

Министерство образования Республики Беларусь

БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

Кафедра “Экспериментальная и теоретическая физика“

Ю.А.Бумай

В.А.Вилькоцкий

Д.С.Доманевский

В.Э.Малаховская

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОГО ОТДЕЛЕНИЯ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ И
ИНЖЕНЕРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

В трех частях

ЧАСТЬ I “МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА”

М и н с к 2 0 0 1

УДК 53 (075.4)

Бумай Ю.А., Вилькоцкий В.А., Доманевский Д.С., Малаховская В.Э.
Контрольные работы и методические указания по общей физике для студентов
заочного отделения инженерно-технических и инженерно-педагогических
специальностей. Часть I “Механика, молекулярная физика и термодинамика” -
Мн.:БГПА, 2001.- 60 с.

Методическое пособие предназначено для самостоятельной работы и
контроля знаний по разделам “Механика”, “Молекулярная физика и
термодинамика” учебной дисциплины ”Общая физика” для студентов заочного
отделения инженерно-технических и инженерно-педагогических
специальностей БГПА. В пособие включена рабочая программа дисциплины по
данным разделам, набор задач и таблицы вариантов контрольных работ, а
также основные понятия, формулы и справочные значения физико-химических
величин, необходимые для выполнения контрольных работ. Пособие может
быть использовано также для контроля знаний по соответствующим разделам
общей физики студентов дневной формы обучения.

Рецензент Д.А.Русакевич

© Ю.А.Бумай, В.А.Вилькоцкий, Д.С.Доманевский, В.Э.Малаховская, 2001

СОДЕРЖАНИЕ

Общие методические указания к выполнению контрольных работ.....	4
Разделы “Механика”, “Молекулярная физика и термодинамика” рабочей программы курса общей физики.....	7
Рекомендуемая литература.....	11
Учебные материалы.....	12
1. Физические основы классической механики	12
1.1. Основные понятия и формулы.....	12
1.2. Контрольные задачи к разделу 1.....	21
2. Молекулярная физика и термодинамика....	36
2.1. Основные понятия и формулы.....	36
2.2. Контрольные задачи к разделу 2.....	43
3. Таблицы вариантов контрольных работ....	54
Приложения.....	56

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. За время изучения курса общей физики студент заочник должен представить в учебное заведение в зависимости от специальности от трех до шести контрольных работ (по разделам “Механика”, “Молекулярная физика и термодинамика” – одну или две контрольные работы). Работа сдается на проверку не позднее чем за месяц до начала экзаменационной сессии.

2. Перед выполнением контрольных работ необходимо ознакомиться с материалом, указанным в рабочей программе, изучить соответствующие разделы рекомендованной учебной литературы. Необходимо иметь в виду, что формулы и основные положения, приведенные в данном пособии, носят справочный характер. За разъяснением трудно усваиваемых вопросов курса необходимо обратиться к лектору или преподавателю - консультанту на кафедру, осуществляющую преподавание физики для данной специальности. В период подготовки к выполнению контрольных работ и самопроверки рекомендуется решение задач из любого из рекомендованных сборников задач по курсу общей физики.

3. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблице вариантов. Выбор номера варианта осуществляется по последней цифре номера персональной зачетной книжки. В отдельных случаях вариант назначается преподавателем индивидуально.

4. Контрольные работы нужно выполнять черными или синими чернилами в школьной тетради, на обложке которой привести необходимые сведения по следующему образцу:

Студент ***** факультета БНТУ

Ф. И. О.

Шифр специальности ***** Группа *****

Адрес: г. ***** , ул. ***** дом ***, кв. ***

Контрольная работа N *** по физике

5. Условия задач в контрольной работе необходимо переписывать полностью, без сокращений. Для замечаний преподавателя и работы над ошибками оставлять чистой страницу. Решение каждой задачи необходимо начинать с новой страницы.

6. В конце контрольной работы указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики и решении задач (название учебника, автор, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог выяснить, откуда появилась та или иная формула, используемая при решении задачи, правильность ее понимания студентом, или указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы. Табличные значения физических величин, необходимых для решения большинства задач, приведены в конце пособия в приложении. Разрешается также использовать табличные значения величин из другой справочной литературы с обязательной ссылкой на нее при оформлении задачи.

7. Для специальностей, требующих представления нескольких контрольных работ в течение семестра, каждую из работ необходимо высылать на рецензию в отдельной тетради. Во избежание повторения одних и тех же ошибок очередную работу желательно высылать только после получения рецензии на предыдущую.

8. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными.

9. Зачтенные контрольные работы предъявляются экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзамена дать пояснения по существу решения задач, входящих в контрольные работы.

10. Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это возможно, дать чертеж, выполненный аккуратно, с помощью чертежных принадлежностей.

11. Решать задачу надо в **общем виде**, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

12. После получения расчетной формулы для проверки ее правильности следует подставить в правую часть формулы размерности величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом размерность является размерностью искомой величины, т.е. совпадает с размерностью левой части. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.

13. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах системы **СИ**. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения величин с одинаковой размерностью, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

14. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 4630 надо записать $4,63 \cdot 10^3$, вместо 0,00532 записать $5,32 \cdot 10^{-3}$ и т.п.

15. Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений (см., например, приложение о приближенных вычислениях в “Задачнике по физике” А.Г. Чертова, А.А.

Воробьева). Как правило, окончательный ответ следует записывать с количеством значащих цифр после запятой соответствующих используемому при расчетах числу с наименьшим количеством значащих цифр после запятой. Это относится и к случаю, когда расчеты проводятся с применением калькуляторов, которые имеют большое количество разрядов.

РАЗДЕЛЫ “МЕХАНИКА”, “МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА” РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ КУРСА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Рабочая программа предназначена для специальностей инженерно-технического (приборостроительного, машиностроительного) и инженерно-педагогического профиля.

Введение в дисциплину

Предмет физики. Методы физического исследования: опыт, гипотеза, эксперимент, теория. Математика и физика. Важнейшие этапы истории физики. Роль физики в развитии техники и влияние техники на развитие физики. Физика как культура моделирования. Компьютеры в современной на рецензию физике. Роль физики в становлении инженера. Общая структура и задачи курса физики.

Механика

Кинематика материальной точки. Кинематическое описание движения. Элементы векторной алгебры. Перемещение. Скорость. Вычисление пройденного пути. Ускорение. Ускорение при криволинейном движении. Нормальное и тангенциальное ускорение. Плоское вращение. Угловая скорость и ускорение. Связь между векторами скорости и угловой скорости

материальной точки. Степени свободы и обобщенные координаты. Число степеней свободы абсолютно твердого тела. Кинематическое описание движения жидкости.

Динамика материальной точки. Основная задача динамики. Понятие состояния в механике. Законы Ньютона. Система единиц СИ. Границы применимости классической механики. Импульс. Закон сохранения импульса. Применение закона сохранения импульса к абсолютно неупругому удару. Движение тел с переменной массой. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Момент силы. Основное уравнение динамики вращательного движения. Силы в природе. Четыре вида взаимодействий, обменная природа их. Силы сухого и вязкого трения. Упругая сила. Закон Гука. Консервативные и неконсервативные силы в механике. Потенциальная энергия. Работа силы. Кинетическая энергия. Закон сохранения энергии в механике. Применение законов сохранения к абсолютно упругому удару. Законы сохранения в механике как следствие фундаментальных свойств пространства и времени. Закон всемирного тяготения. Движение в центральном поле. Космические скорости. Законы Кеплера.

Динамика абсолютно твердого тела. Уравнение движения абсолютно твердого тела. Центр масс. Примеры вычисления центра масс. Плоское вращение абсолютно твердого тела и его кинетическая энергия. Момент инерции тела и его физический смысл. Примеры вычисления момента инерции твердых тел. Теорема Штейнера. Момент импульса абсолютно твердого тела. Вектор угловой скорости и вектор момента импульса. Гироскопический эффект. Угловая скорость прецессии.

Элементы механики сплошных сред. Идеальная и вязкая жидкость. Гидростатика несжимаемой жидкости. Стационарное движение идеальной жидкости. Уравнение Бернулли. Гидродинамика вязкой жидкости. Коэффициент вязкости. Течение по трубе. Формула Пуазейля. Закон подобия.

Формула Стокса. Турбулентность.

Колебания. Уравнение гармонического колебания и его основные параметры. Колебание груза под действием упругой силы. Энергия гармонического колебания. Физический и математический маятники. Приведенная длина и центр качания физического маятника. Уравнение затухающих гармонических колебаний. Декремент затухания. Действие периодической силы на затухающий гармонический осциллятор. Резонанс. Сложение гармонических колебаний одинаковой частоты и направления. Векторная диаграмма. Сложение гармонических колебаний различной частоты. Биения. Сложение гармонических колебаний одинаковой частоты и взаимно перпендикулярного направления. Фигуры Лиссажу.

Волны. Уравнение плоской гармонической волны и ее основные параметры: длина волны; волновое число; фазовая скорость волны. Продольные и поперечные волны. Волновое уравнение. Фазовая скорость волны в твердых телах и жидкостях. Скорость звука в газах. Волны при большом изменении давления и от предметов движущихся со сверхзвуковой скоростью. Передача информации с помощью волн. Групповая скорость волны. Дисперсия. Стоячие волны. Колебания струны. Громкость и высота тона звука. Эффект Доплера.

Молекулярная физика и термодинамика

Молекулярно-кинетическая теория газа. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы. Молекулярно-кинетический смысл температуры. Число степеней свободы. Теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Внутренняя энергия идеального газа. Теплоемкость идеального газа при постоянном объеме и давлении. Зависимость теплоемкости газа от температуры и ее квантово-механическое

объяснение. Статистические распределения. Вероятность и флуктуации. Распределение Максвелла. Средняя, среднеквадратичная и наиболее вероятная скорости газовых молекул. Барометрическая формула. Распределение Больцмана. Понятие о физической кинетике. Средняя длина свободного пробега, эффективный диаметр молекул и эффективное сечение рассеяния. Вязкость, теплопроводность и диффузия в газах. Ультразреженные газы.

