

ЭФФЕКТ «УПРУГОЙ» ПРИСПОСОБЛЯЕМОСТИ (САМОАРМИРОВАНИЯ)
МУЛЬТИМОДУЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Шилько С.В., Петроковец Е.М., Плескачевский Ю.М.

Введение. Как известно, теоретические основы приспособляемости статически неопределимых систем из идеального упруго-пластического материала были созданы в середине прошлого столетия в трудах Стрелецкого Н.С., Ржаницына А.Р., Москвитина В.В., Розенблома В.И., Ильюшина А.А., Любарова Б.И., Грюнинга, Блейха, Мелана, Нила, Койтера и других ученых. Данная проблематика в обобщенном виде отражена в известных публикациях [1-3]. Анализ упруго-пластической приспособляемости ответственных конструкций сопутствует их расчету на прочность при однократном действии предельной нагрузки. В то время как приспособляемость в условиях пластического течения исследована достаточно подробно, эффект обратной («упругой») приспособляемости при очевидной практической значимости в литературе не анализировался, хотя в последние годы заметен интерес к подобным аномалиям упругости, обозначенным в работах [4-6] как «negative bulk modulus, negative compressibility, negative stiffness».

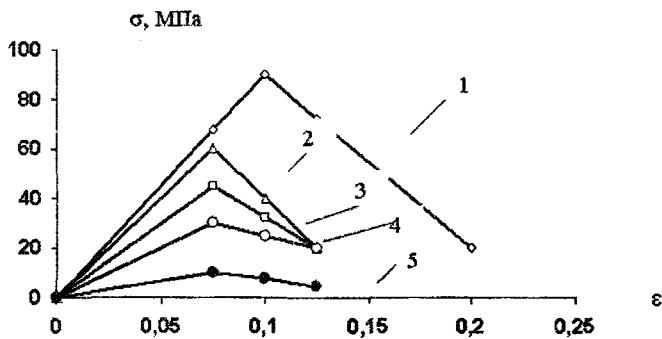
В настоящей статье развивается идея самоармирования тензочувствительного мультимодульного материала, высказанная, по-видимому, впервые в работах авторов [7,8]. Проведение вычислительного эксперимента показало, что использование мультимодульности некоторых металлов, экспериментально обнаруженной Дж. Беллом [9], может способствовать радикальному уменьшению концентрации напряжений в результате автоматического формирования кусочно-неоднородного распределения модуля упругости.

Это актуализирует проведение всесторонних исследований эффекта «упругой» приспособляемости и процесса самоармирования, что в теоретическом плане возможно на основе численных методов механики деформируемого твердого тела, не критичных к форме межфазных границ. В частности, ниже моделируется поведение мультимодульных материалов, диаграмма деформирования которых описывается 4-х параметрической моделью.

Постановка задачи, решение и анализ результатов. Предположим, что материал обладает мультимодульностью по Дж. Беллу [9]. В этом случае превышение пороговых значений внутренних напряжений приводит к формированию когерентной межфазной границы (т.е. с идеальным контактом) областей с различными значениями модуля Юнга. Число квантованных переходов не ограничено и описывается оператором [7,8]:

$$E = \begin{cases} E_1, & \sigma_y^0 \leq \sigma_y \leq \sigma_y^1; \\ E_2, & \sigma_y^1 \leq \sigma_y \leq \sigma_y^2; \\ \text{-----} \\ E_l, & \sigma_y^{l-1} \leq \sigma_y \leq \sigma_y^l; \\ \text{-----} \\ E_n, & \sigma_y^{n-1} \leq \sigma_y \leq \sigma_y^n, \end{cases}$$

Рассмотрим (без потери общности) деформационное поведение мультимодульного материала, демонстрирующего 2 фазовых перехода, что позволяет реализовать множество вариантов самоармирования. Ряд диаграмм деформирования, описываемые 4-х параметрической моделью такого материала, приведен на рисунке 1. Таким образом, задавая пороговые (управляющие) напряжения σ_y и деформации, определяем указанные переходы, т.е. величину модуля упругости Юнга в зависимости от уровня напряжения. В качестве управляющего использовалось эквивалентное напряжение по критерию Мизеса, а расчет компонент напряженно-деформированного состояния мультимодульного материала выполняли методом конечных элементов в программном продукте ANSYS.



