[1)] *Всероссийский заочный финансово-экономический институт (Филиал в г. Воронеже), Воронеж*
[2)] *Белорусский национальный технический университет, Минск*

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН В НАСЫЩЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ НЕОДНОРОДНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Поленов В.С.[1)], Чигарев А.В.[2)]

A closed system of constitutive equations for the dynamical and geometric quantities in a fluid-saturated viscoelastic porous medium is constructed within the framework of the three-dimensional theory elasticity. Expressions for of the intensity waves in porous media are obtained for the first time using the mathematical theory of discontinuities.

Распространение ударных волн в изотропной вязкоупругой однородной и неоднородной средах рассматривалось в [1-3]. Характер затухания волн в таких средах определяется геометрией поверхности разрыва и реологической моделью, описываемой соответствующими ядрами релаксации.

Представляет интерес рассмотрения ударных волн в насыщенной жидкостью неоднородной пористой среде, когда одна из компонент является вязкоупругой. Пористость [4-5] понимается эффективная пористость, учитывающая лишь сообщающиеся между собой поры. Изолированные поры рассматриваются как элементы вязкоупругой части пористого скелета. Предполагается, что размеры пор малы по сравнению с расстоянием, на котором существенно изменяются кинематические и геометрические характеристики движения. Это позволяет считать, что вязкоупругая и жидкая фазы среды являются сплошными и в каждой точке пространства в этом случае будет два вектора смещения – вектор смещения вязкоупругой фазы (скелета пористой среды) и – вектор смещения жидкости. Жидкость будем считать сжимаемой.

Впервые получены дифференциальные уравнения для определения амплитуды продольных и поперечных ударных вол в насыщенной жидкостью неоднородной пористой среде с использованием математической теории разрывов [6].

1. Взаимопроникающее движение вязкоупругой и жидкой компонент рассматривается как движение жидкости в деформируемой пористой среде.

Реологические соотношения в такой пористой среде запишем виде

$$T_{ij}=\Lambda^* e_{kk}^{(1)}\delta_{ij}+2M^* e_{ij}^{(1)}+A_1 e_{kk}^{(2)}\delta_{ij},\qquad N=A_1 e_{kk}^{(1)}+A_2 e_{kk}^{(2)} \tag{1.1}$$

Здесь Λ^*, M^* – линейные интегральные операторы, ядра релаксации которые зависят непрерывным образом от пространственных координат,

$$\Lambda^*=\lambda(1+\tilde{\Lambda}),\qquad \tilde{\Lambda}e^{(1)}=\int_0^\infty \Lambda(t,x_i)e^{(1)}(t-t_1)dt_1 \tag{1.2}$$

$$M^*=\mu(1+\tilde{M}),\qquad \tilde{M}e^{(1)}=\int_0^\infty M(t,x_i)e^{(1)}(t-t_1)dt_1$$

а $\lambda=\lambda(x_i)$, $\mu=\mu(x_i)$, $A_1(x_i)=(1-m)R_0$, $A_2(x_i)=mR_0$ – непрерывные функции координат, $m=m(x_i)$ – пористость, $R_0=R_0(x_i)$ – модуль сжимаемости жидкости, T_{ij} – компоненты тензора напряжений пористой среды, N – сила, действующая на жидкость, отнесенная к единице площади поперечного сечения пористой среды, $e_{ij}^{(1)}$, $e_{kk}^{(2)}$ – соответственно компоненты тензоров деформаций фаз, δ – символ Кронекера. Индекс 1 сверху перед буквой относится к вязкоупругой фазе, 2– к жидкости.

Соотношения (1.1), (1.2) вместе с уравнениями движения

$$\rho_{11}\dot{V}_i^{(1)}+\rho_{12}\dot{V}_i^{(2)}=T_{ij,j},\quad \rho_{12}\dot{V}_i^{(1)}+\rho_{22}\dot{V}_i^{(2)}=N_{,i} \tag{1.3}$$

$$\rho_{11}=\rho_1-\rho_{12},\quad \rho_{22}=\rho_2-\rho_{12}$$

и формулами Коши

$$2e_{ij}^{(1)}=u_{i,j}^{(1)}+u_{j,i}^{(1)},\quad e_{kk}^{(2)}=u_{k,k}^{(2)} \tag{1.4}$$

представляют замкнутую систему для описания динамического поведения насыщенной жидкостью неоднородной пористой среды.

