

КИНЕТОСТАТИЧЕСКИЙ СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРА С 4 СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Анципорович П.П., Акулич В.К., Дубовская Е.М.

УО «Белорусский национальный технический университет», Минск

Задачами силового анализа манипулятора являются определение динамических нагрузок в кинематических парах (реактивных сил и моментов), а также движущих (управляющих) сил и моментов приводных двигателей, необходимых для осуществления программного движения (движения схвата вдоль заданной траектории по заданному закону).

Схема манипулятора $B // P \perp P \perp B$ показана на рис. 1. С каждым звеном связана правая система координат: $x_0 y_0 z_0$ – неподвижная; $x_1 y_1 z_1$, $x_2 y_2 z_2$, $x_3 y_3 z_3$ и $x_4 y_4 z_4$ – подвижные. Оси y_3 и y_1 параллельны, оси x_3 , x_2 , x_1 также параллельны. Обобщенные координаты: φ_{10} – угол поворота звена 1 относительно звена 0 вокруг оси z_0 ; S_{21} – линейное перемещение звена 2 относительно звена 1 вдоль оси z_1 ; S_{32} – линейное перемещение звена 3 относительно звена 2 вдоль оси x_3 ; φ_{43} – угол поворота звена 4 относительно звена 3 вокруг оси y_3 . Положительный отсчет углов – против часовой стрелки.

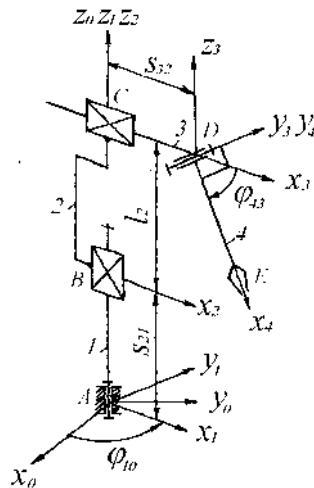


Рисунок 1 - Кинематическая схема манипулятора с 4 степенями свободы

Силовому анализу манипулятора предшествует его кинематический анализ (определение угловых скоростей и ускорений звеньев, линейных скоростей и ускорений центров масс, а также координат отдельных точек). Эта задача рассмотрена в работе авторов [1].

Кинестатический анализ предполагает введение в расчет сил инерции согласно принципу Даламбера. Силы инерции каждого звена приводятся к его центру масс и заменяются главным вектором и главным моментом.

Главный вектор сил инерции

$$\bar{F}_И = -m \bar{a}_S, \tag{1}$$

где \bar{a}_S – ускорение центра масс звена.

Главный момент сил инерции $\bar{M}_И$ определяется на основании векторно-матричной формулы [2]

$$\bar{M}_И = -[I_S] \bar{\epsilon} - \bar{\omega} \times [I_S] \bar{\omega}, \tag{2}$$

где $[I_S]$ – тензор инерции звена относительно его центра масс, $\bar{\omega}$ и $\bar{\epsilon}$ – соответственно угловая скорость и угловое ускорение,

$$[I_S] = \begin{bmatrix} I_X & -I_{XY} & -I_{XZ} \\ -I_{XY} & I_Y & -I_{YZ} \\ -I_{XZ} & -I_{YZ} & I_Z \end{bmatrix},$$

где I_X, I_Y, I_Z – осевые моменты инерции, I_{XY}, I_{XZ}, I_{YZ} – центробежные моменты инерции относительно осей системы координат с началом в центре масс звена.

Определение главного момента сил инерции по формуле (2) следует вести в локальной подвижной системе координат, жестко связанной с рассматриваемым звеном, так как тензор инерции $[I_S]$ остается постоянным только в этой системе координат. Если координатные оси совпадают с главными центральными осями инерции (это имеет место для осесимметричных звеньев), то $I_{XY} = I_{XZ} = I_{YZ} = 0$ и выражение (2) значительно упрощается и в проекциях на подвижные оси координат, связанные со звеном, принимает вид

$$\begin{aligned} M_{иX} &= -I_X \varepsilon_X - \omega_Y \omega_Z (I_Z - I_Y), & M_{иY} &= -I_Y \varepsilon_Y - \omega_Z \omega_X (I_X - I_Y), \\ M_{иZ} &= -I_Z \varepsilon_Z - \omega_X \omega_Y (I_Y - I_X). \end{aligned} \quad (3)$$