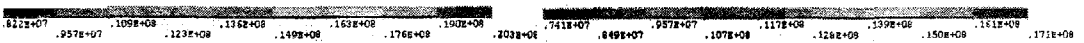
1: $\sigma_1 = 90$ МПа, $\varepsilon_1 = 0,1$; $\sigma_2 = 20$ МПа, $\varepsilon_2 = 0,2$ (а); 2: $\sigma_1 = 60$ МПа, $\varepsilon_1 = 0,075$; $\sigma_2 = 20$ МПа, $\varepsilon_2 = 0,125$ (б); 3: $\sigma_1 = 45$ МПа, $\varepsilon_1 = 0,075$; $\sigma_2 = 20$ МПа, $\varepsilon_2 = 0,125$ (в); 4: $\sigma_1 = 30$ МПа, $\varepsilon_1 = 0,075$; $\sigma_2 = 20$ МПа, $\varepsilon_2 = 0,125$ (г); 5: $\sigma_1 = 10$ МПа, $\varepsilon_1 = 0,075$; $\sigma_2 = 5$ МПа, $\varepsilon_2 = 0,125$ (д)

Рисунок 1 – Диаграммы деформирования для различных моделей мультимодульности

Предварительно решалась задача по оценке эквивалентного напряжения внутри фрагмента материала в виде тонкой пластины квадратной формы размером 10*10 мм при растяжении на величину $u_y = -100$ мкм, т.е. при 1%-й деформации, когда справедливы соотношения Коши. Формирование двух выраженных концентраторов напряжения в двух угловых точках пластины обеспечивалось жестким закреплением ее нижнего края (рисунок 2).

AN

AN



а)

б)

Рисунок 2 – Распределение эквивалентных напряжений при растяжении линейного (а) и мультимодульного по 2-й модели (б) материалов

Можно заметить, что степень снижения концентрации напряжений определяется выбором параметров мультимодульности. Так, модель 2 с параметрами $\sigma_1 = 60$ МПа, $\varepsilon_1 = 0,075$; $\sigma_2 = 20$ МПа, $\varepsilon_2 = 0,125$ (б) не дает заметного уменьшения эквивалентных напряжений (рисунок 2) в приповерхностных слоях вблизи закрепленного края фрагмента вследствие высоких пороговых значений управляющих напряжений

и деформаций. Было найдено, что более эффективными в плане снижения концентрации напряжений в данном случае являются модели 3-5.

В дальнейшем решалась существенно более сложная задача о напряженном состоянии мультимодульного материала для всех моделей мультимодульности (рисунок 1) в условиях контактного деформирования с трением, а именно, в случае нормального внедрения жесткого штампа квадратной формы (размеры штампа 5*5 мм, коэффициент трения $f = 0,3$) в деформируемое основание из мультимодульного материала с коэффициентом Пуассона, равным 0,4. Модуль упругости и коэффициент Пуассона материала штампа (сталь) принимались равными 210 ГПа и 0,3 соответственно. Нагружение фрагмента осуществлялось нормальным смещением штампа на величину $u_y = -100$ мкм, что составляло 1% деформации и, как в ранее рассмотренной задаче о растяжении пластины, соответствовало уравнениям Коши.

Результаты моделирования, приведенные на рисунке 3-8 и в таблице, показывают эффект кратного уменьшения контактных и эквивалентных напряжений, интенсивности деформаций, а также деформаций по Мизесу при надлежащем выборе параметров σ_1 , ε_1 , σ_2 и ε_2 .

