УДК 681.51.033.26

Использование функции параметра корневого годографа для исследования динамических систем с неопределенностью

Несенчук А.А.
Белорусский национальный технический университет

Задачи анализа и синтеза управления в динамических системах различной физической природы, функционирующих в условиях значительной параметрической неопределенности являются актуальными [1].

В работе выполняется исследование поведения динамических систем четвертого порядка в условиях интервальной вариации параметров с использованием корневых портретов. Проводится исследование динамики и устанавливаются закономерности поведения корневых портретов систем на границе асимптотической устойчивости. Выводятся условия устойчивости и определяются выражения для вычисления интервалов параметров, при которых обеспечивается робастная устойчивость.

Исследование выполняется посредством *полей* F_i *свободных корневых траекторий* с параметром, представляющим собой один из коэффициентов (параметров) характеристического полинома системы, которые формируют *корневой портрет* (годограф) системы:

$$P=\{F_i \mid i=1, 2, \ldots\},$$

и являются носителями ее свойств.

На границе устойчивости $i\omega$ выделяются три области пересечения этой границы ветвями годографов портрета (1) системы: возрастания, убывания функции параметра корневого годографа и смешанная область. В зависимости от того, в какой области портрет пересекает границу устойчивости устанавливается, какие и сколько полиномов семейства с постоянными коэффициентами следует проверить для анализа устойчивости.

Устанавливаются значения интервалов параметров, при которых портрет пересекает границу устойчивости в той или иной области.

В отличие от результатов Б.Д.О. Андерсона (B.D.O. Anderson) [2], который предлагает для анализа устойчивости семейства использовать два (для систем четвертого порядка) характеристических полинома семейства с постоянными коэффициентами, в данной работе устанавливается, что для анализа устойчивости семейств систем четвертого порядка может быть использован только один такой полином.

Литература

1. Дорф, Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2009. – 832 с.

2. Anderson B.D.O. On robust hurwitz polynomials / B.D.O. Anderson, E.I.

Jury, M. Mansour // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1987. – Vol. AC 32. – No 10. – P. 909-913.

УДК 517.6517.5

О приближенном представлении логарифмами решения одной дифференциальной вариационной задачи

Мелешко И.Н.
Белорусский национальный технический университет

Как известно, краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона эквивалентны задаче вариационного исчисления – о минимуме интеграла, для которого данное дифференциальное уравнение является уравнением Эйлера-Лагранжа. Например, задача о минимуме интеграла

$$\iint_D \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 - 2u\right] dxdy, \qquad (1)$$

где область D – единичный круг с центром в начале координат при граничном условии Дирихле приводит к следующей краевой задаче Дирихле для уравнения Пуассона в единичном круге:

$$\Delta u = -1,\ r < 1, \qquad (2)$$

$$u\big|_{r=1} = f(\varphi),\ -\pi \le \varphi \le \pi. \qquad (3)$$

С помощью теории логарифмического потенциала и рядов Фурье точное решение краевой задачи (2), (3) представимо в виде

$$u(r,\ \varphi) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\tau)\frac{1-r^2}{1-2r\cos(\tau-\varphi)+r^2}\,d\tau + \frac{1}{2\pi}\iint_{|1-r|<1} \ln\left|\frac{1-z\bar{t}}{t-z}\right| d\sigma, \qquad (4)$$

где $r < 1,\ -\pi \le \varphi \le \pi,\ t = \rho e^{i\tau},\ z = re^{i\tau}$. Получены формулы для вычисления интегралов в правой части (4) и на их основе сконструировано эффективное приближенное представление логарифмами задачи о минимуме интеграла (1) при условии (3):

$$u(r,\ \varphi) \approx \frac{1}{4}(1-r^2) +$$

$$\frac{1}{2\pi}\sum_{-n}^{n}\left\{h + 2\,\mathrm{Im}\left[\ln\left(1 - ze^{-i\left(\varphi_k + \frac{h}{2}\right)}\right) - \ln\left(1 - ze^{-i\left(\varphi_k - \frac{h}{2}\right)}\right)\right]\right\} f\left(\varphi_k\right), \qquad (5)$$