

**БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

УДК 539.3

**ВЕРЕМЕЙЧИК**  
**Андрей Иванович**

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ ТЕРМОУПРУГОСТИ  
С УЧЕТОМ РАДИАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ**

Автореферат диссертации  
на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Минск 2017

Работа выполнена в УО «Брестский государственный технический университет»

Научный руководитель

**ХВИСЕВИЧ Виталий Михайлович**,  
кандидат технических наук, доцент, профес-  
сор кафедры «Прикладная механика» Брест-  
ского государственного технического универ-  
ситета

Официальные оппоненты:

**МЕЛЕШКО Иван Николаевич**,  
доктор физико-математических наук, профес-  
сор, профессор кафедры «Высшая математика  
№ 2» Белорусского национального техниче-  
ского университета;

**ЯРОВАЯ Анна Владимировна**,  
доктор физико-математических наук, доцент,  
профессор кафедры «Строительная механика»  
Белорусского государственного университета  
транспорта

Опонирующая организация

Белорусский государственный университет

Защита состоится «04» июля 2017 года в 16<sup>00</sup> на заседании совета по защите диссертаций Д 02.05.07 при Белорусском национальном техническом университете по адресу: 220013, г. Минск, проспект Независимости, 65, корп. 1, ауд. 202, тел. ученого секретаря: (017) 292-24-04, e-mail: pavel.shirvel@bntu.by

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского национально-го технического университета.

Автореферат разослан «02» июня 2017 г.

Ученый секретарь  
совета по защите диссертаций

П.И. Ширвель

© Веремейчик А.И., 2017  
© Белорусский национальный  
технический университет, 2017

## ВВЕДЕНИЕ

Анализ литературных источников указывает на недостаточное развитие методов и алгоритмов численного решения краевых задач теплопроводности и термоупругости по исследованию напряженно-деформированного состояния (НДС) тел, особенно при воздействии нестационарных температурных полей, движущегося высококонцентрированного источника нагрева и радиационного облучения.

Важной задачей при исследовании НДС в подобных случаях является выбор наиболее оптимального метода решения той или иной задачи, т. к. каждый численный метод имеет свои преимущества и недостатки. Метод конечных разностей (МКР) затруднительно использовать для областей с криволинейными границами, для многосвязных тел, при смешанных граничных условиях. Существующие вычислительные программные комплексы (ANSYS, NASTRAN и др.), созданные на основе метода конечных элементов (МКЭ), позволяют получать наглядную визуализацию результатов, однако требуют определенных навыков при их использовании и не всегда представляют адекватную картину распределения перемещений, деформаций и напряжений, особенно при совместном учете нескольких вариантов нагружения и для областей с бесконечными границами. Трудоемкость задания дискретной модели и число неизвестных значительно снижаются в случае разбиения только границы расчетной области. Данная идея и реализуется в методе граничных интегральных уравнений (ГИУ), появившемся в результате сочетания идей теории потенциала с методами теории аппроксимации. Метод ГИУ нашел применение и в диссертации. Однако при всех преимуществах метода ГИУ существуют сложности решения задач при воздействии на тела высокотемпературных подвижных источников нагрева. Для решения таких задач в этом процессе удобно использовать метод конечных элементов. При исследовании деформирования тел несложной формы в случае термосилового и радиационного нагружений целесообразно использовать МКР с обеспечением численного моделирования и верификацией полученных моделей с использованием известных решений.

Научные результаты исследования НДС тел в комплексных условиях экстремальной их эксплуатации имеют особое значение при создании новых конструкций, механизмов и машин с точки зрения обеспечения их прочностных и жесткостных свойств.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Связь с научными программами, (проектами), темами**

Тема диссертации соответствует пунктам 1 и 7 «Приоритетных направлений научных исследований Республики Беларусь на 2016 – 2020 годы», утвержденных постановлением Совета Министров Республики Беларусь от 12 марта 2015 г., № 190.

Работа входила составной частью в следующие научно-технические программы: научно-исследовательская программа ГБ 99/209 «Изучить процессы формирования плазменной дуги в канале. Исследовать напряженно-деформированное состояние твердых тел при нестационарных температурных режимах» (сроки исполнения 1999–2001 гг., № ГР 19991019 от 01.04.1999); ГПФИ «Плазмодинамика–21»

«Исследовать процессы теплообмена между плазмой дуги, газом и электродом, воздействия плазмы на твердое тело» (2001–2005 гг., № ГР 20012560 от 07.07.2001); совместная программа научно-технического сотрудничества между Брестским государственным техническим университетом и Белостокским техническим университетом (Польша) «Создание генераторов низкотемпературной плазмы с высоким коэффициентом полезного действия и разработка плазменных технологий обработки и упрочнения металлоизделий» (2006–2009 гг.); ГППНИ «Материалы в технике» (2009–2010 гг., № ГР 20090443 от 01.04.2009); зад. 1.06 ГПОФИ «Высокоэнергетические, ядерные и радиационные технологии» (2006–2008 гг., № ГР 20064610 от 04.08.2006); ГПНИ «Функциональные и машиностроительные материалы, наноматериалы» (2014–2015 гг., № ГР 20142368 от 01.10.2014); зад. 4.1.09 ГПНИ «Физическое материаловедение, новые материалы и технологии» (2016–2018 гг., № ГР 20164272 от 22.11.2016).

### **Цель и задачи исследования**

*Цель работы:* развитие классического метода граничных интегральных уравнений на решение двумерных несвязанных задач теплопроводности и термоупругости изотропных тел; разработка алгоритмов численного решения и составление компьютерных программ для тел с кусочно-гладкой геометрией границы и различными краевыми условиями; разработка методики и численных моделей для исследования НДС цилиндрических тел при поверхностной плазменной закалке движущимся высокотемпературным источником нагрева, создание численных механико-математических моделей деформирования тел, учитывающих термосиловое нагружение с одновременным интенсивным облучением высокоэнергетическими частицами.

Для достижения цели исследований решены следующие задачи:

1. Усовершенствован классический метод теории потенциала и распространен на решение плоских краевых задач термоупругости в многосвязной внешней и внутренней областях.

2. Разработаны новые алгоритмы и построена общая методика численного решения внешней и внутренней плоской краевой задачи несвязной стационарной и нестационарной термоупругости, получено решение ряда тестовых задач.

3. На основании разработанной модели, учитывающей неравномерное распределение температурных полей по диаметру пятна нагрева и зависимости теплофизических характеристик материала от температуры, создана эффективная методика и программные средства, позволяющие исследовать НДС тел при воздействии на них движущихся тепловых источников при различных условиях охлаждения и обеспечивать визуализацию полученных результатов.

4. Рассмотрены особенности деформирования цилиндрических тел в зависимости от их механических и теплофизических характеристик, действующих температур, механических нагрузок и высокоэнергетического облучения.

5. Для длинных цилиндрических тел, находящихся в условиях силового, теплового и радиационного нагружения, разработана новая эффективная методика решения терморadiационной задачи с использованием приближенного метода и принципа суперпозиции; для коротких цилиндрических тел составлен алгоритм и программа решения осесимметричной задачи термоупругости при наличии силового, температурного и радиационного воздействия, позволяющая варьировать пара-

метрами нагружения, физико-механическими характеристиками материала и граничными условиями.

**Научная новизна** результатов работы заключается: в исследовании свойств термоэластопотенциалов и построении новых сингулярных интегральных уравнений (СИУ) теории потенциала для решения двумерных краевых задач стационарной и нестационарной термоупругости; в оценке влияния квадратурных формул на точность вычисления интегралов по не особым и особым элементам интегрирования; в разработке математической модели численного решения двумерных краевых задач термоупругости; в создании на основе метода ГИУ FORTRAN-программ численного решения термоупругих задач в синтезе с программой визуального отображения результатов Tecplot 360; в разработке математической модели оценки НДС цилиндрических тел различной геометрии при термосиловых нагружениях, в том числе от движущегося источника нагрева; построении математических моделей для исследования НДС осесимметричных тел при термосиловом и радиационном нагружениях; в создании компьютерных программ для численной реализации указанных задач с анализом устойчивости решений.

#### **Положения, выносимые на защиту**

Автором выносятся на защиту следующие основные результаты и положения:

1. Модифицированный метод ГИУ для решения двумерных стационарных и нестационарных задач несвязанной термоупругости однородных изотропных тел; новые сингулярные интегральные уравнения для основных плоских краевых и начально-краевых задач термоупругости (для однородных изотропных сред); шаговые по временному параметру численные схемы для решения полученных ГИУ.

2. Алгоритмы численной реализации двумерных задач несвязанной термоупругости, основанные на способе сведения краевых задач термоупругости к задачам изотермической теории упругости.

3. Методика исследования НДС цилиндрических тел при механическом нагружении и воздействии движущегося высококонцентрированного источника нагрева при стационарном и нестационарном температурном поле, построенная на основе методов конечных элементов и граничных интегральных уравнений.

4. Механико-математические модели и методика приближенного решения краевых задач по исследованию НДС цилиндрических тел бесконечной длины при одновременном термомеханическом нагружении и нейтронном облучении, основанная на использовании методов аппроксимации.

5. Алгоритм численного решения терморadiационных задач для цилиндрических тел конечной длины при совместном или раздельном термосиловом и радиационном воздействии, базирующийся на конечно-разностном методе и позволяющий минимизировать затраты времени на формирование исходных данных, обеспечивать возможность варьирования параметрами нагружения, характеристиками материала и граничными условиями.

#### **Личный вклад соискателя ученой степени**

Все основные результаты, выносимые на защиту, получены автором лично. Научный руководитель В. М. Хвисевич принимал участие в постановке задач и анализе полученных результатов. Отдельные результаты получены автором совместно с соавторами научных работ.