Термодинамика. Обратимые и необратимые термодинамические процессы. Первое начало термодинамики. Простейшие термодинамические изо процессы как частные случаи политропического процесса. КПД идеальной тепловой машины. Цикл Карно. Понятие термодинамической температуры. Энтропия и ее статистический смысл. Второе начало термодинамики.

Реальные газы. Уравнение Ван-дер-Ваальса и перенасыщенный пар. Внутренняя энергия реального газа. Эффект Джоуля-Томсона. Сжижение газов.

Фазовые равновесия и превращения. Фазовые переходы первого и второго рода. Кривая фазового равновесия. Фазовая диаграмма состояния вещества. Тройная точка. Уравнение Клапейрона - Клаузиуса.

Жидкое состояние. Строение жидкостей. Силы поверхностного натяжения. Коэффициент поверхностного натяжения. Давление под изогнутой поверхностью жидкости. Формула Лапласа. Явления на границе жидкости и твердого тела. Краевой угол. Капиллярные явления.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1,2. М.: Наука, 1977-1979.
2. Зисман Г.А., Годес О.М. Курс общей физики. М.: Наука, 1972-1974, Т.1; Киев: Дніпро, 1994, Т.1.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1985.
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М., Милковская Л.Б. Курс физики. Т.1. М.: Высшая школа, 1973-1979.
5. Чертов А.Г., Воробьев А.А., Федоров М.Ф. Задачник по физике. М.: Высшая школа, 1981.
6. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1979.

Дополнительная

1. Стрелков С.П. Механика. М.: Наука, 1975.
2. Хайкин С.Э. Физические основы механики. М.: Наука, 1971.
3. Кикоин И.К., Кикоин А.К. Молекулярная физика. М.: Наука, 1976.
4. Телеснин Р.В. Молекулярная физика. М.: Высшая школа, 1973.
5. Фейнман Р., Лейтон С. Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1977, вып. 1-4, 7.
6. Китайгородский А.И. Введение в физику. М.: Наука 1973.
7. Геворкян Р.Г. Курс физики: для вечерних вузов и факультетов. М.: Высшая школа, 1979.
8. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. М.: Высшая школа, 1980.
9. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: Высшая школа, 1981.
10. Сена Л.А. Единицы физических величин и их размерности. М.: Наука, 1977.

11. Чертов А.Г. Единицы физических величин. М.: Высшая школа, 1977.
12. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов. М.: Наука, 1979.
13. Кошкин Н., Васильчикова Е. Элементарная физика. Справочник. М.: АО Столетие, 1996.

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

1.1. Основные понятия и формулы

Кинематическое уравнение движения материальной точки (центра масс твердого тела)

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t),$$

где $\mathbf{r}(t)$ — зависимость радиуса - вектора точки от времени.¹

Мгновенная, средняя и средняя путевая скорости выражаются формулами

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad \langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}, \quad \langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где $\Delta \mathbf{r}$ — перемещение, Δs — путь, пройденный точкой за интервал времени Δt .

Путь Δs не может убывать и принимать отрицательные значения, т.е. $\Delta s \geq 0$.

Мгновенное и среднее ускорения

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}, \quad \langle \mathbf{a} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}.$$

В случае прямолинейного равнопеременного ($a = \text{const}$) движения

¹ Здесь и далее жирным шрифтом обозначены **векторные** величины

справедливы формулы

$$\Delta s = v_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad v = v_0 + at, \quad v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s,$$

где $a > 0$ для случая равноускоренного движения и $a < 0$ для равнозамедленного.

Кинематическое уравнение движения материальной точки по окружности имеет вид:

$$\varphi = f(t).$$

Угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Угловая скорость является псевдовектором (условным вектором). Она параллельна оси вращения точки или тела, а ее направление зависит от направления вращения (направления изменения угла φ) и определяется правилом правого винта.

Угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Направлено также как и угловая скорость в случае ускоренного вращения и в противоположную сторону в случае замедленного.

В случае вращения по окружности с постоянным угловым ускорением ($\varepsilon = \text{const}$) справедливы формулы

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t, \quad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\varepsilon\varphi,$$

где $\varepsilon > 0$ для случая равноускоренного движения по окружности и $\varepsilon < 0$ для равнозамедленного.

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности:

$$v = \omega R, \quad a_t = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R,$$

где v — линейная скорость; a_t и a_n — тангенциальное и нормальное ускорения; ω — угловая скорость; ε — угловое ускорение; R — радиус окружности.

Полное линейное ускорение точки, движущейся по окружности,

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} \quad \text{или} \quad a = R \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Угол между полным a и нормальным a_n ускорениями

$$\alpha = \arccos\left(\frac{a_n}{a}\right).$$

Уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

где x — смещение точки от положения равновесия; A — амплитуда колебаний; ω — круговая или циклическая частота; φ — начальная фаза.

Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{и} \quad a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi).$$

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

б) начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях

$$x = A_1 \cos(\omega t) \quad \text{и} \quad y = A_2 \cos(\omega t + \varphi):$$

а) $y = \frac{A_2}{A_1} x$, если разность фаз $\varphi=0$;

б) $y = -\frac{A_2}{A_1} x$, если разность фаз $\varphi=\pm\pi$;

в) $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$, если разность фаз $\varphi = \pm\pi/2$.

Уравнение плоской бегущей волны, распространяющейся в направлении оси x ,

$$\xi = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi \right],$$

где ξ — смещение из положения равновесия любой из точек среды с координатой x в момент времени t , v — скорость распространения колебаний в среде, φ — начальная фаза.

Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний точек среды в волне с расстоянием Δx между ними, отсчитанным в направлении распространения колебаний

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x,$$

где λ — длина волны.

Импульс материальной точки массой m , движущейся со скоростью \mathbf{v}

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}.$$

Второй закон Ньютона

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \text{ или } d\mathbf{p} = \mathbf{F}dt,$$

где \mathbf{F} — результирующая сила, действующая на материальную точку, $\mathbf{F}dt$ — импульс силы, вызвавшей изменение импульса $d\mathbf{p}$.

Одна из форм записи второго закона Ньютона для тел с постоянной массой

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}.$$

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости

$$F = -kx,$$

где k — коэффициент упругости (в случае пружины применяется также

название — жесткость); x — абсолютная деформация;

б) сила тяжести

$$\mathbf{P} = m\mathbf{g};$$

в) сила гравитационного взаимодействия

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G — гравитационная постоянная; m_1 и m_2 — массы взаимодействующих тел; r — расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки);

г) сила трения скольжения

$$F = fN,$$

где f — коэффициент трения скольжения; N — сила нормального давления.

Закон сохранения импульса для системы из N материальных точек

$$\sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i = \text{const}$$

или для двух тел ($i=2$)

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = m_1 \mathbf{u}_1 + m_2 \mathbf{u}_2,$$

где \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 — скорости тел в начальный момент времени (например, до соударения), \mathbf{u}_1 и \mathbf{u}_2 — скорости тех же тел в конечный момент времени (например, после соударения).

Центр масс (инерции) системы — точка: положение которой определяется радиусом вектором

$$\mathbf{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i m_i}{\sum_{i=1}^N m_i},$$

где \mathbf{r}_i — радиус-вектор точки системы массой m_i .

Импульс системы равен произведению массы всей системы на скорость движения ее центра масс

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}_c .$$

В однородном поле силы тяжести центр масс совпадает с центром тяжести — точкой системы или тела, к которой приложена равнодействующая всех сил тяжести, действующих на систему или тело. Сумма моментов сил тяжести относительно центра тяжести равна нулю.

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно,

$$T = \frac{mv^2}{2} \text{ или } T = \frac{p^2}{2m}$$

Потенциальная энергия:

а) деформированной упругой пружины

$$\Pi = \frac{1}{2} kx^2 ,$$

б) гравитационного взаимодействия

$$\Pi = -\frac{G m_1 m_2}{r} ,$$

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести

$$\Pi = mgh ,$$

где h — высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии $h \ll R$, где R —радиус Земли).

Закон сохранения механической энергии (выполняется в поле консервативных сил)

$$E = \Pi + T = \text{const} .$$

Элементарная работа dA , совершаемая результирующей силой \mathbf{F} за бесконечно малый промежуток времени dt , определяется как скалярное произведение

$$dA = (\mathbf{F} d\mathbf{r}) = F dr \cos \alpha ,$$

где $d\mathbf{r}$ — перемещение тела за время dt , α — угол между направлениями силы и перемещения.

Работа A , совершаемая результирующей силой, может быть определена также как мера изменения кинетической энергии материальной точки:

$$A = \Delta T = T_2 - T_1.$$

Мгновенная мощность определяется формулой

$$N = \frac{dA}{dt} = Fv \cos \alpha.$$

Момент силы материальной точки или тела относительно любой выбранной неподвижной точки (полюса) определяется как векторное произведение

$$\mathbf{M} = [\mathbf{r} \mathbf{F}],$$

где \mathbf{r} — радиус вектор, направленный от полюса к материальной точке или, в случае тела, к точке приложения силы \mathbf{F} .

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки (полюса)

$$\mathbf{L} = [\mathbf{r} \mathbf{p}],$$

где \mathbf{p} — импульс точки.

В случае тела момент импульса равен векторной сумме моментов импульса всех N точек тела относительно полюса

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^N [\mathbf{r}_i \mathbf{p}_i],$$

Основное уравнение динамики вращательного движения тела относительно любой точки (полюса)

$$\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{L}}{dt},$$

где \mathbf{M} — результирующий момент внешних сил, действующих на тело, относительно полюса; \mathbf{L} — момент импульса тела относительно полюса.

Основное уравнение динамики вращательного движения тела относительно неподвижной оси z записывается в форме

$$M_z = J_z \varepsilon, \text{ если } J_z = \text{const},$$

или $M_z dt = d(J_z \omega)$, если J_z изменяется со временем.

Здесь M_z — результирующий момент внешних сил, действующих на тело, относительно оси z (или проекция на ось z результирующего момента внешних сил \mathbf{M} относительно любой точки оси z); ε — угловое ускорение; J_z — момент инерции тела относительно оси вращения z .

