

Воронова Н.П.

Белорусский национальный технический университет

Известно, что в процессе нагрева различных материалов изменяются прочностные свойства. Большой интерес представляют возникающие по толщине слоя материала напряжения и их влияние на деформацию материала.

Пусть имеется заданное принудительное управление $u(t)$ в интервале времени $t_1 \leq t \leq t_2$, $0 \leq t_1 < t_2 < T$. Благодаря правильному выбору $u(t)$ можно выполнить ограничения на термонапряжения. Оптимальное управление существует и величины T и оптимальное время процесса t_0 определяются из системы уравнений

$$2e^{\alpha_i^2 T} + (\gamma - 1)e^{\alpha_i^2 t_0} = \beta + (\gamma + 1)e^{\alpha_i^2 t_2} - \alpha_i^2 A_i, \quad i = 1, 2;$$

$$A_i = \int_0^{t_1} (\gamma + 1)e^{\alpha_i^2 t} dt + \int_{t_1}^{t_2} u(t)e^{\alpha_i^2 t} dt,$$

где $(\gamma + 1)$ - значение функции $u(t)$ на отрезке $[0; T]$, $(\gamma - 1)$ - соответственно для $[T; t_0]$; α_i - различные действительные положительные корни

характеристического уравнения $\frac{\alpha}{Bi} = \text{ctg} \alpha$, B_i - критерий Био; β - безразмерная начальная температура.

Решение системы (1) получается из соотношений

$$\left(\frac{2e^{\alpha_i^2 T} - (1 + \gamma + \beta_1)}{1 - \gamma} \right)^{\alpha_i^2} = \left(\frac{2e^{\alpha_i^2 T} - (1 + \gamma + \beta_2)}{1 - \gamma} \right)^{\alpha_i^2},$$

где $\beta_i = \beta + (1 + \gamma)(e^{\alpha_i^2 t_2} - e^{\alpha_i^2 t_1}) - \alpha_i^2 \int_{t_1}^{t_2} u(t)e^{\alpha_i^2 t} dt$, $i = 1, 2$.

Таким образом, используя управляющее воздействие, можно определить оптимальное время для нагрева массивного тела с учетом ограничений на термонапряжения.