

ИЗГИБ БАЛКИ В УСЛОВИЯХ НЕРАВНОМЕРНОГО НАГРЕВА И НЕЙТРОННОГО ОБЛУЧЕНИЯ

Кулешов Р.А., Сабиров Н.М., Ширвель П.И.

УО «Белорусский национальный технический университет», Минск

Как известно [1], тепловыделяющая сборка является ответственным элементом оборудования, как для транспортных, так и для энергетических реакторов. С позиций теоретической механики рассмотрим простейшую механико-математическую модель тепловыделяющей сборки (ТВС) активной зоны ядерной энергетической установки (рис. 1) на примере массивной балки (длиной 2.25 м) прямоугольного поперечного сечения (0.04x0.16м). В дальнейшем, меняя профиль сечения, на стадии входных данных, и варьируя моментом инерции, получать результаты для тел, имеющих сечение отличное от сплошного (полого сечения, двусвязного с вырезами, многосвязного и т.д.) не составит особого труда.



Рисунок 1 – Тепловыделяющая сборка (ТВС)

На рис. 2 изображена балка, расположенная по длине в направлении оси Oz . Вообще говоря, для рассматриваемой задачи поперечное сечение может иметь любую форму симметричную относительно осей x и y , но для конкретики было выбрано прямоугольное сечение размерами $2h*b$. Постараемся в данной работе учесть все вышесказанное, но сначала сделаем несколько упрощающих предположений. Будем учитывать три основных фактора, приводящие к изгибу в плоскости $x-z$:

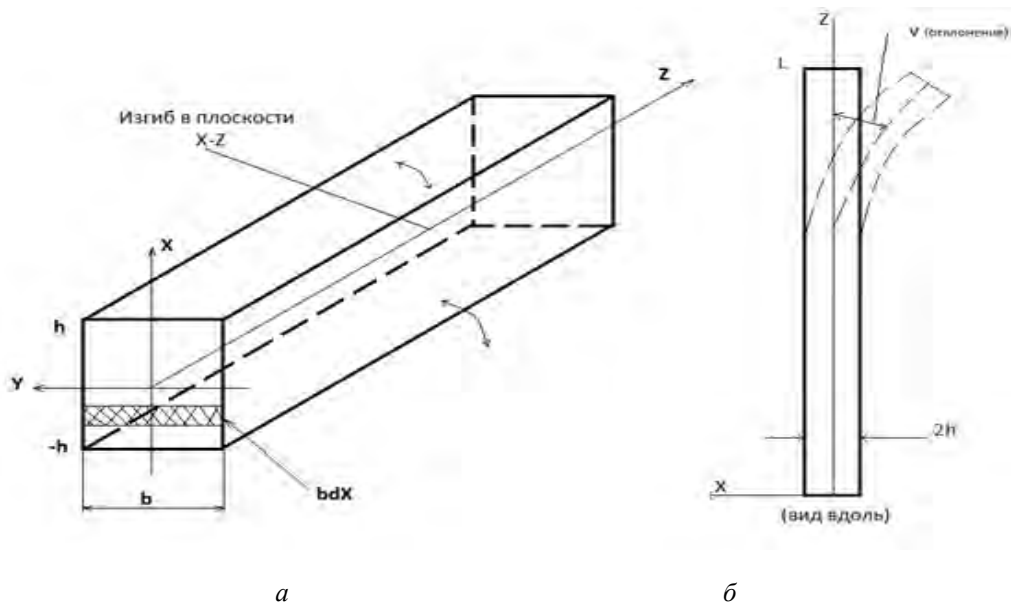
- приложение механических усилий к верхней поверхности балки в направлении оси x ;
- объемные термические деформации;
- необратимое радиационное распухание.

Считаем, что изгиб происходит в одной плоскости в результате воздействия одного из перечисленных факторов или их комбинации. Причем немеханические нагрузки зависят от текущей координаты x . Предполагается, что все эти деформации симметричны относительно плоскости $x=0$ и изменяются в пределах от $x = -h$ до $x = h$. Таким образом, балка (рис. 2) может изгибаться в плоскости $x-z$ как от действия указанных нагрузок по отдельности, так и от их совместного влияния.

