

## АНАЛИЗ ОТНОСИТЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ ПОДВИЖНОГО СЕКТОРА ДЕРЕВООБРАБАТЫВАЮЩЕЙ ФРЕЗЫ

Аникеенко А.Ф., Бобылев П.С., Вихренко В.С.

*УО «Белорусский государственный технологический университет», Минск*

Одним из путей создания конкурентоспособного дереворежущего инструмента является его техническое совершенствование и обновление в условиях непрерывно возрастающих требований, таких, как снижение удельной металлоемкости и энергопотребления, повышение ресурса и надежности, сокращение затрат времени на замену затупившихся режущих элементов, реализация прогрессивных технико-экономических решений на основе функционально-стоимостного анализа. Кроме этого, необходимо решить ряд важных задач, сдерживающих создание новейших видов дереворежущего инструмента: внедрение механотроники, разработка автоматизированной системы проектирования режущих инструментов (САПР РИ), автоматизированных средств идентификации состояния режущих элементов, а также теории расчета инструментов на прочность, жесткость и колебания.

Фрезерование широко используется в деревообработке [1–3]. В данной работе рассматривается новая конструкция сборной фрезы [4] для продольно-фрезерных, фрезерных и карусельно-фрезерных станков, обрабатывающих центров и автоматических линий, отличительной особенностью которой является наличие подвижных относительно корпуса фрезы секторов, несущих режущие ножи. Эта фреза предназначена для цилиндрического, профильного и фасонного фрезерования древесины всех пород и под разными углами резания, а также кромок облицованных и не облицованных древесностружечных, цементно-стружечных плит и плит MDF и кромок фанеры.

Фреза (рис. 1) состоит из корпуса, в котором расточены два, три или четыре паза типа “ласточкин хвост”. В пазы корпуса устанавливают поворотные быстросъемные секторы-ножедержатели. Для настройки реза на требуемый угол резания (изменение режима резания, инструментального материала ножа и обрабатываемого материала) сектор-ножедержатель поворачивают и фиксируют в заданном положении винтами. В качестве режущих элементов используются ножи, изготовленные из инструментальной стали с твердосплавной напайкой или неперетачиваемые двухлезвийные твердосплавные пластинки.

Для сокращения затрат времени на замену затупившихся режущих элементов и переналадку углов резания в соответствии с условиями эксплуатации фрезы секторы-ножедержатели должны фиксироваться в корпусе минимальным количеством крепежных элементов. Наиболее неблагоприятные условия возникают в процессах разгона и остановки фрезы, когда касательные составляющие сил инерции стремятся повернуть подвижный сектор относительно корпуса фрезы. Начальный этап разгона характеризуется малыми значениями центробежных сил инерции, и поэтому методика расчета усилий на этом этапе существенно отличается от более позднего этапа, когда превалирующими становятся центробежные силы инерции.

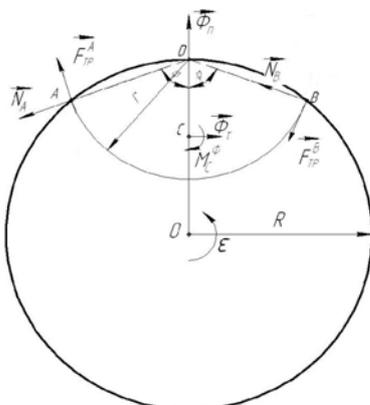


Рисунок 1. – Схема фрезы с подвижным сектором OAB. Радиус фрезы равен R, подвижного сектора – r. Фреза вращается с постоянным угловым ускорением ε

Выполним анализ движения фрезы на начальном этапе разгона. Предположим, что в соединении сектора-ножедержателя с корпусом фрезы существует небольшой зазор. Тогда в начале процесса разгона фрезы, когда центробежная сила инерции не велика, сектор касается фрезы в двух противоположных точках A и B (рис. 1), и действие касательных сил инерции приводит к появлению нормальных реакций  $N_A$  и  $N_B$  в точках A и B, причём значения обеих реакций положительны, а также сил трения  $F_{тр}^A$  и  $F_{тр}^B$ . При этом в т. B сектор прижимается к корпусу фрезы по цилиндрической поверхности, тогда как в т. A – по конической, и в результате действия расклинивающих усилий в т. A необходимо учитывать приведенный коэффициент трения, определяемый соотношением

$$f_{\text{нр}} = f / \sin 20^\circ \approx 3f.$$

Задача состоит в том, чтобы выяснить, достаточно ли сил трения для обеспечения относительного равновесия сектора при ускоренном движении фрезы в процессе ее разгона или остановки, или рассчитать параметры крепежного устройства.

