

ДОЛГОВЕЧНОСТЬ МАТЕРИАЛА ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ И ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ

Холодарь Б.Г.

УО «Брестский государственный технический университет», Брест

Описание длительной прочности материалов при сложном напряженном состоянии является достаточно сложным и актуальным вопросом, поскольку при его решении необходим учет большого числа параметров, характеризующих свойства материалов, характер поля напряжений и распределение его по объему тела, изменение напряжений во времени, наличие предварительной истории нагружения. Вопрос усложняется, если речь идет о переменных нагрузках. Одним из способов решения является использование кинетических уравнений, описывающих рост дефектности структуры материала в процессе его эксплуатации.

1. Долговечность материала при сложном напряженном состоянии и нагрузках, постоянных во времени. При сложном напряженном состоянии даже для нагрузок, постоянных во времени, не всегда удается привести задачу к применению выражений, устанавливающих связь долговечности с некоторым эквивалентным напряжением, учитывающим многокомпонентный характер поля напряжений. В общем случае для решения задачи необходимо использовать дифференциальные уравнения, описывающие процесс развития поврежденности материала $0 \leq \omega \leq 1$, под которой понимается мера его деструкции в данной точке тела.

Разделив ω на девиаторную ω_d и гидростатическую ω_g компоненты и рассматривая только необратимую часть поврежденности, можно описать ее рост дифференциальными уравнениями:

$$\omega = \omega_0 + \omega_d$$

$$\dot{\omega}_0 = v_0(1 - \omega) \frac{|\sigma_g|}{\sigma_{bg}} \exp(\Delta U_g(\alpha, \sigma_0, \sigma_i, \omega)), \quad \dot{\omega}_d = v_d(1 - \omega) \frac{\sigma_i}{\sigma_{bi}} \exp(\Delta U_d(\alpha, \sigma_0, \sigma_i, \omega)), \quad (1)$$

где σ_0 – гидростатическое напряжение, $\sigma_i > 0$ – интенсивность напряжений, v и α – структурные параметры материала (константы при фиксированной температуре), связанные соответственно с частотой появления актов необратимого нарушения структуры и с влиянием напряженного состояния на энергию активации этих процессов.

Сомножители $|\sigma_g| / \sigma_{bg}$, σ_i / σ_{bi} отражают уровень упругого искажения исходной структуры материала при напряжениях σ_g , σ_i сравнительно с предельно возможным (σ_b – характеристика прочности материала, т.е. предел прочности, предел текучести), сомножители $\exp(\Delta U)$ учитывают активационный характер разрушения связей внутри структуры тела, сомножитель $(1 - \omega)$ учитывает остаточную сплошность материала (исключает из рассмотрения поврежденный материал).

Аргументы экспоненциальных членов уравнений (1) выражают влияние напряженного состояния на снижение энергии активации процессов деструкции материала $\Delta U(\sigma, \omega)$. Далее зависимости $\Delta U(\omega)$ приняты в виде функции $(1 - \omega)^{-1}$, а зависимости $\Delta U(\sigma)$ – линейными:

$$\Delta U_g = x_g / (1 - \omega) = (\alpha_g \sigma_g + \alpha_{dg} \sigma_i) / (1 - \omega), \quad \Delta U_{dev} = x_{dev} / (1 - \omega) = (\alpha_{gd} \sigma_g + \alpha_d \sigma_i) / (1 - \omega). \quad (2)$$

Коэффициенты α_{gd} , α_{dg} характеризуют взаимовлияние двух видов деформированного состояния (изменение объема и изменение формы) при локальных перестройках структуры. Поскольку поврежденность рассматривается как величина скалярная, ее влияние на внутренние напряжения в точке тела приближенно учитывается сомножителем $1/(1 - \omega)$.

Октаэдрические касательные и гидростатические нормальные напряжения (или соответствующие им упругие деформации) в среднем наиболее полно отражают искажение исходной равновесной структуры материала в точке, поэтому выделение двух компонент поврежденности и присутствие коэффициентов α_g , α_{dg} в матрице структурных параметров материала представляется оправданным.

