j и дисперсию $S_{y_j}^2$. Условие стационарности (2) проверяется с помощью критерия Кохрена, условие (1) – с помощью критерия Фишера [11], а условие (3) – путем последовательного расчета значений нормированной корреляционной функции $R_{xx}(\tau)$ для рассматриваемых отрезков.

При проверке эргодичности процесса используется та же методика, что и при проверке его стационарности. Но вместо отрезков одной выборки рассматривают несколько (3-5) реализаций объемом 50...100 шт., полученных в примерно одинаковых условиях, характерных для данного процесса.

Проверка независимости, случайности ряда наблюдений может производиться с помощью критериев медианы выборки, «восходящих» и «нисходящих» серий, квадратов последовательных разностей (критерия Аббе) [12, 13]. Последний критерий является более мощным, чем другие. Он может быть использован, если изучаемая выборка извлечена из нормальной генеральной совокупности.

Для анализа резко выделяющихся значений случайных величин в выборке используют графический и аналитические методы [14]. Наиболее распространенным критерием для исключения одного экстремального значения является критерий К. Пирсона – Н. В. Смирнова – Ф. Граббса [15].

Характеристики экспериментальных данных, определяемых требованиями (1) и (5), являются основными, так как они зависят от физической природы изучаемого процесса. Характеристики экспериментальных данных, определяемых остальными требованиями (2)–(4), (6), (7), являются дополнительными, так как они зависят от условий получения и измерения экспериментальных данных.

При изучении процессов зубонарезания цилиндрических шестерён зависимыми переменными обычно являются показатели точности и качества поверхностей зубьев. В данной статье приведены результаты анализа законов распределения, стационарности и эргодичности показателей точности зубьев цилиндрических шестерён согласно ГОСТ 1643–81 после зубофрезерования червячной фрезой и зубодолбления.

Учитывая закономерности формирования при зубонарезании и измерения показателей точности цилиндрических шестерён для изучения законов их распределения после зубонарезания нами были выбраны следующие теоретические распределения: нормальное, логарифмически нормальное, типа А (Лапласа – Шарлье), Пирсона типа I, Рэля (Максвелла, эксцентриситета), модуля разности, размахов [16].

Анализ законов распределения 13 показателей точности цилиндрических шестерён производился при зубофрезеровании червячной фрезой и зубодолблении. В первом случае обработка происходила в производственных и лабораторных условиях, во втором – в производственных условиях. В производственных условиях исследования выполнялись в основном на Минском заводе шестерён. В лабораторных условиях – на ОАО «Вистан» при испытаниях новых зубофрезерных станков, изготовленных на этом предприятии.

Подвергшиеся исследованию зубчатые колеса имели следующие основные характеристики: модуль $m = 2-6$ мм, наружный диаметр $D_n = 70-300$ мм, степень точности 7–9-я по ГОСТ 1643–81.

В таблице приведены полученные результаты. Эмпирическое распределение считалось не противоречащим теоретическому при значениях критериев Пирсона $P(\chi^2) > 0,05$ и Колмогорова $P(\chi) > 0,3$. Имеющиеся в таблице прочерки указывают на то, что для данных условий и показателей точности исследования не проводились.

Результаты анализа законов распределения показателей точности зубьев цилиндрических зубчатых колес после зубофрезерования и зубодолбления

№ п/п	Вид и условия зубообработки		Показатели точности зубчатого венца					
			F'_{ir}	F_{pr}	F''_{ir}	F_{rr}	F_{vwr}	f'_{ir}
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Зубофрезерование	Лабораторные условия	–	$\frac{A, N, P, \Pi}{L}$	$\frac{A, N, \Pi}{L}$	$\frac{L, N, P_x, \Pi, P}{A}$	$\frac{A, \Pi, N, P, P_x}{L}$	–
2		Производственные условия	$\frac{N, L, \Pi, M_p, P_x}{A}$	$\frac{L, N, \Pi, P}{A}$	$\frac{N, L, \Pi}{A}$	$\frac{N, L, \Pi, M_p, P, P_x}{A}$	$\frac{L, N, \Pi, P, P_x}{A}$	$\frac{N, A, \Pi, P, P_x}{L}$
3	Зубодолбление	Производственные условия	–	–	$\frac{N, L, \Pi}{A}$	–	–	–

№ пп	Вид и условия зубообработки		Показатели точности зубчатого венца						
			f_{ptr}	f''_{ir}	f_{jr}	f_{pbr}	F_{br}	$+E_{a's}$	$-E_{a'i}$
1	2	3	10	11	12	13	14	15	16
1	Зубофрезерование	Лабораторные условия	$\frac{N, A, \Pi, P_x}{L}$	$\frac{A, N, \Pi, P_x}{L}$	$\frac{N, L, \Pi}{A}$	$\frac{\Pi, N, L}{A}$	$\frac{N, \Pi, A, P, P_x}{L}$	$\frac{N, \Pi, L, P}{A}$	$\frac{L, A, \Pi, P}{N}$
2		Производственные условия	$\frac{L, N, \Pi, P_x}{A}$	$\frac{L, N, \Pi, P_x}{A}$	$\frac{N, L, \Pi, M_p}{A}$	$\frac{A, L, N, M_p}{\Pi}$	$\frac{A, N, P, \Pi, P_x}{L}$	$\frac{L, N, \Pi, P}{A}$	$\frac{N, \Pi, L, P}{A}$
3	Зубодолбление	Производственные условия	–	$\frac{A, N, P_x}{L}$	–	–	$\frac{\Pi, A, N, P_x, P}{L}$	$\frac{N, L, \Pi, P}{A}$	$\frac{A, L, P, N}{N}$

Примечания. 1. Приняты следующие обозначения: Н – нормальное распределение; Л – логарифмическое нормальное; Р – распределение Рэля (Максвелла, эксцентриситета); А – типа А (Грамма – Шарлье); П – Пирсона тип 1; P_x – размахов; M_p – модуля разности.

