

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРУЖЕННОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАР

Авсиевич А.М., Пронкевич С.А., Бальшева Н.О., Хват А.В., Иванов А.Ю.

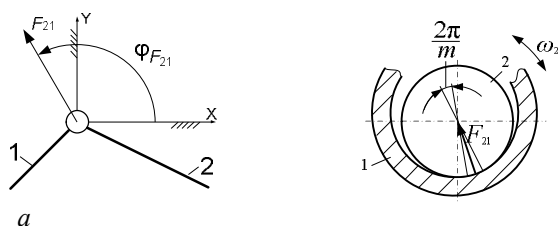
*Белорусский национальный технический университет, Минск*

Процессом, определяющим ресурс и энергоэффективность машин, является трение в подвижных сопряжениях. Известно, что сила трения зависит от сил реакций в кинематических парах, которые являются переменными величинами и существенно изменяются за один цикл работы машины. Это во многом обусловлено конструктивными особенностями машин. Влияние механических характеристик и особенностей строения рычажных механизмов на нагруженность вращательных кинематических пар доказано в [1]. Все связанные с процессом трения явления: энергетические потери, нагрев, изнашивание, образование вторичных структур и фазовые превращения обусловлены выделением энергии на участках непосредственного контакта трущихся поверхностей. Переменные силы реакции приводят к тому, что в различных положениях механизма работа сил трения будет существенно различаться, а наличие распределения напряжений по номинальной поверхности контакта приводит к тому, что выделение энергии в результате трения на различных участках контактирующих поверхностей в некоторый момент времени также будет неодинаковым.

Работа сил трения (или потери энергии в результате трения) на  $j$ -м элементе поверхности звена 1 или 2 вращательной кинематической пары, представленной на рис. 1, за один цикл работы механизма равна

$$A_{\text{тр}j} = \int_0^{\varphi_{\text{тр}}^{\text{II}}} M_{\text{тр}} d\varphi_{\text{тр}}, \quad (1)$$

где  $M_{\text{тр}}$  – момент трения,  $\varphi_{\text{тр}}^{\text{II}}$  – угловой путь трения за цикл для  $j$ -го элемента поверхности.



*а – схематическое изображение; б – конструктивный вид  
Рисунок 1 – Вращательная кинематическая пара*

Подставляя известную формулу для момента трения [2], получим

$$A_{\text{тр}j} = \int_0^{\varphi_{\text{тр}}^{\text{II}}} f F r d\varphi_{\text{тр}}, \quad (2)$$

где  $f$  – коэффициент трения,  $F$  – сила реакции между звеньями, образующими кинематическую пару,  $r$  – радиус кинематической пары.

Так как полная сила реакции вызывает напряжения на множестве элементов цилиндрической поверхности в пределах угла контакта  $\alpha$ , ее доля, приходящаяся на  $j$ -й элемент, может быть представлена как

$$F_j = \sigma_j b r \frac{2\pi}{m}, \quad (3)$$

где  $\sigma_j$  – напряжение (контактное давление) на  $j$ -м элементе поверхности,  $b$  – ширина цилиндрической поверхности,  $r \frac{2\pi}{m}$  – длина дуги  $j$ -го элемента,  $m$  – число разбиений цилиндрической поверхности.

Подставляя в (1) и вынося постоянные величины за знак интеграла, получим

$$A_{\text{тр}j} = \int_0^{\varphi_{\text{тр}}^{\text{н}}} f \sigma_j b r \frac{2\pi}{m} r d\varphi_{\text{тр}} = f b r^2 \frac{2\pi}{m} \int_0^{\varphi_{\text{тр}}^{\text{н}}} \sigma_j d\varphi_{\text{тр}} \quad (4)$$

Сопоставление работ  $A_{\text{тр}j}$  на разных элементах поверхности позволит спрогнозировать относительную интенсивность изнашивания элементов, выявить наиболее нагруженные элементы, изнашивание которых предопределил ресурс работы всей пары трения. Расчет суммы работ сил трения на всех элементах всех кинематических пар, выполненный для разных вариантов конструктивных схем механических характеристик машины и материалов пар трения, позволит создать конструкцию с наибольшим возможным КПД. Решение данной задачи связано с большим количеством вычислений и может быть реализовано только с созданием программного комплекса, реализуемого на современных ЭВМ.

Определение нагруженности рабочих поверхностей вращательных кинематических пар основано на динамическом анализе механизма, в котором эти пары функционируют [2]. Основное требование к программе заключается в визуализации значений указанных показателей при задаваемом пользователем расчетном шаге по обобщенной координате механизма (массивы с переменной  $i$ ) и угловой координате элемента исследуемых поверхностей (массивы с переменной  $j$ ).