Для определения характеристик напряженно-деформированного состояния балки запишем основные определяющие соотношения для рассматриваемого случая:

- уравнение, связывающее деформации и перемещения (геометрические соотношения);
- уравнения баланса (равновесия);
- уравнения состояния сплошной среды (соотношения для суммарной или полной деформации).

Для решения последних равенств также необходимо задать граничные условия. Все исходные соотношения будем подчинять законам теоретической механики.



а) общий вид; б) вид вдоль
Рисунок 2 – Изгиб бруса (балки).

Сформулируем общую взаимосвязь деформаций и перемещений для поставленной задачи. Геометрия искривленной балки показана на рис. 3. Радиус кривизны центральной плоскости ($x = 0$) обозначим через величину ρ . Назовем такую плоскость нейтральным сечением. В дальнейшем считаем, что деформации здесь нулевые (в отличие от соседних сечений), а длина балки в этой плоскости остается такой же, как в отсутствие изгиба. Тогда длина сечения в точке $\rho + x$ будет равна $(\rho + x)\theta$, что больше чем длина перед изгибом на величину $x\theta$. Следовательно, в осевом направлении возникнут деформации равные

$$\varepsilon_z = \frac{x\theta}{\rho\theta} = \frac{x}{\rho}. \quad (1)$$

Как известно, величина обратная радиусу кривизны равна второй производной функции, описывающей кривую (предполагается, что радиус ρ достаточно велик). Обозначим отклонение балки от оси xz плоскости $x-z$ через v (см. рис. 2), запишем:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dz^2}. \quad (2)$$

Комбинируя двумя последними соотношениями, получим уравнение, связывающее осевую деформацию и продольные перемещения материальных точек модельного твердого тела

$$\varepsilon_z = x \frac{d^2v}{dz^2}. \quad (3)$$

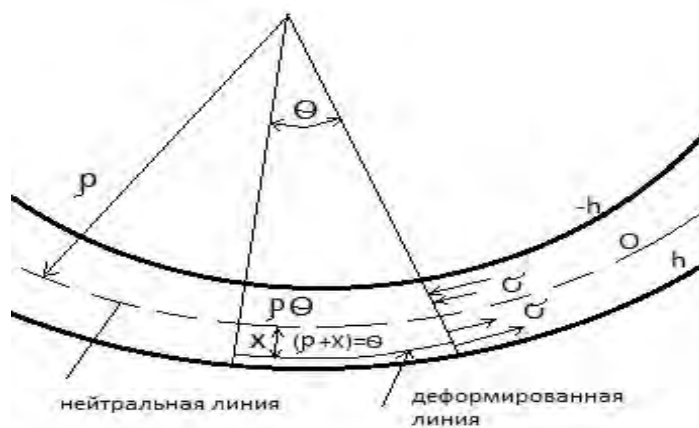


Рисунок 3 – Продольное сечение изогнутого бруса (плоскость $x-z$)

Составим уравнения баланса. На рис. 4 показаны силы и моменты, действующие на часть бруса длиной Δz . К его поверхностям приложена нагрузка (нормальное напряжение), распределение которой обозначим через $p(z)$. В поперечном сечении перпендикулярном оси z действует сила сдвига, обозначенная через τ и изгибающий момент относительно оси y , вызванные распределенным нормальным напряжением, изображенным на рис. 4. Считая момент, действующий на элемент поверхности $b\sigma dx$, произведением силы $b\sigma dx$ на плечо x , получим $dM = x\sigma b dx$. Интегрирование же по всему поперечному сечению даст суммарный момент, вызванный распределенными напряжениями

$$M = b \int_{-h}^h x \sigma dx \quad (4)$$

Чтобы сила, действующая в направлении положительных значений x на элемент, изображенный на рисунке 4, была равна нулю, должно выполняться условие

$$\frac{d\tau}{dz} = -p \quad (5)$$

Условие равновесия относительно вращения имеет вид

$$\frac{dM}{dz} = \tau \quad (6)$$

Исключая касательное напряжение τ из выражений (5) и (6), получим уравнение баланса

$$\frac{d^2 M}{dz^2} + p = 0 \quad (7)$$

которое и является главным соотношением равновесия балки представленной на рис. 3.

