УДК 62-52

О. Ф. ОПЕЙКО

СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ В ДВУХКОНТУРНОЙ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЕ

Белорусский национальный технический университет

Целью работы является линейный дискретный синтез двухконтурной системы с одним входом и одним выходом с пропорционально интегрирующими (ПИ) регуляторами, ориентированный на управление объектами, параметры которых могут изменяться в некоторых пределах. Метод синтеза основан на локализации корней и разделении движений на быструю и медленную составляющие. Параметры ПИ-регуляторов определяются на основе задания желаемых значений корней характеристического полинома на комплексной плоскости и использовании редуцированной, первого порядка, модели объекта. Использованы условия, при которых динамические свойства каждого из контуров системы близки к свойствам динамического звена второго порядка. Дискретность управления, обусловленная микропроцессорным управлением, ограничивает область устойчивости каждого из контуров управления. Область устойчивости каждого контура имеет форму круга на комплексной плоскости корней, и радиус круга есть величина, обратно пропорциональная интервалу времени дискретизации управления данного контура. Внутренний контур должен иметь значительно меньшее время регулирования, чем внешний. Поэтому во внешнем контуре время расчета сигнала на выходе ПИ-регулятора, равное интервалу дискретности, может допускаться большим, чем во внутреннем.

Метод определения параметров ПИ-регуляторов является приближенным, и эффективен для управления в системах, динамика которых складывается из быстрой и медленной составляющих движения. Примером таких систем, в частности, являются автоматизированные электроприводы промышленных установок, которые характеризуются малым временем электромагнитных переходных процессов и длительными процессами механического движения. Приводится пример расчета и моделирования, который иллюстрирует суть метода и его применение.

Ключевые слова: *линейный синтез, дискретная система, область устойчивости, многоконтурная система, пропорционально-интегрирующий регулятор, модальное управление, характеристический полином.*

Введение

Компенсация инерционности объекта регулятором [1] предполагает знание параметров объекта управления. Поскольку модель объекта, применяемая для синтеза, не вполне достоверна, а параметры объекта подвержены изменениям в широких пределах, область применения принципа компенсации инерционностей и подчиненного управления [1] ограничена. В последние десятилетия разрабатываются методы управления с регуляторами простой структуры, пропорционально интегро-дифференцирующим (ПИД) и, в частности, ПИ-регуляторами с учетом параметрических возмущений [2–8], в том числе [5] и для многоконтурных систем.

Сигналы управления формируются цифровыми устройствами управления (микроконтроллерами). Для внешних контуров регулирования интервал времени, необходимый для формирования сигнала управления, может потребоваться большим, чем во внутренних контурах, однако ограничен по условиям устойчивости. Для внутренних контуров по соображениям качества динамики системы предпочтительно высокое быстродействие и, следовательно, высокая частота дискретности формирования управления. Высокая по сравнению с временем отклика системы частота дискретности допускает применение непрерывных методов синтеза для цифровых систем, что, однако, не всегда выполнимо, например, для управления в контуре тока электропривода. Поэтому остается актуальным синтез управления дискретных многоконтурных систем [4, 8], в том числе систем управления электроприводами, где электромагнитные процессы по времени соизмеримы с интервалом дискретности цифрового управления. Расчет параметров ПИ-регуляторов с учетом изменения параметров объекта возможен на основе модального управления (по заданным корням характеристического полинома, локализованным в заданной области).

Целью работы является синтез дискретных ПИ- регуляторов двухконтурной дискретной системы управления непрерывным объектом на основании локализации корней и разделения движений на быструю и медленную составляющие [9].

Синтез выполняется в следующих предположениях. Система имеет двухконтурную структуру цифрового управления непрерывным объектом. Внутренний контур должен иметь значительно меньшее время регулирования, чем внешний. Поэтому во внешнем контуре время расчета сигнала на выходе ПИ-регулятора может допускаться большим, чем во внутреннем, но быть кратно ему. Требуемое время регулирования системы значительно меньше, чем минимальное время реакции объекта на единичное ступенчатое воздействие во всем диапазоне изменения параметров объекта.