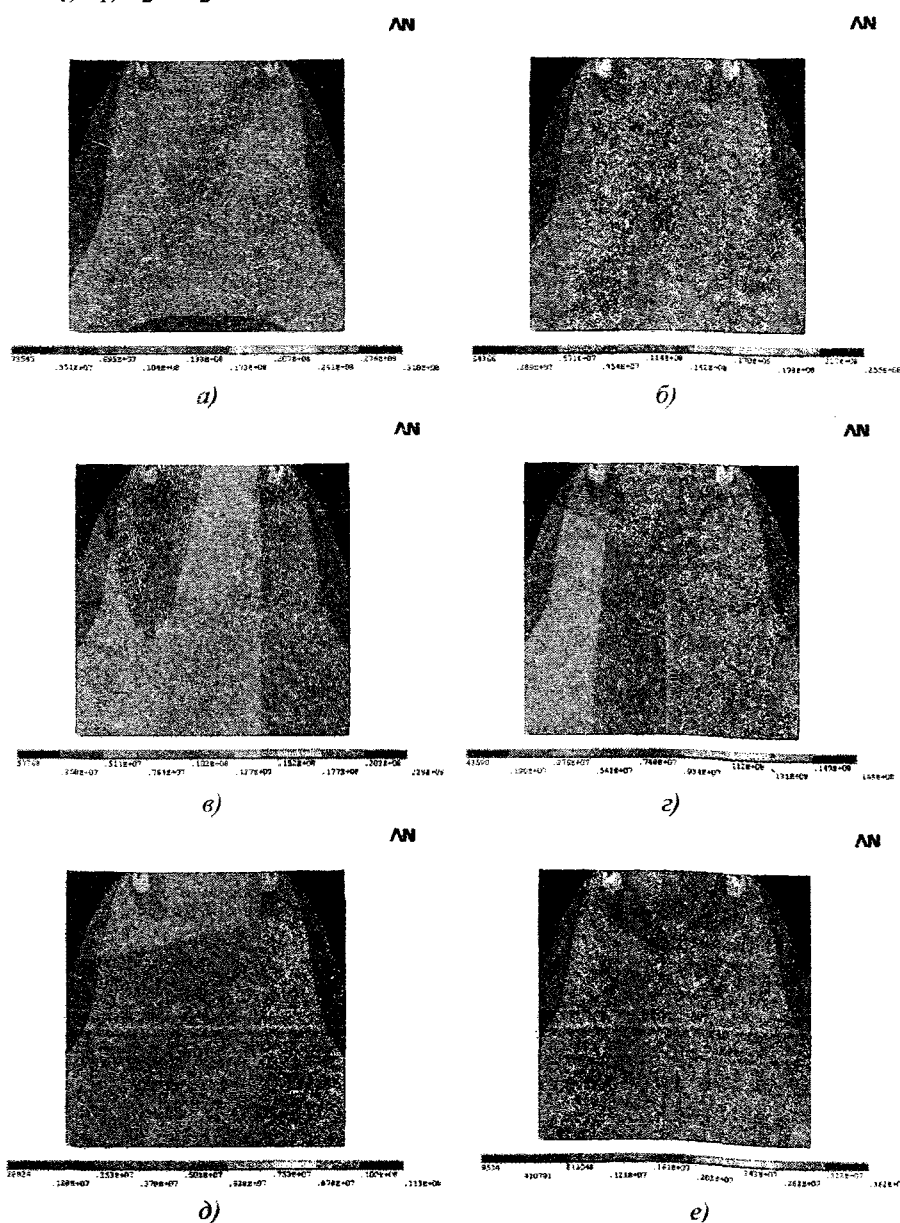
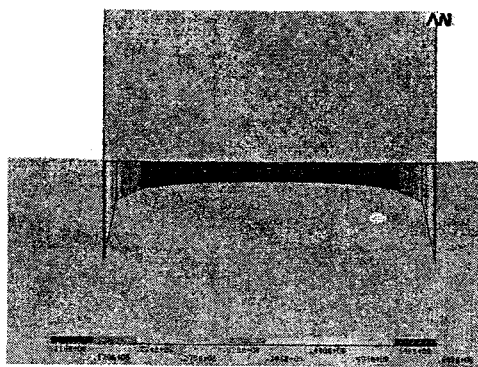
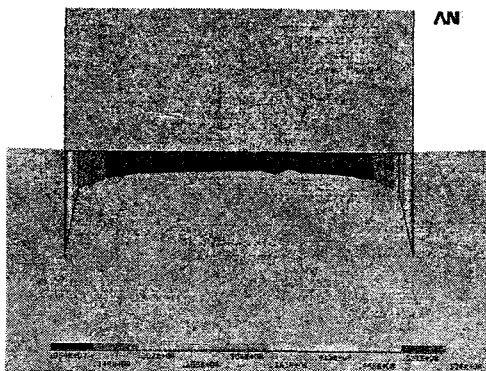


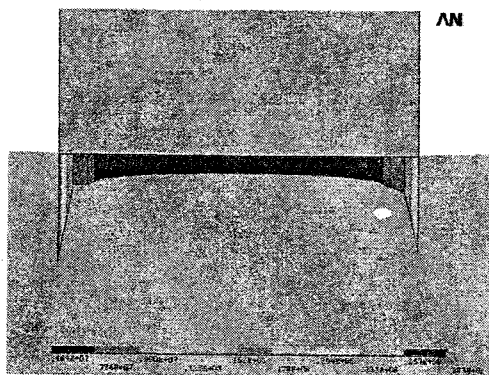
Рисунок 3 – Эквивалентное напряжение для линейного (а) и мультимодульных материалов: 1 (б), 2 (в), 3 (г), 4 (д), 5 (е)