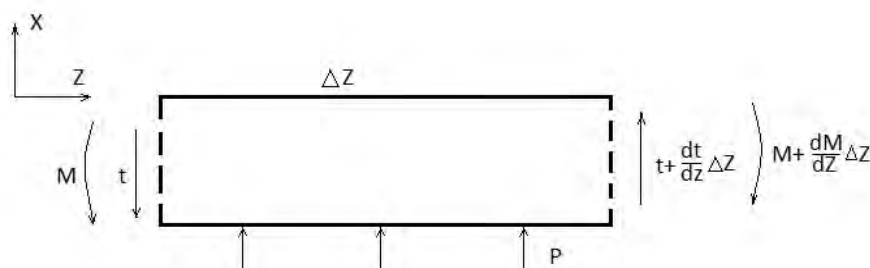


Рисунок 4 – Силы и моменты в сечении бруса

Запишем уравнение для суммарной (полной) деформации. Деформация в направлении $z\epsilon_z$ является суммой упругой деформации вызванной распределением внутреннего напряжения, теплового расширения, распухания и ползучести. В пренебрежении ползучестью (ее можно будет ввести в модель отдельно), осевая деформация запишется в виде:

$$\epsilon_z = \frac{\sigma}{E} + \alpha T + \epsilon^S \quad (8)$$

где E – модуль Юнга, α – коэффициент линейного расширения, T – абсолютная температура (температура измеряется относительно вертикальной плоскости $(y-z)$, рассекающей балку пополам), а ϵ^S представляет собой одну треть от полного объемного распухания, обусловленного ростом пор в металле. Заменяя левую часть (8) с помощью соотношения между деформациями и перемещениями (3), умножая результирующее уравнение на $x b dx$ и интегрируя по x получим:

$$\frac{d^2 v}{dz^2} b \int_{-h}^h x^2 dx = \frac{1}{E} b \int_{-h}^h x \sigma dx + \alpha b \int_{-h}^h T x dx + b \int_{-h}^h \epsilon^S x dx \quad (9)$$

Предполагаем линейное изменение температуры в поперечном сечении стержня (ось x соответствует отрицательному направлению от центральной линии):

$$T = \frac{\Delta T}{2h} x \quad (10)$$

где ΔT – разность температур между горячей и холодной сторонами бруса. Точно также предполагается, что деформация от распухания изменяется линейно с x :

$$\varepsilon^S = \frac{\Delta\varepsilon^S}{2h} x \quad (11)$$

где $\Delta\varepsilon^S$ – разность распухания в точках бруса ближайшей и наиболее удаленной от центральной линии, является функцией распределения интегрального потока нейтронов Φ (или флюенса нейтронов) и перепада температур (ΔT) по сечению. Заметим, что эта величина изменяется со временем, в то время как разность температур ΔT по сечению от времени не зависит (стационарная температура).

Известно, что момент инерции прямоугольного бруса относительно оси y определяется из формулы:

$$I = b \int_{-h}^h x^2 dx \quad (12)$$

Такой момент инерции является геометрической характеристикой сечения бруса. Уравнение (12) применимо к сплошному прямоугольному брусу. Аналогичные формулы могут быть получены для других форм и, в частности, для полого шестиугольника (конфигурация чехла ТВС активной зоны АЭС). Используя (10)–(12) и (4) ДУ изгиба бруса запишется в виде:

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = \frac{M}{EI} + \frac{\alpha \Delta T}{2h} + \frac{\Delta\varepsilon^S}{2h} \quad (13)$$

Теперь для определения профиля изогнутого бруса необходимо определить момент M и проинтегрировать соотношение (13) при соответствующих ГУ. Изгиб бруса вызывается прямолинейной нагрузкой (первый член в правой части равенства), термическим расширением и распуханием. Поскольку, как было оговорено в начале задачи, общий прогиб может быть получен суммированием этих 3-ех компонент, исследуем каждую из них в отдельности.