Область устойчивости и область качества

Область устойчивости дискретной системы [10] на плоскости комплексной переменной z имеет вид единичного круга с центром в начале координат. Система имеет два контура управления, внутренний содержит цифровой ПИ регулятор с периодом T_C дискретности, внешний – $T_{C1} = kT_C$, (k – целая положительная величина).

Область качества внутри области устойчивости на комплексной плоскости формируется в зависимости от требуемого времени $t_0 \in [\underline{t_0}, \overline{t_0}]$ регулирования и ограничения на колебательность системы. В дискретной системе этот интервал измеряется в безразмерных единицах, а именно, количеством интервалов дискретности. Если же система имеет несколько периодов дискретности, то для введения единой меры качества в многоконтурной системе целесообразно как область устойчивости, так и области качества контуров отобразить в левую полуплоскость комплексной плоскости в масштабе, соответствующем непрерывным процессам. Для этого выполняется замена переменной [10], отображающая единичный круг с центром в начале координат на плоскости z в круг в левой полуплоскости переменной q радиусом $R_C = T_C^{-1}$, проходящий через начало координат, что показано на рис. 1 и описывается выражением

$$z = (T_C q + 1)\,. \tag{1}$$

Переменная q близка к переменной s преобразова ния Лапласа в малой окрестности начала координат комплексной плоскости. Из (1) с учетом разложения экспоненты в ряд Тейлора $z = \exp(T_C s) = 1 + T_C s + (T_C s)/2! + \ldots < 1/(1 - T_C s)$ следует, что $T_C\left|q - s\right| \le (T_C s)^2 / (2(1 - T_C s))$, и относительная разность $\delta = \left|q - s\right| / \left|s\right|$ оценивается выражением

$$\delta < \frac{T_C\left|s\right|}{2\left|1 - T_C s\right|} \tag{2}$$

Это означает, что в области $\left|s\right| < \varepsilon R_C$ относительная погрешность перехода от q к s не превосходит величины $\varepsilon/2$. Для двух контуров управления с различными интервалами дискретности области устойчивости и качества показаны на рис. 1. Внутренний контур регулирования имеет область устойчивости радиусом $R_C = T_C^{-1}$. Для внешнего контура регули-

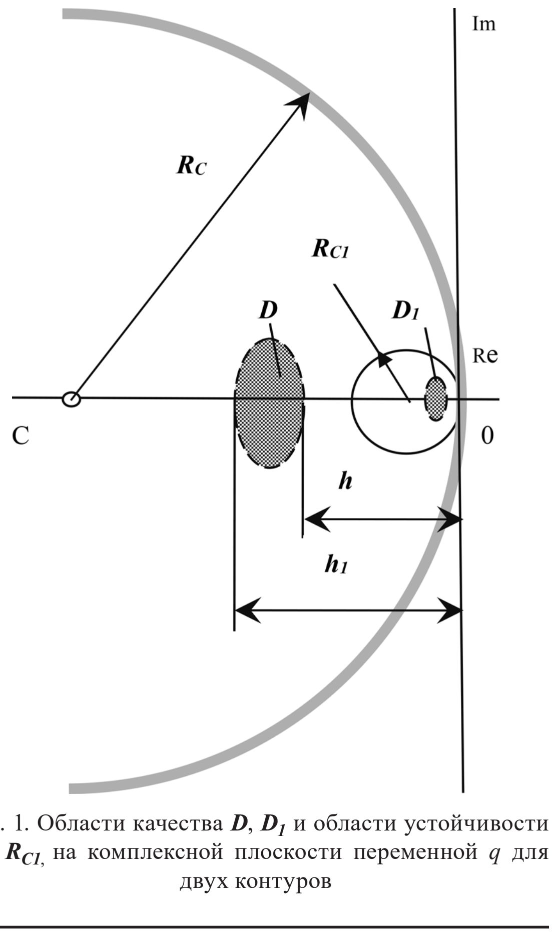


Рис. 1. Области качества $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{D_1}$ и области устойчивости $\boldsymbol{R_C}$, $\boldsymbol{R_{C1}}$ на комплексной плоскости переменной q для двух контуров