В формулах (1.3), (1.4) $\rho_{11}=\rho_{11}(x_i)$ – эффективная плотность вязкоупругой фазы, $\rho_{22}=\rho_{22}(x_i)$ – эффективная плотность жидкости, $\rho_{12}=\rho_{12}(x_i)$ – коэф-фициент динамической связи вязкоупругой фазы и жидкости, $\rho_1(x_i)$, $\rho_2(x_i)$ – плотность вязкоупругой фазы и жидкости соответственно.

По повторяющимся латинским индексам предполагается суммирование от единицы до трех, по греческим – от единицы до двух.

2. Ударная волна в насыщенной жидкостью неоднородной пористой среде определяется изолированной поверхностью $\sum(t)$, на которой перемещения $u_i^{(\alpha)}(\alpha=1,2)$ непрерывны по времени и координатам, а напряжения T_{ij}, сила N, и скорости перемещений фаз $V_i^{(\alpha)}(\alpha=1,2)$ претерпевают разрыв. Параметры пористой среды и их градиенты непрерывны.

На волновой поверхности $\sum(t)$ пористой среды при учете фаз должны выполняться динамические соотношения

$$[T_{ij}]\nu_j=-\rho_{11}c[V_i^{(1)}]-\rho_{12}c[V_i^{(2)}],\quad [N]\nu_i=-\rho_{12}c[V_i^{(1)}]-\rho_{22}c[V_i^{(2)}] \tag{2.1}$$

где $c(x_i,t)$ – нормальная скорость распространения поверхности, ν_i – компоненты единичной нормали к поверхности, направленной в невозмущенную область, зависящие от пространственных координат.

Знак [ ] означает разность значений некоторой величины на различных сторонах от поверхности разрыва.

Из реологических соотношений (1.1) и (1.2), записанных в разрывах, динамических (2.1) и кинематических условий совместности первого порядка для фаз [6], получим систему уравнений

$$\begin{cases}\{(\rho_{11}c^2-\mu)\delta_{ij}-(\lambda+\mu)\nu_i\nu_j\}[V_j^{(1)}]+(\rho_{12}c^2\delta_{ij}-A_1\nu_i\nu_j)[V_j^{(2)}]=0\\ (\rho_{12}c^2\delta_{ij}-A_1\nu_i\nu_j)[V_j^{(1)}]+(\rho_{22}c^2\delta_{ij}-A_2\nu_i\nu_j)[V_j^{(2)}]=0\end{cases} \tag{2.2}$$

Полагая, что $[V_j^{(1)}]\nu_j=S_j^{(1)}\nu_j=S_1\neq 0$, $[V_j^{(2)}]\nu_j=S_j^{(2)}\nu_j=S_2\neq 0$ на поверхности $\sum(t)$, умножим (2.2) на ν_i и просуммируем по повторяющемуся индексу i, получим однородную систему уравнений относительно S_1 и S_2. Чтобы полученная система имела не нулевое решение, ее определитель должен быть равен нулю. Это условие приводит к уравнению для определения скорости распространения продольной волны $(c=c_p)$

$$kc_p^4-k_1c_p^2+k_2=0,\quad k=\rho_{11}\rho_{22}-\rho_{12}^2, \tag{2.3}$$

$$k_1=\rho_{11}A_2+\rho_{22}\Lambda_1-2\rho_{12}A_1,\quad k_2=\Lambda_1A_2-A_1^2,\quad \Lambda_1=\lambda+2\mu$$

С другой стороны, если $[V_j^{(1)}]\nu_j=0$ и $[V_j^{(2)}]\nu_j=0$ на поверхности $\sum(t)$, то из (2.2) следует, что скорость распространения поперечной волны $(c=c_t)$ определяется формулой

$$c=\sqrt{\frac{\mu\rho_{22}}{k}}. \tag{2.4}$$

Таким образом, показано, что в насыщенной жидкостью неоднородной вязкоупругой пористой среде существует три типа ударных волн: два типа продольных и одна поперечная, для которых $[V_i^{(\alpha)}]\nu_i=S_\alpha\neq 0$, $[V_i^{(\alpha)}]\nu_i=0$ соответственно, а скорости этих волн определяются по формулам (2.3) и (2.4).