Значение момента силы M_z определяется как

$$M_z = Fl,$$

где F — сила, действующая на тело, l — плечо силы, т.е. кратчайшее расстояние (перпендикуляр) от оси вращения z до прямой, вдоль которой действует сила (линии действия силы).

Момент инерции материальной точки массой m относительно оси z

$$J_z = mr^2,$$

где r — радиус вращения точки вокруг оси z .

Момент инерции относительно оси z системы или тела, которые состоят из N материальных точек, равен сумме моментов инерции этих точек относительно данной оси

$$J_z = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2.$$

Моменты инерции некоторых однородных симметричных тел массой m относительно оси симметрии z , проходящей через центр масс:

а) стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину

$$J_z = \frac{1}{12} ml^2;$$

б) обруча (или тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (плоскости поперечного сечения цилиндра) и проходящей через его центр

$$J_z = mR^2,$$

где R — радиус обруча (цилиндра);

в) диска (однородного цилиндра) радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр

$$J_z = \frac{1}{2}mR^2;$$

г) шара радиусом R относительно оси, проходящей через его центр

$$J_z = \frac{2}{5}mR^2.$$

Момент инерции тела массой m относительно произвольной оси z , не проходящей через центр масс (теорема Штейнера):

$$J_z = J_c + md^2,$$

где J_c — момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс и параллельной оси z , d — расстояние между этими осями.

Момент импульса относительно неподвижной оси z тела, вращающегося относительно данной оси с угловой скоростью ω (или проекция момента импульса \mathbf{L} тела на ось z),

$$L_z = J_z\omega.$$

Закон сохранения момента импульса системы N тел, вращающихся вокруг неподвижной оси z ,

$$\sum_{i=1}^N L_{z,i} = \text{const}.$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z ,

$$T = \frac{J_z\omega^2}{2} \text{ или } T = \frac{L_z^2}{2J_z}$$

Период физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}},$$

где J — момент инерции физического маятника относительно горизонтальной

оси, не проходящей через центр масс, d — расстояние от точки подвеса до центра масс.

Приведенная длина физического маятника

$$L_{np} = \frac{J}{md}.$$

Период математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l — длина математического маятника.

Период пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m — масса маятника, k — жесткость пружины.

1.2. Контрольные задачи к разделу 1

101. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $v_0=4$ м/с. Когда оно достигло верхней точки полета из того же начального пункта, с той же начальной скоростью v_0 вертикально вверх брошено второе тело. На каком расстоянии h от начального пункта встретятся тела? Сопротивление воздуха не учитывать.

102. Материальная точка движется прямолинейно с ускорением $a=5$ м/с². Определить, на сколько путь, пройденный точкой в n -ю секунду, будет больше пути, пройденного в предыдущую секунду. Принять $v_0=0$ м/с.

103. Две автомашины движутся по дорогам, угол между которыми $\alpha=60^\circ$. Скорость автомашин $v_1=54$ км/ч и $v_2=72$ км/ч. С какой скоростью u удаляются машины одна от другой?

104. Материальная точка движется прямолинейно с начальной

скоростью $v_0=10$ м/с и постоянным ускорением $a=-5$ м/с². Определить, во сколько раз путь Δs , пройденный материальной точкой, будет превышать модуль ее перемещения Δr , спустя $t=4$ с после начала отсчета времени.

105. Велосипедист ехал из одного пункта в другой. Первую треть пути он проехал со скоростью $v_1=18$ км/ч. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью $v_2=22$ км/ч, после чего до конечного пункта он шел пешком со скоростью $v_3=5$ км/ч. Определить среднюю скорость $\langle v \rangle$ велосипедиста.

106. Тело брошено под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту со скоростью $v_0=30$ м/с. Каковы будут нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения тела через время $t=1$ с после начала движения?

107. Материальная точка движется по окружности постоянной угловой скоростью $\omega=\pi/6$ рад/с. Во сколько раз путь Δs , пройденный точкой за время $t=4$ с, будет больше модуля ее перемещения Δr ? Принять, что в момент начала отсчета времени радиус-вектор r , задающий положение точки на окружности, относительно исходного положения был повернут на угол $\varphi_0=\pi/3$ рад.

108. Материальная точка движется в плоскости $xу$ согласно уравнениям $x=A_1+B_1t+C_1t^2$ и $y=A_2+B_2t+C_2t^2$, где $B_1=7$ м/с, $C_1=-2$ м/с², $B_2=-1$ м/с, $C_2=0,2$ м/с². Найти модули скорости и ускорения точки в момент времени $t=5$ с.

109. По краю равномерно вращающейся с угловой скоростью $\omega=1$ рад/с платформы идет человек и обходит платформу за время $t=9,9$ с. Каково наибольшее ускорение a движения человека относительно Земли? Принять радиус платформы $R=2$ м.

110. Точка движется по окружности радиусом $R=30$ см с постоянным угловым ускорением ε . Определить тангенциальное ускорение a_τ точки, если известно, что за время $t=4$ с она совершила три оборота и в конце третьего оборота ее нормальное ускорение $a_n=2,7$ м/с².

111. При горизонтальном полете со скоростью $v=50$ м/с снаряд массой

$m=8$ кг разорвался на две части. Большая часть массой $m_1=6$ кг получила скорость $u_1=400$ м/с в направлении полета снаряда. Определить модуль и направление скорости u_2 меньшей части снаряда.

112. С тележки, свободно движущейся по горизонтальному пути со скоростью $u_1=3$ м/с, в сторону, противоположную движению тележки, прыгает человек, после чего скорость тележки изменилась и стала равной $u_1=4$ м/с. Определить горизонтальную составляющую скорости u_2 человека при прыжке относительно тележки. Масса тележки $m_1=210$ кг, масса человека $m_2=70$ кг.

113. Орудие, жестко закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом $\alpha=30^\circ$ к линии горизонта. Определить скорость u_2 отката платформы, если снаряд вылетает со скоростью $u_1=480$ м/с. Масса платформы с орудием и снарядами $m_2=18$ т, масса снаряда $m_1=60$ кг.

114. Человек массой $m_1=70$ кг, бегущий со скоростью $v_1=9$ км/ч, догоняет тележку массой $m_2=190$ кг, движущуюся со скоростью $v_2=3,6$ км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью станет двигаться тележка с человеком? С какой скоростью будет двигаться тележка с человеком, если человек до прыжка бежал навстречу тележке?

115. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает камень массой $m_1=2,5$ кг под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту со скоростью $v=10$ м/с. Какова будет начальная скорость v_0 движения конькобежца, если масса его $m_2=60$ кг? Перемещением конькобежца во время броска пренебречь.

116. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса его $m_1=60$ кг, масса доски $m_2=20$ кг. С какой скоростью (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль нее со скоростью (относительно доски) $v=1$ м/с? Массой колес и трением пренебречь.

117. Снаряд, летевший со скоростью $v=400$ м/с, в верхней точке

траектории разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 40% от массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью $u_1=150$ м/с. Определить скорость u_2 большего осколка.

118. Две одинаковые лодки массами от $m=200$ кг каждая (вместе с человеком и грузами, находящимися в лодках) движутся параллельными курсами навстречу друг другу с одинаковыми скоростями $v=1$ м/с. Когда лодки поравнялись, то с первой лодки на вторую и со второй на первую одновременно перебрасывают грузы массами $m_1=20$ кг. Определить скорости u_1 и u_2 лодок после перебрасывания грузов.

119. На сколько переместится относительно берега лодка длиной $l=3,5$ м и массой $m_1=200$ кг, если стоящий на корме человек массой $m_2=80$ кг переместится на нос лодки? Считать лодку расположенной перпендикулярно берегу.

120. Лодка длиной $l=3$ м и массой $m=120$ кг стоит на спокойной воде. На носу и корме находятся два рыбака массами $m_1=60$ кг и $m_2=90$ кг. На сколько сдвинется лодка относительно воды, если рыбаки поменяются местами?

121. В деревянный шар массой $m_1=8$ кг, подвешенный на нити длиной $l=1,8$ м, попадает горизонтально летящая пуля массой $m_2=4$ г. С какой скоростью летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в нем пулей отклонилась от вертикали на угол $\alpha=3^\circ$? Размером шара пренебречь. Удар пули считать прямым, центральным.

122. По небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне массой $m_1=300$ кг, ударяет молот массой $m_2=8$ кг. Определить КПД η удара, если удар неупругий. Полезной считать энергию, затраченную на деформацию куска железа.

123. Шар массой $m_1=1$ кг движется со скоростью $v_1=4$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2=2$ кг, движущимся навстречу ему со

скоростью $v_2=3$ м/с. Каковы скорости u_1 и u_2 шаров после удара? Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

124. Шар массой $m_1=3$ кг движется со скоростью $v_1=2$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2=5$ кг. Какая работа будет совершена при деформации шаров? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.

125. Определить КПД η неупругого удара бойка массой $m_1=0,5$ т, падающего на сваю массой $m_2=120$ кг. Полезной считать энергию, затраченную на вбивание сваи.

126. Шар массой $m_1=4$ кг движется со скоростью $v_1=5$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2=6$ кг, который движется ему навстречу со скоростью $v_2=2$ м/с. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

127. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой $m_1=10$ г со скоростью $v=300$ м/с. Затвор пистолета массой $m_2=200$ г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой $k=25$ кН/м. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен.

128. Шар массой $m_1=5$ кг движется со скоростью $v_1=1$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2=2$ кг. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

129. Из орудия, не имеющего противооткатного устройства, производилась стрельба в горизонтальном направлении. Когда орудие было неподвижно закреплено снаряд вылетел со скоростью $v_1=600$ м/с, а когда орудию дали возможность свободно откатываться назад снаряд вылетел со скоростью $v_2=580$ м/с. С какой скоростью откатилось при этом орудие?

130. Шар массой $m_1=2$ кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы и при этом теряет 40% кинетической энергии. Определить массу m_2 большего шара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

131. Определить работу растяжения двух соединенных последовательно пружин с коэффициентами жесткости $k_1=400$ Н/м и $k_2=250$ Н/м, если первая пружина при этом растянулась на $\Delta l=2$ см.