1. Пусть $z = 0$ является осевой координатой верхней опорной плиты. Предположим, что поперечная сила приложена на расстоянии L от верхней плиты (модель ТВС, вставленной в опорные плиты). Т.к. приложенная сила равна нулю везде кроме точки $x = L$, то интегрирование (7) дает следующий результат

$$M = az + b \quad (14)$$

Здесь a и b константы, определяемые из условий на свободном конце.

Приложенная локальная сила F определяет сдвиговое напряжение τ на конце модели. Кроме того, на свободном конце объекта исследований (рис. 2) должен зануляться момент M . Таким образом ГУ при $z = L$ будут иметь вид

$$M = 0, \quad \tau = F, \quad (15)$$

т.к. нагрузка p равна нулю вдоль длины бруса уравнение (5) указывает на то, что τ при этом постоянно, или $\tau = F$ для всех z . Тогда Уравнение (6) дает

$$\frac{dM}{dz} = F. \quad (16)$$

С помощью последнего равенство можно определить одну из констант интегрирования: $a = F$. Определение второй константы может быть получено из условий равенства нулю момента при $z = L$. В таком случае момент, приложенный к брусу равен

$$M = -F(L - z) \quad (17)$$

Поскольку в реальности ТВС крепится в опорной плите, то справедливо равенство

$$v(0) = \left. \left(\frac{dv}{dz} \right) \right|_0 = 0 \quad (18)$$

Подставляя (17) в (16) (пренебрегая последними двумя членами в правой части), интегрируя и используя ГУ при $z = 0$ из уравнения (18), получим следующую величину прогиба

$$v = \frac{Fz^2}{2EI} \left(L - \frac{z}{3} \right) \quad (19)$$

2. При линейном распределении температуры вдоль оси z распределение температуры по брусу задается (10). В отсутствие приложенных механических нагрузок и радиационного облучения изгиб, вызванный неравномерностью температуры по ТВС, можно определить из решения уравнения

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = \frac{\alpha \Delta T}{2h} \quad (20)$$

Таким образом перепад температуры в сечении ΔT является функцией высоты и вычисляется из анализа температур в ТВС. Для частного модельного (но нереального в технологической практике) случая, когда ΔT не зависит от z , интегрирование (20) с учетом ГУ в соответствии с уравнением (18) даст

$$v = \frac{\alpha \Delta T}{4h} z^2 \quad (21)$$

3. Для линейного поперечного профиля распухания прогиб определяется из уравнения:

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = \frac{\Delta \varepsilon^S}{2h} \quad (22)$$

Последнее потребует знания осевого изменения $\Delta \varepsilon^S$ и соответствующих ГУ для интегрирования расчетной области.

В отсутствии ползучести (термической и радиационной) несдерживаемый прогиб ТВС при наличии градиента температуры и радиационного распухания получается из решения уравнений (20) и (22) при использовании в обоих случаях условия (18). Профиль полного прогиба получается суммированием (суперпозицией) указанных двух немеханических компонент. Результаты такого вычисления показан ниже на графиках распределения перемещений, напряжений и деформаций (рис/ 5-7).

В качестве примеров тестовых (модельных) расчетов рассматривалась балка прямоугольного сечения 0.04×0.16 м общей длиной 2.25 м, которая находится в комплексных термосиловых и радиационных условиях нагружения: под действием приложенной силы F к верхней поверхности балки; объемно термического расширения и радиационное распухание. Материал рассматриваемого образца: нержавеющая сталь аустенитного класса 316 (по классификации AISI). В соответствии с данными работы [2] распухание указанной стали с ГЦК кристаллической решеткой хорошо описывается в интервале температур (вплоть до $0.5T_{пл}$) следующей эмпирической зависимостью

$$S(\Phi, T) = 4,9 \cdot 10^{-49} (\Phi t)^{1,71} \cdot 10^{\frac{15490}{T} - \frac{5,98 \cdot 10^6}{T^2}} \quad (23)$$

где Φ – плотность потока высокоэнергетических частиц, t – параметр времени, T – температура, задаваемая, например, функцией вида

$$T = T_1 + (T_2 - T_1) \frac{x}{2h} \quad (24)$$

Вообще говоря, эта функция для неоднородного поля температур может иметь любой вид (конечно, удовлетворяющий закону Фурье) т.е. даже может быть задана численно, например, по результатам теплового моделирования или по экспериментальным данным.