Задачу решаем методом предельного равновесия, когда предполагается, что силы трения достигли своих предельных значений, равных произведению коэффициентов трения на нормальные реакции. Составим на основании принципа Даламбера уравнения моментов всех сил, включая силы инерции, относительно точек  $A$  и  $B$ , которые позволяют определить нормальные реакции:

$$\begin{aligned} N_B r \sin(\pi - 2\phi) + \Phi_n r \sin \phi + \Phi_\tau \left( \frac{2}{3} r \frac{\sin \phi}{\phi} - r \cos \phi \right) - M_c^\phi - F_{\text{тр}}^B r (1 + \cos(\pi - 2\phi)) &= 0, \\ -\Phi_n r \sin \phi + \Phi_\tau \left( \frac{2}{3} R \frac{\sin \phi}{\phi} - r \cos \phi \right) - M_c^\phi + N_A r \sin(\pi - 2\phi) - F_{\text{тр}}^A r (1 + \cos(\pi - 2\phi)) &= 0, \end{aligned}$$

где силы инерции и момент сил инерции определяются соотношениями (т.  $C$  – центр масс сектора):

$$\begin{aligned} \Phi_n &= m\omega^2(R - DC), \quad \Phi_\tau = m\varepsilon(R - DC), \quad M_c^\phi = (J_D - mDC^2)\varepsilon, \\ J_D &= \frac{1}{2}mr^2, \quad DC = \frac{2}{3}r \frac{\sin \phi}{\phi}, \quad \frac{r}{R} = 2 \cos \phi, \quad \omega = \varepsilon t. \end{aligned}$$

Отметим, что часто встречающиеся комбинации приводятся к простым соотношениям:

$$\begin{aligned} M_c^\phi - \Phi_\tau \left( \frac{2}{3} r \frac{\sin \phi}{\phi} - r \cos \phi \right) &= mr^2\varepsilon \left( \frac{1}{2} + \frac{R}{r} \left( \cos \phi - \frac{2}{3} \frac{\sin \phi}{\phi} \right) - \frac{1}{3} \frac{\sin 2\phi}{\phi} \right), \\ M_c^\phi - \Phi_\tau \frac{2}{3} r \frac{\sin \phi}{\phi} &= mr^2\varepsilon \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \frac{R \sin \phi}{r \phi} \right). \end{aligned}$$

В результате для нормальных реакций находим

$$N_A = \frac{A + B\varepsilon t^2}{\sin 2\phi - f_{\text{нр}}(1 - \cos 2\phi)} mr\varepsilon, \quad N_B = \frac{A - B\varepsilon t^2}{\sin 2\phi - f(1 - \cos 2\phi)} mr\varepsilon,$$

где

$$A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \frac{\sin 2\phi}{\phi} + \frac{R}{r} \left( \cos \phi - \frac{2}{3} \frac{\sin \phi}{\phi} \right), \quad B = \left( \frac{R}{r} - \frac{2}{3} \frac{\sin \phi}{\phi} \right) \sin \phi,$$

и принято равноускоренное вращение фрезы с угловой скоростью  $\omega = \varepsilon t$ .

Суммарная сила трения определяется уравнением моментов относительно т.  $D$ :

$$F_{\text{тр}}^A + F_{\text{тр}}^B = \left( \frac{2}{3} \frac{R \sin \phi}{r \phi} - \frac{1}{2} \right) mr\varepsilon.$$

Продолжительность первого этапа определяется условием  $N_B \geq 0$ , откуда для продолжительности первого этапа следует ограничение  $t \leq t_1 = \sqrt{A/B\varepsilon}$ .