2. В знаменателе дроби для каждого показателя качества приведен индекс закона распределения, в наилучшей степени описывающего его фактическое распределение; в числителе дроби – индекса законов распределения (в порядке уменьшения их соответствия эмпирическому распределению) также пригодных, хотя и с меньшей степенью точности, для описания распределения данного показателя.

По описанной выше методике был выполнен анализ стационарности и эргодичности процесса зубофрезерования цилиндрических шестерён червячной фрезой в различных условиях.

Выводы

1. Впервые применительно к технологическим процессам механической обработки деталей машин обоснованы и сформулированы требования к экспериментальным данным, используемым для их моделирования.

2. Показаны предпочтительные методы проверки соблюдения указанных требований и приведены рекомендации по эффективному применению этих методов.

3. В наилучшей степени распределение рассмотренных 13 показателей точности зубьев при зубофрезеровании и зубодолблении описывается распределением типа А и логарифмически нормальным распределением.

4. Для описания распределений всех рассмотренных показателей точности зубьев шестерён в изучаемых условиях обработки может быть использован также закон нормального распределения.

5. Процесс зубофрезерования цилиндрических шестерён червячной фрезой для основных показателей точности зубьев является стационарным и обладает эргодическим свойством.

6. Имеются предпосылки получения надежной модели влияния различных факторов на основные показатели точности зубьев цилиндрических шес-

Получено 21.02.2017

терён статистическими методами при их зубофрезеровании червячной фрезой и зубодолблении по одной реализации достаточно большой продолжительности.

Библиографические ссылки

1. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке : Методы планирования эксперимента : пер. с англ. – М. : Мир, 1981. – 520 с.
2. Айвазян С. А., Енюков Е. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика : Основы моделирования и первичная обработка данных : справочное издание. – М. : Финансы и статистика, 1983. – 471 с.
3. Кане М. М. Основы научных исследований в технологии машиностроения : учеб. пособие для вузов. – Минск : Вышэйш. шк., 1987. – 231 с.
4. Айвазян С. А., Енюков Е. С., Мешалкин Л. Д. Указ. соч.
5. Кане М. М. Указ. соч.
6. Айвазян С. А., Енюков Е. С., Мешалкин Л. Д. Указ. соч.
7. Степнов М. Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний : справочник. – М. : Машиностроение, 1985. – 232 с.
8. Айвазян С. А., Енюков Е. С., Мешалкин Л. Д. Указ. соч.
9. Кане М. М. Указ. соч.
10. Степнов М. Н. Указ. соч.
11. Кане М. М. Указ. соч.
12. Айвазян С. А., Енюков Е. С., Мешалкин Л. Д. Указ. соч.
13. Кане М. М. Указ. соч.
14. Айвазян С. А., Енюков Е. С., Мешалкин Л. Д. Указ. соч.
15. Там же.
16. Кане М. М. Указ. соч.

УДК 621.7.075

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-43-47

Г. Ю. Волков, доктор технических наук, доцент, Курганский государственный университет
С. А. Киселев, аспирант, Курганский государственный университет

ИЗГОТОВЛЕНИЕ ЗУБЧАТЫХ ВЕНЦОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФЛЕКСАГОНОВ

Зубчатые механизмы используются повсеместно. В настоящее время при изготовлении их деталей практически всегда применяется механическая обработка зубчатых венцов резанием и шлифованием. Традиционные технологии производства обычных зубчатых колес внешнего зацепления особых проблем не встречают. Несколько сложнее решаются задачи обработки внутренних зубьев, зубьев нестандартного профиля и некруглых зубчатых венцов. Тем не менее изготовление цельнометаллических зубчатых колес всегда сопряжено с повышенным расходом материала, с большими затратами на зубообрабатывающее оборудование, инструмент, а также на высококвалифицированный персонал. Безотходные технологии производства зубчатых венцов, такие, например, как точное литье,

ковка, порошковая металлургия, необходимой точности металлических зубчатых колес пока не обеспечивают.

Существуют предложения [1, 2] изготавливать поверхности зубьев из тонкого листового материала, в том числе применять в качестве некоего полуфабриката сгибаемую по форме колеса металлическую ленту, на которой заранее выполнены зубья. Так, например, известен способ [3] изготовления зубчатых венцов, при котором из полосы, имеющей толщину, равную ширине зубчатого венца, путем ее гофрирования получают зубчатую ленту, являющуюся разверткой готовой детали, сворачивают зубчатую ленту в цилиндр и скрепляют ее концы, например, посредством сварки. Для повышения точности полученный подобным образом зубчатый венец