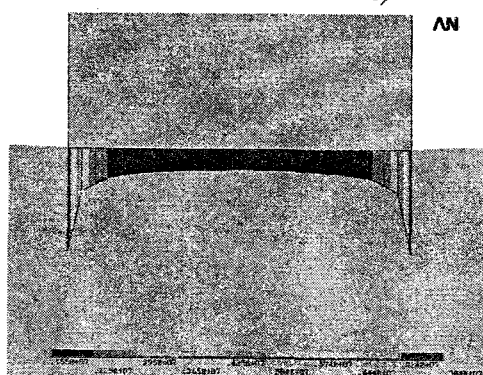
а)



б)

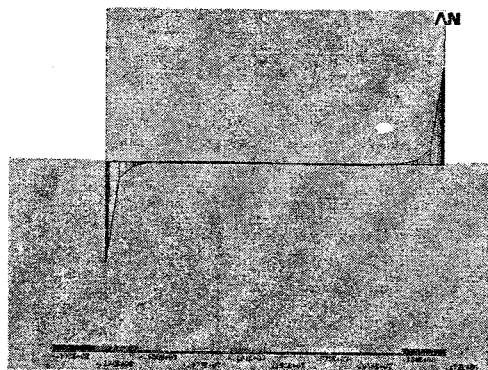


в)

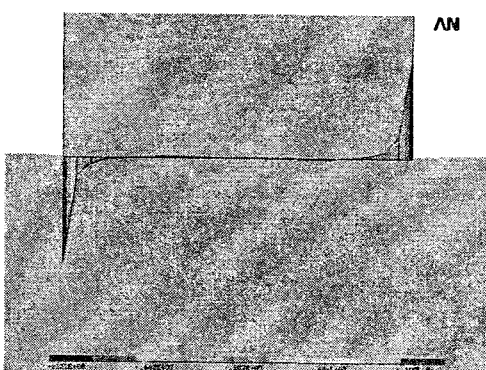


г)

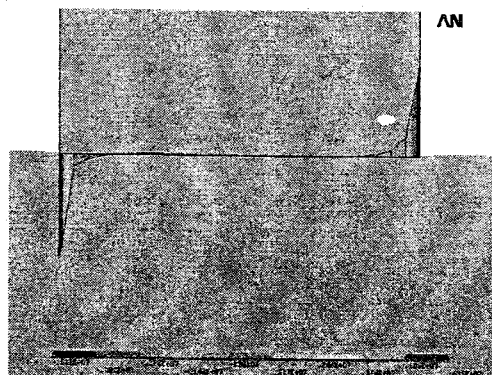
Рисунок 4 – Контактное давление для линейного (а) и multimодульных материалов: 1 (б), 4 (в), 5 (г)



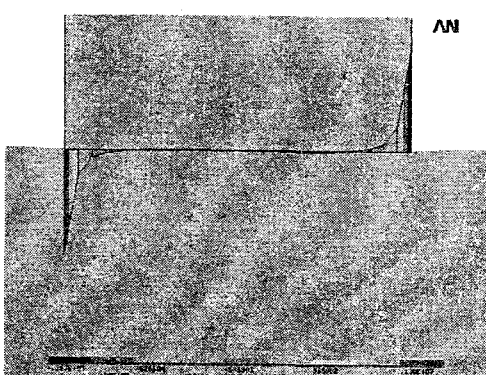
а)



б)



в)



г)

Рисунок 5 – Касательное контактное напряжение для линейного (а) и multimодульных материалов: 1 (б), 4 (в), 5 (г)