### **Апробация диссертации и информация об использовании ее результатов**

Основные результаты диссертационной работы были представлены на: V Республиканской научной конференции «НИРС–2000» (Гродно, 2000); 2-й Европейской конференции по вычислительной механике «European Conference on Computational Mechanics ECCM–2001» (Краков, Польша, 2000); 58-й научной конференции аспирантов и студентов Белорусского государственного университета (Минск, 2001); Международной научной школе-конференции по математике и механике «Лобачевские чтения – 2001» (Казань, Россия, 2001); научно-методическом семинаре «Научно-методические основы применения информационных технологий в преподавании механики и научных исследованиях» (Минск, 2005, 2006); Республиканской научно-методической конференции «Современные научные проблемы и вопросы преподавания теоретической и математической физики, физики конденсированных сред и астрономии» (Брест, 2007); Международных семинарах преподавателей теоретической механики (Гомель, 2005–2015); III Белорусском конгрессе «Механика-2007» (Минск, 2007); Международном научно-методическом семинаре-коллоквиуме «Моделирование и компьютеринг в механических и мехатронных системах» (Минск, 2012–2016), Международном симпозиуме «Перспективные материалы и технологии» (Витебск, 2012, 2015); на международных конференциях: «Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике» (Минск, 2001); «Современные методы проектирования машин. Расчет, конструирование и технология изготовления» (Минск, 2002); «Физика плазмы и плазменные технологии» (Минск, 2003); «Современные проблемы математики, механики, информатики» (Тула, Россия, 2007, 2008, 2013); «Вычислительная механика деформируемого твердого тела» (Москва, 2006); «Молодые ученые-2006» (Москва, 2006), «Петербургские чтения» (Санкт-Петербург, 2006); «Вычислительная механика и современные прикладные программные средства» (Алушта, 2007, 2011); «МИКМУС» (Москва, 2007–2017); «Прикладные задачи математики и механики» (Севастополь, 2007, 2008); «Инженерия поверхности» (Брест, 2007); «Актуальные проблемы прочности» (Нижний Новгород, Россия, 2008); «Современные проблемы машиноведения» (Гомель, 2008); «Высокие технологии, фундаментальные и прикладные исследования, промышленность» (Санкт-Петербург, 2008, 2009); «Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности» (Могилев, 2008); «Теория и практика энергосберегающих термических процессов в машиностроении» (Минск, 2008); «Пятое Поляховские чтения» (Санкт-Петербург, 2008); «Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии» (Могилев, 2011, 2014); «Механика и наномеханика структурно-сложных и гетерогенных сред. Успехи, проблемы, перспективы» (Москва, 2014); «Новые технологии и материалы, автоматизация производства» (Брест, 2014, 2016); «21st International Conference on Computer Methods in Mechanics» (Гданьск, Польша, 2015); «Mechatronic Systems and Materials» (MSM'2016) (Белосток, Польша, 2016).

### **Опубликование результатов диссертации**

Основные результаты исследований содержатся в 83 опубликованных научных работах: 10 статей общим размером 4,1 а. л. – в научных журналах, соответствующих пункту 18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь, 10 статей – в других рецензируемых научных изданиях, 14 статей – в сборниках научных трудов, 25 публикаций – в сборниках мате-

риалов конференций и 24 тезиса докладов вышеупомянутых конференций. Общее количество страниц опубликованных материалов равно 301.

### **Структура и объем диссертации**

Работа состоит из оглавления, введения, общей характеристики работы, пяти глав, заключения, библиографического списка, приложений. Полный объем диссертации составляет 175 страниц машинописного текста, включая 77 рисунков, 6 таблиц, библиографический список, изложенный на 22 страницах и включающий 172 использованных источника и 83 публикации соискателя, приложения на 6 страницах.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**В главе 1** на основе изучения выполненных ранее различными авторами работ определены недостаточно изученные вопросы по теме диссертационных исследований. Численными методами решения задач термоупругости при различных воздействиях занимались многие отечественные и зарубежные ученые (Н. М. Гюнтер, М. И. Мухелишвили, С. Г. Михлин, П. И. Перлий, В. Д. Купрадзе, Н. М. Хуторянский, Р. К. Banerjee, С. А. Vrebbia, Ю. Д. Копейкин, D. W. Smith, А. Н. Тихонов, А. А. Самарский, М. Д. Мартыненко, М. А. Журавков, А. В. Чигарев, В. М. Хвисевич, Ю. Л. Бормот, Ю. В. Верюжский и другие ученые), однако не все вопросы рассмотрены достаточно полно. В существующей литературе недостаточно освещены проблемы, посвященные численному решению задач теплопроводности и термоупругости при нелинейной геометрии границы и различного рода граничными условиями, а также программные средства, позволяющие реализовать такого рода задачи с небольшими затратами времени на их решение. Поэтому важным аспектом является разработка алгоритмов и компьютерных программ, позволяющих исследовать НДС тел при такого рода воздействиях. Актуальными являются также задачи по исследованию НДС тел при воздействии движущегося источника нагрева, моделирующего процесс термообработки, решением которых занимались С. В. Осовец, А. В. Прохоров, С. П. Кундас, С. С. Самотугин, К. Takeda, А. Г. Салов и другие ученые. Однако неизученными остаются вопросы, связанные с неравномерным распределением температуры по пятну нагрева и одновременным учетом зависимости теплофизических характеристик материала от температуры, а также влияния скорости движения источника на структуру материала.

Терморadiационные задачи в последнее время приобретают особое значение, однако в абсолютном большинстве случаев не удается получить аналитическое решение. Решение некоторых терморadiационных задач приведено в работах А. А. Ильюшина, Ю. И. Лихаева, Д. Р. Оландера, А. А. Тутнова, И. С. Куликова, П. И. Ширвеля, В. Я. Пупко и других ученых. С развитием компьютерной техники расширились возможности разработки и уточнения механико-математических моделей, алгоритмов и программных средств, позволяющих исследовать НДС при комплексном или раздельном механическом, температурном нагружении и радиационном облучении с верификацией результатов решения на основе сравнения с данными экспериментальных и теоретических исследований.

Проведенный анализ публикаций, касающихся результатов исследований твердых тел, находящихся в условиях высокотемпературных, механических и радиаци-

онных воздействий, позволил установить цель и задачи исследований, постановку задач, определение объекта, предмета и метода исследований.

**Глава 2** посвящена разработке и усовершенствованию алгоритмов и методик численного решения плоских несвязанных задач термоупругости. Группа уравнений задачи термоупругости следующая: дифференциальные уравнения (ДУ) равновесия Навье-Коши при заданных граничных условиях, уравнения обобщенного закона Гука, геометрические формулы Коши, уравнение теплопроводности.

В двумерном евклидовом пространстве при стационарном температурном поле температура  $T$  подчиняется уравнению Лапласа. На контуре  $L$  двумерной области  $D$  задано значение температуры  $T = F$ . Получены новые СИУ теплопроводности и термоупругости относительно неизвестных плотностей потенциала  $\chi(y)$  и  $v_i(y)$  соответственно:

$$\pi\chi(x_L) + V.p. \int_L \chi(y) \frac{\cos\varphi}{r} dl_y = F(x_L), \quad (1)$$

$$v_i(x_L) + \frac{1}{2\pi(1-\nu)} \int_L \left( v_i(y) \cos\psi \left[ (1-2\nu) + 2\beta_i^2 \right] + v_j(y) \left\{ (1-2\nu) \left[ n_j(x) \beta_i - n_i(x) \beta_j \right] + 2\beta_i \beta_j \cos\psi \right\} \right) dl_y = p_i(x_L) + p_i^T(x_L), \quad (2)$$

где  $V.p.$  – означает главное значение сингулярного интеграла по Коши,  $r = |y - x|$  – расстояние между фиксированной  $x$  и текущей  $y$  точками интегрирования,  $i = 1, 2$ ,  $y \in L$ ,  $\varphi$  – угол между направлением  $\bar{r}$  и вектором внешней нормали  $\bar{n}(y)$  в точке  $y$ ,  $\cos\varphi = n_i(y)\beta_i$ ,  $\cos\psi = n_i(x)\beta_i$ ,  $p_i(x_L)$  – заданный вектор внешних нагрузок,  $p_i^T(x_L)$  – вектор температурной фиктивной поверхностной нагрузки.

Найденная плотность потенциала  $\chi$  позволяет определить значение температуры в любой точке  $x$  области с помощью логарифмического потенциала двойного слоя:  $T(x) = \int_L \chi(y) \frac{\cos\varphi}{r} dl_y$ . Получены выражения для температурных добавок перемещений, напряжений и фиктивной поверхностной нагрузки. Построены выражения для термоупругих перемещений и напряжений во внутренних и граничных (при  $x=x_L$ ) точках области.

При стационарном температурном режиме решение задачи термоупругости делится на две основные части: 1) решение СИУ краевой задачи теплопроводности, вычисление температурных добавок перемещений, напряжений и фиктивной поверхностной температурной нагрузки; 2) решение СИУ термоупругости и вычисление термоупругих перемещений и напряжений. Благодаря такому подходу задача термоупругости сводится к задаче изотермической теории упругости. Каждая из частей состоит из трех этапов: а) замена интегральных уравнений СЛАУ с помо-



стью метода механических квадратур; б) решение СЛАУ и определение неизвестных плотностей потенциалов в точке интегрирования  $y$ :  $\chi(y)$  на 1-м этапе и  $v_i(y)$  на 2-м этапе. Полные перемещения и напряжения определяются как сумма «силово-вой» и температурной составляющих.

Численная реализация интегральных уравнений построена на базе метода механических квадратур. Интегралы вычисляются при помощи квадратурных формул Гаусса. Контур области может аппроксимироваться криволинейными и прямолинейными элементами (в виде дуги окружности или отрезка прямой). Отрезок прямой задается проекциями на оси координат и углом наклона к осям. Для дуги эти же параметры задаются с учетом кривизны. Плотность потенциалов внутри граничных элементов считается неразрывной. Предусмотрена возможность реализации областей с выступающими и входящими углами.

Построены интегральные уравнения задач теплопроводности для внешней и внутренней многосвязной областей (выражения (3) и (4) соответственно):

$$T_\infty - \pi\chi(x_L) + V.p. \int_{L_1} \chi(y) \frac{\cos \varphi}{r} dl_y + \sum_{k=1}^n A_k \ln r_{A_k} = F(x_L), \quad (3)$$

$$\pi\chi(x_L) + V.p. \sum_{i=1}^n \int_{L_i + L_k} \chi(y) \frac{\cos \varphi}{r} dl_y + \sum_{i=1}^n A_i \ln r_{A_i} = F(x_L), \quad (4)$$

где  $T_\infty$  – температура в бесконечно удаленных точках  $x$ ,  $r_{A_k}$  – расстояние от источника до точки границы  $L$ ,  $L_k$  – внешний (охватывающий) контур.

Решение уравнения Лапласа в многосвязной внешней области представляется в виде логарифмического потенциала двойного слоя, дополнив его фиктивными источниками тепла мощности  $A_k$ . Значения  $A_k$  определяются через среднее значение температуры на контуре области с учетом граничного условия  $T^{(m)} = \int_{L_i} F dl$  из

выражения:

$$T_k^{(m)} = \frac{1}{L_k} \sum_{k=1}^n A_k \int_{L_k} \ln r_{A_k} dl + T_\infty. \quad (5)$$

Аналогично получено решение уравнения Лапласа во внутренней многосвязной области. Построены также выражения температурных добавок перемещений и напряжений во внутренних и граничных точках.