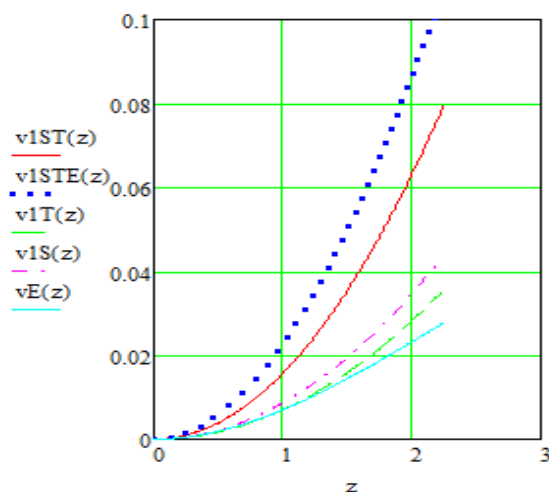


Рисунок 5 – Суммарные смещения для 1-го сечения ($x=0.04$ м).

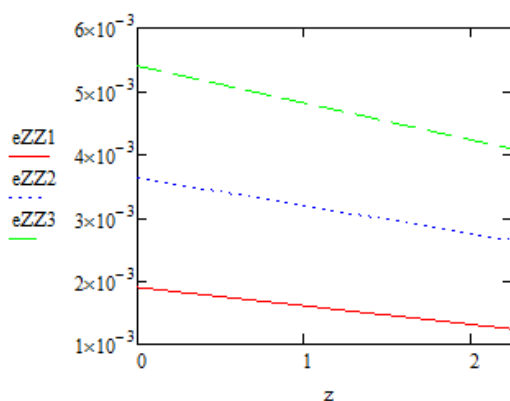


Рисунок 6 – Суммарные деформации для трёх сечений.

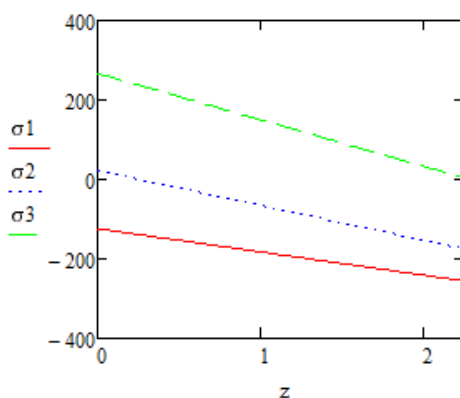


Рисунок 7 – Суммарные напряжения для трёх сечений.

Обсуждение полученных результатов. Как видно из представленных графиков, суммарный прогиб от термической нагрузки и радиационного распухания достигает величины 8 см в верхней части ТВС; суммарный прогиб от совместной термосиловой нагрузки и радиационного распухания достигает величины 11 см, а от радиационного распухания около 4 см. Причем, отметим, что если обратимая тепловая компонента прогиба исчезает при охлаждении, например при выключении реактора (для замены топлива или расхолаживания), то постоянная искривленность, вызванная необратимым радиационным распуханием, сохраняется. Графики, представленные на рис. 6–7, иллюстрируют общие трудности, возникающие при размещении головок сборки под теплоносителем, так как за время $t = 1000$ ч деформации достигают 0.5%, и указывают на немалые механические взаимодействия между ТВС соседних рядов (напряжения достигают по модулю 217 МПа). Несмотря на возникающие значительные напряжения, мгновенные пластические деформации в стальном материале не наблюдаются вследствие радиационного упрочнения сплошной среды. За счет последнего явления, предел текучести указанной стали (AISI 316) при плотности потока 10^{22} нейтрон/см²ч повышается до 570 МПа (по данным [3]). Поэтому разрушение указанной модели ТВС будет происходить со временем в области упругих напряжений за счет накоплений именно деформаций ползучести. Последние и будут отвечать за изменение длительных механических свойства твердого тела при облучении.