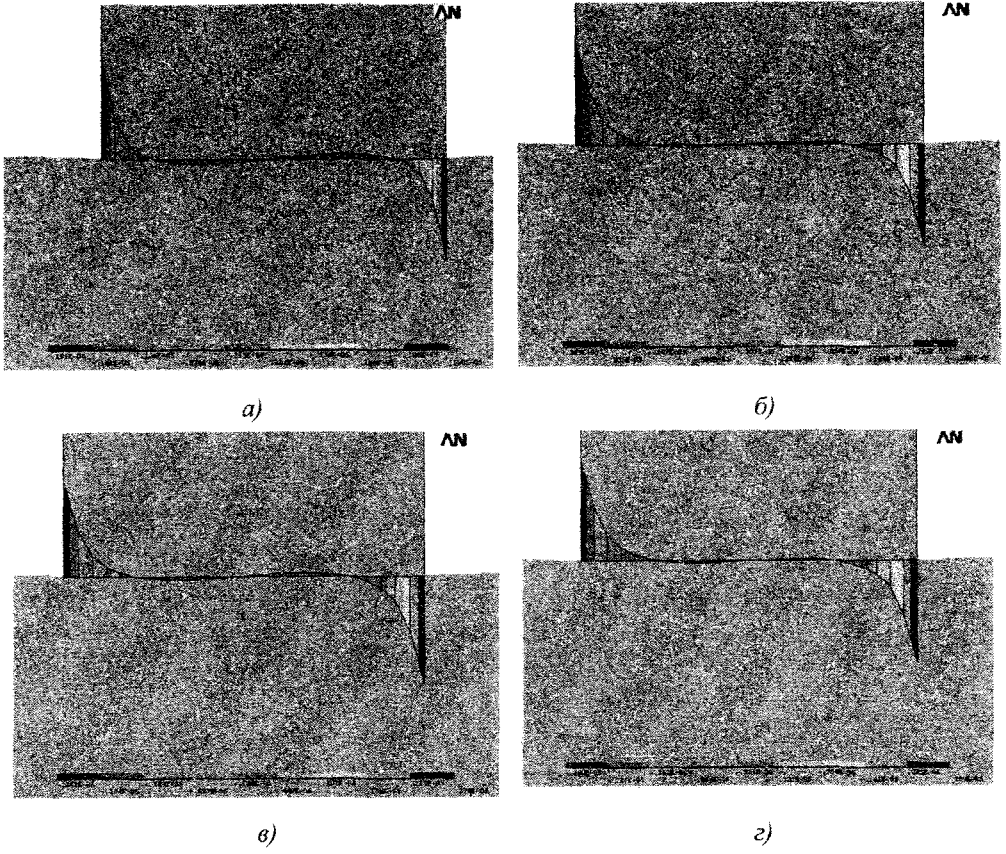


Рисунок 6 – Проскальзывание при контактном деформировании линейного (а) и мультимодульных материалов: 1 (б), 4 (в), 5 (г)