Если связь между вязкоупругой фазой и жидкостью слабая ($\rho_{12}=0$, $A_1=0$), то из (2.3) и (2.4)

$$c_{p_1}=\sqrt{\frac{\Lambda_1}{\rho_{11}}}=\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho_1}},\quad c_{p_2}=\sqrt{\frac{A_2}{\rho_2}},\quad c_t=\sqrt{\frac{\mu}{\rho_{11}}}=\sqrt{\frac{\mu}{\rho_1}}. \tag{2.5}$$

Из (2.5) следует, что скорости распространения волн в вязкоупругой пористой среде равны скоростям волн, распространяющихся отдельно в сплошной вязкоупругой среде и жидкости.

3. Определим изменение амплитуды волн. Для этого продифференцируем (1.1) по t и возьмем их разность на разных сторонах поверхности разрыва, получим

$$\begin{gathered}[\dot{T}_{ij}]=\lambda[V_{k,k}^{(1)}]\delta_{ij}+\mu([V_{i,j}^{(1)}]+[V_{j,i}^{(1)}])-\lambda\Lambda(0,x_i)[u_{k,k}^{(1)}]\delta_{ij}-\\ -\mu M(0,x_i)([u_{i,j}^{(1)}]+[u_{j,i}^{(1)}])+A_1[V_{k,k}^{(2)}]\delta_{ij},\\ [\dot{N}]=A_1[V_{k,k}^{(1)}]+A_2[V_{k,k}^{(2)}]\end{gathered} \tag{3.1}$$

Учитывая условия совместности первого порядка [6] и уравнения движения (1.3), записанных в разрывах, (3.1) примет следующий вид

$$\begin{gathered}\frac{\delta[T_{ij}]}{\delta t}-M_{ij}c=\lambda(L_k^{(1)}\nu_k+g^{\alpha\beta}[V_k^{(1)}]_{,\alpha}\delta_{ij}+\mu\{L_i^{(1)}\nu_j+L_j^{(1)}\nu_i\}+\\ +\mu g^{\alpha\beta}([V_i^{(1)}]_{,\alpha}x_\beta^j+[V_j^{(1)}]_{,\alpha}x_\beta^i)+\{\ \lambda\Lambda(0,x_i)[V_k^{(1)}]\nu_k\delta_{ij}+\mu M(0,x_i)([V_i^{(1)}]\nu_j+\\ +[V_j^{(1)}]\nu_i)\ \}c^{-1}+A_1(L_k^{(2)}\nu_k+g^{\alpha\beta}[V_k^{(2)}]_{,\alpha}x_\beta^k)\delta_{ij}\end{gathered} \tag{3.2}$$

$$\frac{\delta[N]}{\delta t}-\chi c=A_1(L_k^{(1)}\nu_k+g^{\alpha\beta}[V_k^{(1)}]_{,\alpha}x_\beta^k)+A_2(L_k^{(2)}\nu_k+g^{\alpha\beta}[V_k^{(2)}]_{,\alpha}x_\beta^k)$$

$$-\rho_{11}cL_i^{(1)}+\rho_{11}\frac{\delta[V_i^{(1)}]}{\delta t}-\rho_{12}cL_i^{(2)}+\rho_{12}\frac{\delta[V_i^{(2)}]}{\delta t}=M_{ij}\nu_i+g^{\alpha\beta}[N]_{,\alpha}x_\beta^j$$

$$-\rho_{12}cL_i^{(1)}+\rho_{12}\frac{\delta[V_i^{(1)}]}{\delta t}-\rho_{22}cL_i^{(2)}+\rho_{22}\frac{\delta[V_i^{(2)}]}{\delta t}=\chi\nu_i+g^{\alpha\beta}[N]_{,\alpha}x_\beta^i$$

Величины M_{ij}, $L_i^{(\alpha)}(\alpha=1,2)$, и χ определены на поверхности $\sum(t)$ и характеризуют скачки первых производных напряжений, силы, действующую на жидкость и скоростей перемещений фаз соответственно, $g^{\alpha\beta}$ – коэффициенты первой фундаментальной квадратичной формы поверхности, x_β^i – производные декартовых координат x_i по криволинейным координатам y_β, $\delta/\delta t-\delta$ – производная по времени [6].