Обозначив дополнительно $\tau = v_d t$, решение этих уравнений для случая постоянных напряжений графически можно представить в виде поверхности долговечности, показанной ниже (рис. 2) для случая нулевой начальной поврежденности. Вдоль горизонтальных координатных осей отложено изменение

энергии активации (аргументы x_{dev} и x_g), вдоль вертикальной оси – логарифм долговечности $lg\tau_p$. Ввиду линейности соотношений (2), форма поверхности сохраняется, если вместо осей x_{dev} и x_g использовать парциальные оси $\alpha_g\sigma_0$ и $\alpha_d\sigma_i$.

Для проверки соответствия расчета результатам конкретного эксперимента используем опыты [1] по длительной прочности трубчатых образцов жесткого изотропного поливинилхлорида при плоском и близких к нему напряженным состояниям (рис.1).

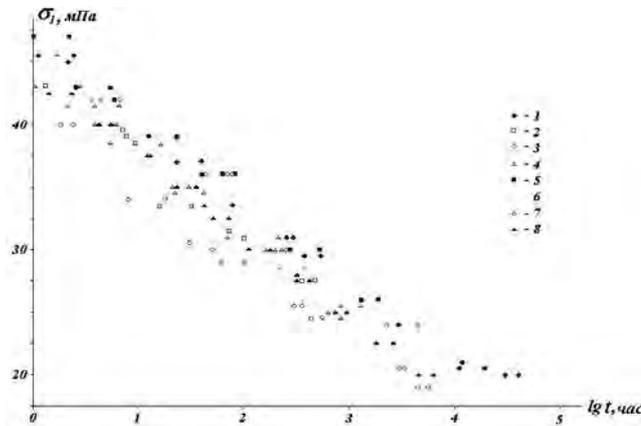


Рисунок 1 – Длительная прочность жесткого поливинилхлорида

Нагружение создавалось путем сочетания осевых нагрузок, крутящего момента и внутреннего давления с обеспечением режима простого нагружения $\theta = \text{const}$ вплоть до момента выхода на заданный уровень. При $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ под углом θ в [1] подразумевается угол, тангенс которого определяется как $\text{tg}\theta = \sigma_2/\sigma_1$ или $\text{tg}\theta = \sigma_3/\sigma_1$.

Наименьшей долговечностью, как указано в [1], обладают образцы при двухосном растяжении, наибольшей – при одноосном. Это, отметим, находится в определенном противоречии с понятием “критерия текучести” в теории пластичности, в соответствии с которым при $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 > 0$, $\sigma_3 = 0$ текучесть наступает, если одно любое из главных напряжений σ_1 , σ_2 достигают предела текучести материала. Другими словами, эквивалентное напряжение при деформировании и разрушении неодинаково [2]. я

Для приведенных опытов значения средних напряжений $\sigma_0 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$ и интенсивности напряжений $\sigma_i = \sqrt{(y_1 - y_1)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (y_3 - y_1)^2} / \sqrt{2}$, выраженные через наибольшее напряжение опыта σ_1 , составляют:

$$\begin{aligned}
 j = 1: & \quad \sigma_0 = 0.333\sigma_1 & \sigma_i = 1.000\sigma_1 & \varphi = 18.42^\circ \\
 j = 2: & \quad \sigma_0 = 0.477\sigma_1 & \sigma_i = 0.927\sigma_1 & \varphi = 27.25^\circ \\
 j = 3: & \quad \sigma_0 = 0.621\sigma_1 & \sigma_i = 1.136\sigma_1 & \varphi = 28.81^\circ \\
 j = 4: & \quad \sigma_0 = 0.454\sigma_1 & \sigma_i = 0.988\sigma_1 & \varphi = 24.70^\circ \\
 j = 5: & \quad \sigma_0 = 0.300\sigma_1 & \sigma_i = 1.054\sigma_1 & \varphi = 15.91^\circ \\
 j = 6: & \quad \sigma_0 = 0.129\sigma_1 & \sigma_i = 1.349\sigma_1 & \varphi = 5.48^\circ \\
 j = 7: & \quad \sigma_0 = 0.299\sigma_1 & \sigma_i = 1.055\sigma_1 & \varphi = 15.80^\circ \\
 j = 8: & \quad \sigma_0 = 0.014\sigma_1 & \sigma_i = 1.696\sigma_1 & \varphi = 0.46^\circ
 \end{aligned} \tag{3}$$