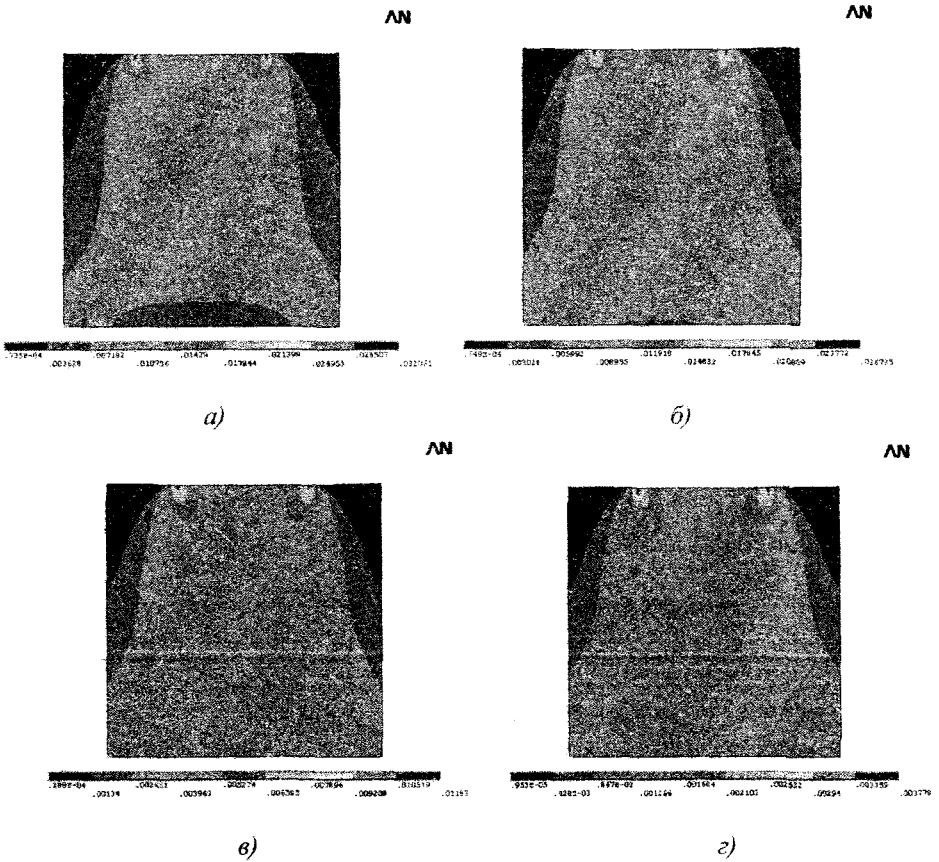


Рисунок 7 – Распределение упругих деформаций основания по Мизесу для линейного (а) и мультимодульных материалов: 1 (б), 4 (в), 5 (г)

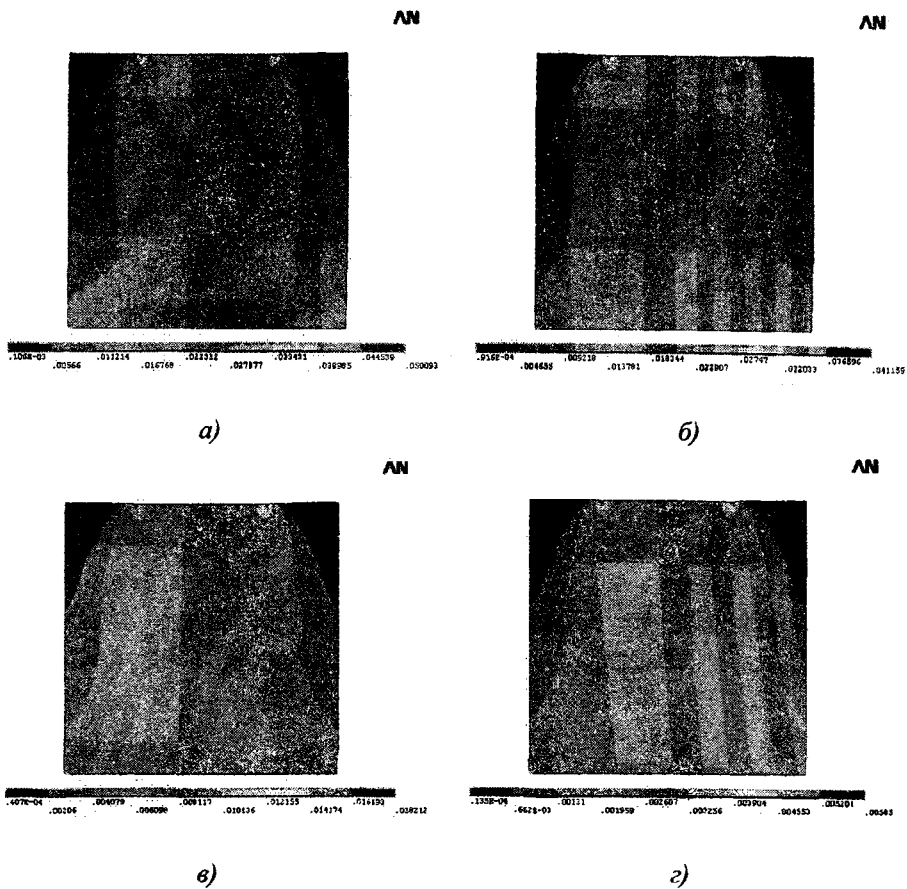


Рисунок 8 – Интенсивность упругой деформации для линейного (а) и мультимодульных материалов: 1 (б), 4 (в), 5 (г)

Таблица

Параметры напряженно-деформированного состояния при контактном деформировании

Материал	Линейно-упругий	Мультимодульный (варианты)				
		1	2	3	4	5
Контактное давление, МПа	60,3	57,4	51,7	41,0	28,3	7,84
Касательное напряжение, МПа	17,2	12,8	11,6	9,01	6,35	1,67
Проскальзывание, мкм	1,90	2,60	2,57	2,48	2,74	2,89
Эквивалентное напряжение, МПа	20,3	17,1	22,8	16,8	11,3	3,62
Деформация по Мизесу, %	3,20	2,67	2,39	1,76	1,18	0,38
Интенсивность деформации, %	5,00	4,11	3,68	2,71	1,82	0,59

Видно, что использование мультимодульности позволяет существенно снизить концентрацию напряжений в результате формирования подобластей с двумя значениями модуля Юнга. Среди рассмотренных вариантов наиболее эффективной является модель, обеспечивающая кратное уменьшение максимального контактного давления (7,7 раза), касательного контактного напряжения (на порядок), эквивалентного напряжения (5,6 раза) и деформаций (более, чем в 8 раз). Проскальзывание в контакте изменяется незначительно (не более 40%).