Исходными данными программы, рабочее окно которой представлено на рис. 2, являются: основные размеры механизма, массы подвижных звеньев, средняя угловая скорость начального звена. Закон изменения внешних сил задается из текстового файла, данные в который передаются отдельной программой, рассчитывающей математическую зависимость силы от перемещения звена по конечному числу экспериментально полученных точек. Программа реализуется на языке С# и включает в себя четыре основных блока расчетов. Первый блок включает определение угловой скорости и углового ускорения начального звена. Далее производится вычисление скоростей и ускорений точек и звеньев, инерционных нагрузок, реакций в кинематических парах и угловых скоростей поворота их векторов. В последнем блоке выполняется пересчет углов направлений векторов реакций в системы координат, связанные с подвижными звеньями. Результаты расчетов представляют собой пары значений «угол – сила реакции» для множества положений механизма с заданным шагом  $\Delta\varphi$  по обобщенной координате и сохраняются в текстовых файлах, как показано на рис. 3.

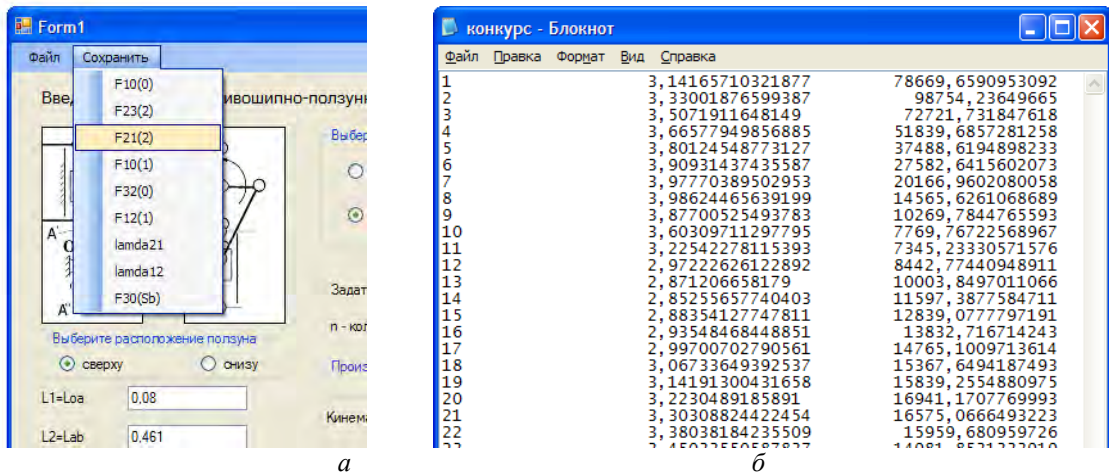
Математической моделью для построения напряжений, возникающих от давления одной цилиндрической поверхности на другую является задача Штаермана о поиске контактных напряжений при внутреннем контакте цилиндра с круговой полостью [4]. Определение напряжений, возникающих во вращательной паре, выполняется для каждого  $i$ -го момента за цикл работы механизма с последующим их векторным суммированием для каждого элемента поверхности.

The screenshot shows a software interface for calculating reaction forces in kinematic pairs. It features two diagrams of a slider-crank mechanism. The input parameters are as follows:

L1=Loa	0,08
L2=Lab	0,461
L3=Las2	0,1612
Fi0	90
коэф неравномер	0,0125
m2	3,69
m3	1,843
Is2	0,1252
w1фр	-209,44

Additional settings include: "Выберите способ задания Iρ1" (radio buttons for "вести значение" and "рассчитать программой", with "рассчитать программой" selected), "Задать значения сил Fпс" (button "загрузить"), "n - количество разбиений" (input field "12"), "Произвести расчеты" (button "рассчитать"), "Кинематические характеристики" (button "рассчитать"), "Определить скорости и ускорения для кривошипно-ползунных механизмов" (button "рассчитать"), "вывести значения" (button "вывести значения"), "Силовой расчет" (button "рассчитать"), and "Определение значений сил реакций относительно подвижных звеньев" (button "рассчитать").

Рисунок 2 – Окно программы расчета сил реакции в кинематических парах



а – выбор сохраняемого параметра; б – текстовый файл значений  
 Рисунок 3 – Результаты расчета сил реакций:

Программой, предусмотрены два режима расчета: 1) для определения распределения напряжений и построения эпюры для поверхностей, сдавливаемых одной силой, 2) для построения суммарной эпюры напряжений за цикл вращения.