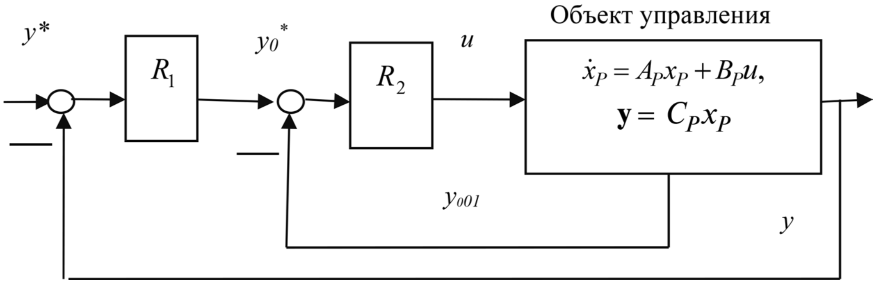


Рис. 2. Двухконтурная структура

рования область устойчивости имеет радиус $R_{C1} = T_{C1}^{-1} = \varepsilon R_C$. Степень взаимного влияния динамики двух контуров [11] тем меньше, чем меньше $\varepsilon \in \left[0;\, 0,5\right]$. Для двух комплексных сопряженных корней $q_{1,2} = -\alpha_0 \pm j\omega_0$ справедливы, учитывая приближенную зависимость $3/t_0 \approx \alpha_0$, ограничения $\mathrm{Re}(q_i) = \alpha_0 \in [\underline{\alpha}_0, \overline{\alpha}_0]$, $\omega_0/\alpha_0 \le k_0$ $(i = 1,2)$, которые определяют допустимую область качества в виде трапеции на комплексной плоскости переменной s, и криволинейной трапеции на плоскости q.

Расчетные выражения

Структура системы с цифровыми ПИ регуляторами R_1 и R_2 для управления непрерывным объектом показана на рис. 2. Система содержит ПИ-регуляторы вида $W_R = M_R/N_R = (c_1(z-1) + c_0 T_C)/(z-1))$ и непрерывный линеаризованный объект, описываемый уравнениями

$$\dot{x}_P = A_P x_P + B_P u, \quad \mathbf{y} = C_P x_P .$$

Редуцированная модель объекта внутреннего контура имеет передаточную функцию $W_P(s) = M_P(s)/N_P(s) = b_P/(s + a_P)$, или, в дискретном виде $W_P = M_P(z)/N_P(z)$. Здесь, если $a_P \ne 0$ то $N_P(z) = z - d$. Постоянная $d = \exp(-T_C a_P)$ представима в виде

$$d = \exp(-T_C a_P) = 1 - T_C a_P + (T_C a_P)^2 / 2! - \ldots =$$
$$1 - T_C a_P(1 - T_C a_P / 2! + \ldots) = 1 - T_C a_P(1 - \sigma_P T_C a_P).$$

Здесь величина $\sigma_P = 1 - T_C a_P / 2! + \ldots \le 1$ приближается к единице при $T_C a_P \to 0$. Поэтому $1 - d = T_C a_P(1 - \sigma_P T_C a_P)$, $b'_P = b_P(1 - \sigma_P T_C a_P)$, $M_P(z) = M_P = b'_P$. Характеристический полином замкнутого внутреннего контура принимает вид $N(z) = (z-1)(z-d) + (T_C c_0 + c_1(z-1))b'_P$. Если $a_P = 0$, то $d = 1$, $W_P(z) = T_C b_P/(z-1)$, $b'_P = b_P$. Замена $z = (T_C q + 1)$ дает в обоих случаях полином от переменной q, который имеет вид

$$N(q) = q^2 + q(a_P + c_1 b'_P) + c_0 b'_P . \qquad (3)$$

Если $a_P = 0$, то

$$N(q) = q^2 + q c_1 b_P + c_0 b_P . \qquad (4)$$

Запас устойчивости дискретной системы наибольший при равных действительных корнях $q_1 = q_2 = -\alpha_0 = -(a_P + c_1 b'_P)/2$, тогда параметры

$$c_1 = (2\alpha_0 - a_P)/b'_P;\ c_0 = q_1 q_2/(b_P) = \alpha_0^2/b'_P. \qquad (5)$$