Для численного решения плоских краевых задач теплопроводности и термоупругости в многосвязных внешней (бесконечной)  $D^-$  и внутренней (конечной)  $D^+$  областях разработан алгоритм и составлена компьютерная программа. Решение задачи термоупругости условно разбивается на две части, каждая из которых делится на указанные выше три этапа. На первом и третьем этапах решения первой части задачи добавляется вычисление констант  $A_i$ . На втором этапе решения, по-

сле замены системы СИУ системой линейных алгебраических уравнений, последняя решается методом оптимальных исключений Гаусса-Жордана. Составленная программа тестирована на задачах, точное решение которых заранее известно.

**В главе 3** рассматривается решение несвязанной нестационарной задачи теплопроводности. Существует два основных приема решения задач нестационарной теплопроводности: исключение временной зависимости в интегральных уравнениях и применение зависящих от времени пошаговых схем.

Для решения задачи нестационарной теплопроводности методом исключения временной зависимости в интегральных уравнениях применено преобразование Лапласа, с учетом временного параметра – используются потенциалы простого и двойного слоя. Получены новые ГИУ задач теплопроводности с граничными условиями первого и второго рода относительно неизвестных плотностей потенциала двойного  $\mu$  и простого  $\nu$  слоя соответственно:

$$\pm \frac{1}{2} \mu(x, t) + \int_0^t \frac{d\tau}{8\pi a^2 (t-\tau)^2} \int_L K(y, x, t-\tau) \mu(y, \tau) dl_y = F(y, \tau), \quad (6)$$

$$\pm \frac{1}{2} \nu(x, t) + \int_0^t \frac{d\tau}{4\pi a (t-\tau)_L} \int_L M(y, x, t-\tau) \nu(y, \tau) dl_y = Q(y, \tau), \quad (7)$$

где знак « $\rightarrow$ » применяется при решении внешней задачи, знак « $\leftarrow$ » – для внутренней задачи,  $a$  – коэффициент температуропроводности,  $r$  – расстояние между параметрической и текущей точками,  $F(y, \tau)$  и  $Q(y, \tau)$  – величины температуры и теплового потока на границе  $L$  области  $D$ .

Кроме того, с применением потенциалов простого и двойного слоя, начальных температур  $\Omega_r(x, t; T^0)$  и площади  $\Omega_s(x, t; \bar{X})$ , а также фундаментальных решений получены ГИУ начально-краевых задач термоупругости с граничными условиями первого и второго рода соответственно:

$$\frac{1}{2} \bar{g}(x, t) + \int_0^t \int_L \bar{T}(y, x, t-\tau) \bar{g}(y, \tau) dl_y d\tau = \quad (8)$$

$$= \int_0^t \int_L \bar{u}(y, x, t-\tau) \bar{p}(y, \tau) dl_y d\tau - \bar{\Omega}_s(x, t; \bar{X}) + \bar{\Omega}_r(x, t; T^0), \quad x \in D,$$

$$\frac{1}{2} \bar{u}(x, t) + \int_0^t \int_L \bar{T}(y, x, t-\tau) \bar{u}(y, \tau) dl_y d\tau = \bar{\Omega}(x, t; \bar{q}) + \bar{\Omega}_s(x, t; \bar{X}) - \quad (9)$$

$$- \bar{\Omega}_r(x, t; T^0), \quad x \in D.$$

Для численной реализации ГИУ используется следующий алгоритм: граница области разбивается на ряд граничных элементов, затем для каждой узловой точки, распределенной внутри элемента, строится дискретная форма уравнения, связывающая значение потенциала и его нормальных производных в каждом узле. Интегралы по граничным элементам вычисляются численным интегрированием. Путем

наложения граничных условий строится СЛАУ, решение которой позволяет найти значения неизвестной функции (например, перемещения или напряжения) на границе. С помощью дискретных представлений для соответствующей функции определяются значения функции во внутренних точках через граничные значения. При нестационарных температурных полях коэффициенты СЛАУ представляют собой интегралы по граничным элементам и по времени. Точность решения интегральных уравнений зависит от точности определения этих коэффициентов. При вычислении обычных интегралов (без особенностей) или интегралов со слабой особенностью используются квадратурные формулы Гаусса, а для вычисления сингулярных интегралов – формулы Лашеннова. Затем проводится решение СЛАУ относительно неизвестных плотностей с помощью численных методов. По результатам выполнения этого этапа определяются неизвестные значения во всех точках границы. Далее вычисляются значения неизвестных функций во внутренних точках области, учитывая результаты предыдущего этапа.

На основе построенного алгоритма разработаны компьютерные программы на алгоритмическом языке FORTRAN. Рассмотрены некоторые тестовые задачи для проверки достоверности алгоритма. В первом примере решена задача теплопроводности для кусочно-гладкой области. По известным температурным полям на внутренней и наружной поверхности определена зависимость температуры от радиуса, и результат расчета сравнивался с аналитическим решением. Относительная погрешность численного решения не превышает 3 %. Далее рассмотрена задача нестационарной теплопроводности о распределении температуры в квадратной области. Квадратная область разбивалась 20 граничными элементами. Краевые условия принимались в соответствии с существующим численным решением МКР Бруха и Живольского. Погрешность численного расчета температуры методом ГИУ составляет 2,1 %. Рассмотрена также задача по определению НДС квадратной тонкой пластины с круговым отверстием. На контуре области прикладывалась температурная нагрузка, которая действовала на протяжении 1 с. Затем приложенное воздействие снималось, и пластина в течении 300 с находилась при  $T = 20^{\circ}\text{C}$ .

Граничные условия задачи следующие: на внутреннем и внешнем контурах пластины отсутствуют механические нагрузки, две внешние грани, а также нижняя и верхняя плоскости теплоизолированы, на двух других гранях происходит теплообмен с воздухом. Пластина закреплена по нижней грани. Температуры на нетеплоизолированных наружной и внутренней гранях  $T_H = 250^{\circ}\text{C}$ ,  $T_B = 50^{\circ}\text{C}$ , характеристики материала: коэффициент теплопроводности  $\lambda = 60,5 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ , коэффициент

температурного расширения: на наружной и внутренней грани  $\alpha_H = 15 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$ ,

$\alpha_B = 30 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$ , модуль упругости  $E = 210 \text{ ГПа}$ , коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ ).

Симметрия рассматриваемой области позволила рассмотреть  $\frac{1}{4}$  часть пластины (рисунк 1).

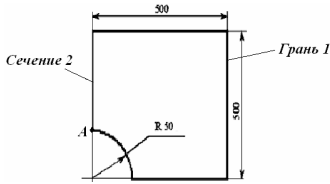


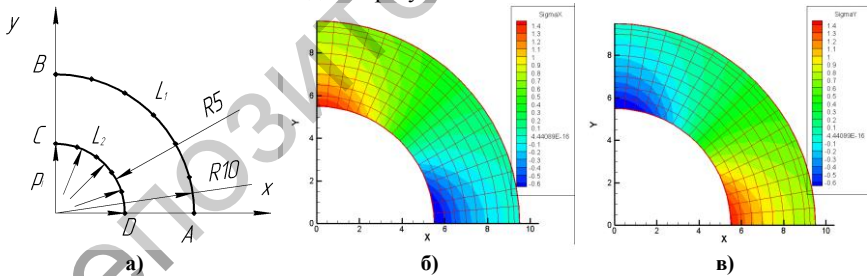
Рисунок 1. – Расчетная модель, мм



Рисунок 2. – Зависимость эквивалентных напряжений на грани 1 от координаты

Получены зависимости температур, нормальных напряжений и перемещений в различных сечениях от времени и координат. Результаты численного расчета методом ГИУ сравнивались с расчетом МКЭ, отклонение от ANSYS-результатов не превышает 2,8 %. Типичная зависимость эквивалентных напряжений по Мизесу от координаты приведена на рисунке 2.

Результаты расчета FORTRAN-программы приводятся в табличном виде. Для обработки результатов в основном использовался Microsoft Excel. Для наглядного графического представления результатов расчета производилась их обработка с помощью графического интерфейса Tecplot 360. С помощью разработанного симбиоза двух программ решены тестовые задачи по исследованию НДС длинного цилиндра (рисунок 3) и прямоугольной полосы. Сравнение с ANSYS-решением показало качественное совпадение результатов.



а) гранично-элементная модель сечения цилиндра; б) распределение напряжений  $\sigma_x$ ; в) распределение напряжений  $\sigma_y$

Рисунок 3. – Некоторые результаты Fortran-Tecplot-визуализации напряжений

В главе 4 выполнено численное решение задачи термоупругости для цилиндрических тел при воздействии высококонцентрированного источника нагрева (струи плазмы). Цель исследований температурных полей и НДС в телах цилиндрической формы заключалась в определении оптимальных режимов работы плазмотрона, что необходимо для проведения поверхностной закалки и повышения стойкости пробивного инструмента, используемого на ОАО «Брестмаш» (г. Брест). Конечно-элементная и гранично-элементная модели пробивного пуансона показана

на рисунках 4, 5. Материал – сталь Х12М, теплоемкость  $c = 750 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ ,

$\lambda = 45 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ ,  $\alpha = 15 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$ . Граничные условия соответствовали случаю приложения конвекции по внешним поверхностям модели (коэффициент конвекции 1000 Вт/(К·м²)). На верхней грани цилиндра приложена температура 650 °С. При статическом анализе нижняя грань пуансона считалась неподвижной.

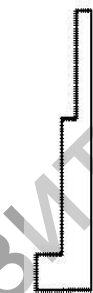
Проведен стационарный и нестационарный термостатический анализ цилиндра. Исследованы поля температур от координат и от времени в различных сечениях. Результаты расчета эквивалентных напряжений по Мизесу и перемещений, полученных методами граничных и конечных элементов, отличаются не более чем на 2 %.

Проведен стационарный и нестационарный термостатический анализ цилиндра. Исследованы поля температур от координат и от времени в различных сечениях. Результаты расчета эквивалентных напряжений по Мизесу и перемещений, полученных методами граничных и конечных элементов, отличаются не более чем на 2 %.

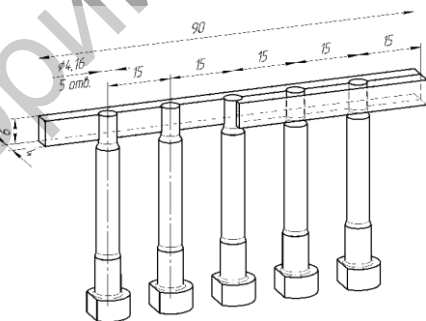
Кроме того, исследовано НДС цилиндрических тел при температурной нагрузке торцевой поверхности движущимся источником нагрева и различных условиях охлаждения, что необходимо для упрочнения наружной поверхности торца пуансона и повышения ее износостойкости без изменения характеристик сердцевины. Струя плазмы шириной 3 мм направлялась на торцы цилиндров, которые были обжаты двумя пластинами из меди М0 и собраны в обойму (рисунок 6).