При определении σ_0 , σ_i в отличие от [1] принято, что $\sigma_3 = q$ вместо $\sigma_3 = q / 2$, где q – величина внутреннего давления в образцах. Кроме того, $\text{tg}\theta = \sigma_0 / \sigma_i$.

Опыты 8 соответствуют сдвиговому нагружению, опыты 3 в наибольшей степени зависят от гидростатической составляющей, опыты 5 и 7 по своим параметрам практически совпадают. С учетом разброса экспериментальных данных результаты испытаний для серий 5, 7 и 1 трудно-различимы между собой. Если пренебречь гидростатической частью поврежденности ω_g , то опытные данные не удается сгруппировать вдоль одной обобщенной кривой долговечности. Поэтому для структурных параметров уравнений (1) были подобраны интервалы, в пределах которых опытные точки располагаются вблизи поверхности долговечности (рис.2, рис.3). При этом было принято, что для изотропного тела выполняется условие $\alpha_{gd} = \alpha_{dg}$. Кроме того, принято $v_g / S_{bg} = v_d / S_{bdev}$. Данные предположения не вполне очевидны и

могут быть уточнены при обработке результатов испытаний для других материалов и условий нагружения. На рис.3 показаны отклонения точек от соответствующих кривых, являющихся радиальными сечениями поверхности долговечности для серий опытов с $\theta_j = \text{const}$ при выбранных значениях структурных параметров материала. Ориентируясь на (3), можно сказать, что взаимное положение построенных по данным эксперимента кривых на поверхности долговечности соответствует исходным физическим представлениям, а оба аргумента x_g и x_{dev} оказывают соизмеримое влияние на долговечность материала.

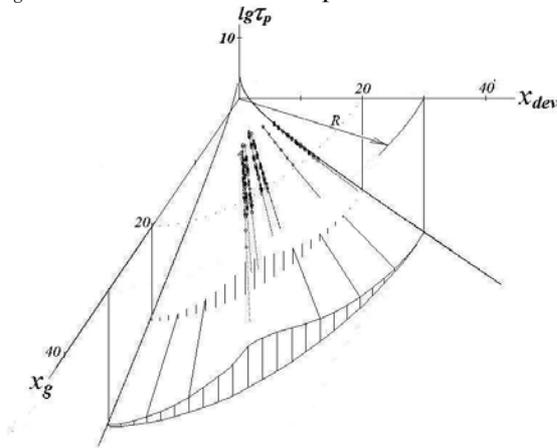


Рисунок 2 – Поверхность долговечности и расположение экспериментальных точек (номера серий слева направо 3,2,4,1,5 и 7,6,8)