Стандартным методом исключим из (3.2) величины M_{ij} и χ. В результате получим

$$\begin{gathered}\rho_{11}c\frac{\delta[V_i^{(1)}]}{\delta t}+\rho_{12}c\frac{\delta[V_i^{(2)}]}{\delta t}-\rho_{11}c^2L_i^{(1)}+\lambda(L_k^{(1)}\nu_k\nu_i+g^{\alpha\beta}[V_k^{(1)}]_{,\alpha}x_\beta^k\nu_i)+\\ +\mu\{L_i^{(1)}+L_k^{(1)}\nu_k\nu_i+g^{\alpha\beta}[V_k^{(1)}]_{,\alpha}x_\beta^i\nu_k\}+\lambda\Lambda(0,x_i)c^{-1}[V_k^{(1)}]\nu_k\nu_i+\end{gathered} \tag{3.3}$$

$$+\mu M(0,x_i)c^{-1}([V_i^{(1)}]+[V_k^{(1)}]\nu_k\nu_i)+A_1(L_k^{(2)}\nu_k\nu_i+g^{\alpha\beta}\{V_k^{(2)}]_{,\alpha}x_\beta^k\nu_i)-$$
$$-g^{\alpha\beta}[T_{ik}]_{,\alpha}cx_\beta^k-\frac{\delta[T_{ik}]}{\delta t}\nu_k=0.$$
$$A_1(L_k^{(1)}\nu_k\nu_i+g^{\alpha\beta}[V_k^{(1)}]_{,\alpha}x_\beta^k\nu_i)+A_2(L_k^{(2)}\nu_k\nu_i+g^{\alpha\beta}[V_k^{(2)}]_{,\alpha}x_\beta^k\nu_i)- \tag{3.4}$$
$$-\rho_{12}c^2L_i^{(1)}+\rho_{12}c\frac{\delta[V_i^{(1)}]}{\delta t}-\rho_{22}c^2L_i^{(2)}+\rho_{22}c\frac{\delta\{V_i^{(2)}]}{\delta t}-g^{\alpha\beta}[N]_{,\alpha}cx_\beta^i-\frac{\delta[N]}{\delta t}\nu_i=0.$$

Из соотношений реологических (1.1), записанных в разрывах, динамических (2.1) и кинематических условий совместности первого порядка найдем $[T_{ik}]_{,\alpha}$, $[N]_{,\alpha}$, $\frac{\delta[T_{ik}]}{\delta t}\nu_k$, $\frac{\delta[N]}{\delta t}\nu_i$ и подставим в (3.3) (3.4). После преобразований получим систему уравнений, определяющую изменение компонент вектора амплитуды волны ($[V_i^{(\alpha)}]=S_i^{(\alpha)},\alpha=1,2$)

$$\{(\lambda+\mu)\nu_k\nu_i+(\mu-\rho_{11}c^2)\delta_{ik})L_k^{(1)}+(A_1\nu_k\nu_i-\rho_{12}c^2\delta_{ik})L_k^{(2)}+2\rho_{11}c\frac{\delta S_i^{(1)}}{\delta t}+$$
$$+2\rho_{12}c\frac{\delta S_i^{(2)}}{\delta t}+\rho_{11}\frac{\delta c}{\delta t}S_i^{(1)}+\rho_{12}\frac{\delta c}{\delta t}S_i^{(2)}+\frac{1}{c}\{(\lambda\Lambda(0,x_i)+\mu M(0,x_i))\nu_k\nu_i+$$
$$+\mu M(0,x_i)\delta_{ik}\}S_k^{(1)}+(\lambda+\mu)g^{\alpha\beta}S_{k,\alpha}^{(1)}x_\beta^i\nu_k+(\lambda+\mu)g^{\alpha\beta}S_{k,\alpha}^{(1)}x_\beta^k\nu_i-2\mu\Omega S_i^{(1)}+ \tag{3.5}$$
$$+\lambda_{,\alpha}g^{\alpha\beta}x_\beta^iS_\beta^{(1)}\nu_k+\lambda g^{\alpha\beta}x_\beta^iS_k^{(1)}\nu_{k,\alpha}+g^{\alpha\beta}x_\beta^k(\mu S_k^{(1)}\nu_{i,\alpha}+\mu_{,\alpha}S_k^{(1)}\nu_i)+$$
$$+A_1g^{\alpha\beta}S_{k,\alpha}^{(2)}x_\beta^k\nu_i+g^{\alpha\beta}x_\beta^i(A_{1,\alpha}S_k^{(2)}+A_1S_{k,\alpha}^{(2)}\nu_k+A_1S_k^{(2)}\nu_{k,\alpha})=0.$$