**Рисунок 4.** –  
Конечно-  
элементная модель  
пуансона



**Рисунок 5.** –  
Гранично-  
элементная  
модель



**Рисунок 6.** – Приспособление для  
интенсивного теплоотвода

Численное моделирование проводилось в конечно-элементной среде ANSYS. В соответствии со скоростью движения плазменной струи к узлам дискретной модели ступенчатого цилиндра пошагово последовательно прикладывалась температурная нагрузка. Так как тепловой поток распределяется по ширине пятна нагрева по закону, близкому к вероятностной кривой Гаусса, то на торцевой поверхности, по которой движется плазменная струя, коэффициент конвекции задавался различным по ширине пятна нагрева, также соответствующим нормальному распределению. Его значение выбиралось с условием, чтобы для достижения требуемых характеристик поверхности максимальная температура поверхности торца составляла 1300–1370 °С. Удельная теплоемкость стали принималась зависящей от температуры. Равномерное движение пятна диаметром 3 мм проводилось с различными скоростями. Время движения определялось в зависимо-

сти от варьируемой скорости движения источника нагрева и диаметра торцевой части. Некоторые результаты исследований температурных полей для различных моментов времени приведены на рисунке 7.

Проведено сравнение температур, напряжений в зависимости от координаты вдоль оси при различных скоростях движения теплового источника. Проведенные исследования позволили определить оптимальные режимы работы плазматрона.

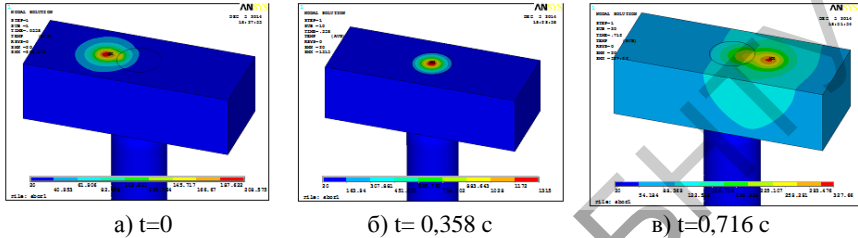


Рисунок 7. – Распределение температурных полей в системе обоймы-деталь при токе дуги  $I=10$  А и расходе защитного газа  $Q=3,1$  л/мин

При пробивке отверстий с помощью пуансонов возникающие в месте удара силовые воздействия оказывают значительное влияние на работоспособность пуансона и могут привести к его деформированию, выкрашиванию материала на кромках или истиранию защитного покрытия на боковой цилиндрической поверхности. Как правило, цилиндрический пуансон имеет плоскую торцевую поверхность. Однако в процессе эксплуатации часто происходит искривление оси и выход его из строя. С целью повышения эксплуатационных свойств такого инструмента проведено моделирование процесса пробивки отверстий пуансонами с различной формой торцевой части с целью исключения внецентренного нагружения. Наряду с плоской, рассмотрены еще три геометрические формы торцевой поверхности: конусная с внешним и внутренним конусом с углом у основания, равным 1 градус; и конусная с конусом лишь в центральной части торца. По результатам численного моделирования в ANSYS определена оптимальная форма рабочей зоны – внешний конус. Результаты расчетов позволили повысить стойкость инструмента в производственных условиях в 1,8 раза. Некоторые результаты ANSYS – расчета эквивалентных напряжений по Мизесу приведены на рисунке 8.

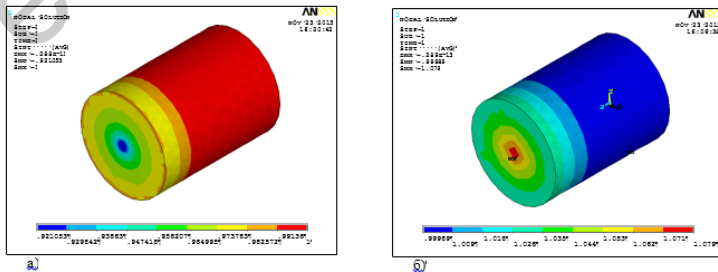


Рисунок 8. – Распределение эквивалентных напряжений по Мизесу для конусной формы торцевой поверхности с внутренним (а) и внешним (б) конусом

В главе 5 рассматривается решение задач термоупругости цилиндрических тел при одновременном или раздельном механическом, температурном и радиационном воздействиях. Такие задачи особенно актуальны в свете строительства первой Белорусской АЭС.

Рассмотрен бесконечно длинный цилиндр из аустенитной нержавеющей стали ОХ16Н15МЗБ (AISI 316, 316L), нагруженный внешним давлением и подверженный воздействию флюенсом нейтронов (рисунок 9). Плотность потока быстрых нейтронов  $\Phi = 2,81 \cdot 10^{19}$  нейтр./ $(\text{см}^2 \cdot \text{ч})$ , температура на боковой поверхности  $T_s = 700^\circ \text{C}$ , характеристики материала следующие:  $\alpha = 16 \cdot 10^{-6}$  град $^{-1}$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $E = 1,5 \cdot 10^{11}$  Па,  $\lambda_{cm} = 12$  Вт/ $(\text{м} \cdot \text{град})$ ,  $q_v = 2,234 \cdot 10^8$  Вт/ $\text{м}^3$ ,  $t = 1000$  ч. Зависимость температуры и радиационного распухания от радиуса известна (рисунок 10):

$$S(T(r), t) = 4,9 \cdot 10^{-51} \cdot (\Phi \cdot t)^{1,71} \cdot 10^{\frac{15490}{T} - \frac{5,98 \cdot 10^6}{T^2}}, \quad T(r) = T_s + \frac{q_v}{4\lambda} (R^2 - r^2). \quad (10)$$

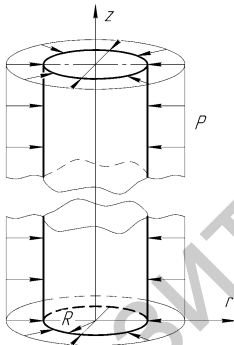


Рисунок 9. – Расчетная схема длинного цилиндра

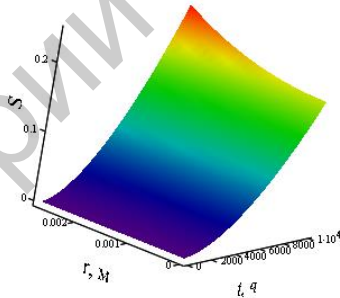


Рисунок 10. – Распределение функции радиационного распухания вдоль радиуса длинного сплошного цилиндра

На основе дифференциальных уравнений равновесия с соответствующими данному виду комплексного воздействия граничными условиями с учетом геометрических соотношений Коши и формул обобщенного закона Гука для сплошного цилиндра получено дифференциальное уравнение (ДУ) равновесия в перемещениях:

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \left( \alpha \cdot \frac{dT}{dr} + \frac{1}{3} \frac{dS}{dr} \right). \quad (11)$$

Для решения (11) предложена новая методика совместного применения принципа суперпозиции и методов аппроксимации, т. е. решение (11) сводится к решению двух ДУ, учитывающих отдельно температурное и радиационное нагружение. Для температурной части получено решение в аналитическом виде. Для радиационного воздействия использовалась аппроксимация функции S полиномом третьей

степени. Определены коэффициенты интерполяционного полинома. В результате проведенных вычислений получена зависимость перемещений от радиуса для различных моментов времени. Например, для момента времени  $t=1000$  ч зависимость  $u_r(r)$  имеет вид:

$$u_r = 0,02154325r + 0,00227r^2 + 14,132r^3 + 7880r^4. \quad (12)$$

По результатам расчета полей перемещений построены выражения для напряжений и деформаций. Типичные графики зависимостей приведены на рисунке 11.

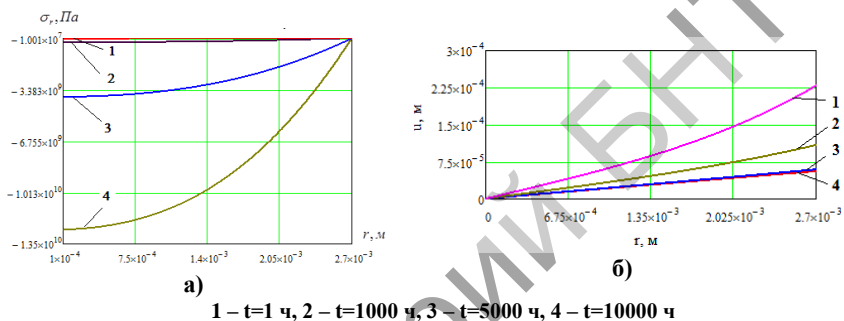


Рисунок 11. – Зависимость радиальных напряжений (а) и перемещений (б) от радиуса для различных моментов времени

Ввиду отсутствия экспериментальных результатов с учетом флюенса нейтронов верификация разработанной модели проводилась только для температурных нагрузок, результаты сравнивались с существующими аналитическими решениями. Сравнение результатов расчета перемещений показало их хорошее совпадение.

Рассмотрен также короткий сплошной цилиндр радиусом  $R$  из стали ОХ16Н15МЗБ, нагруженный внешним радиальным и осевым давлением и находящийся в условиях нейтронного облучения (рисунок 12). Зависимость температуры  $T$  и радиационного распухания  $S$  от координат  $r$  и  $z$  известна (рисунок 13).

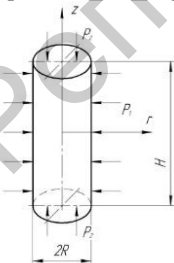


Рисунок 12. – Расчетная схема короткого цилиндра

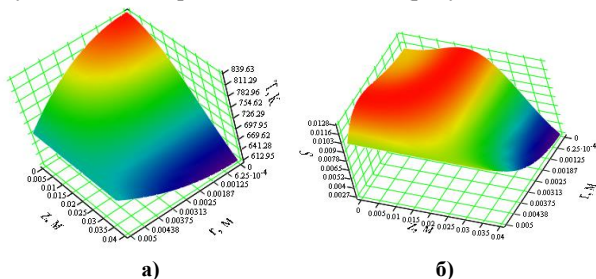


Рисунок 13. – Поверхности температуры (а) и радиационного распухания (б) в момент времени 1000 часов



Для решения задачи построена система неоднородных ДУ второго порядка в перемещениях:

$$\lambda \left( \frac{(1-\nu)}{\nu} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} - \frac{u_r}{r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{\lambda}{2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial r \partial z} + \mu \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{E}{1-2\nu} \left( \alpha \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{3} \frac{\partial S}{\partial r} \right) = 0,$$

$$\lambda \left( \frac{(1-\nu)}{\nu} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z \partial r} + \frac{1}{2r} \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) + \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} \right) - \frac{E}{(1-2\nu)} \left( \alpha \cdot \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{3} \frac{\partial S}{\partial z} \right) = 0, \quad (13)$$

где  $\mu = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)}$ ;  $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$  – параметры Ламе.