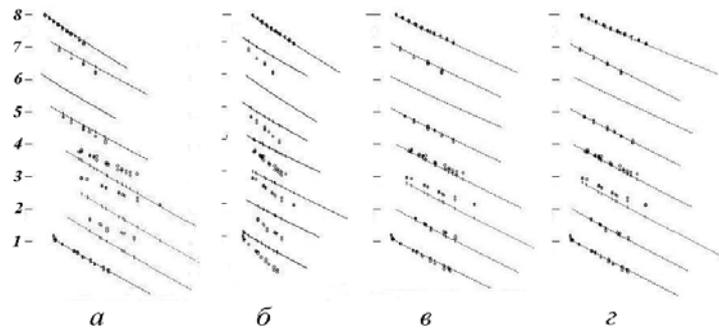


Рисунок 3 – Влияние структурных параметров на положение точек эксперимента относительно поверхности долговечности по сечениям 1-8 (а – $\alpha_g=0.9$, $\alpha_d=0.16$, $\alpha_{gd}=\alpha_{dg}=0$; б – $\alpha_g=0.38$, $\alpha_d=0.17$, $\alpha_{gd}=\alpha_{dg}=0$; в – $\alpha_g=0.38$, $\alpha_d=0.17$, $\alpha_{gd}=\alpha_{dg}=0.16$; г – $\alpha_g=0.28$, $\alpha_d=0.17$, $\alpha_{gd}=0.1$, $\alpha_{dg}=0.2$, МПа⁻¹), $v_g/S_{bg}=v_d/S_{bdev}=6.5 \cdot 10^{-5}$

Как видно из рис.3, по приведенным в [1] данным не удалось положить все экспериментальные точки на построенную поверхность долговечности, – результаты расчета для случая двухосного растяжения ($j=3$) выпадают из общей совокупности. Более плотная группировка достигается, если подобрать структурные параметры при условии $\alpha_{gd} \neq \alpha_{dg}$ (рис. 3г). Однако опыты серии 3 и в этом случае выделяются среди других. Поэтому можно предположить, что в процессе длительного нагружения материала имело место перераспределение напряжений σ_1 , σ_2 по толщине стенки, которое, как известно [3], может быть весьма существенным и происходит с уменьшением максимальных напряжений. В нашем случае при уменьшении исходных напряжений серии 3 примерно в 1.2 раза данные экспериментов точно ложатся на расчетную поверхность.

Опыты были обработаны также с учетом указанного в [1] ступенчатого характера нагружения образцов при выходе на заданный уровень. Это фактически не дало изменения результатов, хотя для больших уровней напряжений в сериях наклон поверхности долговечности начинает заметно изменяться (уменьшается).

При построении сечений поверхности долговечности, соответствующих $\theta_j = \text{const}$, вдоль каждого луча откладывается аргумент $R_j = \sqrt{x_{gj}^2 + x_{devj}^2} = r_j y_1$. При $\sigma_1 = 30$ расчетная долговечность $\lg \tau_p$ для $j = 1, \dots, 8$ соответственно равна $-3.852, -4.520, -5.861, -4.526, -3.803, -3.853, -3.802, -4.479$ при $\alpha_{gd} = \alpha_{dg}$ и

–3.857, –4.348, –5.617, –4.412, –3.8457, –3.840, –3.84565, –4.257 при $\alpha_{gd} \neq \alpha_{dg}$, так что по убыванию долговечности серии испытаний располагаются в порядке 7,5,1,6,8,2,4,3 и 6,7,5,1,8,2,4,3. Таким образом, при одинаковых значениях растягивающего напряжения σ_1 наибольшей долговечностью материал обладает в сериях 7,5,1,6, наименьшей – в серии 3, что с учетом разброса экспериментальных данных не противоречит указанному в [1]. Полученные последовательности не соответствуют реализовавшимся последовательностям значений аргумента R_j , который в связи с этим не представляет собой величину эквивалентного напряжения для исследуемого материала, – при одинаковых R долговечность меняется, следуя форме поверхности.

На рис.4 для фиксированных уровней долговечности, соответствующих аргументу $x_{dev} = 3, 5, 10, 20$ при $x_g = 0$, построены горизонтальные сечения $x_{dev}(x_g)$ поверхности долговечности и соответствующие им по (2) при $\sigma_i > 0$ зависимости $\sigma_i(\sigma_0)$. На их основе построены также зависимости между главными напряжениями σ_1, σ_2 в предположении $\sigma_3 = 0$. Кривые приведены в относительных координатах, масштаб построения – одинаковый, внешние кривые – при $x_{dev} = 20$, структурные параметры – по рис.3а,в,г (слева направо).