$$(A_1\nu_k\nu_i-\rho_{12}c^2\delta_{ik})L_k^{(1)}+2\rho_{12}c\frac{\delta S_i^{(1)}}{\delta t}+\rho_{12}\frac{\delta c}{\delta t}S_i^{(1)}+A_1g^{\alpha\beta}S_{k,\alpha}x_\beta^k\nu_i+$$
$$+(A_2\nu_k\nu_i-\rho_{22}c^2\delta_{ik})L_k^{(2)}+2\rho_{22}c\frac{\delta S_i^{(2)}}{\delta t}+\rho_{22}\frac{\delta c}{\delta t}S_i^{(2)}-g^{\alpha\beta}x_\beta^i\{\rho_{12}cc_{,\alpha}S_k^{(1)}\nu_k+ \tag{3.6}$$
$$+\rho_{22}cc_{,\alpha}S_k^{(2)}\nu_k-(A_1S_k^{(1)}\nu_k)_{,\alpha}-(A_2S_k^{(2)}\nu_k)_{,\alpha}\}=0,$$

где Ω – средняя кривизна волновой поверхности.

Из соотношений (3.5) и (3.6) получим дифференциальные уравнения для определения изменения амплитуды продольных и поперечных волн ($[V_i^{(\alpha)}]\nu_i=S_i^{(\alpha)}\nu_i\neq 0$, $S_p^{(\alpha)}=\sqrt{S_i^{(\alpha)}S_i^{(\alpha)}}$, $[V_i^{(\alpha)}]\nu_i=0$, $\alpha=1,2$).

Для продольных волн умножим (3.5) и (3.6) на ν_i и просуммируем по повторяющимся индексам,. В результате получим

$$(\Lambda_1-\rho_{11}c_l^2)L_i^{(1)}\nu_i+(A_1-\rho_{12}c_l^2)L_i^{(2)}\nu_i+\rho_{11}\frac{\delta c}{\delta t}S_p^{(1)}+2\rho_{11}c_p\frac{\delta S_p^{(1)}}{\delta t}-$$
$$-2\Lambda_1\Omega_pS_p^{(1)}+\frac{1}{c_p}(\lambda\Lambda(0,x_i)+2\mu M(0,x_i))S_p^{(1)}+\rho_{12}\frac{\delta c}{\delta t}S_p^{(2)}+ \tag{3.7}$$
$$+2\rho_{12}c_p\frac{\delta S_p^{(2)}}{\delta t}-2A_1\Omega_pS_p^{(2)}=0\quad,\quad \Lambda_1=\lambda+2\mu.$$

$$(A_1-\rho_{12}c_p^2)L_i^{(1)}\nu_i+(A_2-\rho_{22}c_p^2)L_i^{(2)}\nu_i+2c_p(\rho_{12}\frac{\delta S_p^{(1)}}{\delta t}+\rho_{22}\frac{\delta S_p^{(2)}}{\delta t})+ \tag{3.8}$$
$$\frac{\delta c_p}{\delta t}(\rho_{12}S_p^{(1)}+\rho_{22}S_p^{(2)})-2\Omega_p(A_1S_p^{(1)}+A_2S_p^{(2)})=0.$$