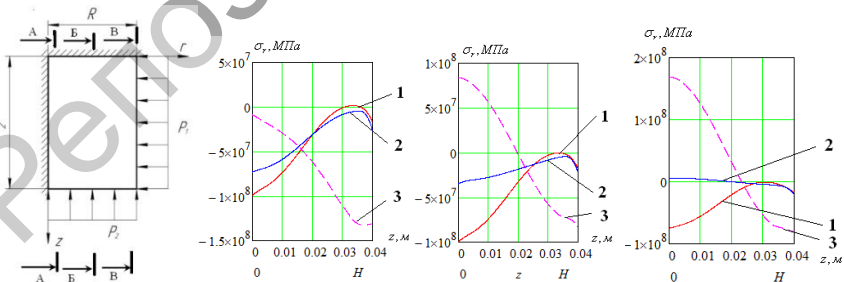
Граничные условия:

при  $r = 0$ :  $u_r = 0$ ,  $\frac{\partial u_z}{\partial r} = 0$ ,                      при  $r = R$ :  $\sigma_r = -P_1 = -10 \text{ МПа}$ ,  $\tau_{rz} = 0$ ,

при  $z = 0$ :  $u_z = 0$ ,  $\tau_{rz} = 0$ ,                      при  $z = H$ :  $\sigma_z = -P_2 = -20 \text{ МПа}$ ,  $\tau_{rz} = 0$ .

Проведено численное решение системы уравнений (13) методом конечных разностей. Получена система конечно-разностных уравнений для внутренних точек области и конечно-разностные соотношения для граничных условий. Решение системы алгебраических уравнений выполнено в среде MathCAD 15. Разработанная программа позволяет проводить расчет перемещений, деформаций и напряжений, варьируя исходными физико-механическими характеристиками материала, временем нагружения, а также шагом конечно-разностной сетки, что позволяет оценивать устойчивость решения.

Получены зависимости напряжений, перемещений, деформаций от координат для разных моментов времени. Исследована зависимость напряжений и деформаций от времени облучения и свойств материала. Кроме того, проведено исследование влияния интенсивности температуры и радиационного воздействия на напряжения, деформации и перемещения точек цилиндра.



1 – сечение А-А 2 – сечение Б-Б 3 – сечение В-В

Рисунок 14. – Зависимости радиальных напряжений от координаты  $z$  в различных сечениях

Достоверность разработанной модели ввиду отсутствия аналитических решений такого рода задач проверялась при раздельных механических и температурных

нагружениях. Сравнение результатов с существующими аналитическими решениями подтвердило точность конечно-разностной схемы. При числе интервалов разбиения сетки  $k > 20$  погрешность численного расчета не превышает 0,3 %.

Кроме того, проведена проверка согласованности конечно-разностной схемы. Устойчивость конечно-разностного решения проверялась методом фон Неймана. Для оценки сходимости применялась теорема Лакса.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### Основные научные результаты диссертации

1. Усовершенствован классический метод граничных интегральных уравнений, и проведено его развитие на решение двумерных несвязанных стационарных и нестационарных задач термоупругости однородных изотропных тел для внешней и внутренней многосвязной областей. Предложена методика перехода от краевых задач термоупругости к задачам изотермической теории упругости. С использованием потенциалов простого и двойного слоя, формулы Грина построены граничные интегральные уравнения двумерных краевых задач термоупругости при стационарном и нестационарном температурном поле [1, 2, 4, 5, 8, 11, 14, 22, 24, 29, 30, 34, 35, 36, 37, 40, 60, 61, 68, 80, 81].

2. На основе полученных интегральных уравнений разработаны алгоритмы численного решения плоских несвязанных внешних и внутренних краевых задач теплопроводности и термоупругости с использованием метода ГИУ, составлены компьютерные программы для решения задач для областей с произвольной кусочно-гладкой геометрией границы и краевыми условиями с возможностью визуализации полученных результатов с помощью программы визуализации Tecplot 360. Исследовано НДС тел с кусочно-гладкой границей при воздействии нестационарного температурного поля. При вычислении напряжений в граничных точках области тензор напряжений вычисляется с помощью закона Дюамеля-Неймана по известным значениям вектора граничных сил и касательной деформации. Сопоставление результатов с известными решениями показало высокую точность разработанного алгоритма [6, 7, 12, 15, 16, 18, 20, 21, 26, 27, 37, 39, 45, 51, 53, 62, 64, 66, 71, 73, 76, 78, 83].

3. С помощью методов граничных интегральных уравнений и метода конечных элементов разработан алгоритм и созданы механико-математические модели по исследованию НДС цилиндрических тел при силовом воздействии и температурном нагружении движущимся высококонцентрированным источником нагрева при различных граничных условиях. Решены задачи по исследованию НДС цилиндрических пуансонов при поверхностном плазменном упрочнении рабочей зоны и действии механических нагрузок. Выполнено конечно-элементное и гранично-элементное моделирование процесса пробивки отверстий в листовом материале [10, 13, 19, 23, 28, 32, 33, 41, 42, 44, 48, 49, 50, 52, 55, 61, 63, 69, 74, 77, 82]. Установлено, что наиболее рациональной является торцевая форма пробивного инструмента, позволяющая снизить вероятность искривления оси и уменьшить износ режущей кромки. Выполненные расчеты позволили оптимизировать форму рабочей зоны цилиндрических пробивных пуансонов, что позволило значительно увеличить срок их эксплуатации [20, 79].

4. Созданы механико-математические модели нелинейного деформирования твердых тел, учитывающие термосиловое нагружение с одновременным интенсивным облучением высокоэнергетическими частицами. Проведено приближенное решение дифференциального уравнения равновесия для длинных цилиндрических тел с использованием принципа суперпозиции и методов аппроксимации. С использованием метода конечных разностей выполнена численная реализация разработанных моделей осесимметричных терморadiационных задач на базе системы компьютерной алгебры MathCAD, получены зависимости компонент тензоров напряжений и деформаций от координат. Анализ сходимости конечно-разностной схемы подтверждает достоверность предложенной методики [9, 17, 31, 54, 56, 58, 77, 78].

5. Выполнен анализ точности решения рассмотренных задач сравнительно с данными аналитических, численных и экспериментальных методов. Установлено, что предложенные методики и алгоритмы численного расчета могут использоваться для исследования плоского и осесимметричного НДС при силовом, температурном и радиационном нагружении. Предложены рекомендации по созданию оптимальных температурных режимов в процессе поверхностного упрочнения пробивного инструмента [3, 25, 38, 43, 46, 47, 57, 59, 65, 67, 70, 72, 75].

#### **Рекомендации по практическому использованию результатов**

Разработанные методы, алгоритмы и программные средства могут быть использованы для решения прикладных инженерных задач и дальнейшего совершенствования и развития численных методов исследования НДС конструктивных элементов, находящихся в условиях сложных температурных, механических и радиационных воздействий. Отдельные результаты работы, касающиеся оптимальной формы рабочей зоны пробивного инструмента, внедрены в производство на ОАО «Брестмаш» (г. Брест) и в учебный процесс УО «Брестский государственный технический университет» при чтении лекционных курсов студентам строительных и механических специальностей, а также проведении лабораторных работ по специальному курсу «Плазменные технологии» для магистрантов и аспирантов.

Документы, подтверждающие использование результатов работы, приведены в приложениях к диссертационной работе.

**СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ****Статьи в рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК**

1. Веремейчик, А. И. Применение интегрального преобразования Лапласа к исследованию нестационарных тепловых процессов / А. И. Веремейчик // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2000. – № 5. – С. 32–34.

2. Веремейчик, А. И. Метод потенциала для решения задачи Дирихле нестационарной термоупругости / А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2001. – № 4. – С. 53–55.

3. Веремейчик, А. И. Определение двумерных температурных полей с помощью пакета «Математика» / А. И. Веремейчик // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2001. – № 4. – С. 55–59.

4. Веремейчик, А. И. Решение двумерных несвязанных нестационарных краевых задач термоупругости изотропных тел методом граничных интегральных уравнений / А. И. Веремейчик // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2001. – № 5. – С. 66–69.

5. Веремейчик, А. И. Интегральный метод решения нестационарной задачи теплопроводности / А. И. Веремейчик // Вестник Брест. гос. техн. ун-та. – 2003. – № 2. – С. 40–42.

6. Хвисевич, В. М. Использование метода граничных интегральных уравнений и Tecplot при исследовании напряженно-деформированного состояния твердых тел / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский // Теоретическая и прикладная механика. – 2014. – Вып. 29. – С. 194–199.

7. Веремейчик, А. И. К решению плоских краевых задач термоупругости неоднородных тел методом потенциала / А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский, В. М. Хвисевич // Теоретическая и прикладная механика. – 2015. – Вып. 30. – С. 184–189.

8. Веремейчик, А. И. Интегральные уравнения нестационарных осесимметричных краевых задач теплопроводности при различных граничных условиях / А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич // Теоретическая и прикладная механика. – 2016. – Вып. 31. – С. 234–237.

9. Хвисевич, В. М. Моделирование напряженно-деформированного состояния цилиндрических тел конечной длины при нагреве и нейтронном облучении / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский // Теоретическая и прикладная механика. – 2017. – Вып. 32. – С. 65–71.

10. Теоретические исследования температурных полей при воздействии плазменной струи по результатам экспериментальных данных / А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич, М. И. Сазонов, И. Г. Томашев // Теоретическая и прикладная механика. – 2017. – Вып. 32. – С. 94–99.

**Статьи в других научных изданиях**

11. Веремейчик, А. И. К решению нестационарной задачи теплопроводности методом теории потенциала в изображениях / А. И. Веремейчик // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2006. – № 5. – С. 99–102.

12. Веремейчик, А. И. Особенности программной реализации метода граничных интегральных уравнений для решения плоских несвязанных задач нестационарных

нарной термоупругости изотропных тел / А. И. Веремейчик // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2007. – № 4. – С. 40–44.

13. Веремейчик, А. И. Конечно-элементный расчет нестационарных полей температур в пластинке при воздействии сосредоточенного источника тепла / А. И. Веремейчик, К. С. Юркевич // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2007. – № 4: Машиностроение. – С. 44–46.

14. Веремейчик, А. И. Метод граничных интегральных уравнений в нестационарных термоупругих задачах механики твердого тела / А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2008. – № 4. – С. 37–40.

15. Хвисевич, В. М. Численный расчет температурных полей и термонапряжений при поверхностном упрочнении пуансонов для пробивки отверстий / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2011. – № 4. – С. 11–15.