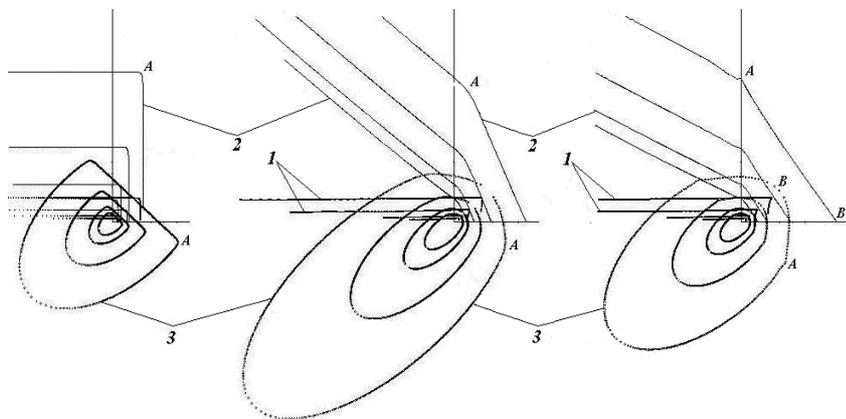


Рисунок 4 – Форма кривых 1– $x_{dev}(x_g)$, 2– $\sigma_i(\sigma_0)$, 3– $\sigma_2(\sigma_1)$ при заданных уровнях долговечности (A, B– точки соответствия)

Как видно из графиков, форма кривых зависит от величин структурных параметров материала и уровня напряжений. Кривые $\sigma_2(\sigma_1)$ не соответствуют эллиптической форме кривых, описывающих критерий прочности склерономного материала (критерий Мизеса). Из рассмотренного следует также, что в условиях пространственного напряженного состояния не существует общего для всех материалов “критерия долговечности” (другими словами, выражения для эквивалентного напряжения). При этом имеет значение и факт различия структурных параметров для разных материалов и температур. С точки зрения реологии аналогичное заключение можно сделать и относительно критерия текучести материалов, поскольку роль напряженного состояния в изменении энергии активации процессов деформирования и разрушения аналогична [4].

С учетом формы поверхности $\text{Igt}_p(x_{dev}, x_g)$ нетрудно рассмотреть вопрос о долговечности материала, находящегося в сложном напряженном состоянии под действием последовательности нагрузок со ступенчато изменяющимся уровнем (блоковые нагрузки, в том числе циклические) при выполнении условий прямого нагружения. Очевидно, что результат рассмотрения здесь даст вывод, аналогичный случаю одномерного нагружения – для всякой последовательности нагрузок с увеличивающимися уровнями напряжений σ_1 долговечность будет ниже, чем это дается гипотезой линейного суммирования поврежденности, и наоборот для последовательности с уменьшающимися значениями σ_1 .

2. Поверхность долговечности при сложном напряженном состоянии и нагрузках, переменных во времени. С учетом того, что при монотонно увеличивающейся или постоянной нагрузке основной вклад в рост поврежденности дают исходные дефекты, уравнения (1) можно обобщить на случай, когда имеет место размножение числа дефектов структуры в процессе нагружения, что наблюдается при циклических воздействиях. Если нагружение сопровождается разгрузками, то рассеяние энергии в материале вызывает появление дополнительных центров дефектности структуры, что влечет рост частотного

параметра v . Это обстоятельство может быть учтено введением в (1) дополнительного сомножителя вида $1 + F(\sigma, \varepsilon, t)$, который зависит от напряжений, деформаций и времени. При многоцикловых нагрузках одинакового вида функция F не равна нулю на интервале напряжений $\sigma_s \leq \sigma \leq \sigma_b$ (здесь σ_s – предел усталости), а зависимость от времени линейна. Для случая одномерного растяжения-сжатия соответствующее уравнение рассмотрено и проанализировано в [5] для нескольких возможных форм функции $F(\sigma, t)$. Здесь для нее используется предельный случай в виде функции Хевисайда, что дает скачек на поверхности долговечности.