Моменты  $M_1$  и  $M_2$  относительно т.  $B$  соответственно распределенных сил нормального давления и сил трения вычисляются путем интегрирования

$$\begin{aligned} M_1 &= \int_0^{2\phi} (q_0 + q_1\psi) r \sin \psi d\psi, \\ M_2 &= -\int_0^{2\phi} f(q_0 + q_1\psi)(r - r \cos \psi) d\psi. \end{aligned}$$

Моменты относительно точки  $A$  соответственно равны

$$\begin{aligned} M_1' &= -\int_0^{2\phi} (q_0 + q_1 2\phi - q_1\psi) r \sin \psi d\psi, \\ M_2' &= -\int_0^{2\phi} f(q_0 + q_1 2\phi - q_1\psi)(r - r \cos \psi) d\psi. \end{aligned}$$

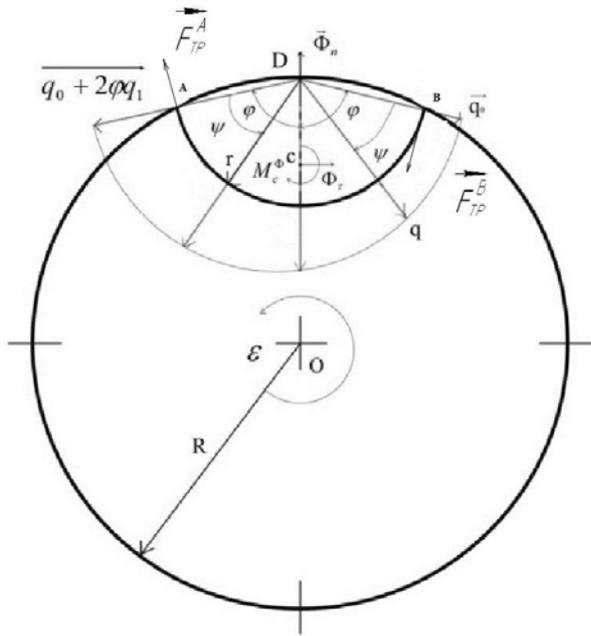


Рисунок 2. – Схема фрезы с подвижным сектором DAB. Показаны распределенные силы нормального давления  $q$  и силы трения. Фреза вращается с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon$ .

Далее проанализируем движение фрезы на заключительном этапе разгона. Для обеспечения фиксирования сектора в корпусе фрезы и одновременно обеспечения его подвижности используется соединение типа «ласточкин хвост». При достаточно большой угловой скорости вращения фрезы вследствие действия центробежной силы инерции сектор прижимается к конической опоре «ласточкина хвоста». Однако касательные силы инерции приводят к неравномерному распределению сил нормального давления. В первом приближении можно предположить, что эти силы линейно увеличиваются с увеличением угла  $\psi$  при переходе от т. B к т. A. Задача состоит в том, чтобы выяснить, достаточно ли сил трения для обеспечения относительного равновесия сектора при ускоренном движении фрезы в процессе ее разгона или остановки.

Выполнив интегрирование по частям, получим:

$$\begin{aligned} M_1 &= 2r \sin^2 \phi q_0 + r(\sin 2\phi - 2\phi \cos 2\phi)q_1, \\ M_2 &= -fr(2\phi - \sin 2\phi)q_0 - 2fr(\phi^2 - \phi \sin 2\phi + \sin^2 \phi)q_1, \\ M_1' &= -2r \sin^2 \phi q_0 - r(2\phi - \sin 2\phi)q_1, \\ M_2' &= -fr(2\phi - \sin 2\phi)q_0 - 2fr(\phi^2 - \sin^2 \phi)q_1. \end{aligned}$$