Вместе с тем, нужно отметить существование максимума эквивалентного напряжения, относящегося к модели 2. Это подтверждает необходимость введения и анализа дополнительных критериев (гипотез прочности, компонент напряжений, уп-

ругих констант) при выборе моделей мультимодульности для конкретных условий нагружения конструкции. Представляет интерес решение аналогичных задач для различных концентраторов напряжений (штампы с криволинейной границей, много-связные области (вырезы, подкрепления) и т.д.), а также для локальных кинематических условий, вызывающие стесненное деформирование. Здесь просматриваются определенные аналогии с задачами биомеханики и, в особенности, геомеханики [10], в которых анализируются явления фильтрации, фазовые переходы при замерзании, физическая нелинейность грунтов, эффект «разгружающих полостей» и т.д. Практически не исследованы задачи моделирования стадии разгрузки мультимодульного материала. Перспективным является также изучение процесса самоармирования, обусловленного потерей устойчивости структурных элементов в упомянутых выше материалах, обладающих отрицательной объемной жесткостью и сжимаемостью.

Заключение. Проанализировано напряженное состояние ряда мультимодульных материалов, диаграммы деформирования которых описываются 4-х параметрической ($\sigma_1, \varepsilon_1; \sigma_2, \varepsilon_2$) моделью. На примере трибосопряжения «жесткий штамп – снование из мультимодульного материала» показана возможность кратного снижения концентрации напряжений и деформаций в результате формирования подобластей с двумя значениями модуля Юнга, определяемыми уровнем эквивалентных напряжений. Сформулированы направления дальнейших исследований мультимодульных материалов и процесса самоармирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Проблемы теории пластичности и ползучести. Сб. статей / под ред. Г.С. Шапиро. – М.: Мир, 1979. – 303 с.
2. Ишлинский, А.Ю. Механика. Идеи, задачи, приложения / А.Ю. Ишлинский. – М.: Наука, 1985. – 623 с.
3. Ишлинский, А.Ю. Прикладные задачи механики / А.Ю. Ишлинский. – Кн. 1. – М.: Наука, 1986. – 359 с.
4. Wang, Y.C. Anomalies in stiffness and damping of a 2D discrete viscoelastic system due to negative stiffness components / Y.C. Wang, J.G. Swadener, R.S. Lakes // *Thin Solid Films*. – 2007. – Vol. 515. – P. 3171–3178.
5. Shang, X. Stability of elastic material with negative stiffness and negative Poisson's ratio / X. Shang, R.S. Lakes // *Physica status solidi (b)*. – 2007. – Vol. 244. – P. 1008–1026.
6. Lakes, R. Negative compressibility, negative Poisson's ratio, and stability / R. Lakes, K.W. Wojciechowski // *Physica status solidi*. – 2008. – Vol. 245, N. 3. – P. 545–551.
7. Плескачевский, Ю.М. Этапы развития и уровни организации структуры материалов: адаптивные композиты / Ю.М. Плескачевский, С.В. Шилько, С.В. Стельмах // Доклады Нац. Акад. наук Беларуси. – 1999. – Т. 43, № 5. – С. 119–123.
8. Pleskachevsky, Yu.M. Evolution and structural levels of materials: adaptive composites / Yu.M. Pleskachevsky, S.V. Shilko, S.V. Stelmakh // *J. of Wave–Material Interaction*. – 1999. – Vol. 14, № 1–2. – P. 49–58.
9. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел: в 2 ч.: пер. с англ. / Ф.Дж. Белл. – М.: Наука. – Ч. 1: Малые деформации / под ред. А.П. Филина. – 1984. – 600 с.
10. Журавков, М.А. Фундаментальные решения теории упругости и некоторые их применения в геомеханике, механике грунтов и оснований / М.А. Журавков. – Минск: БГУ, 2008. – 247 с.

Поступила 02.11.11