Окно ввода исходных данных и управления программой показано на рис. 4. Входными параметрами первого режима являются радиусы соприкасающихся поверхностей, материалы поверхностей и сила, с которой происходит вдавливание одной детали в другую. В качестве входных параметров второго режима необходимо также задать размеры и материалы деталей и выбрать файл с величинами и направлением сил реакций, действующих на поверхность элемента кинематической пары и за цикл работы механизма. Результаты расчетов могут быть представлены в виде эпюр напряжений или в виде текстового файла, содержащего значения напряжений для всех элементов цилиндрической поверхности (рис. 5 а, б). На эпюрах длины векторов пропорциональны значениям рассчитываемых параметров, а направления векторов, характеризующих нагруженность отдельных элементов поверхности, соответствуют угловой координате  $\varphi_j$  данного элемента. Визуализация осуществляется посредством библиотеки компьютерной графики OpenGL.

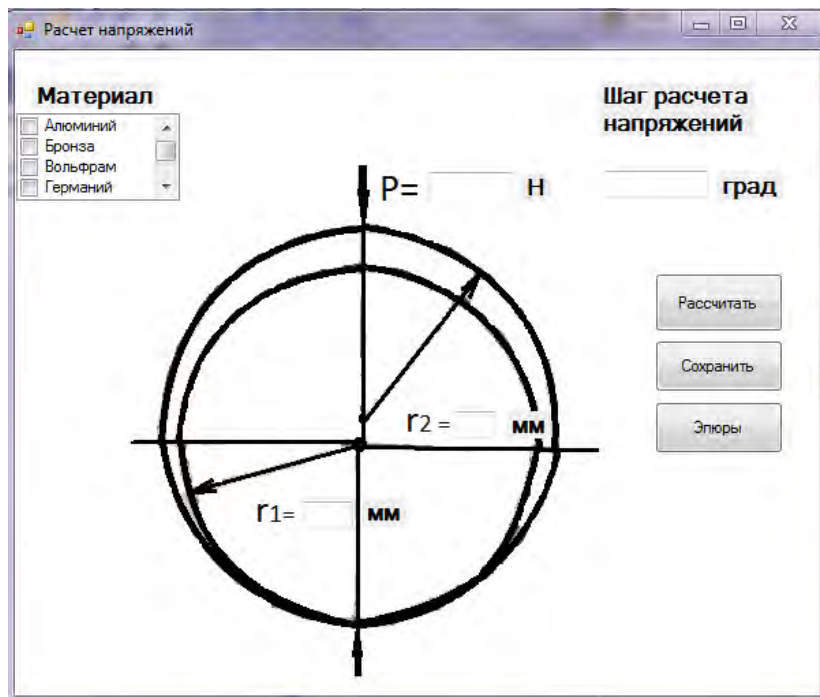
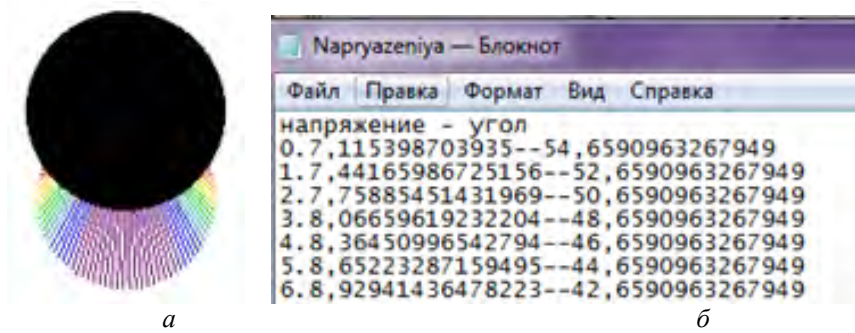


Рисунок 4 – Окно программы расчета распределения напряжений



а – этюра; б – таблица значений  
Рисунок 5 – Результаты расчета напряжений.

Угловой путь трения за цикл  $\Phi_{\text{тр}}^{\text{II}}$  для каждого  $j$ -го элемента поверхности неодинаков, и для его определения используются результаты кинематического анализа механизма, выполненного в первом блоке программы расчета напряжений. Он зависит от угловых перемещений звеньев 1 и 2, образующих кинематическую пару (рис. 1) и выражается формулой:

$$\Phi_{\text{тр}j}^{\text{II}} = \Phi_{2\text{тр}j}^{\text{II}} - \Phi_{1\text{тр}j}^{\text{II}}, \quad (5)$$

где  $\Phi_{2\text{тр}}^{\text{II}}$  и  $\Phi_{1\text{тр}}^{\text{II}}$  – соответственно угловой путь трения звеньев 2 и 1 при нахождении в контакте исследуемого  $j$ -го элемента поверхности звена с поверхностью парного звена за один цикл работы механизма.