Исключим из (3.7) и (3.8) величину $L_i^{(2)}$. Для этого умножим (3.7) на $A_2-\rho_{22}c^2$, а (3.8) на $A_1-\rho_{12}c^2$ и вычтем, получим следующее уравнение первой фазы пористой среды

$$\frac{\delta S_p^{(1)}}{\delta t}=\left\{\Omega_p c_p-\frac{\beta_2}{2c_p}\cdot\frac{\delta c_p}{\delta y}-\frac{A_1-\rho_{12}c_p^2}{2c_p^2 a_1}(\lambda\Lambda(0,x_i)+2\mu M(0,x_i))\right\}S_p^{(1)}$$

$$a_1=(\rho_{11}\rho_{12}A_2+\rho_{12}\rho_{22}\Lambda_1-2\rho_{11}\rho_{22}A_1)c_p^2-2\rho_{12}A_2\Lambda_1+\rho_{22}A_1\Lambda_1+\rho_{11}A_1A_2 \qquad (3.9)$$

$$\beta_1=(\rho_{11}A_1-\rho_{12}\Lambda_1)(\rho_{12}A_2-\rho_{22}A_1),\quad \beta_2=\frac{A_1a_1+(4\beta_1-\rho_{12}a_1)c_p^2}{a_1(A_1-\rho_{12}c_p^2)}.$$

При получении уравнения (3.9) использовалось первое уравнение (2.2) и формула (2.3).

Для поперечной волны из (3.5) и (3.6) с учетом вторjго уравнения (2.2) и формулы (2.4) аналогично получим

$$\frac{\delta S_t^{(1)}}{\delta t}=\left(\Omega_t c_t-\frac{1}{2c_t}\cdot\frac{\delta c_t}{\delta t}-\frac{M(0,x_i)}{2}\right)S_t^{(1)}. \qquad (3.10)$$

Переходя в (3.9) и (3.10) к переменной $\sigma\ge 0$, обозначающей расстояние вдоль нормалей к поверхности $\sum(t_0)$, получим уравнения для изменения амплитуды продольных и поперечной волн в процессе их распространения в первой фазе

$$\frac{dS_l^{(1)}}{d\sigma}=\left\{\Omega_l-\chi_1\frac{d\ln c_l}{2d\sigma}-\chi_2\right\}S^{(1)},\quad l=p,t, \qquad (3.11)$$

где $\chi_1=\beta_2$ – для продольных волн; $\chi_1=1$ – для поперечной волны,

$\chi_2=\dfrac{A_1-\rho_{12}c_l^2}{c_l^2 a_1}(\lambda\Lambda(0,\sigma)+2\mu M(0,\sigma))$ – для продольных волн; $\chi_2=M(0,\sigma)$ – для поперечной волны.

Изменение амплитуды волн во второй фазе получим из (2.2)

$$S_l^{(2)}=\Gamma_\alpha S_l^{(1)}\quad(\alpha=1{,}2;l=p,t),\quad \Gamma_1=\frac{\rho_{11}c_p^2-\Lambda_1}{A_1-\rho_{12}c_p^2},\quad \Gamma_2=-\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}} \qquad (3.12)$$

Тогда изменение амплитуды волн в процессе их распространения в пористой среде запишется в виде

$$S_l=S_l^{(1)}+S_l^{(2)}=(1+\Gamma_\alpha)S_l^{(1)}. \qquad (3.13)$$

Уравнения (3.11) содержат среднюю кривизну Ω_l, которая является функцией от σ.

Средняя кривизна $\Omega_l(\sigma)$ связана с первой $g^{\alpha\beta}$ и второй $b^{\alpha\beta}$ квадратичными формами и гауссовой кривизной $K_l(\sigma)$ волновой поверхности уравнениями [7,8], где приведен ее метод нахождения.

Уровень амплитуды $S_l^{(1)}$ $(l=p,t)$, удовлетворяющий уравнению (3.11) находится методом последовательных приближений при начальных условиях: $S^{(0)}(0)=S_0^{(0)}$, $S^{(i)}(0)=0$ $(i=1{,}2...)$ – приближения. Нулевому приближению соответствует однородная среда. В первом приближении учитывается скорость изменения неоднородности вязкоупругой пористой среды вдоль луча, а во втором – поперек луча.