132. Из шахты глубиной $h=600$ м поднимают клеть массой $m_1=3,0$ т на канате, каждый метр которого имеет массу $m=1,5$ кг. Какая работа A совершается при поднятии клетки на поверхность Земли? Каков коэффициент полезного действия η подъемного устройства?

133. Пружина жесткостью $k=500$ Н/м сжата силой $F=100$ Н. Определить работу A внешней силы, дополнительно сжимающей пружину еще на $\Delta l=2$ см.

134. Две пружины жесткостью $k_1=0,5$ кН/м и $k_2=1$ кН/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию Π данной системы при абсолютной деформации $\Delta l=4$ см.

135. Какую нужно совершить работу A , чтобы пружину жесткостью $k=800$ Н/м, сжатую на $x=6$ см, дополнительно сжать на $\Delta x=8$ см?

136. Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины положить груз, то пружина сожмется на $\Delta l=3$ мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты $h=8$ см?

137. Из пружинного пистолета с пружиной жесткостью $k=150$ Н/м был произведен выстрел пулей массой $m=8$ г. Определить скорость v пули при вылете ее из пистолета, если пружина была сжата на $\Delta x=4$ см.

138. Налетев на пружинный буфер, вагон массой $m=16$ т, двигавшийся со скоростью $v=0,6$ м/с, остановился, сжав пружину на $\Delta l=8$ см. Найти общую жесткость k пружин буфера.

139. Цепь длиной $l=2$ м лежит на столе, одним концом свисая со стола. Если длина свешивающейся части превышает $l/3$, то цепь соскальзывает со стола. Определить скорость v цепи в момент ее отрыва от стола.

140. Какая работа A должна быть совершена при поднятии с земли материалов для постройки цилиндрической дымоходной трубы высотой $h=40$ м, наружным диаметром $D=3,0$ м и внутренним диаметром $d=2,0$ м? Плотность материала ρ принять равной $2,8 \cdot 10^3$ кг/м³.

141. Шарик массой $m=60$ г, привязанный к концу нити длиной $l_1=1,2$ м, вращается с частотой $n_1=2$ с⁻¹, опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик к оси до расстояния $l_2=0,6$ м. С какой частотой n_2 будет при этом вращаться шарик? Какую работу A совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

142. По касательной к шкиву маховика в виде диска диаметром $D=75$ см и массой $m=40$ кг приложена сила $F=1$ кН. Определить угловое ускорение ε и частоту вращения n маховика через время $t=10$ с после начала действия силы, если радиус r шкива равен 12 см. Силой трения пренебречь.

143. На обод маховика диаметром $D=60$ см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m=2$ кг. Определить момент инерции J маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время $t=3$ с приобрел угловую скорость $\omega=9$ рад/с.

144. Нить с привязанными к ее концам грузами массами $m_1=50$ г и $m_2=60$ г перекинута через блок диаметром $D=4$ см. Определить момент инерции J блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение $\varepsilon=1,5$ рад/с². Трением и скольжением нити по блоку пренебречь.

145. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину, согласно уравнению $\varphi=At+Bt^3$, где $A=2$ рад/с, $B=0,2$ рад/с³. Определить вращающий момент M , действующий на стержень через время $t=2$ с после начала вращения, если момент инерции стержня $J=0,048$ кг·м².

146. По горизонтальной плоскости катится диск со скоростью $v=8$ м/с. Определить коэффициент сопротивления, если диск, будучи предоставленным

самому себе, остановился, пройдя путь $\Delta s=18$ м.

147. Определить момент силы M , который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой $n=12$ с⁻¹, чтобы он остановился в течение времени $\Delta t=8$ с. Диаметр блока $D=30$ см. Массу блока $m=6$ кг считать равномерно распределенной по ободу.

148. Блок, имеющий форму диска массой $m=0,4$ кг, вращается под действием силы натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами $m_1=0,3$ кг и $m_2=0,7$ кг. Определить силы натяжения T_1 и T_2 нити по обе стороны блока.

149. К краю стола прикреплен блок. Через блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы. Один груз движется по поверхности стола, а другой — вдоль вертикали вниз. Определить коэффициент f трения между поверхностями груза и стола, если массы каждого груза и масса блока одинаковы и грузы движутся с ускорением $a=3,6$ м/с². Скольжением нити по блоку и силой трения, действующей на блок, пренебречь.

150. К концам легкой и нерастяжимой нити, перекинутой через блок, подвешены грузы массами $m_1=0,2$ кг и $m_2=0,3$ кг. Во сколько раз отличаются силы, действующие на нить по обе стороны от блока, если масса блока $m=0,4$ кг, а его ось движется вертикально вверх с ускорением $a=2$ м/с²? Силами трения и скольжением нити по блоку пренебречь.

151. На скамье Жуковского сидит человек и держит на вытянутых руках гири массой $m=5$ кг каждая. Расстояние от каждой гири до оси скамьи $l_1=70$ см. Скамья вращается с частотой $n_1=1$ с⁻¹. Как изменится частота вращения скамьи и какую работу A произведет человек, если он сожмет руки так, что расстояние от каждой гири до оси уменьшится до $l_2=20$ см? Момент инерции человека и скамьи (вместе) относительно оси $J=2,5$ кг·м²

152. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень вертикально по оси скамьи. Скамья с человеком вращается с угловой

скоростью $\omega_1=4$ рад/с. С какой угловой скоростью ω_2 будет вращаться скамья с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он занял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи $J=5$ кг·м². Длина стержня $l=1,8$ м, масса $m=6$ кг. Считать, что центр масс стержня с человеком находится на оси платформы.

153. Платформа в виде диска диаметром $D=3$ м и массой $m_1=180$ кг может вращаться вокруг вертикальной оси. С какой угловой скоростью ω_1 будет вращаться эта платформа, если по ее краю пойдет человек массой $m_2=70$ кг со скоростью $v=1,8$ м/с относительно платформы?

154. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол φ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обогнув ее, вернется в исходную (на платформе) точку? Масса платформы $m_1=280$ кг, масса человека $m_2=80$ кг.

155. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руке за ось велосипедное колесо, вращающееся вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega_1=25$ рад/с. Ось колеса расположена вертикально и совпадает с осью скамьи Жуковского. С какой скоростью ω_2 станет вращаться скамья, если повернуть колесо вокруг горизонтальной оси на угол $\alpha=90^\circ$? Момент инерции человека и скамьи $J=2,5$ кг·м², момент инерции колеса $J_0=0,5$ кг·м².

156. Однородный стержень длиной $l=1,0$ м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. В другой конец абсолютно неупруго ударяет пуля массой $m=7$ г, летящая перпендикулярно стержню и его оси. Определить массу M стержня, если в результате попадания пули он отклонится на угол $\alpha=60^\circ$. Принять скорость пули $v=360$ м/с.

157. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции

вокруг вертикальной оси с частотой $n_1=8 \text{ мин}^{-1}$, стоит человек массой $m_1=70 \text{ кг}$. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2=10 \text{ мин}^{-1}$. Определить массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

158. На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром $D=0,8 \text{ м}$ и массой $m_1=6 \text{ кг}$ стоит человек массой $m_2=60 \text{ кг}$. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой $m=0,5 \text{ кг}$? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии $r=0,4 \text{ м}$ от оси скамьи. Скорость мяча $v=5 \text{ м/с}$.

159. Горизонтальная платформа массой $m_1=150 \text{ кг}$ вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой $n=8 \text{ мин}^{-1}$. Человек массой $m_2=70 \text{ кг}$ стоит при этом на краю платформы. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым, однородным диском, а человека — материальной точкой.

160. Однородный стержень длиной $l=1,0 \text{ м}$ и массой $M=0,7 \text{ кг}$ подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. В точку, отстоящую от оси на $2/3 l$, абсолютно упруго ударяет пуля массой $m=5 \text{ кг}$, летящая перпендикулярно стержню и его оси. После удара стержень отклонился на угол $\alpha=60^\circ$. Определить скорость пули.

161. Определить напряженность G_m гравитационного поля на высоте $h=1000 \text{ км}$ над поверхностью Земли. Считать известными ускорение g свободного падения у поверхности Земли и ее радиус R . Напряженность гравитационного поля численно равна силе, действующей со стороны этого поля на тело единичной массы $G_m=F/m$.

162. Какая работа A будет совершена силами гравитационного поля при падении на Землю тела массой $m=2 \text{ кг}$: 1) с высоты $h=1000 \text{ км}$; 2) из бесконечности?

163. Из бесконечности на поверхность Земли падает метеорит массой $m=30$ кг. Определить работу A , которая при этом будет совершена силами гравитационного поля Земли. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус R считать известными.

164. С поверхности Земли вертикально вверх пущена ракета со скоростью $v=5$ км/с. На какую высоту она поднимется?

165. По круговой орбите вокруг Земли обращается спутник с периодом $T=90$ мин. Определить высоту спутника. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус R считать известными.

166. На каком расстоянии от центра Земли находится точка, в которой напряженность суммарного гравитационного поля Земли и Луны равна нулю? Принять, что масса Земли в 81 раз больше массы Луны и что расстояние от центра Земли до центра Луны равно 60 радиусам Земли.

167. Спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте $h=520$ км. Определить период обращения спутника. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус R считать известными.

168. Определить линейную и угловую скорости спутника Земли, обращающегося по круговой орбите на высоте $h=1000$ км. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус R считать известными.

169. Какова масса Земли, если известно, что Луна в течение года совершает 13 обращений вокруг Земли и расстояние от Земли до Луны равно $3,84 \cdot 10^8$ м?

170. Во сколько раз средняя плотность земного вещества отличается от средней плотности лунного? Принять, что радиус R_3 Земли в 390 раз больше радиуса R_L Луны и вес тела на Луне в 6 раз меньше веса тела на Земле.

171. На стержне длиной $l=30$ см укреплены два одинаковых груза: один — в середине стержня, другой — на одном из его концов. Стержень с грузами колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный

конец стержня. Определить приведенную длину L и период T простых гармонических колебаний данного физического маятника. Массой стержня пренебречь.

172. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых $x=A_1 \sin\omega_1 t$ и $y=A_2 \cos\omega_2 t$ где $A_1=8$ см, $A_2=4$ см, и $\omega_1=\omega_2=2$ с⁻¹. Написать уравнение траектории и построить ее. Показать направление движения точки.

173. Точка совершает простые гармонические колебания, уравнение которых $x=A \sin\omega_1 t$, где $A=5$ см, $\omega=2$ с⁻¹. В момент времени, когда точка обладала потенциальной энергией $W=0,1$ мДж, на нее действовала возвращающая сила $F=5$ мН. Найти этот момент времени t .

174. Определить частоту ν простых гармонических колебаний диска радиусом $R=20$ см около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

175. Определить период T простых гармонических колебаний диска радиусом $R=40$ см около горизонтальной оси, проходящей через образующую диска.

176. Определить период T колебаний математического маятника, если модуль его максимального перемещения $\Delta r=18$ см и максимальная скорость $v_{\max}=16$ см/с.

177. Материальная точка совершает простые гармонические колебания так, что в начальный момент времени смещение $x_0=4$ см, а скорость $v_0=10$ см/с. Определить амплитуду A и начальную фазу φ колебаний, если их период $T=2$ с.

178. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1=A_1 \sin\omega_1 t$ и $x_2=A_2 \sin\omega_2(t+\tau)$, где $A_1=A_2=3$ см, $\omega_1=\omega_2=\pi$ с⁻¹, $\tau=0,5$ с. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Написать его уравнение. Построить векторную

диаграмму для момента времени $t=0$ с.

179. На гладком горизонтальном столе лежит шар массой $M=200$ г, прикрепленный к горизонтально расположенной легкой пружине с жесткостью $k=500$ Н/м. В шар попадает пуля массой $m=10$ г, летящая со скоростью $v=300$ м/с, и застревает в нем. Пренебрегая перемещением шара во время удара и сопротивлением воздуха, определить амплитуду A и период T колебаний шара.

180. Шарик массой $m=60$ г колеблется с периодом $T=2$ с. В начальный момент времени смещение шарика $x_0=4,0$ см и он обладает энергией $E=0,02$ Дж. Записать уравнение простого гармонического колебания шарика и закон изменения возвращающей силы с течением времени.

181. Точка движется по окружности радиусом $R=4$ м. Закон ее движения выражается уравнением $s=A+Bt^2$, где $A=8$ м, $B=-2$ м/с². Определить момент времени t , когда нормальное ускорение a_n точки равно 9 м/с². Найти скорость v , тангенциальное a_τ и полное a ускорения точки в тот же момент времени t .

182. Две материальные точки движутся согласно уравнениям: $x_1=A_1t+B_1t^2+C_1t^3$ и $x_2=A_2t+B_2t^2+C_2t^3$, где $A_1=4$ м/с, $B_1=8$ м/с², $C_1=-16$ м/с³, $A_2=2$ м/с, $B_2=-4$ м/с², $C_2=1$ м/с³. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости v_1 и v_2 точек в этот момент.

183. Шар массой $m_1=10$ кг сталкивается с шаром массой $m_2=4$ кг. Скорость первого шара $v_1=4$ м/с, второго $v_2=12$ м/с. Найти общую скорость u шаров после удара в двух случаях: 1) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) шары движутся навстречу друг другу. Удар считать прямым, центральным, неупругим.

184. В лодке массой $M=240$ кг стоит человек массой $m=60$ кг. Лодка плывет со скоростью $v=2$ м/с. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью $u=4$ м/с (относительно лодки). Найти скорость лодки после прыжка человека: 1) вперед по движению лодки; 2) в сторону,

противоположную движению лодки.

185. Человек, стоящий в лодке, сделал шесть шагов вдоль нее и остановился. На сколько шагов передвинулась лодка, если масса лодки в два раза больше (меньше) массы человека?

186. Из пружинного пистолета выстрелили пулькой, масса которой $m=5$ г. Жесткость пружины $k=1,25$ кН/м. Пружина была сжата на $\Delta l=8$ см. Определить скорость пульки при вылете ее из пистолета.

187. Шар, двигавшийся горизонтально, столкнулся с неподвижным шаром и передал ему 64% своей кинетической энергии. Шары абсолютно упругие, удар является прямым и центральным. Во сколько раз масса второго шара больше массы первого?

188. Цилиндр, расположенный горизонтально, может вращаться вокруг оси, совпадающей с осью цилиндра. Масса цилиндра $m_1=12$ кг. На цилиндр намотали шнур, к которому привязали гирию массой $m_2=1$ кг. С каким ускорением будет опускаться гирия? Какова сила натяжения шнура во время движения гири?

189. Через блок, выполненный в виде колеса, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы массами $m_1=100$ г и $m_2=300$ г. Массу колеса $M=200$ г считать равномерно распределенной по ободу, массой спиц пренебречь. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, и силы натяжения нити по обе стороны блока.

190. Двум одинаковым маховикам, находящимся в покое, сообщили одинаковую угловую скорость $\omega=63$ рад/с и предоставили их самим себе. Под действием сил трения маховик остановился через одну минуту, а второй сделал до полной остановки $N=360$ оборотов. У какого маховика тормозящий момент был больше и во сколько раз?

191. Шар скатывается с наклонной плоскости высотой $h=90$ см. Какую линейную скорость будет иметь центр шара в тот момент, когда шар скатится с

наклонной плоскости?

192. На верхней поверхности горизонтального диска, который может вращаться вокруг вертикальной оси, проложены по окружности радиусом $r=50$ см рельсы игрушечной железной дороги. Масса диска $M=10$ кг, его радиус $R=60$ см. На рельсы неподвижного диска был поставлен заводной паровозик массой $m=1$ кг и выпущен из рук. Он начал двигаться относительно рельсов со скоростью $v=0,8$ м/с. С какой угловой скоростью будет вращаться диск?

193. Платформа в виде диска вращается по инерции около вертикальной оси с частотой $n_1=14$ мин⁻¹. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешел в центр платформы, частота возросла до $n_2=25$ мин⁻¹. Масса человека $m=70$ кг. Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

194. Искусственный спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте $h=3200$ км над поверхностью Земли. Определить линейную скорость спутника.

195. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение точки $x=5$ см, скорость ее $v=20$ см/с и ускорение $a=-80$ см/с². Найти циклическую частоту и период колебаний, фазу колебаний в рассматриваемый момент времени и амплитуду колебаний.

196. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x=A \sin \omega t$, где $A=5$ см, $\omega=2$ с⁻¹. Найти момент времени (ближайший к началу отсчета), в который потенциальная энергия точки $\Pi=10^{-4}$ Дж, а возвращающая сила $F=+5 \cdot 10^{-3}$ Н. Определить также фазу колебаний в этот момент времени.

197. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой, имеющих одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз складываемых колебаний.

198. Точка совершает одновременно два гармонических колебания,

происходящих по взаимно перпендикулярных направлениям и выражаемых уравнениями $x=A_1 \cos\omega_1 t$ и $y=A_2 \cos\omega_2(t+\tau)$, где $A_1=4$ см, $\omega_1=\pi$ с⁻¹, $A_2=8$ см, $\omega_2=\pi$ с⁻¹, $\tau=1$ с. Найти уравнение траектории и на чертить ее с соблюдением масштаба.

199. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $v=15$ м/с. Период колебаний точек шнура $T=1,2$ м/с. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях $x_1=20$ м и $x_2=30$ м.

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

2.1. Основные понятия и формулы

Количество вещества — число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т. п.), содержащихся в теле или системе. Количество вещества выражается в молях. Моль равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в 0,012 кг изотопа углерода ¹²C. Количество вещества тела (системы)

$$\nu = \frac{N}{N_A},$$

где N — число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.), составляющих тело (систему). Постоянная Авогадро $N_A=6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

Молярная масса вещества

$$\mu = \frac{m}{\nu},$$

где m —масса однородного тела (системы); ν —количество вещества (число молей) этого тела (системы). Выражается в единицах г/моль (или кг/моль).

Единица массы, равная 1/12 массы атома углерода ¹²C, называется

атомной единицей массы (а.е.м.). Массы атомов или молекул выраженные в атомных единицах массы называют соответственно относительной атомной или относительной молекулярной массой вещества. Относительная молекулярная масса вещества состоит из относительных атомных масс химических элементов, составляющих молекулу вещества. Относительные атомные массы химических элементов приводятся в таблице Д. И. Менделеева (см. также таблицу 8 приложения данного пособия).

Молярная масса вещества численно равна относительной атомной или молекулярной массе данного вещества, если размерность а.е.м. заменить на размерность г/моль.

Количество вещества смеси n газов

$$v = v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{N_1}{N_a} + \frac{N_2}{N_a} + \dots + \frac{N_n}{N_a} \quad \text{или} \quad v = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots + \frac{m_n}{\mu_n},$$

где v_i , N_i , m_i , μ_i — соответственно количество вещества, число молекул, масса и молярная масса i -го компонента смеси ($i=1,2,\dots,n$).

Уравнение Менделеева — Клапейрона (уравнение состояния идеального газа)

$$pV = \frac{m}{\mu}RT = \nu RT,$$

где m — масса газа, μ — молярная масса газа, R — универсальная газовая постоянная, ν — количество вещества, T — термодинамическая температура.

Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения Менделеева — Клапейрона для изопроцессов:

а) закон Бойля—Мариотта (изотермический процесс: $T=\text{const}$, $m=\text{const}$)

$$pV = \text{const}$$

или для двух состояний газа, обозначенных цифрами 1 и 2,

$$p_1V_1 = p_2V_2,$$

б) закон Гей-Люссака (изобарический процесс: $p=\text{const}$, $m=\text{const}$)

$$\frac{V}{T} = \text{const} \quad \text{или для двух состояний} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

в) закон Шарля (изохорический процесс: $V=\text{const}$, $m=\text{const}$)

$$\frac{p}{T} = \text{const} \quad \text{или для двух состояний} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2},$$

г) объединенный газовый закон ($m=\text{const}$)

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \quad \text{или для двух состояний} \quad \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}.$$

Под нормальными условиями понимают давление $p_0=1$ атм ($1,013 \cdot 10^5$ Па), температуру 0°C ($T=273$ К).