В отличие от углового пути трения просто угловой путь  $k$ -го звена за цикл работы механизма  $\Phi_k^{\text{II}}$  является одинаковым для всех элементов поверхности данного звена. В расчет пути трения входит та часть углового пути  $\Phi_k^{\text{II}}$ , на протяжении которой  $j$ -й элемент поверхности воспринимает нагрузку, т. е.  $\sigma_j \neq 0$ . В программе расчета напряжений получены значения угловых координат звеньев и напряжений для множества значений обобщенной координаты механизма  $\varphi_i$ , ( $i = 1..n$ , где  $n$  – количество разбиений цикла работы механизма по обобщенной координате). Т. е. известно, для каких значений  $\varphi_i$  имеем  $\sigma_j \neq 0$ . Поэтому для расчета углового пути трения создается подпрограмма, определяющая соответствующие значения переменной  $i$  (количество таких интервалов теоретически может приближаться к количеству разбиений  $n$ ). В этих пределах для каждого значения  $\varphi_i$  вычисляем угловые координаты  $\varphi_{2i}$  и  $\varphi_{1i}$  звеньев, образующих кинематическую пару, определяем интервалы монотонного изменения угловых координат. В пределах каждого интервала угловой путь трения определяется по формуле

$$\Phi_{\text{тр}j}^{\text{инт}} = (\varphi_2^{\text{K}} - \varphi_2^{\text{H}}) - (\varphi_1^{\text{K}} - \varphi_1^{\text{H}}), \quad (6)$$

где  $\varphi_2^{\text{K}}$  и  $\varphi_1^{\text{K}}$  – угловые координаты звеньев в конце интервала,  $\varphi_2^{\text{H}}$  и  $\varphi_1^{\text{H}}$  – угловые координаты звеньев в начале интервала.

Далее для каждого интервала по формуле (4) вычисляем работу трения и суммируем значения по всем интервалам. Для удобства вычислений углового пути трения и численного интегрирования в пределах каждого интервала создается массив значений  $\sigma_j$ ,  $\varphi_{2i}$  и  $\varphi_{1i}$ . Такой расчет производится для каждого  $j$ -го элемента обеих сопряженных поверхностей.

Таким образом, предлагаемые расчетные модели, программы и способы визуализации результатов расчетов позволяют пользователю, не обладающему специальными знаниями в программировании, исследовать влияние режимов работы, геометрических и массовых характеристик звеньев, материалов элементов кинематических пар на нагруженность изнашиваемых поверхностей, что позволяет оценить ресурс работы и механический КПД механизма. Концепция и отдельные модули разработанной программы могут быть применены для исследования нагруженности кинематических пар не только рычажных, но и зубчатых, кулачковых и иных видов механизмов.

## Резюме

Описаны математический аппарат и компьютерная программа расчета распределения напряжений по поверхностям вращательных кинематических пар на основе динамического анализа механизма. Результаты расчета позволяют определить работу сил трения на локальных участках поверхностей, выявлять участки, наиболее подверженные износу, исследовать влияние режимов работы, геометрических и массовых характеристик звеньев, свойств материалов на нагруженность изнашиваемых поверхностей и КПД механизма.

## Литература

1. Авсиевич А.М., Реут Л.Е., Девойно О.Г. Влияние конструктивных особенностей рычажных механизмов на изнашивание вращательных пар трения / А.М. Авсиевич, Л.Е. Реут, О.Г. Девойно // Весці НАН Беларусі. Серыя фізіка-тэхнічных навук. 2012, №1 – С. 51 – 57.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: Учебник для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 640 с.
3. Авсиевич А.М., Реут Л.Е., Николаев В.А., Адаменко Д.В. Алгоритмизация расчетов факторов износа кинематических пар рычажных механизмов / А.М. Авсиевич и др. // Машиностроение: Респ. сб. научн. трудов. Вып. 25. Мн.: БНТУ, 2009. – С. 8 – 11.
4. Александров В.М., Ромалис Б.Л. Контактные задачи в машиностроении / В.М. Александров, Б.Л. Ромалис – М.: Машиностроение, 1986. – 176 с.

## Summary

*The mathematical apparatus and computer program for calculating stress distribution over the surface of the rotational kinematics pairs are described. The calculations are based on the dynamic analysis of the mechanism. This calculation method allows to determine the friction work on the local surface sites, identify the more worn-out areas, to explore the influence of operation modes, parts characteristics, elements materials on the wear surfaces loading and mechanical efficiency of the mechanism.*

Поступила в редакцию 27.11.2012