16. Теоретические и экспериментальные исследования процесса поверхностного плазменного упрочнения режущего инструмента / М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2012. – № 4. – С. 28–31.

17. Хвисевич, В. М. Исследование напряженно-деформированного состояния сплошного цилиндра при температурном, механическом и радиационном нагружении / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2012. – № 4. – С. 25–28.

18. Хвисевич, В. М. Численная реализация интегральных уравнений двумерных задач теории упругости методом ГИУ / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2013. – № 4. – С. 58–61.

19. Хвисевич, В. М. Напряженно-деформированное состояние пробивного пуансона при поверхностной плазменной закалке рабочей зоны и интенсивном теплоотводе / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2014. – № 4. – С. 53–58.

20. Влияние формы рабочей зоны пуансона на его напряженно-деформированное состояние при пробивке отверстий / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский, С. Р. Онысько // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. – 2015. – № 4. – С. 67–72.

#### **Статьи в сборниках научных трудов**

21. Веремейчик, А. И. К численной реализации двумерных краевых задач нестационарной термоупругости с помощью теории потенциала / А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич // Теоретическая и прикладная механика: сб. науч. трудов / БНТУ. – Минск, 2002. – С. 109–115.

22. Веремейчик, А. И. Метод бигармонических потенциалов для решения осесимметричной задачи термоупругости / А. И. Веремейчик // Теоретическая и прикладная механика: сб. науч. трудов / БНТУ. – Минск, 2005. – Вып. 19. – С. 236–238.

23. Веремейчик, А. И. Теоретическое и экспериментальное определение температурных полей при воздействии плазменной струи / А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич, Д. Л. Цыганов // Механика и физика процессов на поверхности и в контакте

твердых тел и деталей машин: межвузовский сб. науч. трудов / Тверской гос. техн. ун-т. – Тверь, 2006. – С. 139–146.

24. Веремейчик, А. И. Метод граничных интегральных уравнений в расчетах температурных полей и термонапряжений при плазменном упрочнении / А. И. Веремейчик // Инженерия поверхности: сб. науч. ст. / Брестский гос. техн. ун-т. – Брест, 2007. – С. 11–16.

25. Веремейчик, А. И. Температурное поле в стенке полого цилиндра / А. И. Веремейчик // Теоретическая и прикладная механика: межведомств. сборник научно-методических статей / БНТУ. – Минск, 2007. – Вып. 22. – С. 118–125.

26. Хвисевич, В. М. К исследованию граничных значений напряжений при решении плоских нестационарных задач термоупругости однородных изотропных тел методом граничных элементов / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик // Теоретическая и прикладная механика. – 2008. – Вып. 23. – С. 46–48.

27. Хвисевич, В. М. Построение дискретных аналогов граничных интегральных уравнений для двумерных несвязанных нестационарных краевых задач термоупругости / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. науч. трудов. – Гомель: БелГУТ, 2008. – Вып. 2. – С. 63–70.

28. Определение температурных полей при воздействии высококонцентрированного в телах источника нагрева / А. И. Веремейчик, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич, С. Якушевич // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. науч. трудов. / Белорус. гос. ун-т транспорта. – Гомель, 2009. – Вып. 2. – С. 21–27.

29. Хвисевич, В. М. О некоторых фундаментальных и сингулярных решениях двумерных нестационарных задач несвязанной термоупругости изотропных тел / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик, И. С. Сырица // Теоретическая и прикладная механика. – 2009. – Вып. 24. – С. 27–29.

30. Хвисевич, В. М. Метод потенциала в нестационарных термоупругих задачах механики деформируемого твердого тела / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик // Теоретическая и прикладная механика. – 2012. – Вып. 27. – С. 351–357.

31. Хвисевич, В. М. Осесимметричное напряженно-деформированное состояние длинного цилиндра при терморadiационном и механическом воздействиях / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: межд. сб. науч. ст. / Белорус. гос. ун-т транспорта. – Гомель, 2013. – С. 21–28.

32. Расчет нестационарных термоупругих напряжений при воздействии локального высококонцентрированного источника тепла / А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич, Д. Л. Цыганов // Механика и наномеханика структурно-сложных и гетерогенных сред. Успехи, проблемы, перспективы: сб. науч. трудов, Москва, 23–31 декабря 2014 г. / Институт прикладной механики РАН. – М.: ИПРИМ РАН, 2014. – С. 244–252.

33. Исследование НДС при локальной закалке рабочей зоны пробивного инструмента с интенсивным теплоотводом / М. И. Сазонов, А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич, В. В. Гарбачевский, Д. Л. Цыганов // Фундаментальные и прикладные проблемы физики: сб. научн. трудов. – Саранск: Мордовск. гос. пед. инт-т, 2015. – С. 40–46.

34. Хвисевич, В. М. *Граничные интегральные уравнения температурной и термоупругой задач в цилиндрических координатах* / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик // *Механика. Исследования и инновации.* – 2016. – Вып. 9. – С. 130–138.

### **Материалы конференций**

35. Веремейчик, А. И. К решению плоских краевых задач нестационарной термоупругости методом потенциала / А. И. Веремейчик // V Республиканская научная конференция студентов, магистрантов и аспирантов Республики Беларусь (НИРС–2000): материалы науч. конф., 25–27 апреля 2000 г.: в 5 ч. / Гродн. гос. ун-т; редкол.: С. А. Маскевич [и др.]. – Гродно: ГрГУ, 2000. – Ч. 4. – С. 49–52.

36. Веремейчик, А. И. *Граничные интегральные уравнения двумерных нестационарных краевых задач несвязанной термоупругости* / А. И. Веремейчик // *Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике: сб. науч. трудов Междунар. конф., Минск, 3–5 декабря 2001 г.* / БНТУ; редкол.: Ю. В. Василевич [и др.]. – Минск: УП «Технопринт», 2001. – С. 99–102.

37. Веремейчик, А. И. К решению интегральных уравнений нестационарных задач термоупругости / А. И. Веремейчик // *Современные методы проектирования машин. Расчет, конструирование и технология изготовления: сб. науч. трудов Междунар. научно-практ. конф., Минск, 11–13 декабря 2002 г.: в 2 т.* / БНТУ; редкол.: П. А. Витязь [и др.]. – Минск: УП «Технопринт», 2002. – Т. 2. – С. 270–273.

38. Bosiakov, S. M. *Tension of the cylinder under activity of a stationary temperature field* / S. M. Bosiakov, V. M. Khyisevitch, A. I. Verameichyk // *Plasma Physics and Technology: Proc. of IV Intern. Conf., Minsk, 15–19 september 2003.* – Minsk, 2003. – P. 301–304.

39. Хвисевич, В. М. К численной реализации интегральных уравнений нестационарных задач термоупругости / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик // *Вычислительная механика деформируемого твердого тела: труды Междунар. науч.-техн. конф., Москва, 31 января – 2 февраля 2006 г.* / Московский гос. ун-т путей сообщения: в 2-х т. – М., 2006. – Том 2. – С. 421–424.

40. Хвисевич, В. М. Развитие теории потенциала для решения нестационарных задач термоупругости / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик // *Современные научные проблемы и вопросы преподавания теоретической и математической физики, физики конденсированных сред и астрономии: сб. матер. Респ. науч. – метод. конф., Брест, 19–20 апреля 2007* / БрГУ им. А.С. Пушкина. – Брест, 2007. – С. 172–175.

41. Температурный и статический анализ процесса поверхностного плазменного упрочнения в ANSYS / С. М. Босьяков, А. И. Веремейчик, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич, К. С. Юркевич // *Актуальные проблемы прочности: матер. XLVII Междунар. науч. конф., Нижн. Новгород, 1–5 июля 2008 г.* / Нижегородский гос. ун-т. – Нижний Новгород, 2008. – С. 354–356.

42. Веремейчик, А. И. Применение метода ГИУ в расчетах температурных полей и термонапряжений при поверхностном плазменном упрочнении / А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич // *Актуальные проблемы прочности: матер. XLVII Междунар. науч. конф., Нижний Новгород, 1–5 июля 2008 г.* / Нижегородский гос. ун-т. – Нижний Новгород, 2008. – С. 360–362.

43. Исследование температурных полей и термонапряжений в стальных деталях при поверхностной плазменной закалке / С. М. Босяков, А. И. Веремейчик, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич, К. С. Юркевич // Теория и практика энергосберегающих термических процессов в машиностроении: сб. трудов Междунар. науч.-техн. конф., Минск, 19–21 ноября 2008 г. / МАЗ. – Минск, 2008. – С. 115–118.

44. Применение вычислительного комплекса ANSYS для исследования процесса закалки сталей / С. М. Босяков, А. И. Веремейчик, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич, К. С. Юркевич // Оборудование и технологии термической обработки металлов и сплавов: сб. докладов IX Междунар. науч.-техн. конгр. термистов и металлосведов, Харьков, 21–25 апреля 2008 г. / ННЦ ХФТИ. – Харьков, 2008. – С. 288–292.

45. Веремейчик, А. И. Решение осесимметричной задачи термоупругости для однородных изотропных тел методом бигармонических потенциалов / А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич // Прикладные задачи математики и механики: матер. XVI Междунар. научно-техн. конф., Севастополь, 15–19 сентября 2008 г. / СевНТУ. – Севастополь, 2008. – С. 36–38.

46. Экспериментальное и теоретическое исследование процесса закалки движущейся плазменной дугой / С. М. Босяков, А. И. Веремейчик, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич, К. С. Юркевич // Современные методы и технологии создания и обработки материалов: сб. матер. III Междунар. научн. конф., Минск, 15–17 октября 2008 г.: в 4 кн. / ФТИ НАН Беларуси; редкол.: С.А. Астапчик (гл. ред.) [и др.]. – Минск, 2008. – Кн. 2. – С. 193–199.

47. Веремейчик, А. И. Исследование напряженно-деформированного состояния стальной прямоугольной пластинки с отверстием при поверхностной плазменной закалке / А. И. Веремейчик // Высокие технологии, фундаментальные и прикладные исследования, промышленность: сб. трудов VI Междунар. научно-практ. конф., Санкт-Петербург, 16–17 октября 2008 г. / СПбГУ. – Санкт-Петербург, 2008. – С. 138–139.

48. Веремейчик, А. И. Численное моделирование распределения температурных полей в телах при воздействии высококонцентрированного источника нагрева / А. И. Веремейчик, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич // Высокие технологии, фундаментальные и прикладные исследования, промышленность: сб. трудов VI Междунар. науч.-практ. конф., Санкт-Петербург, 16–17 октября 2008 г. / СПбГУ. – Санкт-Петербург, 2008. – С. 140–141.