Закон Дальтона, определяющий давление смеси n газов.

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

где p_i — парциальные давления компонентов смеси ($i=1,2,\dots,n$). Парциальным давлением называется давление газа, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

Молярная масса смеси n газов

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n}.$$

Массовая доля i -го компонента смеси газа (в долях единицы или процентах)

$$w = \frac{m_i}{m},$$

где m — масса смеси.

Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{\mu},$$

где N — число молекул, содержащихся в данной системе; ρ — плотность вещества в системе; V — объем системы. Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для реального газа

$$(p - v^2 \frac{a}{V^2})(V - vb) = vRT ,$$

где a и b — коэффициенты Ван-дер-Ваальса

Для идеального газа уравнение Ван-дер-Ваальса переходит в уравнение Менделеева — Клапейрона.

Основное уравнение молекулярно - кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_n \rangle ,$$

где $\langle \varepsilon_n \rangle$ — средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{3}{2} kT ,$$

где k — постоянная Больцмана.

Средняя кинетическая энергия молекулы с жесткими связями, включающая кинетическую энергию поступательного и вращательного движения, выражается

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT ,$$

где i — число степеней свободы молекулы (поступательных и вращательных).

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = nkT .$$

Зависимость давления газа p от высоты h в гравитационном поле (барометрическое распределение)

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT}\right) = p_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right) ,$$

где p_0 — давление газа на высоте, условно принятой за начало отсчета ($h=0$), m_0 — масса молекулы газа, μ — молярная масса, T — температура газа.

Скорости молекул:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \text{ — средняя квадратичная;}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \text{ — средняя арифметическая;}$$

$$v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \text{ — наиболее вероятная,}$$

где m_0 — масса одной молекулы.

Относительная скорость молекулы, движущейся со скоростью v ,

$$u = \frac{v}{v_{\text{в}}}.$$

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме (c_V) и постоянном давлении (c_p)

$$c_V = \frac{i R}{2 \mu} \quad \text{и} \quad c_p = \frac{i + 2 R}{2 \mu}.$$

Связь между удельной c и молярной C теплоемкостями

$$c = \frac{C}{\mu}.$$

Уравнение Майера

$$C_p - C_V = R.$$

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT = \frac{m}{\mu} C_V T.$$

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q — теплота, сообщенная системе (газу); ΔU — изменение внутренней энергии системы; A — работа, совершенная системой против внешних сил.

Работа расширения газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad \text{в общем случае;}$$

$$A = \frac{m}{\mu} R T \ln \frac{V_2}{V_1} \quad \text{при изотермическом процессе;}$$

$$A = p(V_2 - V_1) \quad \text{при изобарическом процессе;}$$

$$A = 0 \quad \text{при изохорическом процессе;}$$

$$A = -\Delta U = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T = \frac{R T_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] \quad \text{при адиабатическом процессе,}$$

где $\gamma = C_p / C_V$ — показатель адиабаты.

Уравнения Пуассона, связывающие параметры идеального газа при адиабатическом процессе:

$$pV^\gamma = const,$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}, \quad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Термический КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где Q_1 — теплота, полученная рабочим телом от теплоотдатчика (нагревателя); Q_2 — теплота, переданная рабочим телом теплоприемнику (холодильнику), T_1 и T_2 — термодинамические температуры теплоотдатчика и теплоприемника.

Изменение энтропии при переходе системы из состояния 1 в состояние 2 определяется формулой

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

где dQ — элементарное количество теплоты, полученное или переданное системе в каком-либо процессе, T — температура системы при этом процессе.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2\pi d^2 n}},$$

где $\langle v \rangle$ — средняя арифметическая скорость молекул, $\langle z \rangle$ — среднее число столкновений молекулы в единицу времени, d — эффективный диаметр молекулы, n — число молекул в единице объема (концентрация молекул).

Коэффициент поверхностного натяжения

$$\alpha = \frac{F}{l} \quad \text{или} \quad \alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

где F — сила поверхностного натяжения, действующая на контур l , ограничивающий поверхность жидкости; ΔE — изменение свободной энергии поверхностной пленки жидкости, связанное с изменением площади ΔS поверхности этой пленки.

Формула Лапласа, выражающая давление p , создаваемое сферической поверхностью жидкости,

$$p = \frac{2\alpha}{R},$$

где R — радиус сферической поверхности.

Высота подъема жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g R},$$

где θ — краевой угол ($\theta=0$ при полном смачивании стенок трубки жидкостью; $\theta=\pi$ при полном несмачивании), R — радиус канала трубки; ρ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения.

Высота подъема жидкости между двумя близкими и параллельными друг другу плоскостями

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g d},$$

где d — расстояние между плоскостями.

2.2. Контрольные задачи к разделу 2

201. Определить количество вещества ν и число N молекул кислорода массой $m=0,5$ кг.

202. Сколько атомов содержится в ртути: 1) количеством вещества $\nu=0,2$ моль; 2) массой $m=1$ г?

203. Вода при температуре $t=4^\circ\text{C}$ занимает объем $V=1$ см³. Определить количество вещества ν и число N молекул воды.

204. Найти молярную массу μ и массу m_0 одной молекулы поваренной соли.

205. Определить массу m_0 одной молекулы углекислого газа.

206. Определить концентрацию n молекул кислорода, находящегося в сосуде вместимостью $V=2$ л. Количество вещества ν кислорода равно $0,2$ моль.

207. Определить количество вещества ν водорода, заполняющего сосуд объемом $V=3$ л, если концентрация молекул газа в сосуде $n=2\cdot 10^{18}$ м³.

208. В баллоне вместимостью $V=3$ л содержится кислород массой $m=10$ г. Определить концентрацию n молекул газа.

209. Плотность газа ρ при давлении $p=96$ кПа и температуре $t=0^\circ\text{C}$ равна $1,35$ г/л. Найти молярную массу μ газа.

210. Определить количество вещества ν и число N молекул азота массой $m=0,2$ кг.

211. В цилиндр длиной $l=1,6$ м, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении p_0 начали медленно вдвигать поршень площадью основания $S=200$ см². Определить силу F , действующую на поршень, если его остановить на расстоянии $l_1=10$ см от дна цилиндра.

212. В баллоне находится газ при температуре $T_1=400$ К. До какой температуры T_2 надо нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в $1,5$ раза?

213. Баллон вместимостью $V=20$ л заполнен азотом при температуре

$T=400$ К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta p=200$ кПа. Определить массу m израсходованного газа. Процесс считать изотермическим.

214. В баллоне вместимостью $V=15$ л находится аргон под давлением $p_1=600$ кПа и при температуре $T_1=300$ К. Когда из баллона было взято некоторое количество газа, давление в баллоне понизилось до $p_2=400$ кПа, а температура установилась $T_2=260$ К. Определить массу m аргона, взятого из баллона.

215. Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление $p_1=2$ МПа и температура $T_1=800$ К, в другом $p_2=2,5$ МПа, $T_2=200$ К. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры $T=200$ К. Определить установившееся в сосудах давление p .

216. Вычислить плотность ρ азота, находящегося в баллоне под давлением $p=2$ МПа и имеющего температуру $T=400$ К.

217. Определить относительную молекулярную массу M_r газа, если при температуре $T=154$ К и давлении $p=2,8$ МПа он имеет плотность $\rho=6,1$ кг/м³.

218. Найти плотность ρ азота при температуре $T=400$ К и давлении $p=2$ МПа.

219. В сосуде вместимостью $V=40$ л находится кислород при температуре $T=300$ К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta p=100$ кПа. Определить массу m израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим.

220. Определить плотность ρ водяного пара, находящегося под давлением $p=2,5$ кПа и имеющего температуру $T=250$ К.

221. Определить внутреннюю энергию U водорода, а также среднюю кинетическую энергию $\langle \epsilon \rangle$ молекулы этого газа при температуре $T=300$ К, если количество вещества ν этого газа равно $0,5$ моль.

222. Определить суммарную кинетическую энергию E_k поступательного движения всех молекул газа, находящегося в сосуде вместимостью $V=3$ л под давлением $p=540$ кПа.

223. Количество вещества гелия $\nu=1,5$ моль, температура $T=120$ К. Определить суммарную кинетическую энергию E_k поступательного движения всех молекул этого газа.

224. Молярная внутренняя энергия U_m некоторого двухатомного газа равна $6,02$ кДж/моль. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_{вр} \rangle$ вращательного движения одной молекулы этого газа. Газ считать идеальным.

225. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon \rangle$ одной молекулы водяного пара при температуре $T=500$ К.

226. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle v_{кв} \rangle$ молекулы газа, заключенного в сосуд вместимостью $V=2$ л под давлением $p=200$ кПа. Масса газа $m=0,3$ г.

227. Водород находится при температуре $T=300$ К. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_{вр} \rangle$ вращательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию E_k всех молекул этого газа; количество водорода $\nu=0,5$ моль.

228. При какой температуре средняя кинетическая энергия $\langle \varepsilon_{п} \rangle$ поступательного движения молекулы газа равна $4,14 \cdot 10^{-21}$ Дж?

229. В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки равна $6 \cdot 10^{-10}$ г. Газ находится при температуре $T=400$ К. Определить средние квадратичные скорости $\langle v_{кв} \rangle$, а также средние кинетические энергии $\langle \varepsilon_{п} \rangle$ поступательного движения молекулы азота и пылинки.

230. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_{п} \rangle$ поступательного движения и $\langle \varepsilon_{вр} \rangle$ вращательного движения молекулы азота

при температуре $T=1$ К. Определить также полную кинетическую энергию E_k молекулы при тех же условиях.

231. Определить молярную массу μ двухатомного газа и его удельные теплоемкости c_p и c_V , если известно, что разность удельных теплоемкостей этого газа $c_p - c_V$ равна 260 Дж/(кг·К).

