## НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРУЕМОЕ СОСТОЯНИЕ ТРИВОФАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИЖИМ-ИОЖ-ОСНОВАНИЕ РЕЖУЩЕГО ИНСТРУМЕНТА КОМБАЙНА

## Журавков М.А., Щербаков С.С., Круподеров А.В.

Clamp-knife-base system of cutting instrument of a harvester is considered. This is typical multicomponent tribo-fatigue system loaded by both cutting force bending the knife and contact forces caused by bolted connection. Stress-strain state of all elements of clamp-knife-base system is obtained taking into consideration frictional contacts between clamp and knife and knife and base. The influence of bending force on contact interactions in the system are shown (tribo-fatigue back effect).

Введение. Система прижим-нож-основание режущего барабана является одной из наиболее нагруженных и ответственных систем комбайна. Она представляет собой типичную трибофатическую систему [1-3], нагруженную режущей изгибающей нож силой, а также контактными силами, обусловленными сжимающим болтовым соединением. Одним из направлений работ по усовершенствованию данной системы, проводимых на ПО «Гомсельмаш», является замещение импортных стальных ножей, на изготовленные из чугуна марки ВЧТГ. Данный высокопрочный чугун отечественной разработки имеет высокие прочностные (до 1500 МПа) и пластические (относительное удлинение до 4%) характеристики. Применение нового материала для изготовления ножей делает актуальной задачу оценки напряженно-деформированного состояния системы прижим-нож-основание с учетом силы резания и контактного взаимодействия между элементами системы.

**Постановка задачи.** Геометрические характеристики и схема нагружения системы прижим-нож-основание представлены на рисунке 1. Рассмотрим два значения сжимающей нагрузки, обусловленной болтовым соединением  $F_c^1 = 20$  KH,  $F_c^2 = 60$  KH. Распределенные вдоль отрезка [0.037 м, 0.055 м] нормальные усилия на верхней поверхности прижима, соответствующие трем болтовым соединениям и длине прижима 0,19 м, равны  $p_n^{(1)}(F_c^1) = -1.61 \cdot 10^7 \, \Pi a$  и  $p_n^{(1)}(F_c^2) = -4.84 \cdot 10^7 \, \Pi a$  соответственно. Режущая нагрузка  $F_b$  равна 16,475 KH, упругие характеристики стали (прижим и основание):  $E_1 = E_3 = 2,01 \cdot 10^{11} \, \Pi a$ ,  $v_1 = v_3 = 0,3$ , чугуна:  $E_2 = 1,61 \cdot 10^{11} \, \Pi a$ ,  $v_2 = 0,25$ . Коэффициент трения между сталью и чугуном равен 0,3.

Для определения напряженно-деформированного состояния системы прижимнож-основание воспользуемся системой разрешающих уравнений для многокомпонентной трибофатической системы [3,4]. К элементам системы 1-3 приложено граничное условие первого типа, т.е. жесткое закрепление поверхности S<sub>u</sub> основания 3:

$$u_i^3\Big|_{S_u} = 0 \tag{1}$$

и второго типа, если на поверхности тела  $S_{\sigma}$  задано распределение усилий  $\tilde{p}_i$ 

$$\sigma_{ij}^k a_j^k \Big|_{S_\sigma} = \overline{p}_{i2}^k, \tag{2}$$

где  $a_{i}^{k}$  – направляющие косинусы.

Отметим, что на свободных поверхностях нормальные и касательные к ним усилия  $\bar{p}_n^k$ ,  $\bar{p}_{\tau}^k$  равны нулю.



Рисунок 1 – Расчетная схема системы прижим-нож-основание

Взаимодействие *n* движущихся деформируемых тел можно описать с помощью контактных граничных условий, определяемых следующими соотношениями:

$$\overline{p}_{n}^{l} \Big|_{S_{\sigma}^{(lm)}} + \overline{p}_{n}^{m} \Big|_{S_{\sigma}^{(lm)}} = \overline{p}_{n}^{lm} - \overline{p}_{n}^{lm} = 0,$$

$$\overline{p}_{\tau}^{l} \Big|_{S_{\sigma}^{(lm)}} + \overline{p}_{\tau}^{m} \Big|_{S_{\sigma}^{(lm)}} = \overline{p}_{\tau}^{lm} \le f \overline{p}_{n}^{lm}.$$

$$(3)$$

где lm=12,23  $S^{(lm)}$  – поверхность контакта тел l и m,  $S_{\sigma}^{(lm)} \subset S^{(lm)}$ ,  $S_{u}^{(lm)} \subset S^{(lm)}$ ,  $\overline{\mathbf{p}}_{k} = \{\overline{p}_{1}^{k}, \overline{p}_{2}^{k}, \overline{p}_{3}^{k}\} = \{p_{n}^{k}, p_{\tau}^{k}\}$  и  $\overline{\mathbf{u}}_{k} = \{\overline{u}_{1}^{k}, \overline{u}_{2}^{k}, \overline{u}_{3}^{k}\}$  – векторы усилий и перемещений на поверхности k-го тела,  $p_{n}^{k}$  и  $p_{\tau}^{k}$  – нормальная и касательная компоненты вектора усилий.

