УДК 517

Расширение области приложений интегрального преобразования Меллина

Гахович А.С.
Белорусский национальный технический университет

В предыдущих работах из общей схемы, предложенной автором, для дифференциального оператора частного вида $T = t\dfrac{d}{dt}$ получено классическое интегральное преобразование Меллина

$$F(S) = \int_0^{+\infty} f(t)\, t^{S-1} dt \equiv M\left[f(t) \right]$$

для функций, заданных на $[0; +\infty)$, и модифицированное для функций, заданных на $[0; 1]$, и получены соответствующие операционные правила. Применение того или иного из указанных преобразований зависит от специфики задач, подлежащих решению.

В предыдущем докладе дано обоснование применения классического преобразования Меллина при изучении свойств специальных функций на примере Гамма-функции при выводе ее основного свойства $\Gamma(S+1) = S\,\Gamma(S)$.

В данной работе в подтверждение результативности применения классического преобразования в указанной области, приведем еще один пример вывода очередного свойства Гамма-функции, а именно:

$$\Gamma(S)\Gamma(1-S) = \frac{\pi}{\sin \pi\, S}.$$

Указанное свойства есть ни что иное, как реализация очередного операционного правила для рассматриваемого преобразования

$$\int_0^{\infty} f_1(t\,\tau) f_2(\tau) d\tau \div F_1(S) \cdot F_2(1-S)$$

для случая, когда $f_1(t) = f_2(t) = e^{-t}$ и соответствующего операционного соотношения: $\Gamma(S)\Gamma(1-S) \div \int_0^{\infty} e^{-t\tau} \cdot e^{-\tau} d\tau = \dfrac{1}{1+t} \div \dfrac{\pi}{\sin \pi\, S}$.