232. Найти удельные c_V и c_p , а также молярные C_V и C_p теплоемкости углекислого газа.

233. Определить показатель адиабаты γ идеального газа, который при температуре $T=350$ К и давлении $p=0,4$ МПа занимает объем $V=300$ л и имеет теплоемкость $C_V=857$ Дж/К.

234. В сосуде вместимостью $V=6$ л находится при нормальных условиях двухатомный газ. Определить теплоемкость C_V этого газа при постоянном объеме.

235. Определить относительную молекулярную массу M_r и молярную массу μ газа, если разность его удельных теплоемкостей $c_p - c_V = 2,08$ кДж/(кг·К).

236. Определить молярные теплоемкости газа, если его удельные теплоемкости $c_V=10,4$ кДж/(кг·К) и $c_p=14,6$ кДж/(кг·К).

237. Найти удельные c_V и c_p и молярные C_V и C_p теплоемкости азота и гелия.

238. Вычислить удельные теплоемкости газа, зная, что его молярная масса $\mu=4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль и отношение молярных теплоемкостей $C_p/C_V=1,67$.

239. Трехатомный газ под давлением $p=240$ кПа и температуре $t=20^\circ\text{C}$ занимает объем $V=10$ л. Определить теплоемкость C_p этого газа при постоянном давлении.

240. Одноатомный газ при нормальных условиях занимает объем $V=5$ л. Вычислить теплоемкость C_V этого газа при постоянном объеме.

241. Найти среднее число $\langle z \rangle$ столкновений за время $t=1$ с и длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы гелия, если газ находится под давлением $p=2$ кПа при температуре $T=200$ К.

242. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы азота в сосуде вместимостью $V=5$ л. Масса газа $m=0,5$ г.

243. Водород находится под давлением $p=20$ мкПа и имеет температуру $T=300$ К. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы такого газа.

244. При нормальных условиях длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы водорода равна $0,160$ мкм. Определить диаметр d молекулы водорода.

245. Какова средняя арифметическая скорость молекул кислорода при нормальных условиях, если известно, что средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы кислорода при этих условиях равна 100 нм?

246. Кислород находится под давлением $p=133$ нПа при температуре $T=200$ К. Вычислить среднее число $\langle z \rangle$ столкновений молекулы кислорода при этих условиях за время $t=1$ с.

247. При каком давлении p средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул азота равна 1 м, если температура газа $t=10^\circ\text{C}$?

248. В сосуде вместимостью $V=5$ л находится водород массой $m=0,5$ г. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы водорода в этом сосуде.

249. Средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы водорода при некоторых условиях равна 2 мм. Найти плотность ρ водорода при этих условиях.

250. В сферической колбе вместимостью $V=3$ л, содержащей азот, создан вакуум с давлением $p=80$ мкПа. Температура газа $T=250$ К. Можно ли

считать вакуум в колбе высоким? Вакуум считается высоким, если длина свободного пробега молекул в нем много больше линейных размеров сосуда.

251. Определить количество теплоты Q , которое надо сообщить кислороду объемом $V=50$ л и массой 1 моль при его изохорическом нагревании, чтобы давление газа повысилось на $\Delta p=0,5$ Мпа

252. При изотермическом расширении азота при температуре $T=280$ К объем его увеличился в два раза. Определить: 1) совершенную при расширении газа работу A , 2) изменение ΔU внутренней энергии; 3) количество теплоты Q , полученное газом. Масса азота $m=0,2$ кг.

253. При адиабатическом сжатии давление воздуха было увеличено от $p_1=50$ кПа до $p_2=0,5$ МПа. Затем при неизменном объеме температура воздуха была понижена до первоначальной. Определить давление p_3 газа в конце процесса.

254. Кислород массой $m=200$ г занимает объем $V_1=100$ л и находится под давлением $p_1=200$ кПа. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема $V_2=300$ л, а затем его давление возросло до $p_2=500$ кПа при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа, совершенную газом работу A и теплоту Q , переданную газу. Построить график процесса.

255. Объем водорода при изотермическом расширении при температуре $T=300$ К увеличился в $n=3$ раза. Определить работу A , совершенную газом, и теплоту Q , полученную при этом. Масса m водорода равна 200 г.

256. Азот массой $m=0,1$ кг был изобарически нагрет от температуры $T_1=200$ К до температуры $T_2=400$ К. Определить работу A , совершенную газом, полученную газом теплоту Q и изменение ΔU внутренней энергии азота.

257. Во сколько раз увеличится объем водорода, содержащий количество вещества $\nu=0,4$ моль при изотермическом расширении, если при

этом газ получит количество теплоты $Q=800$ Дж? Температура водорода $T=300$ К.

258. Какая работа A совершается при изотермическом расширении водорода массой $m=5$ г, взятого при температуре $T=290$ К, если объем газа увеличивается в три раза?

259. Какая доля w_1 количества теплоты Q , подводимого к идеальному двухатомному газу при изобарическом процессе, расходуется на увеличение ΔU внутренней энергии газа и какая доля w_2 — на работу A расширения? Рассмотреть три случая, если газ: 1) одноатомный; 2) двухатомный; 3) трехатомный.

260. Определить работу A , которую совершит азот, если ему при постоянном давлении сообщить количество теплоты $Q=21$ кДж. Найти также изменение ΔU внутренней энергии газа.

261. Идеальный газ совершает цикл Карно при температурах теплоприемника $T_2=290$ К и теплоотдатчика $T_1=400$ К. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия η цикла, если температура теплоотдатчика возрастет до $T_{1,1}=600$ К?

262. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 теплоотдатчика в четыре раза ($n=4$) больше температуры теплоприемника. Какую долю w количества теплоты, полученного за один цикл от теплоотдатчика, газ отдаст теплоприемнику?

263. Определить работу A_2 изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, КПД которого $\eta=0,4$, если работа изотермического расширения равна $A_1=8$ Дж.

264. Найти изменение энтропии 1 кг льда находящегося при температуре 0°C .

265. Найти изменение энтропии при изобарическом расширении 8 г гелия от объема $V_1=10$ л до $V_2=25$ л.

266. Найти изменение энтропии при изотермическом расширении 6 г водорода от 10^5 Па до $0,5 \cdot 10^5$ Па.

267. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия η цикла Карно при повышении температуры теплоотдатчика от $T_1=380$ К до $T_{1,1}=560$ К? Температура теплоприемника $T_2=280$ К.

268. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура теплоотдатчика $T_1=500$ К, температура теплоприемника $T_2=250$ К. Определить термический КПД η цикла, а также работу A_1 рабочего вещества при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа $A_2=70$ Дж.

269. Газ, совершающий цикл Карно, получает теплоту $Q_1=84$ кДж. Определить работу A газа, если температура T_1 теплоотдатчика в три раза выше температуры T_2 теплоприемника.

270. В цикле Карно газ получил от теплоотдатчика теплоту $Q_1=500$ Дж и совершил работу $A=100$ Дж. Температура теплоотдатчика $T_1=400$ К. Определить температуру T_2 теплоприемника.

271. Найти массу m воды, вошедшей в стеклянную трубку с диаметром канала $d=0,8$ мм, опущенную в воду на малую глубину. Считать смачивание полным.

272. Какую работу A надо совершить при выдувании мыльного пузыря, чтобы увеличить его объем от $V_1=8$ см³ до $V_2=16$ см³? Считать процесс изотермическим.

273. Какая энергия E выделится при слиянии двух капель ртути диаметром $d_1=0,8$ мм и $d_2=1,2$ мм в одну каплю?

274. Определить давление p внутри воздушного пузырька диаметром $d=4$ мм, находящегося в воде у самой ее поверхности. Считать атмосферное давление нормальным.

275. Пространство между двумя стеклянными параллельными

пластинками с площадью поверхности $S=100 \text{ см}^2$ каждая, расположенными на расстоянии $l=20 \text{ мкм}$ друг от друга, заполнено водой. Определить силу F , прижимающую пластинки друг к другу. Считать мениск вогнутым с диаметром d , равным расстоянию между пластинками.

276. Глицерин поднялся в капиллярной трубке диаметром канала $d=1 \text{ мм}$ на высоту $h=20 \text{ мм}$. Определить поверхностное натяжение α глицерина. Считать смачивание полным.

277. В воду опущена на очень малую глубину стеклянная трубка с диаметром канала $d=1 \text{ мм}$. Определить массу m воды, вошедшей в трубку.

278. На сколько давление p воздуха внутри мыльного пузыря больше нормального атмосферного давления p_0 , если диаметр пузыря $d=5 \text{ мм}$?

279. Воздушный пузырек диаметром $d=2,2 \text{ мкм}$ находится в воде у самой ее поверхности. Определить плотность ρ воздуха в пузырьке, если воздух над поверхностью воды находится при нормальных условиях.

280. Две капли ртути радиусом $r=1,2 \text{ мм}$ каждая слились в одну большую каплю. Определить энергию E , которая выделится при этом слиянии. Считать процесс изотермическим.

281. Определить давления p_1 и p_2 газа, содержащего $N=10^9$ молекул и имеющего объем $V=1 \text{ см}^3$, при температурах $T_1=3 \text{ К}$ и $T_2=1000 \text{ К}$.

282. При температуре $t=35^\circ\text{С}$ и давлении $p=708 \text{ кПа}$ плотность некоторого газа $\rho=12,2 \text{ кг/м}^3$. Определить относительную молекулярную массу M_r газа.

283. Какой объем V занимает смесь азота массой $m_1=1 \text{ кг}$ и гелия массой $m_2=1 \text{ кг}$ при нормальных условиях?

284. В баллоне вместимостью $V=15 \text{ л}$ находится смесь, содержащая $m_1=10 \text{ г}$ водорода, $m_2=54 \text{ г}$ водяного пара и $m_3=60 \text{ г}$ оксида углерода. Температура смеси $t=27^\circ\text{С}$. Определить давление.

285. Найти полную кинетическую энергию, а также кинетическую

энергию вращательного движения одной молекулы аммиака NH_3 при температуре $t=27^\circ\text{C}$.

286. Определить удельные теплоемкости c_V и c_p газообразного оксида углерода CO .