49. Теоретические и экспериментальные исследования формирования полей температур при воздействии движущейся плазменной дуги / С. М. Босяков, А. И. Веремейчик, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич, К. С. Юркевич // Высокие технологии, фундаментальные и прикладные исследования, промышленность: сб. трудов VII Междунар. науч.-практ. конф., Санкт-Петербург, 28–30 апреля 2009 г. / СПбГУ. – Санкт-Петербург, 2009. – С. 91–92.

50. Босяков, С. М. Моделирование движения плазменной струи при поверхностном плазменном упрочнении стальных изделий / С. М. Босяков, А. И. Веремейчик, К. С. Юркевич // Высокие технологии, фундаментальные и прикладные исследования, промышленность : сб. трудов VII Междунар. науч.-практ. конф., Санкт-Петербург, 28–30 апреля 2009 г. / СПбГУ. – Санкт-Петербург, 2009. – С. 93–94.



51. Хвисевич, В. М. Метод потенциала для решения плоской задачи нестационарной термоупругости / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик // *Материалы XVII Междунар. конф. по вычислительной механике и современным прикладным программным системам «ВМСППС-2011»*, Алушта, 25-31 мая 2011 г. – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2011. – С. 86–88.

52. Исследование температурных полей и термонапряжений в цилиндрическом пуансоне при поверхностной закалке / А. И. Веремейчик, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич, С. Якушевич // *Промышленность региона: проблемы и перспективы инновационного развития : материалы II респ. науч.-техн. конф.*, 17–18 мая 2012 г. / ГрГУ им. Я.Купалы; редкол.: В. А. Струк (гл. ред.) [и др.]. – Гродно, 2012. – С. 211–213.

53. Веремейчик, А. И. FORTRAN – программа численного решения двумерных краевых задач теории упругости и термоупругости методом граничных интегральных уравнений / А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский, Е. А. Мороз // *Современные проблемы математики и вычислительной техники: сб. материалов VIII Респ. науч. конф. молодых ученых и студ.*, Брест, 21–23 ноября 2013 г. / Брестский гос. техн. ун-т; под ред. В.С. Рубанова [и др.]. – Брест: изд-во БрГУ, 2013. – С. 48–51.

54. Веремейчик, А. И. Исследование напряженно-деформированного состояния длинных цилиндрических тел при терморadiационном нагружении / А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич, В. В. Гарбачевский // *Современные проблемы математики, механики, информатики: материалы Междунар. научн. конф.*, Тула, 16–20 сентября 2013 г. /– Тула: Тульский гос. ун-т, 2013. – С. 504–510.

55. Нестационарный термостатический анализ при поверхностной плазменной закалке рабочей зоны пробивного пуансона / А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич, Д. Л. Цыганов // *Новые технологии и материалы, автоматизация производства: матер. междунар. научно-техн. конф.*, Брест, 29–30 октября 2014 г. / БрГУ. – Брест, 2014. – С. 162–165.

56. Осесимметричное термоупругое деформирование цилиндрических тел при нагреве и облучении / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский, Е. А. Мороз // *Новые технологии и материалы, автоматизация производства: матер. междунар. науч.-техн. конф.*, Брест, 29–30 октября 2014 г. / БрГУ. – Брест, 2014. – С. 168–171.

57. Численное моделирование нестационарных температурных полей, напряжений и перемещений при локальном упрочнении рабочей поверхности пробивного инструмента и принудительном теплоотводе / А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич // *Перспективные материалы и технологии: сб. материалов междунар. симпозиума*, Витебск, 17–29 мая 2015 г. / Витебск. гос. технол. ун-т. – Витебск, 2015. – С. 279–281.

58. Хвисевич, В. М. Осесимметричное термосиловое деформирование коротких цилиндрических тел при нейтронном облучении / В. М. Хвисевич, А.И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский // *Новые технологии и материалы, автоматизация производства: матер. межд. научно-технич. конф.*, Брест, 2–3 ноября 2016 г. / БрГУ. – Брест, 2016. – С. 184–187.

59. Теоретические исследования температурных полей в приповерхностном слое с учетом экспериментальных данных / В. В. Батрак, А. И. Веремейчик, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич, Н. В. Черноиван // *Новые технологии и материалы,*

автоматизация производства: матер. межд. науч.-техн. конф., Брест, 2–3 ноября 2016 г. / Брестский гос. техн. ун-т. – Брест, 2016. – С. 194–197.

### Тезисы докладов

60. Verameychyk, A. I. Reduction of a boundary value problem of non-stationary thermoelasticity to integrable equations of a potential theory / A. I. Verameychyk // Abstracts 2<sup>nd</sup> European Conference on Computational Mechanics, 26–29 June 2001, Cracow, Poland. – Cracow: Institute of Computer Methods in Civil Engineering, 2001. – Vol. 2. – P. 826–827.

61. Веремейчик, А. И. Граничные интегральные уравнения двумерных квазистатических задач несвязанной термоупругости / А.И. Веремейчик // Труды Математического центра им. Н. И. Лобачевского. – Казань: Издательство «ДАС», 2001. – Т. 12. – С. 77.

62. Веремейчик, А. И. Реализация метода граничных элементов для решения нестационарных задач термоупругости / А. И. Веремейчик // Современные проблемы математики, механики, информатики : тез. докл. Междунар. науч. конф., Тула, 22–26 ноября 2005 г. / Тульский гос. ун-т. – Тула, 2005. – С. 178–181.

63. Веремейчик, А. И. Определение температурных полей при воздействии движущегося источника тепла / А. И. Веремейчик, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич, С. Якушевич // XVI Петербургские чтения по проблемам прочности: сборн. тез. докл. конф., Санкт - Петербург, 14–16 марта 2006 г. / СПбГУ. – Санкт-Петербург, 2006. – С. 140.

64. Веремейчик, А. И. Исследование напряженно-деформированного состояния прямоугольной пластинки с отверстием методом граничных интегральных уравнений / А. И. Веремейчик // Современные проблемы математики, механики, информатики: тез. докл. Междунар. научн. конф., Тула, 19-23 ноября 2007 г. / Тульский гос. ун-т. – Тула, 2007. – С. 122–123.

65. Веремейчик, А. И. Метод граничных интегральных уравнений в термоупругих задачах механики поверхности / А. И. Веремейчик // Новые функциональные материалы, современные технологии и методы исследования: матер. IV региональной конф. молодых ученых, Гомель, 23–24 сентября 2008 г. / ИММС НАН Беларуси. – Гомель, 2008. – С. 164–166.

66. Хвисевич, В. М. Гранично-элементное решение задачи нестационарной термоупругости для плоской многосвязной области при температурном нагружении / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик, И. Г. Томашев // Современные проблемы машиноведения : тез. докл. VII Междунар. науч.-техн. конф., Гомель, 23–24 октября 2008 г. / ГГТУ им. П.О. Сухого. – Гомель, 2008. – С. 79.

67. Веремейчик, А. И. Методы граничных и конечных элементов в нестационарных термостатических задачах / А. И. Веремейчик, К. С. Юркевич // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: матер. Междунар. конф. молодых ученых, Могилев, 20–21 ноября 2008 г. // Белорусско-Российский ун-т. – Могилев, 2008. – С. 67.

68. Веремейчик, А. И. Дискретные уравнения метода граничных элементов двумерных несвязанных нестационарных задач термоупругости / А. И. Веремейчик // Новые материалы, оборудование и технологии в промышлен-

ности: матер. Междунар. конф. молодых ученых, Могилев, 20–21 ноября 2008 г. // Белорусско-Российский ун-т. – Могилев, 2008. – С. 66.

69. Веремейчик, А. И. Численное моделирование температурных полей при воздействии высококонцентрированного источника нагрева / А. И. Веремейчик // XX Междунар. инн.-ориент. конф. молодых учёных и студ. МИКМУС-2008: матер. конф., Москва, 10–12 ноября 2008 г. – М.: ИМАШ РАН, 2008. – С. 94.

70. Веремейчик, А. И. Сравнительный анализ решений задачи нестационарной термоупругости методами граничных и конечных элементов / А. И. Веремейчик, К. С. Юркевич, Д. Л. Цыганов // XX Междунар. инн.-ориент. конф. молодых учёных и студ. МИКМУС-2008: матер. конф., Москва, 10–12 ноября 2008 г. – М.: ИМАШ РАН, 2008. – С. 96.

71. Хвисевич, В. М. Об алгоритме численного решения двумерных несвязанных краевых задач нестационарной термоупругости / В.М. Хвисевич, А. И. Веремейчик // Пятое Поляховские чтения : тез. докл. Междунар. научн. конф. по механике, г. Санкт-Петербург, 3-6 февраля 2009 г. / СПбГУ. – Санкт-Петербург, 2009. – С. 266.

72. Хвисевич, В. М. К исследованию напряжений в толстостенной трубе методом потенциала / В. М. Хвисевич, А. И. Веремейчик // Актуальные проблемы прочности: матер. 51-й междунар. конф., Харьков, 16-20 мая 2011 г. – Харьков: ННЦ ХФТИ, 2011. – С. 359.

73. Веремейчик, А. И. Об алгоритме численного решения краевых задач нестационарной термоупругости / А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: матер. Междунар. научн.-техн. конф.: в 2 ч. / редкол.: И.С. Сазонов (гл. ред.) [и др.]. – Могилев, Белорус.- Рос. ун-т, 2011. – Ч. 1. – С. 100.

74. Веремейчик, А. И. Исследование напряженно-деформированного состояния пробивного пуансона при поверхностном плазменном упрочнении / А. И. Веремейчик // XXXIII Междунар. инновационно-ориент. конф. молодых учёных и студ. МИКМУС – 2011: сб. матер. конф., Москва, 14 – 17 декабря 2011 г. – М.: ИМАШ РАН, 2011. – С. 32.

75. Веремейчик, А. И. Напряженно-деформированное состояние длинной полосы с отверстиями / А. И. Веремейчик, В. В. Гарбачевский // XXIV Междунар. инновационно-ориент. конф. молодых учёных и студентов МИКМУС – 2012: сборник матер. конф., Москва, 14 – 17 декабря 2012 г. – М.: ИМАШ РАН, 2012. – С. 18.

76. Веремейчик, А. И. Применение FORTRAN-ТЕСПЛОТ в плоских задачах механики деформируемого твердого тела / А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич // XXV Междунар. инновационно-ориент. конф. молодых ученых и студ. МИКМУС – 2013: матер. конф., Москва, 13–15 ноября 2013 г. / М.: ИМАШ РАН, 2013 – С. 18.