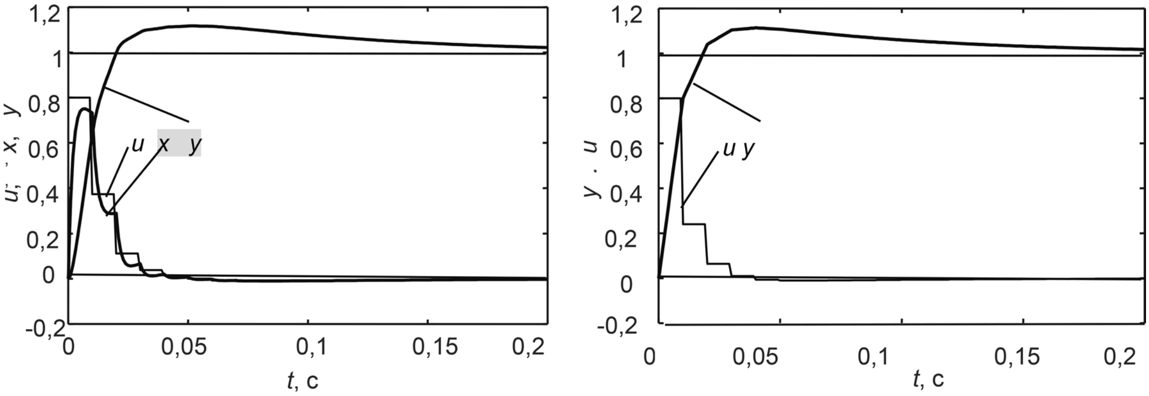
Для внешнего контура управления значение $q_1 = q_2 = -\alpha_{01}$ рассчитывается по времени регулирования в соответствии с выражением $\alpha_{01} = 3/\underline{t}_0$. Учитывая, что область качества должна располагаться в малой окрестности начала координат относительно радиуса области устойчивости, $\alpha_{01} \le h_1 \le \varepsilon R_{C1}$ можно рассчитать $R_{C1} \ge \varepsilon^{-1} h_1$, где $0 < \varepsilon \le 0,5$. Отсюда рассчитываются интервалы дискретности внешнего контура $T_{C1} = R_{C1}^{-1}$ и внутреннего

$$T_{C1} = R_{C1}^{-1} \le \varepsilon h_1^{-1},\ T_C = R_C^{-1} \le \varepsilon R_{C1}^{-1} \qquad (5)$$

Значения интервалов дискретности внешнего внутреннего контуров управления должны быть кратными, $T_{C1} = kT_C$ с коэффициентом $k \ge \varepsilon^{-1}$. Корни характеристического полинома внутреннего контура целесообразно принять равными действительными $q_{1,2} = -\alpha_0$, где величина α_0 должна удовлетворять условиям $R_{C1} < \alpha_0 \le \varepsilon R_C$.

Пример расчета

Пример расчета ПИ регуляторов системы (см. рис. 2) выполнен для параметров модели объекта внешнего контура: $b_{P1} = 50$, $a_{P1} = 0$, внутреннего контура: $b_P = 100$, $a_P = 100$. Внешний контур должен иметь время регулирования $t_0 \le 0,15\ c^{-1}$, и для этого корни полинома внешнего контура принимаются равными $q_{1,2} = -\alpha_{01} = -20\ c^{-1}$. Далее, учитывая интервалы дискретности $T_{C1} = 0,01c$ и $T_C = 0,001c$ получены значения параметров регуляторов внешнего контура $c_{11} = 2\alpha_0/b_{P0} = 0,8c^{-1}$; $c_{01} = \alpha_0^2/b_{P0} = 8,0c^{-1}$



а *б*

Рис. 3. Реакция на ступенчатое воздействие, *а* – двухконтурная система с ПИ регуляторами. *б* – контур, содержит дискретный ПИ регулятор и расчетный инерционный объект

и внутреннего контура $c_1 = (2\alpha_0 - a_P)/b'_P \approx 3c^{-1}$, $c_0 = \alpha_0^2/b'_P = 380\ c^{-1}$.