287. Смесь газа состоит из кислорода O_2 с массовой долей $w_1=85\%$ и озона O_3 с массовой долей $w_2=15\%$. Определить удельные теплоемкости c_V и c_p этой газовой смеси.

288. Газовая смесь состоит из азота массой $m_1=3$ кг и водяного пара массой $m_2=1$ кг. Принимая эти газы за идеальные, определить удельные теплоемкости c_V и c_p газовой смеси.

289. Молекула газа состоит из двух атомов; разность удельных теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме равна 260 Дж/(кг·К). Найти молярную массу газа и его удельные теплоемкости c_V и c_p .

290. Найти среднюю длину $\langle l \rangle$ свободного пробега молекулы водорода при $p=133$ мПа и $t=-173^\circ\text{C}$.

291. Один киломоль двухатомного идеального газа совершает замкнутый цикл, график которого в координатах p, V представляет собой прямоугольник. Координаты вершин данного прямоугольника равны: $p_1=1,2$ МПа, $V_1=2$ м³; $p_2=1,6$ МПа, $V_2=2$ м³; $p_3=1,6$ МПа, $V_3=3$ м³; $p_4=1,2$ МПа, $V_4=3$ м³. Изобразить процесс на рисунке. Определить: 1) теплоту Q_1 , полученную от теплоотдатчика; 2) теплоту Q_2 , переданную теплоприемнику; 3) работу A , совершаемую газом за один цикл; 4) термический КПД η цикла.

292. Водород занимает объем $V=10$ м³ при давлении $p_1=0,1$ МПа. Его нагрели при постоянном объеме до давления $p_2=0,3$ МПа. Определить изменение ΔU внутренней энергии газа, работу A , совершенную газом, и теплоту Q , сообщенную газу.

293. Кислород при неизменном давлении $p=80$ кПа нагревается. Его объем увеличивается от $V_1=1$ м³ до $V_2=3$ м³. Определить изменение ΔU

внутренней энергии кислорода, работу A , совершенную им при расширении, а также теплоту Q , сообщенную газу.

294. В цилиндре под поршнем находится азот, имеющий массу $m=0,6$ кг и занимающий объем $V_1=1,2$ м³, при температуре $T_1=560$ К. В результате нагревания газ расширился и занял объем $V_2=4,2$ м³, причем температура осталась неизменной. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q , сообщенную газу.

295. В бензиновом автомобильном двигателе степень сжатия горючей смеси равна 6,2. Смесь засасывается в цилиндр при температуре $t_1=15^\circ\text{C}$. Найти температуру t_2 горючей смеси в конце такта сжатия. Горючую смесь рассматривать как двухатомный идеальный газ, процесс считать адиабатическим.

296. Найти изменение энтропии при превращении 10 г льда находящегося при температуре -20°C в пар при 100°C .

297. Какую энергию надо затратить, чтобы выдуть мыльный пузырь диаметром $d=12$ см? Каково будет добавочное давление внутри этого пузыря?

298. На нижнем конце трубки диаметром $d=0,2$ см повисла шарообразная капля воды. Найти диаметр этой капли.

299. В сосуд с ртутью частично погружены две вертикально расположенные и параллельные друг другу стеклянные пластинки. Расстояние между пластинками $d=1$ мм. Определить разность Δh уровней ртути в сосуде и между пластинками, краевой угол принять равным 138° .

3. ТАБЛИЦЫ ВАРИАНТОВ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ.

1. Таблица вариантов для специальностей, учебными планами которых предусмотрено по курсу общей физики три контрольные работы (в том числе по разделам “Механика”, “Молекулярная физика и термодинамика” одна контрольная работа). Для **МСФ и ПСФ**.

Контрольная работа 1

Вариант	Номера задач							
	0	110	130	150	180	220	240	260
1	101	121	141	171	211	231	251	261
2	102	122	142	172	212	232	252	262
3	103	123	143	173	213	233	253	263
4	104	124	144	174	214	234	254	264
5	105	125	145	175	215	235	255	265
6	106	126	146	176	216	236	256	266
7	107	127	147	177	217	237	257	267
8	108	128	148	178	218	238	258	268
9	109	129	149	179	219	239	259	269
11*	181	184	190	196	281	287	290	295
12*	182	185	191	199	282	288	291	296

Варианты 11*,12* являются дополнительными и могут быть назначены преподавателем индивидуально.

2. Таблицы вариантов для специальностей, учебными планами которых предусмотрено по курсу общей физики шесть контрольных работ (в том числе по разделам “Механика”, “Молекулярная физика и термодинамика” две контрольные работы).

Контрольная работа N 1

Вариант	Номера задач							
	0	110	120	130	140	150	160	170
1	101	111	121	131	141	151	161	171
2	102	112	122	132	142	152	162	172
3	103	113	123	133	143	153	163	173
4	104	114	124	134	144	154	164	174
5	105	115	125	135	145	155	165	175
6	106	116	126	136	146	156	166	176
7	107	117	127	137	147	157	167	177
8	108	118	128	138	148	158	168	178
9	109	119	129	139	149	159	169	179
11*	181	183	185	188	190	192	194	196
12*	182	184	186	189	191	193	195	197

Контрольная работа N 2

Вариант	Номера задач							
	0	210	220	230	240	250	260	270
1	201	211	221	231	241	251	261	271
2	202	212	222	232	242	252	262	272
3	203	213	223	233	243	253	263	273
4	204	214	224	234	244	254	264	274
5	205	215	225	235	245	255	265	275
6	206	216	226	236	246	256	266	276
7	207	217	227	237	247	257	267	277
8	208	218	228	238	248	258	268	278
9	209	219	229	239	249	259	269	279
11*	281	283	285	287	289	291	293	295
12*	282	284	286	288	290	292	294	296

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Основные физические постоянные (округленные значения), используемые в разделах 1,2

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с ²
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11}$ м ³ /кг·с ²
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Молярный объем газа (нормальные условия)	V_m	$22,4 \cdot 10^{-3}$ м ³ /моль
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Атомная единица массы	а.е.м.	$1,660 \cdot 10^{-27}$ кг

2. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,49 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,84 \cdot 10^8$ м

3. Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м ³	Твердое тело	Плотность, кг/м ³
Алюминий	$2,70 \cdot 10^3$	Медь	$8,93 \cdot 10^3$
Барий	$3,50 \cdot 10^3$	Никель	$8,90 \cdot 10^3$
Ванадий	$6,02 \cdot 10^3$	Свинец	$11,3 \cdot 10^3$
Висмут	$9,80 \cdot 10^3$	Серебро	$0,5 \cdot 10^3$
Железо	$7,88 \cdot 10^3$	Цезий	$1,90 \cdot 10^3$
Литий	$0,53 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

4. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м ³	Жидкость	Плотность, кг/м ³
Бензол	$0,88 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3$
Глицерин	$1,20 \cdot 10^3$	Спирт	$0,79 \cdot 10^3$
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$	Керосин	$0,80 \cdot 10^3$

5. Некоторые физические свойства воды (льда)

Наименование	Значение
Удельная теплоемкость воды при 20°C	$4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К)
Удельная теплоемкость льда	$2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К)
Удельная теплота плавления льда	$3,35 \cdot 10^5$ Дж/кг
Удельная теплота парообразования воды	$2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг
Температура плавления льда (замерзания воды) при нормальном давлении	0°C
Температура кипения воды при нормальном давлении	100°C
Плотность воды при 4°C	$1,00 \cdot 10^3$ кг/м ³
Плотность льда при 0°C	$0,9 \cdot 10^3$ кг/м ³
Коэффициенты Ван-дер-Ваальса для воды (водяного пара)	$a=0,555$ Дж·м ³ /моль $b=3,05 \cdot 10^{-5}$ м ³ /моль

6 Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная пена	40	Спирт	22

7. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3.0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1,9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2,3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2,7 \cdot 10^{-10}$

8. Относительные атомные массы A_r (округленные значения) и порядковые номера Z некоторых элементов

Элемент	Символ	A_r	Z	Элемент	Символ	A_r	Z
Азот	N	14	7	Марганец	Mn	55	25
Алюминий	Al	27	13	Медь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молибден	Mo	96	42
Барий	Ba	137	56	Натрий	Na	23	11
Ванадий	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водород	H	1	1	Никель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелий	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Железо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сера	S	32	16
Калий	K	39	19	Серебро	Ag	108	47
Кальций	Ca	40	20	Углерод	C	12	6
Кислород	O	16	8	Уран	U	238	92
Магний	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

9. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санتي	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^9	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^3	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^1	атто	а	10^{-18}

10. Греческий алфавит

Обозначения букв	Название букв	Обозначения букв	Названия букв
Α, α	альфа	Ν, ν	ню
Β, β	бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	гамма	Ο, ο	омикрон
Δ, δ	дэльта	Π, π	пи
Ε, ε	эпсилон	Ρ, ρ	ро
Ζ, ζ	дзета	Σ, σ	сигма
Η, η	эта	Τ, τ	тау
Θ, θ	тэта	Υ, υ	ипсилон
Ι, ι	йота	Φ, φ	фи
Κ, κ	каппа	Χ, χ	хи
Λ, λ	лямбда	Ψ, ψ	пси
Μ, μ	ми	Ω, ω	омега

Учебное издание

БУМАЙ Юрий Александрович
ВИЛЬКОЦКИЙ Вольдемар Антонович
ДОМАНЕВСКИЙ Дмитрий Сергеевич
МАЛАХОВСКАЯ Вера Эдуардовна

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОБЩЕЙ
ФИЗИКЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОГО ОТДЕЛЕНИЯ ИНЖЕНЕРНО-
ТЕХНИЧЕСКИХ И ИНЖЕНЕРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

В трех частях

ЧАСТЬ I “МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА”

Редактор,

Подписано в печать

Формат 60 × 84 1/16. Бумага тип. №2. Офсет печать.

Усл.печ.л. ..., Уч.-изд.л. 1,1. Тираж 100. Заказ

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусская государственная политехническая академия

Лицензия ЛВ № 155 от 30.01.98. 220027, Минск, пр. Ф.Скорины, 65.