где $h = \dfrac{2\pi}{2n+1}$, $\varphi_k = kh,\ k = -n,\ \ldots,\ -1,\ 0,\ \ldots,\ n.$. Получена равномерная по r и φ $(r \le 1,\ -\pi \le \varphi \le \pi)$ оценка погрешности приближенного решения (5). К задаче о минимуме интеграла (1) приводит задача из теории упругости о равновесии растянутой упругой мембраны. Если мембрана однородная, то интеграл (1) с точностью до постоянного множителя определяет ее потенциальную энергию при малых прогибах.

УДК 517.4

Решение одной задачи оптимизации динамической системы управления в условиях неопределенности

Матвеева Л.Д.
Белорусский национальный технический университет

Пусть в задаче терминального управления

$$J(u) = c' x(t_*) \to \max,\ \dot{x} = A(t)x + B(t)u,\ x(t_0) = x_0,\ Hx(t_*) = g, \qquad (1)$$

$u = (u_1(t), \ldots u_2(t), \ldots, u_r(t))-$ r – вектор управляющих воздействий и при этом $|u(t)| \le 1,\ i \in I = \{1,\ 2,\ \ldots, r\},\ t \in T = [t_0,\ t_*]$ задано некоторое (экспертное) управление $\tilde{u}(t) = (\tilde{u}_1(t),\ \tilde{u}_2(t), \ldots,\ \tilde{u}_r(t)),\ t \in T$, которое не является допустимым. Данному экспертному управлению $\tilde{u}(t)$ соответствует траектория $\tilde{x}(t),\ t \in T$, не удовлетворяющая терминальному ограничению, т.е. $Hx(t_*) \ne g$. В этом случае для задачи (1) формулируется специальная задача первой фазы:

$$\begin{gathered}\sum_{i=1}^{m} \omega_i \to \min,\ \dot{x} = A(t)x + B(t)u,\ x(t_0) = x_0, \\ 0 \le \omega_i \le \omega_i^*,\ i \in I = \{1,\ 2,\ \ldots, m\},\end{gathered} \qquad (2)$$

где

$$\omega_i^* = \begin{cases} g_1 - h_i' \tilde{x}(t_*),\ i \in I^+, \\ h_i' \tilde{x}(t_*) - g_1,\ i \in I^-, \end{cases} \quad I^+ = \{i \in I : h_i' \tilde{x}(t_*) \le g_i\},\ I^- = \{i \in I : h_i' \tilde{x}(t_*) > g_i\}.$$

Совокупность $v = (u,\ \omega)$ из кусочно-постоянных управляющих воздействий $u(t),\ t \in T$ и m – вектор ω назовем обобщенным управляющим воздействием задачи первой фазы. Очевидно, $v = (u,\ 0)$ будет допустимым управлением в задаче (1). Задача (2) решается разработанным ранее автором методом для систем управления с подвижными краевыми условиями.

Первая фаза позволяет: 1) преобразовать неточную информацию в точную, т.е. построить допустимое управление; 2) обнаружить несовместность ограничений исходной задачи; 3) удалить линейно-зависимые равенства в ограничениях задачи (1).

УДК 517.9+519.9

О решении некоторых интегральных уравнений Фредгольма в аналитическом виде

Роговцов Н.Н.
Белорусский национальный технический университет

Ряд результатов работ [1, 2] можно обобщить и использовать, по крайней мере, для получения в аналитическом виде решений интегральных уравнений Фредгольма, которые представимы в такой форме:

$$(1-i\nu x)\varphi(x)=\omega_0\int_{-1}^{1}\mathrm{K}(x,\,x')\rho(x')\varphi(x')dx'+g(x),\;\; x\in[-1,\,1] \qquad (1)$$

где ν – комплексное число, для которого $1-i\nu x\neq 0$ для любых $x\in[-1,\,1]$; $\mathrm{K}(x,\,x')=\sum_{l=0}^{+\infty}\xi_l\,p_l(x)p_l(x')$, где $\{p_l(x)\}_{l\in N_0}$ – полная система оргональных на $[-1,\,1]$ полиномов $(N_0=\{0,1,2,\ldots\}=\{0\}\cup N;\rho(x)-$ весовая функция), причем имеет место рекуррентное соотношение $xp_n(x)=\eta_{n+1}p_{n+1}(x)+\gamma_n p_{n-1}(x),\;\; p_{-1}(x)\equiv 0,\; x\in[-1,\,1],n\in N_0$; параметр ω_0 и все коэффициенты в рекуррентном соотношении являются вещественными числами. Функция $\mathrm{K}(x,\,x')$ может, в частности, удовлетворять условиям: 1) для любых $l\in N_0$ истинны равенства $p_l(x)=\mathrm{P}_l^{(\alpha,\beta)}(x)\big|_{\alpha=\beta}$ ($\mathrm{P}_l^{(\alpha,\beta)}(x)-$ полином Якоби порядка l; $\alpha>-\frac{1}{2}$); 2) сходится ряд $\sum_{l=0}^{+\infty}|\xi_l|(1+\sqrt{3}+\varepsilon)^l$, где ε – сколь угодно малое положительное число. Если система полиномов Якоби $\{\mathrm{P}_l^{(\alpha,\alpha)}(x)\}_{l\in N_0}$ совпадает с системой полиномов Лежандра или системой полиномов Чебышева первого (второго) рода, то условие 2) можно заменить на условие сходимости ряда $\sum_{l=0}^{+\infty}|\xi_l|$.