Для случая многоциклового усталости при гармонической форме нагрузки уравнения запишутся в виде:

$$\omega = \omega_g + \omega_d$$

$$\dot{\omega}_g = v_g (1 - \omega) \frac{|\sigma_g(t+1)|}{\sigma_{bg}} (1 + K_g F_s f t) \exp((\alpha_g \sigma_g (r + \sin(2\pi f t)) + \alpha_{dg} \sigma_i |r + \sin(2\pi f t)|) / (1 - \omega)) \quad (4)$$

$$\dot{\omega}_d = v_d (1 - \omega) \frac{|\sigma_i| r + 1|}{\sigma_{bi}} (1 + K_d F_s f t) \exp((\alpha_{gd} \sigma_g (r + \sin(2\pi f t)) + \alpha_d \sigma_i |r + \sin(2\pi f t)|) / (1 - \omega)),$$

где σ_g, σ_d – амплитудная величина соответствующих напряжений, r – доля постоянной составляющей цикла сравнительно с вибрационной (при прямом нагружении), K_g и K_d – коэффициенты зарождения наведенных дефектов, функция $F_s = 1$ при $\sigma_s \leq \sigma \leq \sigma_b$ и $F_s = 0$ в других случаях, f – частота цикла, t – время ($N = f t$ – число циклов).

Решение уравнений (1)-(4) позволяет построить поверхность долговечности, иллюстрирующую связь логарифма приведенного времени $\tau_p = v_d t_p$ достижения поврежденностью уровня $\omega = 1$ с аргументами функций снижения энергии активации x_g и x_{dev} . На рис.5 показаны рассмотренные режимы нагружения и соответствующие им фрагменты поверхностей для исходно-неповрежденного материала ($\omega(0) = 0$) при выполнении условий прямого нагружения. Для одномерного случая связь долговечности с формой воздействия прослеживается по кривым, расположенным на плоскости $\lg \tau_p - x_{dev}$.

Построения выполнены со следующими значениями числовых параметров: $\alpha_g = 2.8e - 2$, $\alpha_d = 1.7e - 2$, $\alpha_{gd} = 1.0e - 2$, $\alpha_{dg} = 2.0e - 2$, $v_g = v_d = 1.0e - 6.5$, $\sigma_s = 300$, $\sigma_{bg} = \sigma_{bi} = 1000$, $r = 0.5$, $f = 100$, $K_g = K_d = 10$.