Если между телами l и m реализуется случай неконформного контактного взаимодействия, то контактная поверхность  $S^{(lm)}$  является изначально неизвестной. В этом случае размеры и формы областей контакта, а также распределение контактных усилий можно найти, воспользовавшись вариационными методами или методом обращения матрицы [5].

Фундаментальные решения для распределенной нагрузки. Для решения задачи (1)-(3) воспользуемся фундаментальным решением задачи Кельвина для пространства [6] в случае действия сосредоточенной нормальной (верхний индекс n) и касательной к некоторой плоскости в пространстве сил (верхний индекс  $\tau$ ) в перемещениях и напряжениях. Для того, чтобы избавиться от особенностей указанных решений в точках приложения сосредоточенной нагрузки, проинтегрируем данные решения вдоль некоторой линии приложения равномерно распределенных нормальных  $p_n$  и касательных усилий  $p_\tau$  (см. рисунок 2):

$$u_{1}^{(n)} = p_{n} G_{1}^{(n,u)} = -\frac{p_{n}x_{2}}{2\mu} \Theta_{1}^{K},$$
  

$$u_{2}^{(n)} = p_{n} G_{2}^{(n,u)} = \frac{p_{n}}{2\mu} [(3-4\nu)\Theta_{3}^{K} - x_{2}\Theta_{2}^{K}],$$
  

$$u_{1}^{(\tau)} = p_{\tau} G_{1}^{(\tau,u)} = \frac{p_{\tau}}{2\mu} [(3-4\nu)\Theta_{3}^{K} + x_{2}\Theta_{2}^{K}],$$

$$u_{2}^{(\tau)} = p_{\tau} G_{2}^{(\tau,u)} = -\frac{p_{\tau} x_{2}}{2\mu} \Theta_{1}^{\kappa}$$

$$\sigma_{11}^{(q)} = p_{q} G_{ij}^{(q,\sigma)} = p_{q} \left[ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial G_{1}^{(q,u)}}{\partial x_{1}} + \lambda \frac{\partial G_{2}^{(q,u)}}{\partial x_{2}} \right],$$

$$\sigma_{22}^{(q)} = p_{q} G_{ij}^{(q,\sigma)} = p_{q} \left[ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial G_{2}^{(q,u)}}{\partial x_{2}} + \lambda \frac{\partial G_{1}^{(q,u)}}{\partial x_{1}} \right],$$

$$\sigma_{12}^{(q)} = p_{q} G_{ij}^{(q,\sigma)} = p_{q} \mu \left( \frac{\partial G_{1}^{(q,u)}}{\partial x_{2}} + \frac{\partial G_{2}^{(q,u)}}{\partial x_{1}} \right).$$
(4)

где  $q = n, \tau, G_{ij}^{(n,\sigma)}, G_{ij}^{(\tau,\sigma)}, G_i^{(n,u)}, G_i^{(\tau,u)} - функции влияния и$ 

$$\Theta_{1}^{K} = \frac{1}{8\pi(1-\nu)} \left[ a_{x} \ln(a_{x}^{2} + x_{2}^{2}) - b_{x} \ln(b_{x}^{2} + x_{2}^{2}) \right],$$
  

$$\Theta_{2}^{K} = \frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[ \operatorname{arctg}(b_{x}, x_{2}) - \operatorname{arctg}(a_{x}, x_{2}) \right],$$
  

$$\Theta_{3}^{K} = \Theta_{1}^{K} + \frac{x_{2}}{2} \Theta_{2}^{K},$$
(5)

где  $a_x = x_1 - a$ ,  $b_x = x_1 + a$ .



Рисунок 2 – Равномерное распределение усилий на граничном элементе

Суперпозиция решений (4) с учетом (5) позволяет решать задачу для любого распределения усилий в пространстве. Условие нулевых напряжений на бесконечности выполняются автоматически, поскольку они выполняются для решений о действии сосредоточенной силы.