Реакция системы на ступенчатое воздействие представлена на рис. 3. Здесь *u* – сигнал управления, *y* – выходная величина, *x* переменная системы, пропорциональная производной от выходной величины. На рис. 3, *а* показан процесс в двухконтурной системе с двумя синтезированными дискретными ПИ-регуляторами. Для идеализированного расчетного внешнего контура системы в предположении безынерционного контура тока расчетный процесс в системе показан на рис. 3, *б*.

Результаты моделирования процессов показывают, что выбранные соотношения интервалов дискретности и локализации корней внутреннего и внешнего контуров позволяют при синтезе внешнего контура внутренний контур считать безынерционным звеном. Учитывая более высокое быстродействие внутреннего контура, при его синтезе можно пренебречь динамикой внешнего контура.

Заключение

Синтез управления, основанный на требованиях по быстродействию к системе в целом, позволяет формировать динамические свойства контуров управления и необходимые для расчета сигнала управления интервалы дискретности.

Модальное управление для синтеза дает преимущество в свободе локализации корней в зависимости от показателей качества. Использование в процессе синтеза редуцированных моделей допустимо, если малый параметр удовлетворяет условию $\varepsilon \le 0{,}25$.

Литература

1. **Kessler, C.** Über die Vorausberechnung optimal abgestimmer Regelkreise. // C. Kessler / Regelungstechnik, 1954, № 12. – S. 274–281.

2. **Astrom K. J.** Advanced PID Control./ K. J. Astrom, T Hagglund. – North Carolina: ISA, 2006. – 461 p.

3. **Söylemez, M. T.,** Fast calculation of stabilizing PID controllers, // M. T. Söylemez, N. Munro and H. Baki / A*utomatica,* vol. 39, pp. 121–126, 2003.

4. **Veselý, V.,** Robust PSD Controller Design, // V. Veselý,, Rosinová, D., Editors: Fikar, M., Kvasnica, M., / In Proceedings of the 18th International Conference on Process Control, Tatranská Lomnica, Slovakia, 2011, p. 565–570.

5. **Vu, T. N. L.,** Multi-loop PI Controller Design for Enhanced Disturbance Rejection in Multi-delay Processes // T. N. L. Vu, M. Lee, / *International Journal of Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 2, no. 1, pp. 89–94, 2008.

6. **Sootla, A.,** Multivariable Optimization Based Model Reduction,/ A. Sootla,, A. Rantzer, G. Kotsalis // IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.54, no 10, 2009, p. 2477–2480.

7. **Matušů, R.** Calculation of all stabilizing PI and PID controllers // R. Matušů / International Journal of mathematics and computers in simulation, Issue 3, Volume 5, p. 224–231, 2011.

8. **Кузнецов, А. П.,** Анализ настроек канала регулирования потокосцепления ротора в системе векторного управления / А. П. Кузнецов, А. В. Марков, А. С. Шмарловский // Доклады БГУИР, № 4 (34) 2008. – С. 84–91.

9. **Chow, J. N.,** A Decomposition of Near-Optimum Regulators for Systems with Slow and Fast Modes. // J. N. Chow,, Kokotovic, P. V. IEEE Trans. on Autom. Contr. 1976. Vol. AC-21, No 5. P. 701–705.

10. **Jury, E. I.** Inners and Stability of Dynamic Systems. // E. I. Jury,/A Willey-Interscience Publications, John Willey & Sons. New York-London-Sydney-Toronto, 1974.

11. **Опейко, О. Ф.** Подчиненное управление объектом с параметрической неопределенностью // О. Ф. Опейко / Системный анализ и прикладная информатика, № 3, 2015. – С. 21–24.

References

1. **Kessler, C.** Über die Vorausberechnung optimal abgestimmer Regelkreise. // – C. Kessler / Regelungstechnik, 1954, № 12. – s. 274–281.

2. **Astrom K. J.** Advanced PID Control./ K. J. Astrom, T Hagglund. – North Carolina: ISA, 2006. – 461p.