Уравнения моментов сил относительно точек A и B приводятся к виду:

$$\begin{aligned} mr^2\varepsilon \left[ \frac{2R}{3r} \frac{\sin \phi}{\phi} + \left( \frac{R}{r} - \frac{2}{3} \frac{\sin \phi}{\phi} \right) (\varepsilon t^2 \sin \phi - \cos \phi) - \frac{1}{2} \right] - \\ - 2r \sin^2 \phi q_0 - r(2\phi - \sin 2\phi)q_1 - fr(2\phi - \sin 2\phi)q_0 - 2fr(\phi^2 - \sin^2 \phi)q_1 = 0, \\ mr^2\varepsilon \left[ \frac{2R}{3r} \frac{\sin \phi}{\phi} - \left( \frac{R}{r} - \frac{2}{3} \frac{\sin \phi}{\phi} \right) (\varepsilon t^2 \sin \phi + \cos \phi) - \frac{1}{2} \right] + \\ + 2r \sin^2 \phi q_0 + r(\sin 2\phi - 2\phi \cos 2\phi)q_1 - fr(2\phi - \sin 2\phi)q_0 - 2fr(\phi^2 - \phi \sin 2\phi + \sin^2 \phi)q_1 = 0, \end{aligned}$$

Эти уравнения могут быть записаны как

$$\begin{aligned} A_1 q_0 + B_1 q_1 &= C_1, \\ A_2 q_0 + B_2 q_1 &= C_2, \end{aligned}$$

где введенные коэффициенты представляются в виде

$$\begin{aligned} A_1 &= a_{10} + a_{11}f, & A_2 &= a_{20} + a_{21}f, \\ B_1 &= b_{10} + b_{11}f, & B_2 &= b_{20} + b_{21}f; \\ a_{10} &= -a_{20} = 2r \sin^2 \phi, & a_{11} &= a_{21} = b_{10} = r(2\phi - \sin 2\phi), \\ b_{20} &= r(2\phi \cos 2\phi - \sin 2\phi), & b_{11} &= 2r(\phi^2 - \sin^2 \phi), & b_{21} &= 2r(\phi^2 - \phi \sin 2\phi + \sin^2 \phi); \end{aligned}$$

$$C_1 = mr^2\varepsilon \left[ \frac{1}{2} + \left( \frac{R}{r} - \frac{2 \sin \phi}{3 \phi} \right) (\cos \phi + \varepsilon t^2 \sin \phi) - \frac{2}{3} \frac{R \sin \phi}{r \phi} \right],$$

$$C_2 = mr^2\varepsilon \left[ \frac{1}{2} + \left( \frac{R}{r} - \frac{2 \sin \phi}{3 \phi} \right) (\cos \phi - \varepsilon t^2 \sin \phi) - \frac{2}{3} \frac{R \sin \phi}{r \phi} \right].$$

Записанное выше представление коэффициентов  $A$  и  $B$  необходимо для выделения слагаемых, содержащих коэффициент трения  $f$ . Систему уравнений относительно неизвестных  $q_0$  и  $q_1$  решаем методом Крамера:

$$q_0 = \frac{C_1 B_2 - C_2 B_1}{\Delta}, \quad q_1 = \frac{A_1 C_2 - A_2 C_1}{\Delta}, \quad \Delta = A_1 B_2 - A_2 B_1$$

После подстановки выражений для коэффициентов интенсивности распределенного нормального давления получим

$$q_0 = \frac{(b_{20} + b_{21}f)C_1 - (b_{10} + b_{11}f)C_2}{\Delta},$$

$$q_1 = \frac{(a_{10} + a_{11}f)C_2 - (a_{20} + a_{21}f)C_1}{\Delta};$$

$$\Delta = d_0 + d_1 f + d_2 f^2,$$

$$d_0 = a_{10}b_{20} - a_{20}b_{10}, \quad d_1 = a_{10}b_{21} + a_{11}b_{20} - a_{20}b_{11} - a_{21}b_{10}, \quad d_2 = a_{11}b_{21} - a_{21}b_{11}.$$

Для нахождения требуемого значения коэффициента трения составим уравнения моментов относительно точки  $D$ :

$$\Phi_{\tau} DC - M_c^{\Phi} = \int_0^{2\phi} r F_{\text{тр}} d\psi.$$

Вычислив интеграл и выполнив преобразования, получим соотношение

$$2f\phi(q_0 + \phi q_1) = \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \frac{R \sin \phi}{r \phi} \right) mr\varepsilon,$$