Граничноэлементное моделирование. При граничноэлементном моделировании трибофатической системы прижим-нож-основание воспользуемся методологией и подходами, изложенными в [7-9].

Пусть  $O^{l\kappa} x_1^{l\kappa} x_2^{l\kappa}$  и  $O^{l\gamma} x_1^{l\gamma} x_2^{l\gamma}$  локальные системы координат связанные с граничными элементами к и  $\gamma$  *l*-го тела и  $a_{ij}^{l\gamma\kappa} = \cos(x_i^{l\gamma} x_j^{l\kappa})$ . Тогда перемещения и напряжения в центре элемента  $\gamma$  в системе координат, связанной с элементом к примут вид

$$u_{i}^{l\kappa} \left[ O^{l\gamma} \left( \mathbf{x}^{lk} \right) \right] = \sum_{\kappa=1}^{N'} \left\{ p_{n}^{l\kappa} G_{i}^{(n,\mu)} \left[ O^{l\gamma} \left( \mathbf{x}^{l\kappa} \right) \right] + p_{\tau}^{l\kappa} G_{i}^{(\tau,\mu)} \left[ O^{l\gamma} \left( \mathbf{x}^{l\kappa} \right) \right] \right\},$$

$$\sigma_{ij}^{l\kappa} \left[ O^{l\gamma} \left( \mathbf{x}^{l\kappa} \right) \right] = \sum_{\kappa=1}^{N'} \left\{ p_{n}^{l\kappa} G_{ij}^{(n,\sigma)} \left[ O^{l\gamma} \left( \mathbf{x}^{l\kappa} \right) \right] + p_{\tau}^{l\kappa} G_{ij}^{(\tau,\sigma)} \left[ O^{l\gamma} \left( \mathbf{x}^{l\kappa} \right) \right] \right\},$$
(6)

где l=1,2,3 i=1,2, N' – количество граничных элементов.

Тогда граничные условия (1),(2) с учетом (6) примут вид

$$u_{i}^{l\gamma}[0] = a_{ij}^{l\gamma\kappa} u_{j}^{l\kappa} \left[ O^{l\gamma}(\mathbf{x}^{l\kappa}) \right] = 0,$$

$$\sigma_{i2}^{l\gamma}[0] = a_{i\alpha}^{l\gamma\kappa} a_{2\beta}^{l\gamma\kappa} \sigma_{\alpha\beta}^{l\kappa} \left[ O^{l\gamma}(\mathbf{x}^{l\kappa}) \right] = p_{i2}^{l\gamma},$$
(7)

где  $\gamma = 1, N_1^l$ ;  $i, \alpha, \beta = 1, 2, p_{22}^{l\gamma} = p_n^{l\gamma}, p_{12}^{l\gamma} = p_\tau^{l\gamma}, N_1^l$  – количество граничных элементов вне областей контактного взаимодействия.

Граничные условия (3), описывающие контактное взаимодействие, для центров граничных элементов области контактного взаимодействия примут вид

$$p_{22}^{l\zeta}[0] = p_{22}^{m\zeta}[0] = \overline{p}_{n}^{lm\zeta} ,$$

$$p_{12}^{l\zeta}[0] = p_{12}^{m\zeta}[0] = \overline{p}_{\tau}^{lm\zeta} \le f\overline{p}_{n}^{lm\zeta} .$$
(8)

где lm=12,23,  $\zeta = 1, N_2^{lm}$ ,  $p_{22}^l = p_n^l, p_{12}^l = p_{\tau}^l, N_2^{lm}$  – количество граничных элементов в области контактного взаимодействия тел l и m.

Решение системы (7) и (8) относительно неизвестных  $p_n^{l\kappa} = p_{22}^{l\kappa}$ ,  $p_{\tau}^{l\kappa} = p_{12}^{l\kappa}$  позволяет определить контактные граничные условия и граничные условия в напряжениях, соответствующие условиям в перемещениях.

Пусть  $Ox_1x_2$  глобальная система координат и  $a_{ij}^{l\kappa} = \cos(x_i x_j^{l\kappa})$ . Тогда перемещения и напряжения в некоторой точке глобальной системы координат  $M(\mathbf{x}^{\kappa})$  в соответствии с (6) и (7) будут следующими:

$$u_{i}^{\prime}[M(\mathbf{x})] = \sum_{\kappa=1}^{N^{\prime}} a_{ij}^{\prime\kappa} \left\{ p_{n}^{\prime\kappa} G_{j}^{(n,u)} \left[ M(\mathbf{x}^{\prime\kappa}) \right] + p_{\tau}^{\prime\kappa} G_{j}^{(\tau,u)} \left[ M(\mathbf{x}^{\prime\kappa}) \right] \right\},$$