По формуле (1) находим силы инерции звеньев и транспортируемой детали в проекциях на оси x_0, y_0, z_0 неподвижной системы координат:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{и1} &= 0, & \bar{F}_{и2} & \{F_{и2}^{X_0}, F_{и2}^{Y_0}, F_{и2}^{Z_0}\}, & \bar{F}_{и3} & \{F_{и3}^{X_0}, F_{и3}^{Y_0}, F_{и3}^{Z_0}\}, \\ \bar{F}_{и4} & \{F_{и4}^{X_0}, F_{и4}^{Y_0}, F_{и4}^{Z_0}\}, & \bar{F}_{иД} & \{F_{иД}^{X_0}, F_{иД}^{Y_0}, F_{иД}^{Z_0}\}. \end{aligned}$$

На основании формул (3) получим моменты сил инерции звеньев в проекциях на оси подвижных систем координат:

$$\begin{aligned} \bar{M}_{и1} & \{M_{и1}^{X_1}, M_{и1}^{Y_1}, M_{и1}^{Z_1}\}, & \bar{M}_{и2} & \{M_{и2}^{X_2}, M_{и2}^{Y_2}, M_{и2}^{Z_2}\}, \\ \bar{M}_{и3} & \{M_{и3}^{X_3}, M_{и3}^{Y_3}, M_{и3}^{Z_3}\}, & \bar{M}_{и4} & \{M_{и4}^{X_4}, M_{и4}^{Y_4}, M_{и4}^{Z_4}\}. \end{aligned}$$

При применении формул (3) следует учитывать, что $I_{X_i}, I_{Y_i}, I_{Z_i}$ – это осевые моменты инерции относительно главных центральных осей инерции звена (с началом координат в центре масс), параллельных осям подвижной системы координат x_i, y_i, z_i , жестко связанной с данным звеном.

Расчет начинается с последнего звена 4 (рис. 2а), являющегося статически определимым. Для него уравнение равновесия сил имеет вид

$$\bar{G}_4 + \bar{G}_Д + \bar{F}_{и4} + \bar{F}_{иД} + \bar{R}_{43} = 0, \quad (4)$$

где G_4 и $G_Д$ – силы тяжести звена 4 и перемещаемой детали, R_{43} – реакция на звено 4 со стороны звена 3.

В проекциях на оси неподвижной системы координат уравнение (4) принимает вид

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -G_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -G_Д \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{и4}^{X_0} \\ F_{и4}^{Y_0} \\ F_{и4}^{Z_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{иД}^{X_0} \\ F_{иД}^{Y_0} \\ F_{иД}^{Z_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{43}^{X_0} \\ R_{43}^{Y_0} \\ R_{43}^{Z_0} \end{bmatrix} = 0,$$

откуда находим $R_{43}^{X_0} = -F_{и4}^{X_0} - F_{иД}^{X_0}$; $R_{43}^{Y_0} = -F_{и4}^{Y_0} - F_{иД}^{Y_0}$; $R_{43}^{Z_0} = G_4 + G_Д - F_{и4}^{Z_0} - F_{иД}^{Z_0}$.

Для оценки динамической нагруженности подвижного соединения звеньев 3 и 4 необходимо получить проекции реакции \bar{R}_{43} на оси x_4, y_4, z_4 , жестко связанные со звеном 4. Для этого следует воспользоваться матричным выражением

$$\begin{bmatrix} R_{43}^{X_4} \\ R_{43}^{Y_4} \\ R_{43}^{Z_4} \end{bmatrix} = A_{40} \begin{bmatrix} R_{43}^{X_0} \\ R_{43}^{Y_0} \\ R_{43}^{Z_0} \end{bmatrix},$$

где A_{40} – матрица преобразования координат вектора из неподвижной системы $x_0 y_0 z_0$ в подвижную систему $x_4 y_4 z_4$ [1].