77. Веремейчик, А. И. Напряженно-деформированное состояние короткого сплошного цилиндра при терморadiационном нагружении / А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич // XXV Междунар. инн.-ориент. конф. молодых ученых и студ. МИКМУС – 2013: матер. конф., Москва, 13–15 ноября 2013 г. / М.: ИМАШ РАН, 2013 – С. 19.

78. Веремейчик, А. И. Решение осесимметричной задачи теории упругости при терморadiационном воздействии / А. И. Веремейчик, В. М. Хвисевич // Материа-

лы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: матер. междунар. науч.- техн. конф., Могилев, 24–25 апреля 2014 г. – Могилев, 2014. – С. 65–66.

79. Оптимизация формы рабочей зоны пробивного пуансона / В. В. Гарбачевский, А. И. Веремейчик, М. И. Сазонов, В. М. Хвисевич // XXVII Междунар. инновационно-ориент. конф. молодых ученых и студ. МИКМУС – 2015: матер. конф., Москва, 2–4 декабря 2015 г. / ИМАШ РАН. – М.: ИМАШ РАН, 2015. – С. 16.

80. Numerical realization of boundary integral equation method for solving two-dimensional nonstationary problems of thermoelasticity / A. Verameichyk, V. Garbachevsky, V. Khvisevitch, V. Rakhuba // Book of Abstracts of the 3rd Polish Congress of Mechanics and 21st International Conference on Computer Methods in Mechanics (CMM-2017), Gdansk, Poland, 8–11 September 2015. – Gdansk: Polish Society of Theoretical and Applied Mechanics, 2015. – Vol. 1. – P. 261–262.

81. Axisymmetric problem of non-uniform thermoelasticity / V. Garbachevsky, A. Verameichyk, V. Khvisevitch, V. Rakhuba // Book of Abstracts of the 3rd Polish Congress of Mechanics and 21st International Conference on Computer Methods in Mechanics (CMM-2017), Gdansk, Poland, 8–11 September 2015. – Gdansk: Polish Society of Theoretical and Applied Mechanics, 2015. – Vol. 1. – P. 343–344.

82. Theoretical research of the cutting tool surface plasma hardening process / V. Garbachevsky, A. Verameichyk, V. Khvisevitch, M. Sazonov, V. Rakhuba // Book of Abstracts of the 12<sup>th</sup> International Conference «Mechatronic Systems and Materials» (MSM'2016), Bialystok, Poland, 3-8 July, 2016. – Bialystok: Bialystok University of Technology, 2016. – P. 146.

83. Verameichyk, A. BEM - the solution of the unrelated non-stationary thermoelastic boundary tasks / A. Verameichyk, V. Khvisevitch, O. Tarasiuk // Book of Abstracts of the 12<sup>th</sup> International Conference «Mechatronic Systems and Materials» (MSM'2016), Bialystok, Poland, 3–8 July, 2016. – Bialystok: Bialystok University of Technology, 2016. – P. 146.

## РЭЗІЮМЭ

Верамейчык Андрэй Іванавіч

ЛІКАВАЕ РАШЭННЕ ДВУХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ТЭРМАПРУГКАСЦІ  
З УЛІКАМ РАДЫЯЦЫЙНАГА ЎЗДЗЕЯННЯ

**Ключавыя словы:** напружана-дэфармаваны стан, тэрмапругкасць, двухмерная задача, тэмпературнае поле, радыяцыйнае распуханне, механіка-матэматычнае мадэліраванне.

**Мэта працы:** удасканаленне класічнага метаду межавых інтэгральных ураўненняў і яго развіццё на рашэнне двухмерных нязвязаных задач тэрмапругкасці ізатропных цел; алгарытмічная і праграмавая рэалізацыя дадзенага метаду, даследаванне напружана-дэфармаванага стану цыліндрычных цел пры ўздзеянні высокаканцэнтраванымі струменямі нагрэву, стварэнне механіка-матэматычных мадэляў дэфармавання цвёрдых цел з улікам тэрмасілавых і радыяцыйных ўздзеянняў, лікавая рэалізацыя распрацаваных мадэляў, камп'ютэрнае мадэліраванне.

**Метады даследавання:** матэматычны апарат рашэння крайвых задач тэрмапругкасці, мова праграмавання FORTRAN, вылічальны комплекс ANSYS, сістэма камп'ютарнай матэматыкі MathCAD, агульная метадыя мадэліравання.

**Атрыманая вынікі і іх навізна.** Удасканалены метады межавых інтэгральных ураўненняў для рашэння двухмерных задач незвязанай тэрмапругкасці, створаны сінгularныя інтэгральныя ўраўненні пастаўленай задачы. Распрацаваны алгарыт лікавай рэалізацыі і праграма колькаснага рашэння з візуалізацыяй атрыманых вынікаў. Створана метадыка даследавання напружана-дэфармаванага стану інструмента цыліндрычнай формы з мэтай павышэння яго стойкасці, пры павярхоўнай плазменнай загартоўцы яго рабочай зоны рухомай плазменнай струёй. Распрацавана механіка-матэматычная мадэль даследавання восевасіметрычнага напружана-дэфармаванага стану цыліндрычных цел пры адначасовым механічным, тэмпературным і радыяцыйным уздзеяннем. Атрымана колькаснае і колькасна-аналітычнае рашэнне такога роду задач для доўгіх і кароткіх цыліндрычных цел. Створаны алгарыт і камп'ютарная праграма вызначэння НДС пры сумесным і асобным тэрмасілавым і радыяцыйным напружэнням.

**Рэкамендацыі па ўжыванні.** Атрыманая вынікі могуць выкарыстоўвацца пры стварэнні і праектаванні канструктыўных элементаў механізмаў, машын і збудаванняў у энергетыцы. Вынікі даследаванняў знайшлі прымяненне на ААА «Брэст-маш», укаранены ў навучальны працэс пры чытанні лекцый студэнтам будаўнічых і механічных спецыяльнасцяў, правядзенні лабараторных работ для магістрантаў і аспірантаў.

**Вобласць прымянення:** машынабудаванне, вытворчасць інструментаў, энергетыка.

## РЕЗЮМЕ

Веремейчик Андрей Иванович

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ ТЕРМОУПРУГОСТИ  
С УЧЕТОМ РАДИАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ**

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, термоупругость, двумерная задача, температурное поле, численное решение, радиационное распухание, механико-математическое моделирование.

**Цель работы:** усовершенствование классического метода граничных интегральных уравнений и его развитие на решение двумерных несвязанных задач термоупругости изотропных тел; алгоритмическая и программная реализация данного метода, исследование напряженно-деформированного состояния цилиндрических тел при воздействии высококонцентрированным источником нагрева, создание механико-математических моделей деформирования твердых тел при термосиловых и радиационных воздействиях, численная реализация разработанных моделей, компьютерное моделирование.

**Методы исследования:** математический аппарат решения краевых задач термоупругости, язык программирования FORTRAN, вычислительный комплекс ANSYS, система компьютерной математики MathCAD, общая методология моделирования.

**Полученные результаты и их новизна.** Модифицирован метод граничных интегральных уравнений для решения двумерных задач несвязанной термоупругости, построены сингулярные интегральные уравнения поставленной задачи. Разработан алгоритм численной реализации и программа численного решения с визуализацией полученных результатов. Создана методика исследования напряженно-деформированного состояния инструмента цилиндрической формы с целью повышения его стойкости, при поверхностной плазменной закалке его рабочей зоны движущейся плазменной струей. Разработана механико-математическая модель исследования осесимметричного напряженно-деформированного состояния цилиндрических тел при одновременном механическом, температурном и радиационном воздействиях. Получено численное и численно-аналитическое решение такого рода задач для длинных и коротких цилиндрических тел. Создан алгоритм и компьютерная программа определения НДС при совместном и раздельном термосиловом и радиационном нагружении.

**Рекомендации по применению.** Полученные результаты могут использоваться при создании и проектировании конструктивных элементов механизмов, машин и сооружений в энергетике. Результаты исследований нашли применение на ОАО «Брестмаш» (г. Брест), внедрены в учебный процесс при чтении лекций студентам строительных и механических специальностей, проведении лабораторных работ для магистрантов и аспирантов.

**Область применения:** машиностроение, производство инструмента, энергетика.

## SUMMARY

Veremeychik Andrey Ivanovich

### NUMERICAL SOLUTION OF TWO-DIMENSIONAL PROBLEMS OF THE THERMOELASTICITY C ACCOUNTING OF RADIATIVE EFFECTS

**Keywords:** intense strained state, thermoelasticity, two-dimensional task, temperature profile, numerical decision, radiation swelling, mechanical and mathematical model operation.

**Work purpose:** improvement of a classical method of boundary integral equations and its development on the solution of two-dimensional untied problems of a thermoelasticity of isotropic bodies; algorithmic and program realization of this method, a research of an intense strained state of cylindrical bodies at influence by a high-concentrated source of heating, creation of mechanical-mathematical models of deformation of solid bodies at thermopower and radiative effects, numerical realization of the developed models, computer model operation.

**Research techniques:** mathematical apparatus of the solution of boundary value problems of a thermoelasticity, FORTRAN programming language, ANSYS computer system, system of computer mathematics MathCAD, common methodology of model operation.

**The received results and their novelty.** The method of boundary integral equations for the solution of two-dimensional problems of an untied thermoelasticity is modified, singular integral equations of an objective are constructed. The algorithm of numerical realization and the program of the numerical decision with visualization of the received results is developed. The technique of a research of an intense strained state of the tool of a cylindrical form for the purpose of increase in its firmness is created, at the face plasma hardening of its working zone by a moving plasma jet. The mechanical-mathematical model of a research of an axisymmetric intense strained state of cylindrical bodies is developed at simultaneous mechanical, temperature and radiation influences. The numerical and numerical and analytical solution of such tasks for the lengthiest and short cylindrical bodies is received. The algorithm and the computer program of definition of the VAT at collateral and partite thermopower and radiation loadings is created.

**Recommendations about application.** The received results can be used during creation and design of structural elements of mechanisms, cars and constructions in a power engineering. Results of researches found application on JSC Brestmash (Brest), are introduced in educational process when lecturing to students of structural and mechanical specialties, carrying out laboratory works for undergraduates and graduate students.

**Range of application:** mechanical engineering, production of the tool, power engineering specialist.

Научное издание

ВЕРЕМЕЙЧИК Андрей Иванович

**Численное решение двумерных задач термоупругости  
с учетом радиационного воздействия**

Автореферат диссертации  
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Подписано в печать 31.05.2017 г. Формат 60×84  $\frac{1}{16}$ .

Бумага офсетная. Гарнитура «Times New Roman».

Усл. Печ. л. Тираж 75 экз. Заказ № 484

-----  
Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет

Свидетельство о государственной регистрации изделия, изготовителя, распространителя  
печатных изданий №1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65, 220013, г. Минск