которое удобно переписать в виде

$$f = \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \frac{R \sin \phi}{r \phi} \right) mr\varepsilon / [\phi(q_0 + \phi q_1)].$$

Отметим, что в правой части масса, радиус и угловое ускорение сокращаются, поскольку знаменатель пропорционален этим величинам. Построив правую часть полученного уравнения как функцию  $f$ , найдем ее пересечение с прямой  $f$ , и тем самым определим значение коэффициента трения, достаточного для удержания сектора в состоянии относительного равновесия в некоторый заданный момент времени  $t$ .

Выполним числовые расчеты. Номинальный режим работы фрезы устанавливается при  $\omega \cong 1250$  рад/с (12 000 об/мин). Тогда при  $\varepsilon = 600$  рад/с<sup>2</sup> время разгона фрезы составит примерно 2 секунды. Для проверки условий устойчивости относительного равновесия подвижной части фрезы вычисления выполнены в рамках программного пакета MathCAD [5].

Продолжительность первого этапа составляет  $t_1 = 0,02$  с, а суммарная необходимая для обеспечения относительного равновесия сила трения, зависящая лишь от углового ускорения вращения фрезы, равна 85 Н. Возникающие при этом силы трения обеспечивают около половины этой величины. Поэтому необходимы минимальные стопорные устройства, например, в виде одного или двух винтов М4. За время 0,02 с продолжительности первого этапа корпус фрезы поворачивается примерно на угол 0,12 рад (около 7°), так что даже при отсутствии стопорных устройств угол относительного поворота сектора составит не более половины этой величины, т.е. около 3°, что и было зафиксировано при испытаниях опытного образца фрезы.

На втором этапе уже в момент времени 0,03 с требуемый коэффициент трения составляет 0,35, и поскольку контакт сектора и корпуса осуществляется по конической поверхности, то значение приведенного коэффициента трения для стали по стали 0,35–0,4 достаточно для обеспечения относительного равновесия сектора. С течением времени ввиду увеличения сил нормального взаимодействия, обусловленного увеличением центробежной силы инерции, требуемое значение коэффициента

трения быстро уменьшается, что обеспечивает безопасность работы фрезы на всех режимах ее работы.

### Резюме

Исследованы условия относительного равновесия установленного с помощью соединения типа «ласточкин хвост» подвижного сектора деревообрабатывающей фрезы, несущего режущие элементы. Установлено, что распределение сил взаимодействия сектора и корпуса на начальном и более поздних этапах разгона различно. Показано, что для обеспечения относительного равновесия сектора на начальном этапе необходимы минимальные стопорные устройства, тогда как на более поздних этапах реализуется режим самоторможения.

### Литература

1. Амалицкий В. В. Деревообрабатывающие станки и инструменты / В. В. Амалицкий – М.: Академия, 2007.
2. Морозов В. Г. Дереворежущий инструмент: Справочник / В. Г. Морозов – М.: Лесная промышленность, 1988.
3. Песоцкий А. Н. Проектирование лесопильно-деревообрабатывающих производств / А. Н. Песоцкий – М.: Лесная промышленность, 1976.
4. Гришкевич А. А. Экспериментальная установка для исследования процесса фрезерования древесины и древесных материалов / А. А. Гришкевич, А. Ф. Аникеенко // Труды БГТУ. Лесная и деревообр. промышл. – Минск, 2005.– Вып XIII. Сер. II. – С. 202–204.
5. Дьяконов В.М. Специальный справочник по MathCAD / В. М. Дьяконов. – СПб: Петербург, 2001.

### Summary

*The conditions of relative equilibrium of the movable sector of a woodworking rotary cutter are investigated. The dovetail is used to connect the sector to the cutter frame. It is found that there are two different sector-frame interaction force distributions on the initial and the successive time intervals during cutter speeding up. On the initial stage a minimal blocking device is necessary to ensure relative equilibrium of the sector with respect to the frame, while on the latter stage the conditions of self blocking are realized.*

Поступила в редакцию 15.11.2012