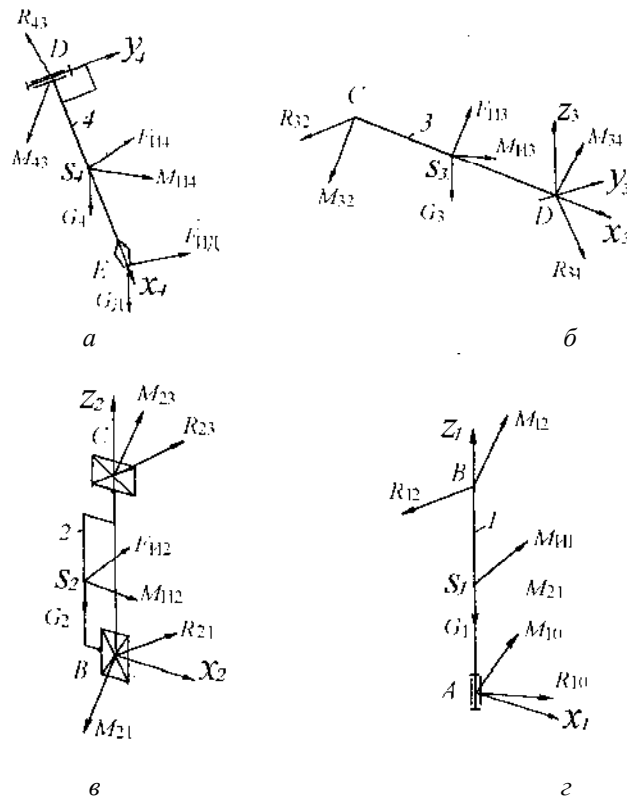


Рисунок 2 – Расчетные схемы звеньев манипулятора

Уравнение равновесия моментов сил относительно точки D для звена 4 имеет вид

$$(\bar{r}_{DE} \times \bar{F}_{ИД}) + (\bar{r}_{DE} \times \bar{G}_D) + (\bar{r}_{DS_4} \times \bar{F}_{И4}) + (\bar{r}_{DS_4} \times \bar{G}_4) + \bar{M}_{И4} + \bar{M}_{43} = 0, \quad (5)$$

где \bar{M}_{43} – реактивный момент, действующий на звено 4 со стороны звена 3, \bar{r}_{DE} и \bar{r}_{DS_4} – радиус-векторы точек E и S_4 относительно точки D (начала координат системы $x_4 y_4 z_4$).

$$\bar{r}_{DE} \{X_E^{(0)} - X_D^{(0)}, Y_E^{(0)} - Y_D^{(0)}, Z_E^{(0)} - Z_D^{(0)}\}, \quad \bar{r}_{DS_4} \{X_{S_4}^{(0)} - X_D^{(0)}, Y_{S_4}^{(0)} - Y_D^{(0)}, Z_{S_4}^{(0)} - Z_D^{(0)}\}.$$

В уравнении (5) момент $\bar{M}_{И4}$ должен быть представлен в проекциях на оси неподвижной системы координат $x_0 y_0 z_0$, но так как ранее он был получен в проекциях на оси подвижной системы координат $x_4 y_4 z_4$, то следует воспользоваться матричным выражением

$$\begin{bmatrix} M_{И4}^{X_0} \\ M_{И4}^{Y_0} \\ M_{И4}^{Z_0} \end{bmatrix} = A_{04} \begin{bmatrix} M_{И4}^{X_4} \\ M_{И4}^{Y_4} \\ M_{И4}^{Z_4} \end{bmatrix}, \quad \text{причем } A_{04} = A_{40}^T.$$

Следует иметь в виду, что при составлении уравнения равновесия (5) не рассматривается размер перемещаемой детали и поэтому не учитывается момент сил инерции детали $\bar{M}_{ИД}$.

Векторные произведения в уравнении (5) раскрываются известным способом. В результате векторное уравнение моментов (5) приводится к трем скалярным уравнениям, из которых определяются $M_{43}^{X_0}$, $M_{43}^{Y_0}$, $M_{43}^{Z_0}$. Для получения $M_{43}^{X_4}$, $M_{43}^{Y_4}$, $M_{43}^{Z_4}$ следует воспользоваться матричным выражением $M_{43}^{(4)} = A_{40} M_{43}^{(0)}$. Составляющая $M_{43}^{Y_4}$, направленная вдоль оси вращательной пары D , представляет собой движущий (управляющий) момент в этой паре.