3. **Söylemez, M. T.,** Fast calculation of stabilizing PID controllers, // M. T. Söylemez, N. Munro and H. Baki / A*utomatica,* vol. 39, pp. 121–126, 2003.

4. **Veselý, V.,** Robust PSD Controller Design, // V. Veselý, Rosinová, D., Editors: Fikar, M., Kvasnica, M. / Proceedings of the 18th International Conference on Process Control, Tatranská Lomnica, Slovakia, 2011, p. 565–570.

5. **Vu, T. N. L.,** Multi-loop PI Controller Design for Enhanced Disturbance Rejection in Multi-delay Processes // T. N. L. Vu, M. Lee / *International Journal of Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 2, no. 1, pp. 89–94, 2008.

6. **Sootla, A.,** Multivariable Optimization Based Model Reduction / A. Sootla, A. Rantzer, G. Kotsalis // IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.54, no 10, 2009, p. 2477–2480.

7. **Matušů, R.** Calculation of all stabilizing PI and PID controllers // R. Matušů / International Journal of mathematics and computers in simulation, Issue 3, Volume 5, p. 224–231, 2011.

8. **Kusnetsov A. P.,** Markov A. S., Shmarlouski A. C. Analysis of the Rotor Flux Linkage Aktuating Path Setting in a Vector Control System // Proc. BSUIR, № 4 (34) 2008. – c. 84–91. (russian).

9. **Chow, J. N.,** A Decomposition of Near-Optimum Regulators for Systems with Slow and Fast Modes. // J. N. Chow, Kokotovic, P. V. IEEE Trans. on Autom. Contr. 1976. Vol. AC-21, No 5. P. 701–705.

10. **Jury, E. I.** Inners and Stability of Dynamic Systems. // E. I. Jury / A Willey-Interscience Publications, John Willey & Sons. New York–London–Sydney–Toronto, 1974.

11. **Opeiko O. F.** Podchinennoe upravlenie obiektom s parametricheskoi neopredelennostiu. // Sistemnyi analiz i prikladnaia informatika, № 3, 2015. – C. 21–24. Opeiko O F Cascade Control for Plant with Parameters Uncertainty // System Analysis and Applied Information Science № 3, 2015. – C. 21–24. (russian).

Поступила	*После доработки*	*Принята к печати*
11.11.2017	*06.02.2018*	*15.03.2018*

Opeiko O. F.

CONTROL SYNTHESIS FOR TWO LOOPS DISCRET SYSTEM

Belorussian National Technical University

The aim of this paper is the linear synthesis of two loops SISO systems with discreet time proportional integral (PI) controllers. This linear synthesis is dedicated for the systems with plant parameters uncertainty. The synthesis is based on the time scale method, providing the separate slow and fast components of the control low. The PI- controller parameters calculation is based on the modal control and plant model reduction. The conditions carried out for the each control loop dynamics still similar to the second order one. The discrete time microcontroller based numerical control restricts the stability domain of the system and each control loop in it. The stability domain of each loop is the round on the complex plane with radius, depending on the time period. Each inner loop must be more fast, then each outer one. Hence, in the outer loop the time period, required for the PI controller reaction computation, can be more then in the inner loop. This PI- controller parameter calculation method is approximate, and it is efficient for the systems, whose dynamics contains the slow and fast components. In particular, the electrical drives control systems contain the fast electromagnetic component and the slow mechanical part. The effectiveness of this method is illustrated by the example and simulation.

Keywords: *linear synthesis, discrete time system, stability domain, multy loops system, proportional- integral controller, modal control, characteristic polynomial.*

Опейко Ольга Федоровна Сморговский тракт 10 кв. 180, Минск, 220068, Беларусь.

Д. т. (17) 2 33 62 52; welcome 39 977 41 89. E-mail: oopeiko@bntu.by.

БНТУ, доцент кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов», доцент, к. т. н.

Opeiko O. F. Received the E. E. degree from the Belorussian National Technical University (BNTU),

Minsk, R Belarusussia, in 1970 and the Ph. D. degree from the BNTU, Minsk, in 1975. Her research interests include control, modeling, analysis and simulation of electrical drive, and robotics.