Более подробное решение уравнений вида (3.11) методом последовательных приближений рассмотрено в [7,8].

4. Пример. Рассмотрим насыщенную жидкостью неоднородную вязкоупругую пористую среду, характеризующуюся параметрами $\lambda(x), \mu(x0, \rho_{11}(x), \rho_{12}(x), \rho_{22}(x), m(x), R_0(x)$ и ядрами релаксации $\Lambda(0,x), M(0,x)$.

В момент времени $t=0$ в плоскости xy вдоль оси x распространяется фронт волны со скоростью c_p которая определяется из (2.3) при $x_i = x$.

Так как по условию задачи волновые поверхности $\sum(t)$ образуют семейство параллельных плоскостей, то средняя кривизна $\Omega_p = 0$ во все моменты времени. Тогда из (3.11) при $l = p$ получим зависимость уровня амплитуды волны от скорости, физико-механических характеристик и ядер релаксации вязкоупругой пористой среды для первой фазы

$$S_p^{(1)} = S_{0p}^{(1)} \exp\left(- \int_0^x \beta_2(x) \frac{d \ln \sqrt{c(x)}}{dx} + \frac{(1-m(x))R_0(x) - \rho_{12}(x)c^2(x)}{2a_1(x)c^3(x)} \cdot \right. \tag{4.1}$$

$$\left. \cdot (\lambda(x)\Lambda(0,x) + 2\mu(x)M(0,x)) dx \right).$$

где $S_{0p}^{(1)}$ – значение функции $S_p^{(1)}(x)$ при $x=0$, $\beta_2(x)$, и $a_1(x)$ находятся из (3.9).

По формуле (3.13) получим выражение, определяющее уровень амплитуды волны в неоднородной вязкоупругой пористой среде

$$S_p = S_{0p}(1+\Gamma_1(x))S_p^{(1)}(x), \quad \Gamma_1(x) = \frac{\rho_{11}(x)c^2(x) - (\lambda(x) + 2\mu(x))}{(1-m(x))R_0(x) - \rho_{12}(x)c^2(x)}. \tag{4.2}$$

Задавая в (4.2) конкретный вид физико-механическим характеристикам среды и ядрам релаксации, получим выражение для определения изменения уровня амплитуды волны в насыщенной жидкостью неоднородной вязкоупругой пористой среде.

ЛИТЕРАТУРА

1. Россихин, Ю.А. Распространение ударных волн в линейных наследственных средах. Сб. Некоторые вопросы физики твердого тела / Ю.А. Россихин, С.И. Мешков // Изв. Воронеж. гос. пед. ин-та. – 1969. – Вып. 1. – С. 49–53.
2. Блитштей, Ю.М. Распространение волн в линейной вязкоупругой неоднородной среде / Ю.М. Блитштей, С.И. Мешков, А.В. Чигарев // Изв. АН СССР, МТТ. – 1972. – № 3. – С. 40–47.
3. Поленов, В.С. Распространение волн в неоднородной вязкоупругой среде с начальными напряжениями / В.С. Поленов, А.В. Чигарев // ПММ. – 1994. – Т. 58, вып. 3. – С. 181–185.
4. Biot, M.A. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid / M.A. Biot //J. of Applied Phisic. – 1955. – Vol. 26. – № 2. – P. 182–185.
5. Biot, M.A. Theory propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid I. Low-Frequency Range / M.A. Biot //J. Acoust. Soc. America. – 1956. – Vol. 28. – № 2. – P. 168–178.
6. Thomas, T.Y. Plastic Flow and the Fracture in Solids. – N. y.; L.: Acad. Press, 1961 = Томас, Т. Пластическое течение и разрушение в твердых телах. – М.: Мир, 1964. – 308 с.
7. Поленов, В.С. Распространение волн в насыщенной жидкостью неоднородной пористой среде / В.С. Поленов, А.В. Чигарев // ПММ. 2010. Т. 74, вып. 2. С. 276–284.
8. Чигарев, А.В. К геометрии волновых фронтов в неоднородных средах / А.В. Чигарев // Акуст. ж. – 1980. – Т. 26, вып. 6. – С. 905–912.

Поступила 19.12.11