Далее рассматривается звено 3 (рис. 2б). При этом реактивные усилия со стороны звена 4 являются известными: $\bar{R}_{34} = -\bar{R}_{43}$, $\bar{M}_{34} = -\bar{M}_{43}$, а реактивные усилия со стороны звена 2 \bar{R}_{32} и \bar{M}_{32} определяются аналогично тому, как это было сделано для звена 4. Для этого составляются уравнение равновесия сил и уравнение равновесия моментов относительно точки C . Составляющая $R_{32}^{X_3}$ представляет собой движущую силу (приводное усилие) в поступательной паре C .

Затем рассматривается звено 2 (рис. 2в). При этом реактивные усилия со стороны звена 3 являются известными: $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$, $\bar{M}_{23} = -\bar{M}_{32}$, а реактивные усилия со стороны звена 1 \bar{R}_{21} и \bar{M}_{21} определяются из уравнения равновесия сил, действующих на звено 2, и уравнения равновесия моментов относительно точки B . Составляющая $R_{21}^{Z_2}$ представляет собой движущую силу (приводное усилие) в поступательной паре B .

Последним рассматривается звено 1 (рис. 2г). При этом реактивные усилия со стороны звена 2 являются известными: $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$, $\bar{M}_{12} = -\bar{M}_{21}$, а реактивные усилия со стороны стойки O \bar{R}_{10} и \bar{M}_{10} определяются из уравнения равновесия сил, действующих на звено 1, и уравнения равновесия моментов относительно точки A . Составляющая $M_{10}^{Z_1}$ представляет собой движущий (приводной) момент во вращательной паре A .

На основании представленной методики разработаны алгоритмы и программы силового анализа манипуляторов, которые могут быть использованы при проектировании схем манипуляторов.

При определении реактивных нагрузок может быть использован иной подход. Так, в работе [3] при силовом анализе манипулятора $B \perp B \perp \Pi$ при составлении уравнения равновесия поочередно размыкается кинематическая цепь манипулятора в каждой кинематической паре, начиная с последней, и составляются уравнения равновесия сил и моментов сил, действующих на свободную часть цепи. По такой методике применительно к исследуемому в данной работе манипулятору следует последовательно рассматривать звено 4, далее кинематическую цепь 3 – 4, затем кинематическую цепь 2 – 3 – 4 и в заключении кинематическую цепь 1 – 2 – 3 – 4 с разомкнутой кинематической парой A .

Резюме

В статье применительно к манипулятору с 4 степенями свободы рассматривается задача определения динамических нагрузок в кинематических парах (реактивных сил и моментов), а также движущих (управляющих) сил и моментов приводных двигателей, необходимых для осуществления программного движения схвата.

Литература

1. Анципорович, П.П. Кинематический анализ манипулятора с 4 степенями свободы / П.П. Анципорович, В.К. Акулич, Е.М. Дубовская // Теоретическая и прикладная механика. – Минск, 2012. – Вып. 27. – С. 358 – 361.
2. Коловский, М.З. Основы динамики промышленных роботов / М.З. Коловский, А.В. Слоущ. – М.: Наука. Гл. ред. физ. - мат. лит., 1988. – 240 с.
3. Механика промышленных роботов: учебное пособие для вузов: в 3 кн. / Под ред. К.В. Фролова и Е.И. Воробьева. Кн. 1: Кинематика и динамика / Е.И. Воробьев, С.А. Попов, Г.И.Шевелева. – М.: Высш. шк., 1988. – 304 с.
4. Филонов, И.П. Исследование динамики манипуляторов с использованием ЭВМ / И.П. Филонов, П.П. Анципорович, В.К. Акулич. – Минск: БПИ, 1990. – 35 с.

Summary

In article with reference to the manipulator with 4 degrees of freedom the problem of definition of dynamic forces in kinematic pairs (reactive forces and the moments), and also of moving (operating) forces and the moments of the drive units necessary for program realisation of hand's movement is considered.

Поступила в редакцию 12.11.2012