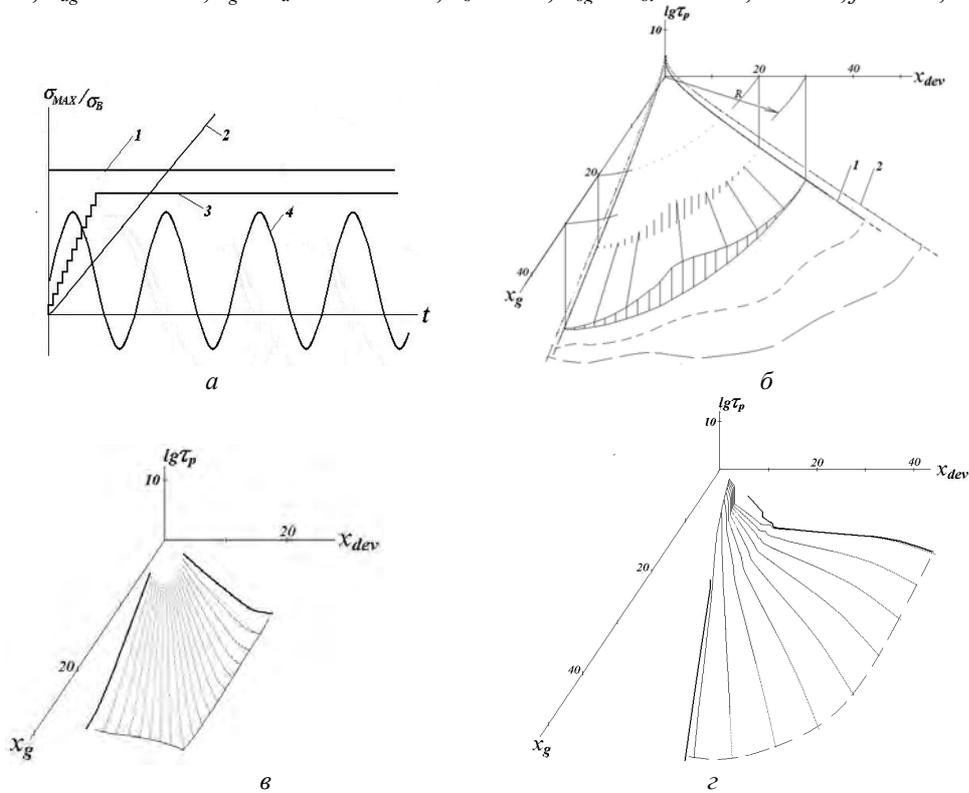


Рисунок 5 – Режимы нагружения (А) и поверхности долговечности для режимов 1 и 2 (Б), 3 (В) и 4 (Г)

В первых трех случаях поверхности долговечности гладкие. Для ступенчатого режима характерным является обрыв поверхности долговечности, соответствующий времени начала последней ступеньки нагружения. Важное влияние здесь играет время выдержки на каждом шаге – с ее увеличением зона обрыва поверхности смещается вверх по оси $\lg t$. Высота ступеньки влияет менее существенно. На поверхности циклической долговечности возникает скачек при напряжениях, соответствующих пределу усталости материала, а также крутой изгиб при подходе к нагрузкам, вызывающим разрушение за время, не превышающее четверти периода цикла заданной частоты (около предела прочности). Для режима гармонической догрузки форма поверхности существенно зависит от структурных параметров материала, уровней вибрационных и средних напряжений цикла. С увеличением гидростатической составляющей воздействия поверхность становится более гладкой, а величина скачка долговечности при переходе через напряжения предела усталости уменьшается, что соответствует результатам анализа для одномерного случая [5]. В расчетах предполагалась независимость свойств материала от времени, но подобные особенности поведения материалов могут быть учтены при совместном решении уравнений течения и поврежденности [4,6]. Роль реологических факторов при испытаниях на долговечность повышается при приближении напряжений к пределу прочности материала, так как при этом время выхода напряжений на предельный уровень составляет значительную долю от общей долговечности.

Резюме

Кинетические уравнения развития поврежденности применены к вопросу о связи долговечности материала с его напряженным состоянием. Поврежденность рассматривается как сумма гидростатической и девиаторной компонент. Проведена обработка экспериментальных данных для жесткого поливинилхлорида при напряжениях, постоянных во времени. Уравнения использованы для описания накопления поврежденности при других режимах нагружения. Построены поверхности долговечности для рассмотренных режимов.

Литература

1. Смотрин Н.Т., Чебанов В.М. Длительная прочность жесткого поливинилхлорида при плоском напряженном состоянии. Механика полимеров, 1970, 3. С.453-457.
2. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. –752 с.
3. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1968 – 400 с.
4. Холодарь Б.Г. Поведение реономного упруго-пластического материала в режимах нагружения с постоянной скоростью. Деформация и разрушение материалов, 2009, №8. – С.14-22
5. Холодарь Б.Г. Модель циклической долговечности стержня при растяжении-сжатии / Теоретическая и прикладная механика. Межд. научно-техн. журнал. – Вып. 27. – Мн.: БНТУ, 2012. – С.177-183.
6. Холодарь Б.Г. Описание поведения реономного упруго-пластического материала при скоростном и ударном нагружении. /Перспективные технологии. Под редакцией В.В. Клубовича – Витебск: Изд-во УО “ВГТУ”, 2011. – С. 567-595.

Summary

The kinetic equations for damage development are applied to investigate the connection of material longevity with its stress state. Damage is considered as the sum of hydrostatic and deviatoric components. Analysis of the experimental data is carried out for rigid polyvinylchloride with time-constant stresses. The equations can be applied to describe the damage accumulation for other load regimes. Surfaces of durability for the considered modes are constructed.

Поступила в редакцию 16.11.2012