$$\sigma_{ij}^{\prime}[M(\mathbf{x})] = \sum_{\kappa=1}^{N^{\prime}} a_{i\alpha}^{\prime\kappa} a_{j\beta}^{\prime\kappa} \left\{ p_{n}^{\prime\kappa} G_{\alpha\beta}^{(n,\sigma)} \left[ M(\mathbf{x}^{\prime\kappa}) \right] + p_{\tau}^{\prime\kappa} G_{\alpha\beta}^{(\tau,\sigma)} \left[ M(\mathbf{x}^{\prime\kappa}) \right] \right\}.$$
(9)

На рисунке 3 представлены распределения полей напряжений в элементах системы прижим-нож-основание. Из данного рисунка видно, что напряжения  $\sigma_{yy}$  являются наибольшими в системе и их максимальные значения находятся в области приложения нагрузки, моделирующей болтовое соединение (верхняя поверхность прижима и нижняя поверхность основания). Напряжения  $\sigma_{xx}$  достигают наибольших значений в двух областях: в окрестности кромки лезвия, где приложена режущая нагрузка и в области болтового соединения. Анализ напряжений  $\sigma_{xx}$  показывает, что в окрестности контакта прижима и ножа контакта вследствие изгиба ножа режущей силой поверхность прижима испытывает растяжение, а поверхность ножа сжатие.

Более детальный анализ контактного взаимодействия в системе может быть проведен с помощью рисунков 4 и 5.

Из данных рисунков видно, что изгибающая неконтактная режущая нагрузка приводит к значительному изменению контактного давления и касательных усилий (силы трения), т.е. реализуется обратный эффект в трибофатике [1-3]. На поверхностях контакта между прижимом и ножом и ножом и основанием режущая нагрузка вызывает уменьшение области фактического контакта.

Кроме того, вследствие изгиба ножа на левой границе поверхности контакта между прижимом и ножом происходит резкое возрастание контактного давления и касательных усилий. Эта область, по сути, представляет собой точку вращения ножа вокруг прижима.

Совместный анализ рисунков 4 и 5 показывает уменьшение указанных эффектов относительно величин контактных усилий при возрастании силы  $F_c$ .



при нагрузках  $F_b = 16,475 \text{ KH u } F_c^1 = 60 \text{ KH}$ 



при нагрузках  $F_b = 16,475 \ KH \ u \ F_c^1 = 20 \ KH$ 



при нагрузках  $F_h = 16,475 \text{ KH } u F_c^2 = 60 \text{ KH}$ 

Заключение. Проведенное граничноэлементное моделирование многокомпонентной трибофатической системы прижим-нож-основание показало, что как напряженно-деформированное состояние в целом, так и распределение контактных усилий определятся совместным действием как контактных, так и неконтактных нагрузок.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Sosnovskiy, L.A. Tribo-Fatigue. Wear-fatigue damage and its prediction (Foundations of engineering mechanics) / L.A. Sosnovskiy. Springer, 2004. P. 424.
- 2. Сосновский, Л.А Механика износоусталостного повреждения / Л.А. Сосновский. Гомель: БелГУТ, 2007. – 434 с.
- Фундаментальные и прикладные задачи трибофатики / М.А. Журавков // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / редкол.: М.А. Журавков (пред.) [и др]. – Минск: БГУ, 2010. – Т. 1. – С. 87–96.
- Взаимодействие сплошных сред / С.С. Щербаков // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / редкол.: М.А. Журавков (пред.) [и др]. – Минск: БГУ, 2010. – Т. 2. – С. 439–446.
- 5. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. М.: Мир, 1989. 510 с.
- 6. Журавков, М.А. Фундаментальные решения теории упругости и некоторые их применения в геомеханике, механике грунтов и оснований: курс лекций / М.А. Журавков. Минск: БГУ, 2008. 247 с.
- Журавков, М.А. Теоретические основы деформационной механики блочнослоистого массива соляных горных пород / М.А. Журавков, М.Д. Мартыненко. – Минск: Университетское, 1995. – 255 с.
- 8. Бенерджи, П. Методы граничных элементов в прикладных науках / П. Бенерджи, Р. Баттерфилд. – М.: Мир, 1984. – 494 с.
- 9. Журавков, М.А. Исследование сопряженного напряженного состояния в условиях контактного нагружения и объемного деформирования / М.А. Журавков, С.С. Щербаков // Вести НАНБ. Сер. физ.-тех. н., - 2008. – № 1. – С. 48–57.