Вывод. В данной работе на основе классических подходов механики и современных численных методов даны теория и практика расчета объемных и необратимых деформаций при механических и немеханических условиях нагружения для структурных элементов типа балка, работающих, в первую очередь, на изгиб. Приведены формулы учета неоднородного термического расширения и радиационного распухания. На выполненном примере тестового расчета было показано влияние каждого из 3-ех факторов изгиба модели массивной балки. Создана универсальная основа для решения подобных задач в программном пакете MathCAD 15.0, где реализована возможность, изменения свойств материала и геометрии исследуемого образца, поперечного сечения, значения внешних факторов сразу

получить достоверную информацию о перемещениях точек ТВС, а также возникающих деформациях и напряжениях конструкции.

Резюме

Рассмотрена механико-математическая модель тепловыделяющей сборки (ТВС) активной зоны ядерного реактора, которая аппроксимировалась балкой сечением 0.04x0.16 м и длиной 2.25 м. Учитывались 3 фактора, приводящих к изгибу: 1) приложения силы к верхней поверхности балки; 2) объёмные термические деформации; 3) необратимое радиационное распухание. Изгиб происходит в одной плоскости в результате воздействия одного из этих факторов или их комбинации. В работе представлены графики результатов расчетов как от действия указанных нагрузок по отдельности, так и от их совместного влияния. Для определения напряжений и перемещений использованы следующие соотношения: 1) уравнение, связывающее деформации и перемещения; 2) уравнения равновесия; 3) уравнения для суммарной деформации. Полученные графики иллюстрируют трудности, возникающие при размещении головок сборки под теплоносителем, и указывает на немалые механические взаимодействия между ТВС соседних рядов.

Благодарности

- Авторы работы считают приятным долгом выразить благодарность профессорам А.В. Чигареву и И.С. Куликову за плодотворные обсуждения и дискуссии в Белорусском национальном техническом университете на кафедре «Теоретическая механика».
- Работа выполнялась при финансовой поддержке БРФФИ и Минобразования Республики Беларусь в рамках проекта №Т12МВ-038.

Литература

1. Конобеевский, С. Т. Действие облучения на материалы: Введ. в радиац. материаловедение. - М.: Атомиздат, 1967. - 401 с.
2. Куликов, И.С. Прочность элементов конструкций при облучении / И.С. Куликов, В.Б. Нестеренко, Б.Е. Тверковкин. – Минск: Наука и техника, 1990. – 144с
3. Зайцев, В. Н. Напряженно-деформированное состояние железобетонных защитных оболочек АЭС с учетом трещинообразования : Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук : (05.23.11). - Л., 1984. - 20 с.
4. Куликов, И.С. Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлаждаемых реакторов/И.С.Куликов, Б.Е. Тверковкин. – Минск: Наука и техника, 1984. – 104с
5. Писаренко, Г. С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести: Справ.пособие. - Киев : Наук.думка, 1981. - 493 с.
6. Изменение механических свойств стали ОХ16Н15МЗБ в температурном интервале радиационного распухания / В. С. Неустроев, В. Н. Голованов, А. В. Поветянко и др. - М.: ЦНИИатоминформ, 1986. – 14 с.

Summary

This paper considers the problems of modern methods for calculating designs and materials in the nuclear industry. The long beam in the conditions of thermo power influence is considered in this article. The aim of the paper is to produce a model of solve stress/strain state for NPP's long assemblies. Mechanical model for describing steady stress/strain state of the NPP's fuel assemblies are proposed. A numerical solution has been proposed to solve stress/strain state problem under swelling and thermal mechanical strains. A mathematical model has been constructed. The computer program of decision of the thermo radiation task in package Mathcad has been programmed. A graphic distribution of displacements, stresses and strains have been received. All the obtained results have passed through checking procedures.

Поступила в редакцию 11.09.2012